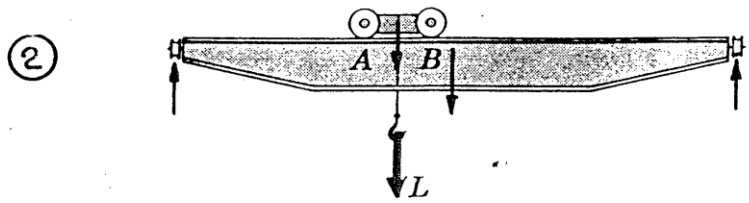
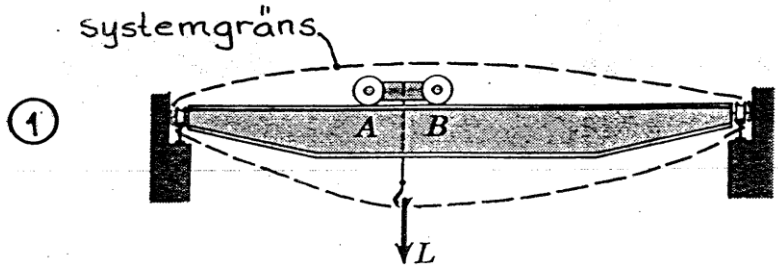
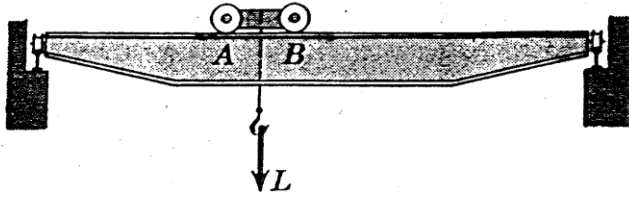


Föreläsningsspass 3:

* Friläggning och Jämvikt 2D (forts.)

Avsnitt i kursboken: 2.1, 2.2(ej f)

FRILÄGGNING OCH JÄMVIKT



③

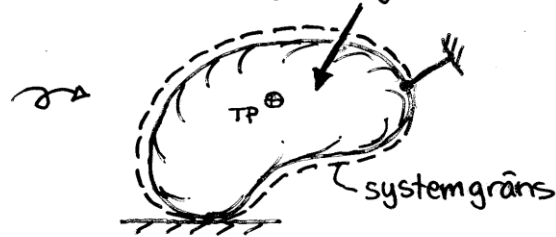
(\rightarrow)	$\Sigma F_x = 0$	} jämviktsvillkor
(\uparrow)	$\Sigma F_y = 0$	
\curvearrowright	$\Sigma M_o = 0$	

JÄMVIKTSBERÄKNING:

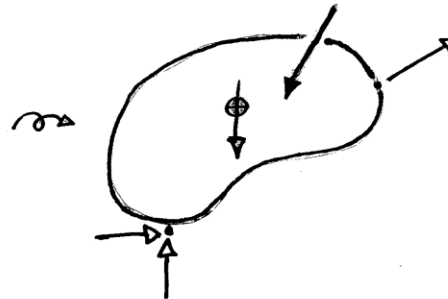
Kraft och momentbalans enligt jämviktsekvationerna för en avgränsad - frilagd kropp.

I varje jämviktsberäkning ingår:

① Avgränsad kropp



② Alla krafter som verkar på kroppen



③ Jämviktsekvationer

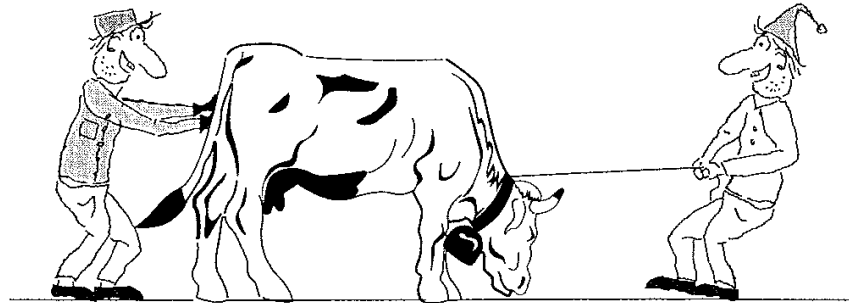
$$\approx \begin{cases} \sum \vec{F} = 0 \\ \sum \vec{M} = 0 \end{cases}$$

