

Tentamen i Mekanik för V och Bi, VSM010, Problemdelen

En typisk tentamen - problemdelen:

Statik: Uppg 1-3 och Dynamik: Uppg 4-8

- 1) 2D Jämvikt
- 2) Ekvivalenta kraftsystem / 3D Jämvikt
- 3) Tyngdpunkt och ev. Tröghetsmoment / Friktion
- 4) Kinematik / Acc. Lagen 1D
- 5) Kinetik vid cirkelrörelse
- 6) Arbete och energi
- 7) Impuls och stöt
- 8) Stelkroppsdynamik

Obs!

Boken och en egenhändigt skriven formelsamling på max 3s är tillåtet
hjälpmedel på problemdelen

Här följer exempel på tentamenstal från avsnitten *Statik och Partikeldynamik*

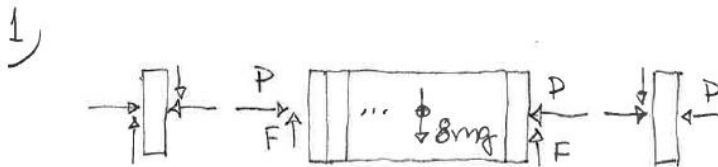
Demotentamen i Mekanik för V och Bi, Problemdelen

1) 2011-08-26

Man försöker hålla 10 böcker med händerna som figuren visar. Varje bok har massan $m = 1$ kg. Friktionstalet mellan böckerna är $\mu_s = 0.4$ och mellan hand och bok är friktionen tillräcklig för att förhindra glidning. Vilken är den minsta horisontella kraft P som krävs?



Ledning: Begynnande glidning sker samtidigt mellan bok 1 och 2 respektive 9 och 10.



$$(\uparrow) \quad 2F - 8mg = 0$$

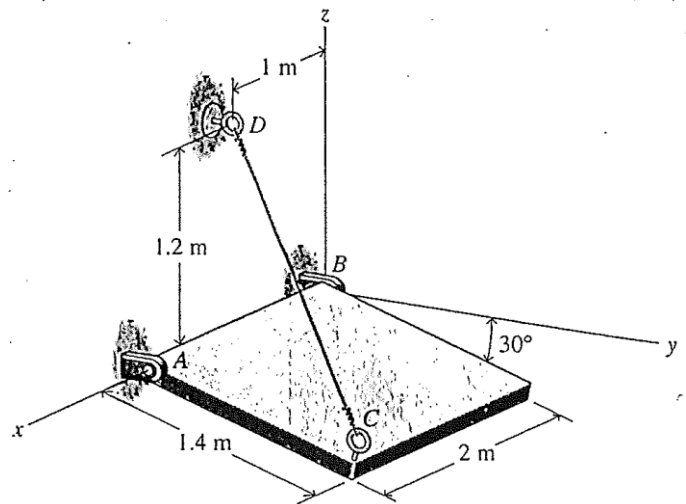
$$\text{Begynnande glidning: } F = \mu_s P$$

$$\mu_s P = 4mg \quad ; \quad P = 4mg / \mu_s = \underline{\underline{98.1 \text{ N}}}$$

3) 2012-01-12

En platta med massan $m=75\text{kg}$ lutar 30° i förhållande till ett horisontellt xy -plan enligt figuren. Plattan är ledat infäst i A och B, samt upphängd i en lina vid C. Led A tar inte upp krafter i x -riktningen.

Bestäm kraften i linan CD.



3) Beräkna först kraften i linan på vektorform:

$$\vec{r}_{CD} = (1, 0, 1.2) - (2, 1.4 \cos 30^\circ, -1.4 \sin 30^\circ) = (-1, -1.212, 1.9)$$

$$\hat{n}_{CD} = \vec{r}_{CD} / \sqrt{1^2 + 1.212^2 + 1.9^2} = (-0.406, -0.492, 0.771)$$

