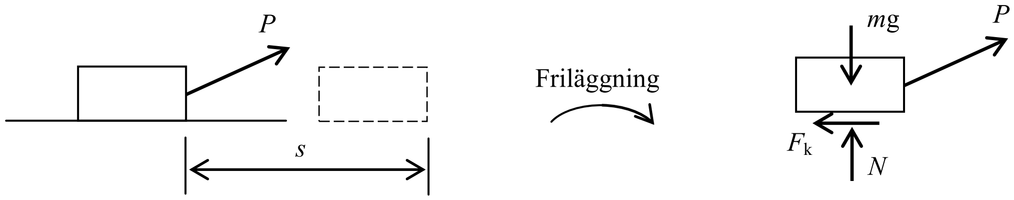
BEGREPP: *Arbete och energi*

Arbete och energi är användbart då en partikel påverkas av krafter över en bestämd sträcka. Genom att integrera accelerationslagen över lägesintervallet får man *lagen för kinetiska energin* som ger ett samband mellan krafternas *arbete* och partikelns *rörelseenergi*.

Introduktion: En låda vilar på ett skrovligt underlag. Du förflyttar lådan en viss sträcka *s* genom att dra med konstanta kraften *P*. Hur stor blir hastigheten för lådan efter sträckan *s*?



I varje ögonblick längs sträckan *s* påverkas lådan av samma krafter. Summa krafter (i accelerationsriktningen) ΣF är konstant och därför vet vi att accelerationen *a* är konstant. Genom att utnyttja accelerationslagen och ett kinematiskt samband kan hastigheten efter sträckan *s* beräknas (där v_0 är starthastigheten och *v* är sluthastigheten).

$$\Sigma F = m \cdot a \quad \Rightarrow \; a \qquad \text{och} \qquad v^2 = v_0^2 + 2a \cdot s \;\; \Rightarrow \;\; v$$

Alternativt kan det kinematiska sambandet multipliceras med *m/2* vilket ger

$$mv^2/2 = mv_0^2/2 + ma \cdot s \;\; \Rightarrow \quad ma \cdot s = mv^2/2 - mv_0^2/2$$

Högerledet anger då ändringen i partikelns *rörelseenergi*; $\Delta T = T_{slut} - T_{start}$ dvs skillnaden mellan slut- och startläge för rörelseenergin. Vidare kan vi ersätta *ma* med ΣF enligt accelerationslagen och får då

$$\Sigma F \cdot s = mv^2/2 - mv_0^2/2 \quad \text{som kan skrivas;} \qquad W = \Delta T$$

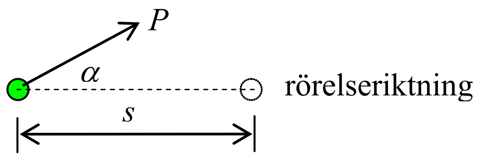
där $W = \Sigma F \cdot s$ kallas för krafternas *arbete* och sambandet är *lagen för kinetiska energin.* Genom att använda detta samband får vi ut hastigheten direkt.

Sammanhang: När en partikel skall studeras i ett visst ögonblick kan accelerationslagen vara att föredra. Men arbete och energi är bra i samband med definierade start- och slutlägen.

Uppgift: Hur utförs beräkningen med hjälp av *arbete och energi*?

Metod: Beräkna arbetet som utförs av krafterna som produkten av förflyttningen och kraftens komposant i förflyttningens riktning dvs W = kraft ^{x} sträcka, med enhet Joule; J=Nm.

Det är endast kraftens komposant i rörelseriktningen som utför ett arbete. För kraften P nedan blir arbetet $W = P \cdot \cos(\alpha) \cdot s$



Verkar kraften i motsatt riktning jämfört med rörelseriktningen blir arbetet negativt. Det gäller tex friktionskrafter.

Bestäm också rörelseenergin; $T=mv^2/2$ i start och slutläget.

<u>Beräkningsgång</u>:

1. Frilägg och rita ut samtliga på kroppen verkande krafter.
2 Beräkna arbetet som var och en av krafterna utför och räkna ut det sammanlagda arbetet:

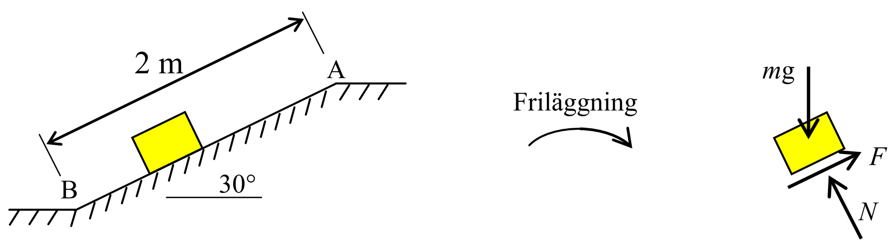
$$W = W_{F1} + W_{F2} + \ldots$$

3 Använd lagen om kinetiska energin;

$$W = \Delta T \quad \text{där} \quad \Delta T = \frac{1}{2} m(v_{slut}^2 - v_{start}^2) \quad \text{(förändring av rörelseenergi)}$$

Resultat: Om en partikel påverkas av flera krafter och förflyttar sig en viss sträcka kan en beräkning med hjälp av *lagen om kinetiska energin* vara att föredra, speciellt om beräkningen involverar hastigheter.

Exempel: En låda med massan m = 50 kg glider ner för en ramp som lutar 30°. Hastigheten vid A är 0.8 m/s. Beräkna lådans hastighet vid B om det kinematiska friktionstalet μ_k = 0.3.



Beräkna friktionskraftens storlek

$$[\nwarrow] \quad N - 50 \cdot 9.81 \cos 30° = 0 \quad \Rightarrow \quad N = 424.8 \text{ N} \quad \text{och} \quad F = \mu_k \cdot N = 0.3 \cdot 424.8 = 127.4 \text{ N}$$

Beräkna arbetet som var och en av krafterna utför på lådan:

- Tyngdkraftens arbete: $W_{mg} = m \cdot g \cdot \sin 30° \cdot s = 50 \cdot 9.81 \cdot \sin 30° \cdot 2 = 490.5$ J
- Normalkraftens arbete: $W_N = 0$ kraften är vinkelrätt mot rörelseriktningen.
- Friktionskraftens arbete: $W_F = - F \cdot s = -127.4 \cdot 2 = -254.8$ J

Beräkna det sammanlagda arbetet

$$W = W_{\mathrm{mg}} + W_{\mathrm{N}} + W_{\mathrm{F}} = 490.5\text{-}254.8 = 235.7 \text{ J}$$

Lagen om kinetiska energin: $W = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2)$ ger

$$235.7 = \frac{1}{2}50(v_B^2 - 0.8^2)\,;\; v_{\mathrm{B}} = 3.17 \text{ m/s}$$

#

Relaterade begrepp: Innan arbete och energi kan används skall alltid begreppet friläggning utnyttjas. I nästa avsnitt skall vi utveckla lagen för kinetiska energin till att även inkludera potentiell energi. Om partikeln betraktas i ett enda ögonblick används accelerationslagen.