① + ② kallas friläggning

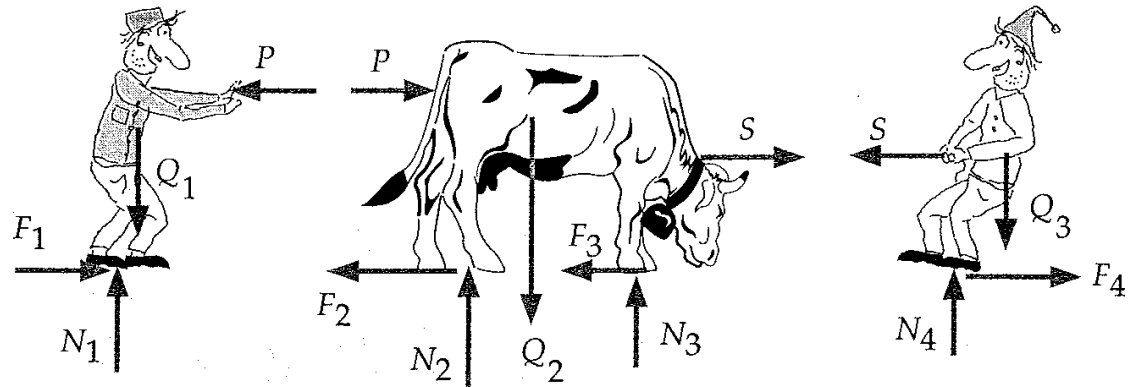
Newtons 3:e lag i samband med friläggning

Tillämpningen av lagen om verkan och motverkan förtjänar en egen rubrik som ovan. Vid problemlösning där man delar upp i flera delsystem måste denna lag vara ständigt närvarande i tankegångarna. Arbeta som övning igenom ill.ex. 2.1.2.

Boken Illustrationsex. 2.1.2






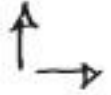



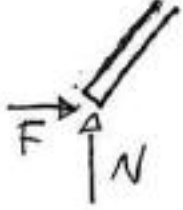
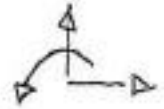

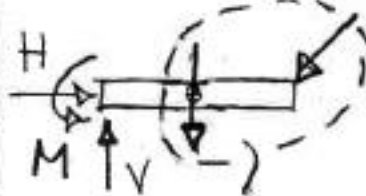


Lösning: Observera! – Krafterna med beloppet P måste enligt Newtons 3:e lag vara motsatt riktade och ha samma belopp. Det samma gäller krafterna med beloppet S .