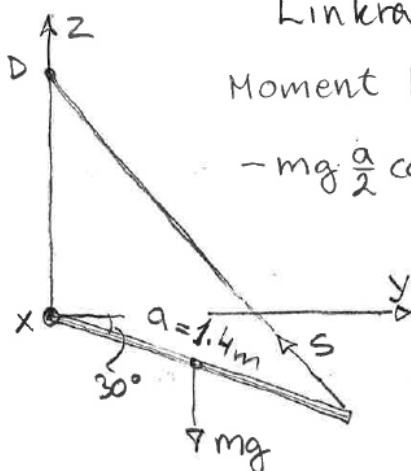
Lin kraften: $\vec{S} = S \hat{n}_{CD}$

Moment kring x -axeln \hat{x} :

$$-mg \frac{a}{2} \cos 30^\circ - 0.492 S \cdot a \sin 30^\circ + 0.771 S \cdot a \cos 30^\circ = 0 ;$$

$$-446.0 - 0.344 S + 0.935 S = 0 ;$$

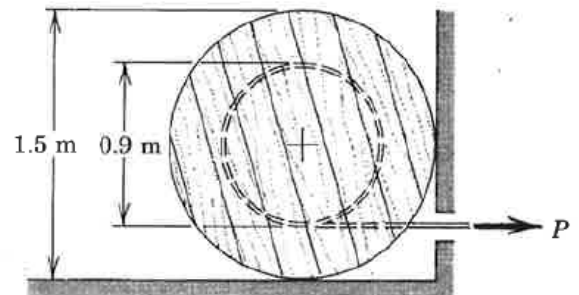
$$S = 446.0 / 0.591 = 755 \text{ N}$$



15-08-18

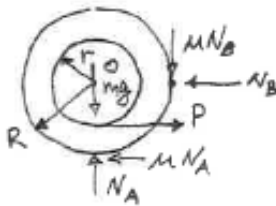
Uppgift 2 (7 p)

En kabeltrumma med massan $m=80\text{kg}$ är i kontakt med en horisontell och en vertikal yta enligt figuren. Det kinematiska friktionstalet $\mu_k=0.25$ vid båda kontaktpunkterna. Ytterdiameter $2R=1.5\text{m}$ och innerdiameter $2r=0.9\text{m}$. Beräkna storleken på den horisontella kraft P som krävs för att dra ut kabeln med konstant hastighet.



2)

Friläggning:



$$(\rightarrow) P - N_B - \mu N_A = 0$$

$$(\uparrow) N_A - \mu N_B - mg = 0$$

$$\odot P \cdot r - \mu N_B \cdot R - \mu N_A \cdot R = 0$$

(Jämvikt pga konstant hastighet)

Numeriska värden \Rightarrow

$$\begin{cases} P - N_B - 0.25 N_A = 0 & 3 \text{ ekv} = 3 \text{ öbet.} \\ N_A - 0.25 N_B = 80 \cdot 9.81 & \Leftrightarrow \\ 0.45P - 0.25 \cdot 0.75 \cdot N_B - 0.25 \cdot 0.75 \cdot N_A = 0 & \end{cases}$$

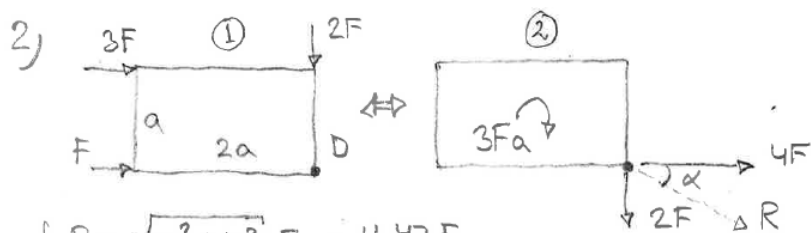
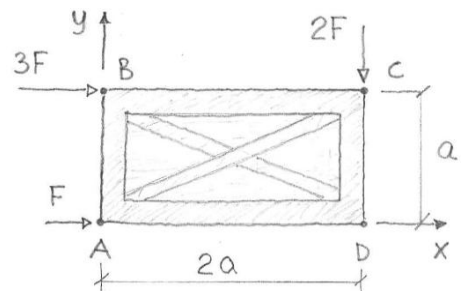
$$N_A = 845 \text{ N}, \quad N_B = 241 \text{ N} \quad \text{och} \quad \underline{P = 453 \text{ N}}$$

2) 2012-05-22

Tre personer knuffar en låda (sedd uppifrån) i vars ett hörn med krafter enligt figuren, där $F=50\text{N}$ och $a=1\text{m}$.

