

Mekanik för V och Bi

- **Föreläsningar, seminarieräkning och kursansvar:**

Per-Erik Austrell

- **Övningar:**

Johan Bengtsson

Ernest Björklund,

Ebba Gipperth,

Joel Robertsson Sunesson

Föreläsningsspass 1 och 2

➤ Vad är mekanik?

➤ Krafter 2D

➤ Moment

➤ Allmänt om kursen

➤ Jämvikt 2D introd.

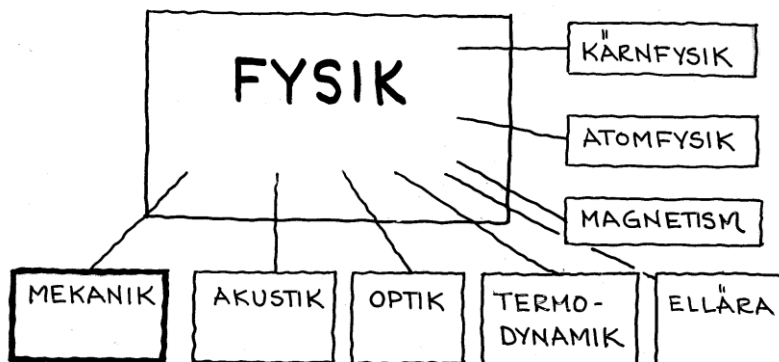
Avsnitt i kursboken:
I, 1.1, 1.2(ej e), 2.1

MEKANIK

MEKANIK

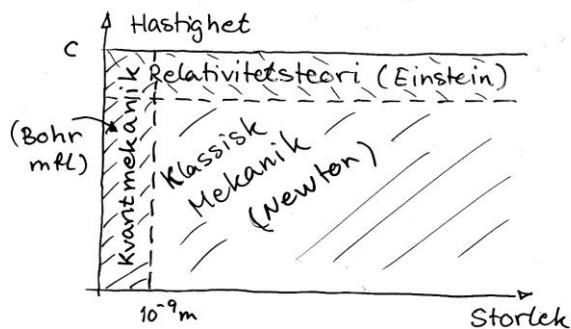
- den äldsta av fysikens vetenskaper
- formuleras med hjälp av fysikens språk - matematik
- ingår som del i de flesta ingenjörsvetenskaperna

MEKANIK - EN DEL AV FYSIKEN



KLASSISK MEKANIK I DEN MODERNA FYSIKEN

Den klassiska mekaniken är giltig i de flesta sammanhang



Men inte vid extremt höga hastigheter och atomära storlekar.



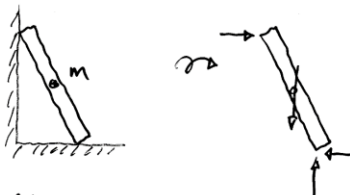
Mekaniken ger teknisk allmänbildning nödvändig för en rad ämnen som tex



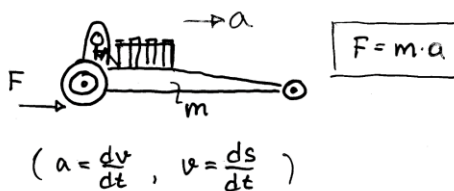
Mekanik är ett grundläggande ämne i all ingenjörsutbildning

Behandlar
begrepp som
kraft,
moment,
arbete,
energi mm
med
matematiska
metoder

STATIK: jämviktslikvationer



DYNAMIK: Rörelselagarna



Isaac Newton
(1642-1727)

Den som mest
förknippas med
klassisk mekanik

En av tidernas
största
vetenskapsmän



Urklipp Sydsvenskan ...

FALL BAR FRUKT. Varje skolbarn har vid någon tidpunkt hört talas om det äpple som gjorde sambanden tydliga. Äpplet faller mot jorden för att jorden drar det till sig och Newton utarbetade beskrivningen av den universella gravitationen. Varje partikel i universum attraherar varje annan partikel med en kraft...