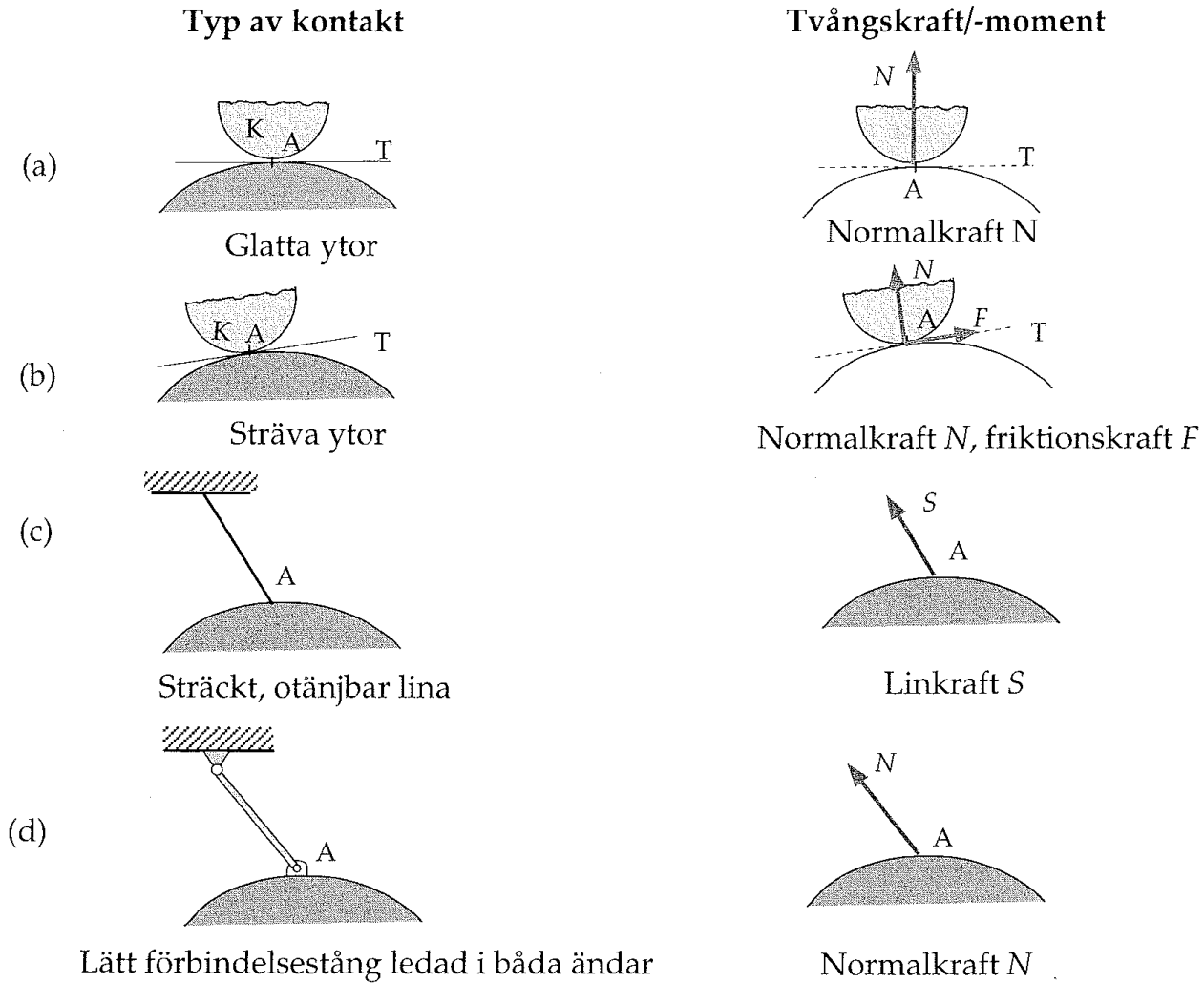


REAKTIONSKRAFTER

Viktigt att kunna koppla upplagssymbol med rätt krafter/moment:

Reaktion(er)	Symbol(er)	Ex.
	  glatt yta 	
	  sträv yta 	
	 fast insp.	

"OLIKA TYPER AV TVÅNG"

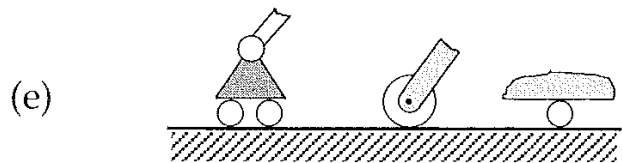


GALLERIET

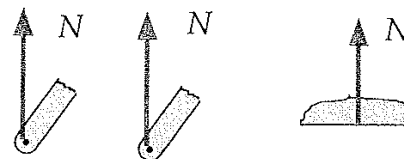


FOTO: DOUGLAS VAN REETH/AP

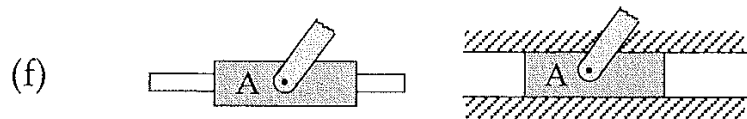
BAMBI PÅ HAL IS. Plötsligt bara vek sig de fyra benen. Underlaget var glashalt, så nu vet i varje fall den rådjurskalven hur den tecknade kollegan Bambi hade det.



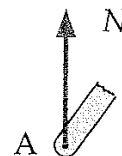
Rullager



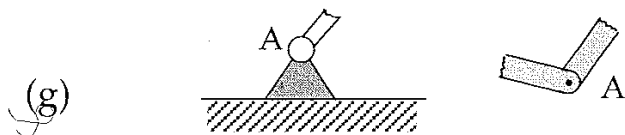
Normalkraft N



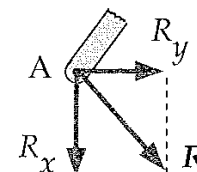
Glatt stång eller spår



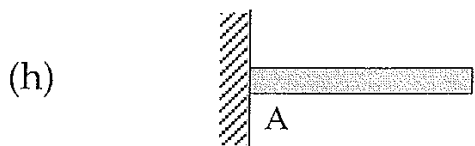
Normalkraft N



Friktionsfri led



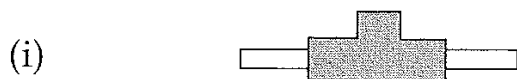
Reaktionskraft R med komponenter R_x och R_y