Bestäm ett ekvivalent system med en enda kraft i hörnet D och ett kraftpar på lådan. Ange kraften till storlek och riktning.

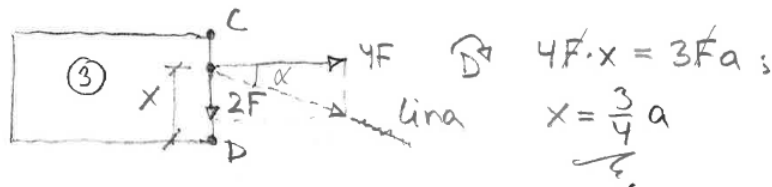
Antag att man i stället vill dra lådan med en lina fäst i en av sidorna och åstadkomma ekvivalent kraft och momentverkan med enbart linan, var skall man då fästa linan? Motivera svaret.



$$R = \sqrt{2^2 + 4^2} F = 4.47 F$$

$$\tan \alpha = \frac{2}{4} ; \quad \alpha = 26.6^\circ$$

Ersätt med en enda kraft (lina):



Linan placeras mellan c och D
 $\frac{a}{4}$ under c.

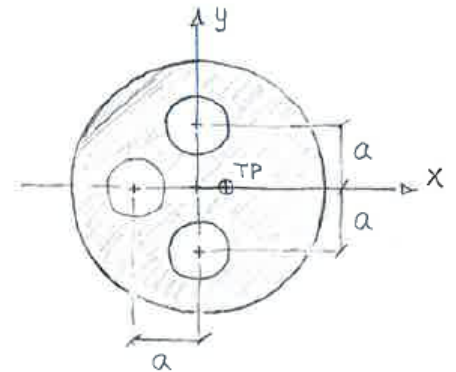
2014-01-15

Uppgift 3 (8 p)

Den cirkulära jämntjocka skivan med radien $R=2a$, har tre cirkulära hål med diametern $a=0.1\text{m}$. Uppgiften är att beräkna både tyngdpunktens läge och tröghetsmomentet med avseende på origo. Massan för skivan utan hål $m_{\text{hel}}=16\text{kg}$.

Ledning: Tröghetsmomentet för en cirkelskiva (radie R och massa m) med avseende på centrum är $I_o=mR^2/2$.

Rätt svar: $x_{TP}=0.0769 a=7.69\text{mm}$ och $I_o=1.789 m_{\text{hel}}a^2=0.286\text{kgm}^2$



3)

Area med hål : A

$$\begin{cases} A_{\text{hel}} = \pi (2a)^2 = 4\pi a^2 \\ A_{\text{hål}} = \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}\pi a^2 \end{cases}$$

Tyngdpunkt: $x_{TP} = \sum x_i A_i / A \dots (*)$

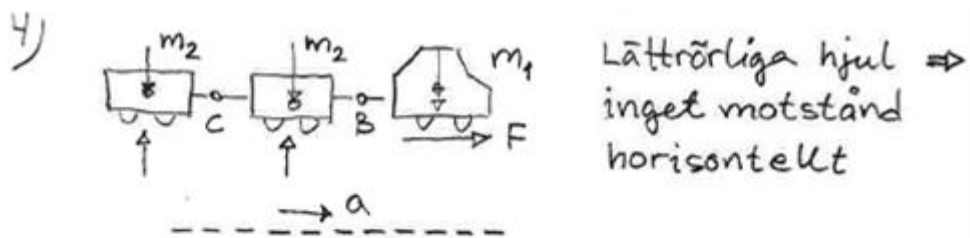
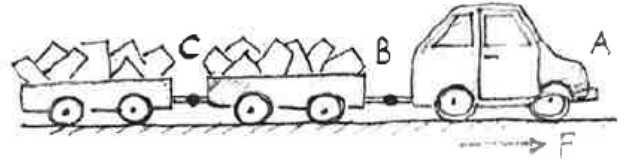
$$A = A_{\text{hel}} - 3A_{\text{hål}} = \frac{16\pi a^2}{4} - \frac{3}{4}\pi a^2 = \frac{13}{4}\pi a^2$$

$$x_{TP} = \frac{-a \cdot (-A_{\text{hål}})}{A} = \frac{\pi/4}{13\pi/4} a = \frac{a}{13}$$

2014-05-27

Uppgift 4 (6 p)

En bagagebil A som har massan $m_1=800$ kg drar två vagnar som var och en har massan $m_2=300$ kg. Bilen utvecklar en konstant drivande kraft $F = 480$ N. Bestäm ekipagets acceleration och dragkrafterna i kopplingarna vid B och C. Hjulen rullar lätt och deras tröghetsmoment är försumbara.