Hemlighetsfull, motsägelsefull och formidabel. Isaac Newton har betytt mer för modern matematisk forskning än någon annan. Sidan B4

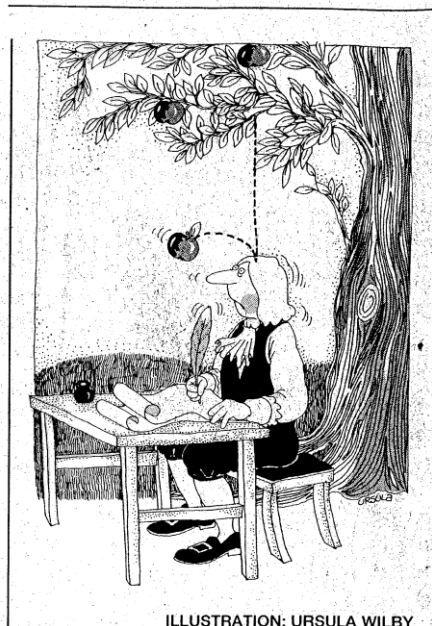


ILLUSTRATION: URSULA WILBY

NEWTONS PRINCIPIA

Sir Isaac Newton 1642 - 1727

"Philosophiae Naturalis
Principia Mathematica" 1687

En mästertlig synetes av begreppen kraft och rörelse.

Rörelselagarna :

$\left\{ \begin{array}{l} \text{NI: Tröghetslagen } (= \text{GI}) \\ \text{NII: Rörelselagen } F = ma \\ \text{NIII: Verkan och motverkan} \end{array} \right.$

Gravitationslagen :



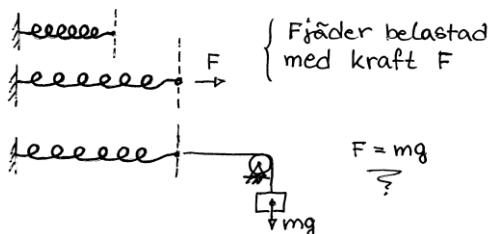
Den universella gravitationskonstanten..

GRUNDLÄGGANDE BEGREPP

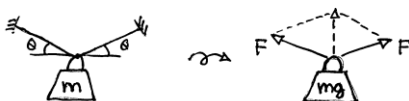
- * Rum: Geometriskt område, beskrivs av två eller tre koordinater
- * Tid: Grundvariabel i dynamiken
- * Partikel: Kropp vars storlek är utan betydelse
- * Stel kropp: Kropp vars deformation under belastning är försumbar
- * Massa: Mått på en kropps motstånd mot hastighetsändring. Också upphov till gravitationsverkan.
- * Kraft: Verkan mellan kroppar i form av "drag" eller "tryck"

VAD ÄR KRAFT?

- * Krafter kan jämföras med tyngdkraft:



- * Kraft är en vektorstorhet:



- * Två typer av krafter i mekaniken: Gravitationskraft och kontakt - krafter.

OLIKA TYPER AV KRAFTER:

- * Yttre eller inre krafter



I mekanik kursen behandlas endast yttre krafter

- * Yttre krafter är antingen pålagda eller reaktionskrafter



- * I kursen förekommer kontaktkrafter eller kroppskrafter

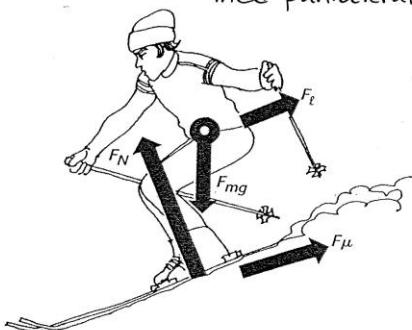
Ex. R_A respektive mg ovan.

- * Förutom punkt krafter förekommer också fördelade krafter

Ex Gravitationskraft och hydrostatiskt tryck.

PUNKTKRAFTEN - EN IDEALISERING

Utbredda laster, kraft/ytenhet eller kraft/volymsenhet ersätts med punktkrafter



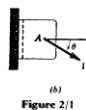
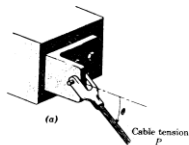
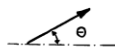
ofta användbart att räkna med krafter som om de var koncentrerade till en punkt.