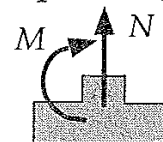
Fast inspänning



Reaktionskraft R med komponenter R_x och R_y och inspänningsmoment M



Glatt stång + fast inspänning

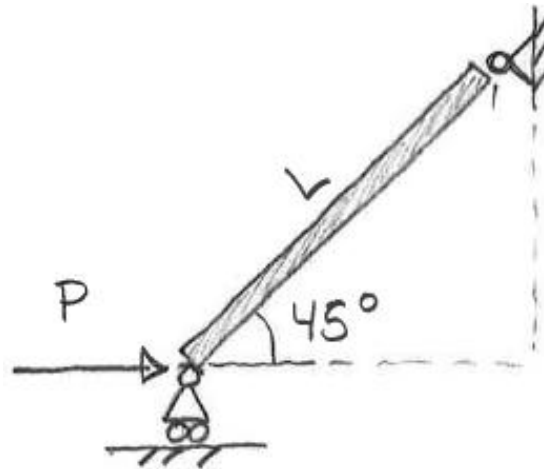


Normalkraft N och inspänningsmoment M

Figur 2.2.12

Ex. Lätt friktionsfritt ledad stång

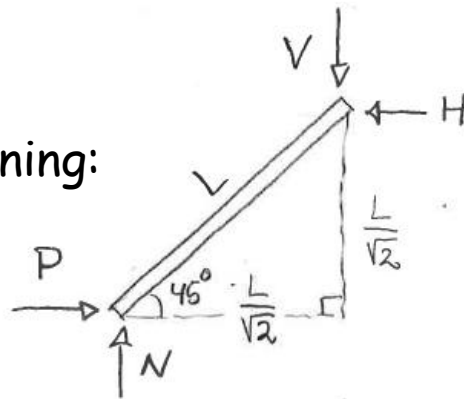
En lätt stång ledad i båda ändar påverkas av en känd kraft P enligt figuren.



Beräkna reaktionskrafterna samt bestäm också resultanterna till reaktionskrafterna i båda ändar.

Lösning:

Friläggnig:



"lätt stång" vikten kan försummas

$$(\rightarrow) P - H = 0 ; H = P$$

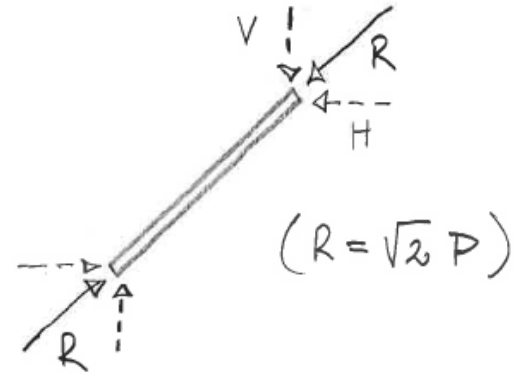
$$(\uparrow) N - V = 0 ; V = N$$

$$\curvearrowright N \cdot \frac{L}{\sqrt{2}} - P \cdot \frac{L}{\sqrt{2}} = 0 ; N = P$$

ALLtså $N = H = V = P$

Resultande kraft i stångens båda ändrar:

Resultanterna är riktade parallellt med stången

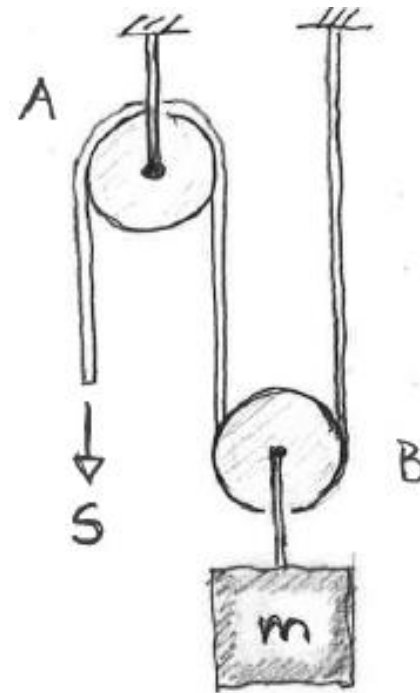


Detta gäller generellt för sk. tvåkraftssystem och utnyttjas i fackverk

Ex. Rep och friktionsfria trissor

Ett lätt rep som går genom lätta trissor A resp. B bär upp en vikt med den kända massan m .

Bestäm kraften S i repet.



Anm.