Acc. lagen: (\rightarrow) $F = (m_1 + 2m_2) a$;

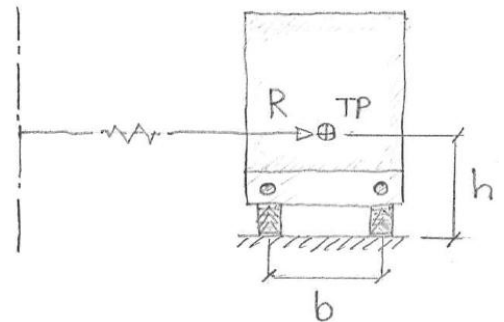
$$a = 480 / (800 + 600) = \underline{0.343 \text{ m/s}^2}$$

(\rightarrow) $F_B = 2m_2 a = 600 \cdot 0.343 =$
 $= \underline{206 \text{ N}}$

(\rightarrow) $F_C = m_2 a = 300 \cdot 0.343 =$
 $= \underline{103 \text{ N}}$

6) 2012-05-22

En lastbil kör i en plan kurva med krökningsradien $R=100\text{m}$. Bilen har tyngdpunkten symmetriskt placerad och på höjden $h=1.5\text{m}$ enligt figuren. Bilen har bredden $b=2\text{m}$ mellan varje hjulpar och den totala massan inklusive last $m=5\text{ton}$. Antag först att friktionen är tillräcklig.



Vid vilken hastighet lyfter de inre hjulen från underlaget?
 Ledning: Betrakta det som ett fall av (approximativ) translationsrörelse. D.v.s $\sum M_{TP}=0$ kan användas. Beräkna sedan vilken friktionskoefficient μ som minst krävs för att bilen inte skall sladda innan hjulen lyfter.

6)

$a_n = \frac{v^2}{R}$
 $(\uparrow) N_y - mg = 0 ; N_y = mg$
 $(\leftarrow) F_y = m \frac{v^2}{R}$
 $\hat{M}_{TP} N_y \frac{b}{2} - F_y h = 0 ; \Rightarrow$

$mg \frac{b}{2} - m \frac{v^2}{R} h = 0 ; v = \sqrt{\frac{bR}{2h} g} = 25.6 \text{ m/s} = 92 \text{ km/h}$

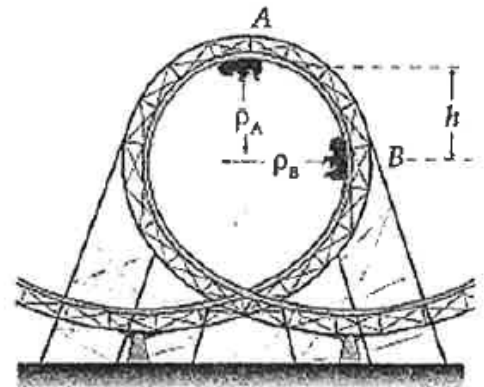
Minsta friktion: $F_y = \mu N_y ; \mu = \frac{m v^2 / R}{mg}$

$\mu = \frac{v^2}{Rg} = 0.67$

2011-08-26

Uppgift 6 (6 p)

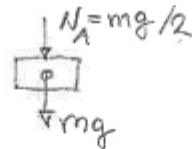
I berg- och dalbanans översta punkt A är normalkraften från banan på vagnen $mg/2$, där mg är vagnens tyngd och $m=700\text{kg}$. Banans krökningsradie är där $\rho_A=10\text{m}$. Hur stor är då normalkraften på vagnen i läget B på nivån $h=12\text{m}$ under A , om hastigheten där är vertikal och krökningsradien är $\rho_B=15\text{m}$. Friktionen försummas.