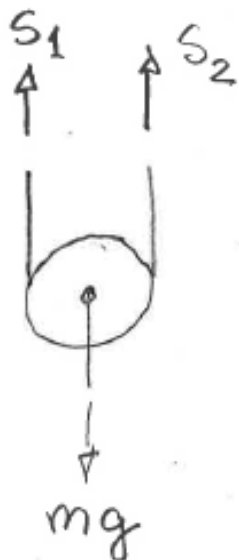
Repet och trissorerna har försumbar massa jämfört med vikten.

Lösning:

Friläggning
trissa A:



Friläggning
trissa B:



NIII

Momentjämvikt trissa A:

$$\curvearrowright S \cdot R - S_1 \cdot R = 0 ; S_1 = S$$

Momentjämvikt trissa B:

$$\curvearrowright S_2 \cdot R - S_1 \cdot R = 0 ; S_2 = S_1$$

Alltså $S_1 = S_2 = S$

Dvs samma (drag)kraft i varje snitt i linan.

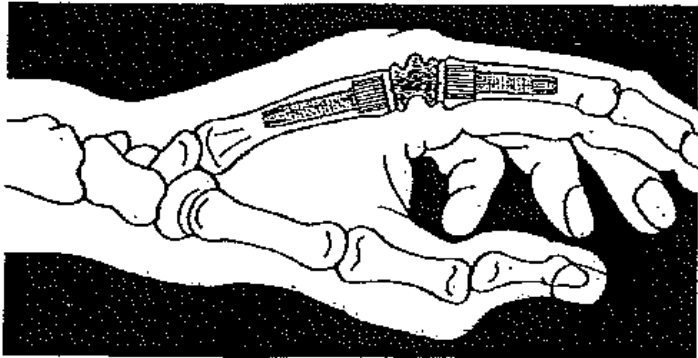
Detta gäller generellt för en lina genom ett godtyckligt antal trissor.

Med kännedom om detta hade vi direkt kunnat ställa upp en vertikal kraftjämvikt för enbart trissa B enligt:

$$(\uparrow) 2S - mg = 0 ; S = \frac{mg}{2}$$

Dragkraften i repet är alltså halva tyngden av vikten.

Utveckling av en konstgjord fingerled



Friläggning och jämvikt:

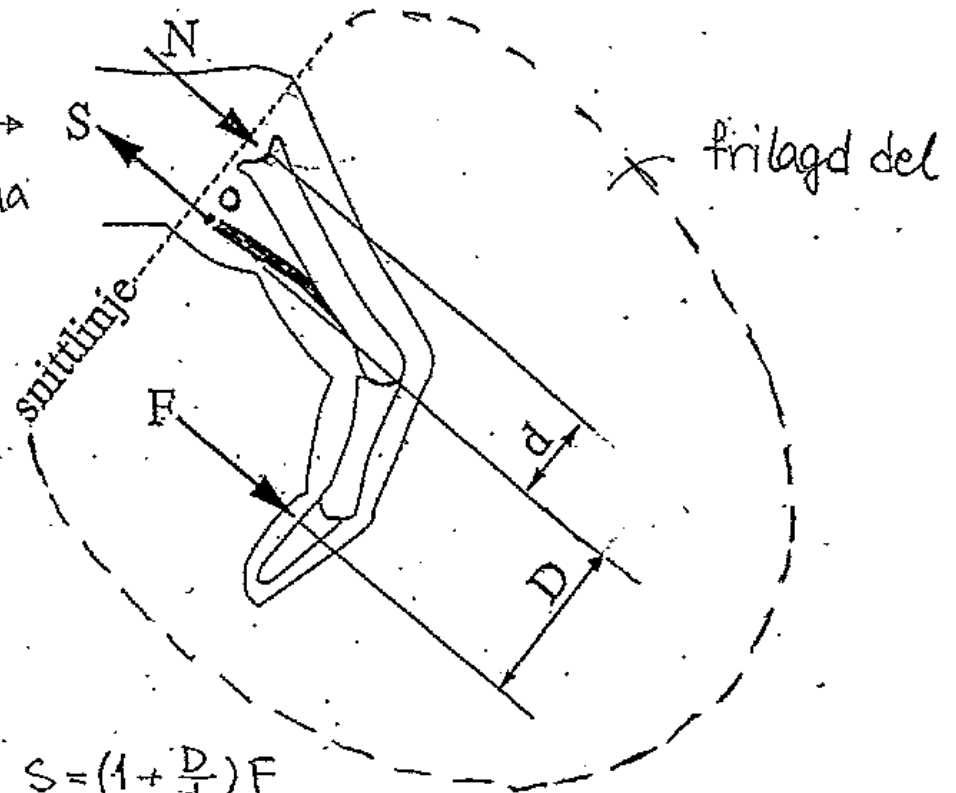
kraft i sena

Jämvikt:

$$\begin{aligned} (\downarrow) \quad N + F - S &= 0 \\ \curvearrowright \quad N \cdot d - F \cdot D &= 0 \end{aligned}$$

$$\curvearrowright \Rightarrow N = \underbrace{\frac{D}{d}}_{\approx 2-3} F \quad \text{och}$$

$$(\downarrow) \Rightarrow S = \underbrace{\left(1 + \frac{D}{d}\right)}_{\approx 3-4} F$$



SAMMANFATTNING; FRILÄGGNING & JÄMVIKT:

Varje jämviktsberäkning måste ske på en från omgivningen frilagd kropp!

Friläggning:

Enl. 1. och 2.

1. Fatta beslut om vilken eller vilka delar som skall friläggas. Rita en figur av den frilagda kroppen där ytterkonturen klart framgår. Var noga med att kroppen är totalt isolerad från omgivningen.

Jämviktsberäkning:

Enl. 3.

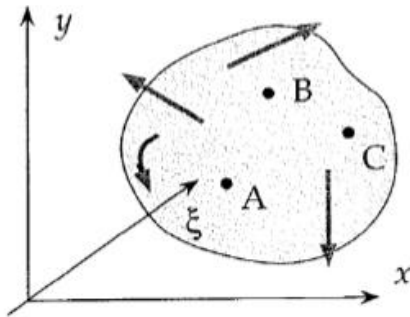
2. Sätt först ut alla yttre krafter som verkar på kroppen inklusive eventuell tyngdkraft. Gör sedan en systematisk genomgång av ytterkonturen och sätt ut krafter och moment som omgivningen påverkar den frilagda delen med.
3. Ställ upp jämviktsekvationerna och lös ut obekanta krafter och moment.

Alternativa jämviktsekvationer

Boken kap. 2.2(a)

Eftersom momentpunkten A i $\Sigma M_A = 0$ är en godtycklig punkt, skulle man kunna tycka att **fler än tre jämviktsekvationer skulle kunna ställas upp** genom att man utnyttjar andra momentpunkter, t ex B i figur 2.2.4. Man får då

$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \Sigma M_A = 0 \\ \Sigma M_B = 0 \end{cases}$$



Figur 2.2.4

Eftersom de tre ekvationerna (2.2.3) är uppfyllda, innebär detta att det verkande kraftsystemet kan reduceras till ett nollsystem. Därmed är ekvationen $\Sigma M_B = 0$ automatiskt uppfylld. Man har därmed inte tillfört någon ny information genom att lägga till den fjärde ekvationen. Matematiskt innebär detta att **de fyra ekvationerna är linjärt beroende**.

Dock kan man välja sina tre jämviktsekvationer på andra sätt än vad som gjordes i ekv (2.2.3). En av de två kraftekvationerna i (2.2.3) kan ersättas av ytterligare en momentekvation. Man får då t ex

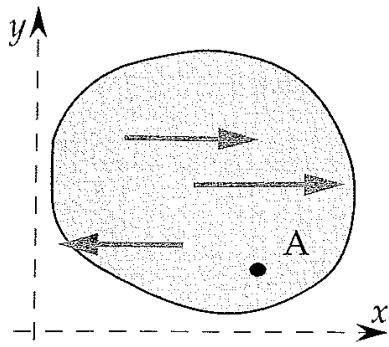
$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma M_A = 0 \quad \Sigma M_B = 0 \quad (2.2.4)$$

En annan möjlighet är att ställa upp tre momentekvationer, t ex

$$\Sigma M_A = 0 \quad \Sigma M_B = 0 \quad \Sigma M_C = 0 \quad (2.2.5)$$

Ytterligare möjligheter fås om man betraktar två icke-vinkelräta komponenter av ekvationen $\Sigma F = 0$, förslagsvis (se figur 2.2.4)

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_\xi = 0 \quad \Sigma M_A = 0 \quad (2.2.6)$$

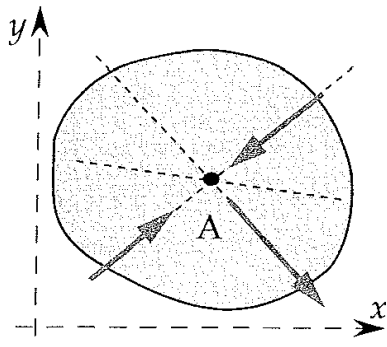


Figur 2.2.6

I figur 2.2.6 är samtliga krafter parallella. Ekvationen $\Sigma F_y = 0$ blir då automatiskt uppfylld. Vi kan därför endast ställa upp två oberoende ekvationer, t ex