6) Betrakta först läge A:

NI: $(\downarrow) \frac{3}{2}mg = ma_n$

kinematik $a_n = \frac{v_A^2}{\rho_A} \Rightarrow v_A^2 = \frac{3}{2}g\rho_A \dots (*)$



Energi för lägena A och B:

$$E_A = mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2, \quad E_B = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$h_A = h = 12\text{m}$ och $h_B = 0$ (0-nivå)

Energi balans (inga förluster):

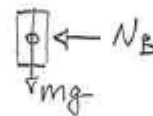
$$E_A = E_B \Rightarrow mgh + \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2;$$

$$2gh + v_A^2 = v_B^2$$

Använd (*) $\Rightarrow v_B^2 = 2gh + \frac{3}{2}g\rho_A \dots (**)$

Betrakta läge B:

NI (\leftarrow): $N_B = m \frac{v_B^2}{\rho_B}$



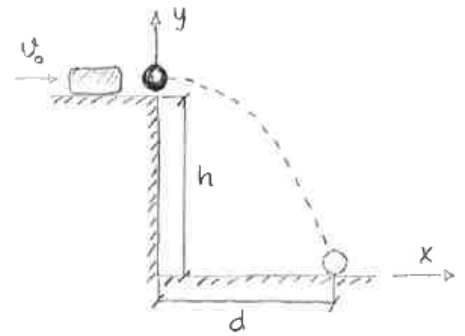
Sätt in (**) $\Rightarrow N_B = \frac{mg}{\rho_B} (2h + \frac{3}{2}\rho_A)$

$$N_B = \frac{700 \cdot 9,81}{15} \cdot (2 \cdot 12 + 1,5 \cdot 10) = 17,9 \text{ kN}$$

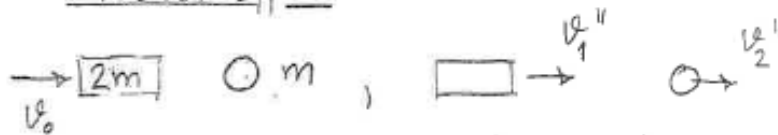
2013-05-28

Uppgift 7 (7 p)

En kula som har massan $m=0.15\text{kg}$ vilar på kanten enligt figuren då den träffas av ett block med massan $M=2m$ som har den horisontella hastigheten $v_0=3\text{m/s}$. Stöten antas vara helt elastisk d.v.s. stötalet $e=1$. Det vertikala avståndet $h=10\text{m}$ över nivån där kulan landar. Bestäm horisontella avståndet d som kulan når där den slår ner. Avgör också om blocket trillar över kanten. Luftmotstånd och friktion försummas.



7) Stöt förloppet:



$$(\rightarrow) 2m v_0 = 2m v_1'' + m v_2''$$

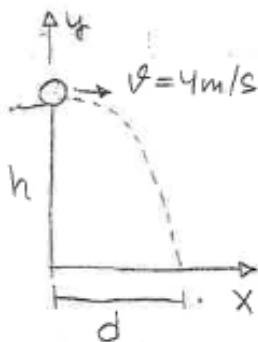
$$e = \frac{v_2'' - v_1''}{v_0} = 1; \quad v_2'' - v_1'' = v_0$$

$$\begin{cases} 2v_1'' + v_2'' = 2v_0 & \dots (1) \\ -v_1'' + v_2'' = v_0 & \dots (2) \end{cases} \quad 2 \times (2) + (1) \Rightarrow$$

$$3v_2'' = 4v_0; \quad v_2'' = \frac{4}{3}v_0 = \underline{4\text{m/s}}$$

$$(2) \Rightarrow v_1'' = v_2'' - v_0 = \frac{1}{3}v_0 > 0, \text{ blocket trillar över kanten}$$

Kastparabel:



x-led: $v_x = v; \quad x = v \cdot t;$

$x = d \Rightarrow t = \frac{d}{v};$

y-led: $v_y = -gt;$
 $y = h - g \frac{t^2}{2}$

$$y = 0 \quad \text{at} \quad t = \frac{d}{v} \Rightarrow h - \frac{g}{2} \frac{d^2}{v^2} = 0;$$

$$d = \sqrt{\frac{2h v^2}{g}} = \sqrt{\frac{20 \cdot 16}{9.81}} = \underline{5.71\text{m}}$$