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma M_A = 0$$

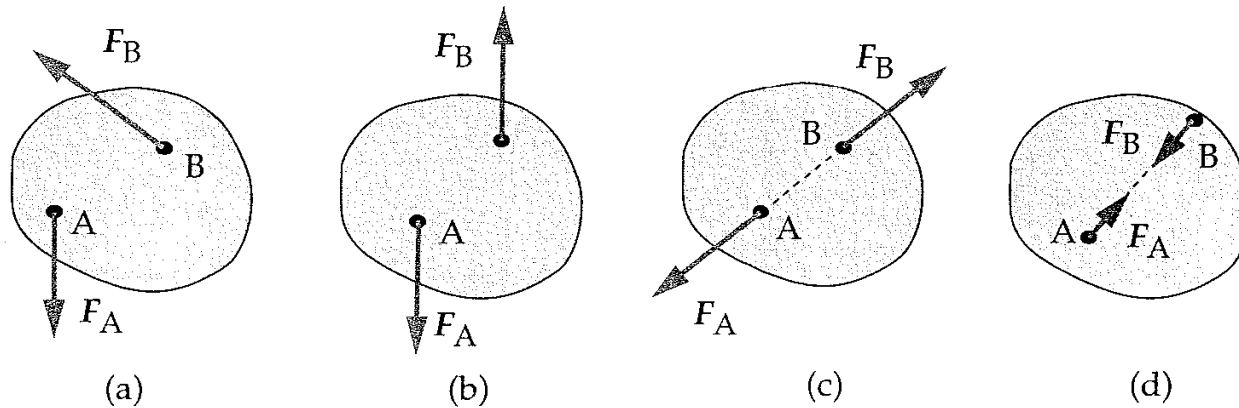


Figur 2.2.7

I figur 2.2.7 ser vi exempel på ett kraftsystem, där samtliga krafter verkningslinjer skär varandra i en punkt A. Då blir ekvationen $\Sigma M_A = 0$ automatiskt satisfierad. Följaktligen återstår två oberoende ekvationer, t ex

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$



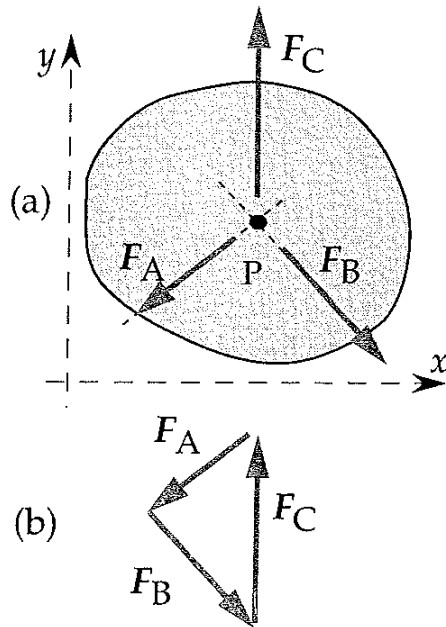
Figur 2.2.8

Jämviktsvillkoret $\Sigma F = 0$ ger då: $F_A + F_B = 0 \Rightarrow F_B = -F_A$

Det verkande kraftsystemet är alltså ett kraftpar enligt figur 2.2.8(b).

Eftersom $\Sigma M_B = 0$ vid jämvikt måste dessutom verkningslinjen för kraften F_A passera genom B. Detta leder till en kraftbild som i figur 2.2.8(c) eller (d). I avsnitt 2.2(e) nedan, där s k fackverk behandlas, skall vi ha stor nytta av denna slutsats.

Speciella tvådim. kraftsystem forts.



Figur 2.2.9

Trekraftsystem

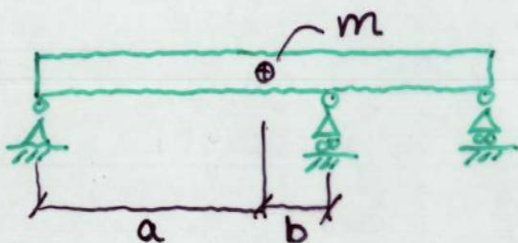
Om det verkande kraftsystemet istället består av tre krafter, F_A , F_B och F_C , måste verkningslinjerna för dessa skära varandra i en punkt P (figur 2.2.9(a)).

Om så inte vore fallet, skulle nämligen kraften F_C ensam ha ett moment m a p den punkt där verkningslinjerna för F_A och F_B skär varandra. I så fall skulle momentsumman m a p denna punkt vara skild från noll, vilket strider mot jämviktsvillkoren.

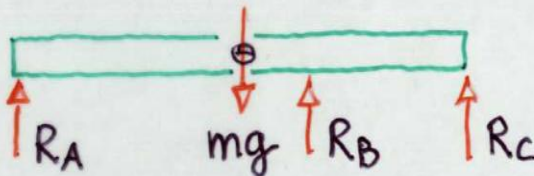
Vidare leder här villkoret $\Sigma \mathbf{F} = 0$ till att kraftvektorerna måste bilda en triangel enligt figur 2.2.9(b) vid jämvikt. Detta kan ibland vara användbart vid lösning av sådana problem, där krafternas riktningar är kända tillsammans med beloppet av någon av krafterna. Se illustrationsexempel 2.2.2.

STATISKT OBESTÄMDA PROBLEM

EX. Balk på tre stöd:

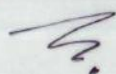


* Friläggning:



* Jämvikt:

2 ekv. och
3 obek.



$$\left\{ \begin{array}{l} (\rightarrow) \text{ ger inget} \\ (\uparrow) \quad R_A + R_B + R_C - mg = 0 \\ \overset{\curvearrowright}{TP} \quad -a R_A + b R_B + a \cdot R_C = 0 \end{array} \right.$$

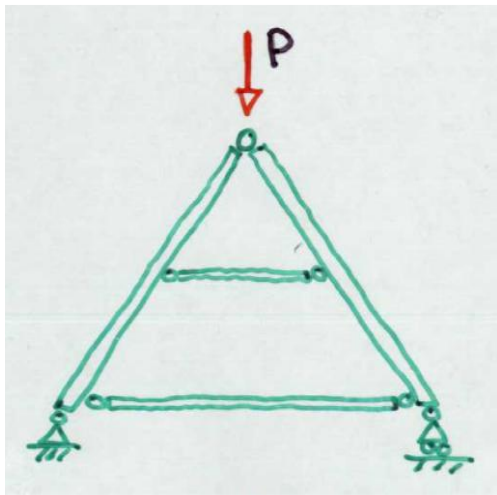
Jämvikten räcker inte för att lösa problemet

Stelkroppsmodellen är otillräcklig.

Teori för deformerbare kroppar krävs (Byggmek AK).

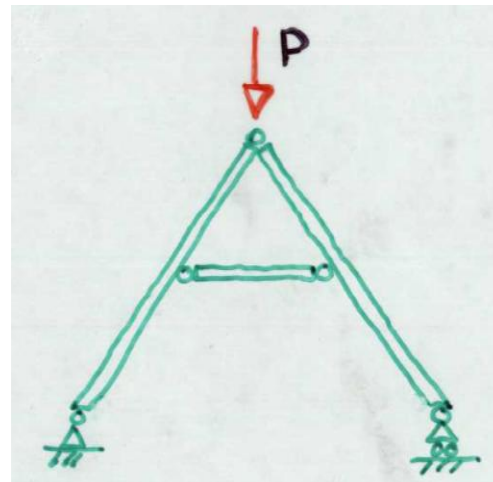
STATISKT OBESTÄMD - STATISKT BEST. - MEKANISM

Statiskt
obestämd
konstruktion



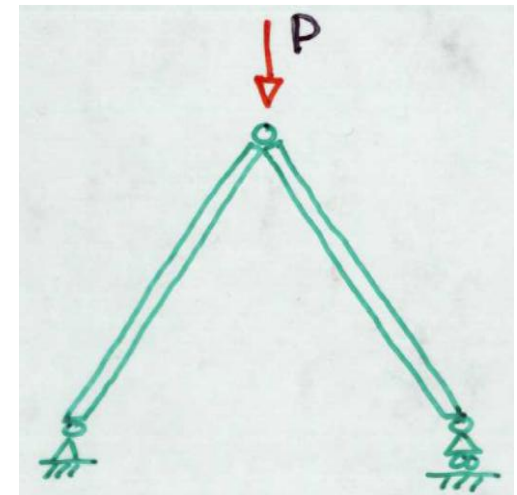
Flera lastvägar är
möjliga

Statiskt
bestämd
konstruktion



Jämviktsekvationerna
bestämmer krafterna

Mekanism



Konstruktionen är
inte i jämvikt

I mekanikkursen behandlas statiskt bestämda system och mekanismer