EN KRAFT KÄNNETECKNAS AV

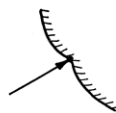
- storlek



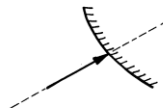
- riktning



- angreppspunkt
(deformerbar kropp)
(hållfasthetslära)

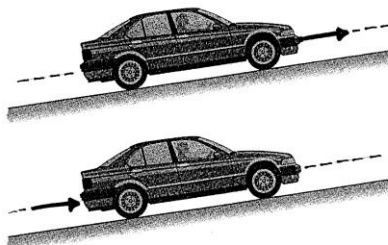


- Verkningslinje
(stel kropp)
(klassisk mekanik)



KRAFTENS VERKNINGS- LINJE

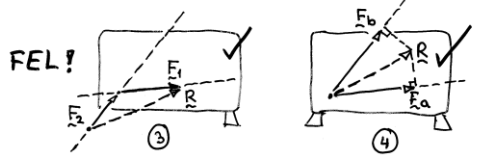
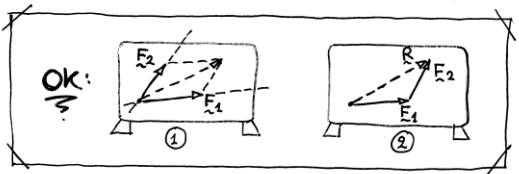
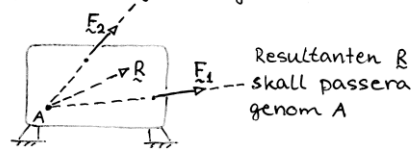
Verkningslinjen är parallell med kraften och passerar genom kraftens angrepps punkt



En kraft som verkar på en stel kropp kan förflyttas längs verkningslinjen

ADDITION AV KRAFTER

Krafter är vektorstorheter som adderas med parallelogram lagen.



③ och ④ ger en felaktig resultant R!

1.2 Krafter i två dimensioner

(a) Koordinatsystem, komponenter

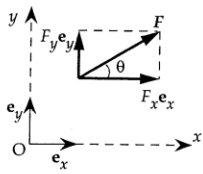
Som vi såg i föregående avsnitt är det alltid möjligt att dela upp en kraft i komponenter längs givna riktningar enligt parallelogramlagen. Speciellt kan vi tänka oss att dessa komponenter bildar rät vinkel med varandra.

Vi kan då införa ett rätvinkligt koordinatsystem Oxy enligt figur 1.2.1 och ersätta en kraft F med komponenter parallella med koordinataxlarna. Då gäller

$$F = F_x e_x + F_y e_y \tag{1.2.1}$$

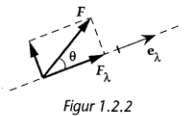
där e_x och e_y är enhetsvektorer parallella med koordinataxlarna.

Mellan kraftens komponenter F_x och F_y , kraftens belopp $F = |F|$ och vinkeln θ i figur 1.2.1 råder då följande samband:



Figur 1.2.1

$$\begin{cases} F_x = F \cos \theta \\ F_y = F \sin \theta \end{cases} \quad \begin{cases} F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\ \tan \theta = F_y / F_x \end{cases} \tag{1.2.2}$$



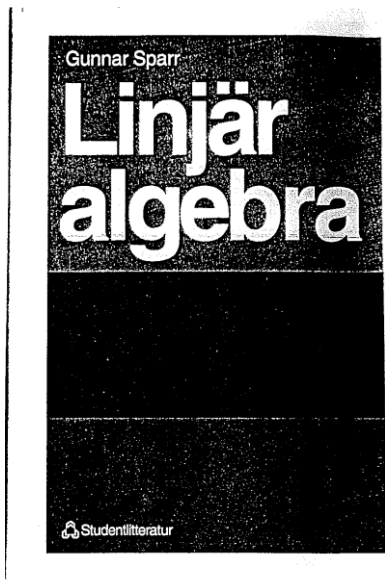
Figur 1.2.2

Betrakta figur 1.2.2, där kraften F delats upp i två mot varandra vinkelräta komponenter, där riktningen av den ena bestäms av enhetsvektorn e_λ . Denna komponent kan skrivas

$$F_\lambda = F_\lambda e_\lambda \tag{1.2.3}$$

där $F_\lambda = |F| \cos \theta = F \cdot e_\lambda$

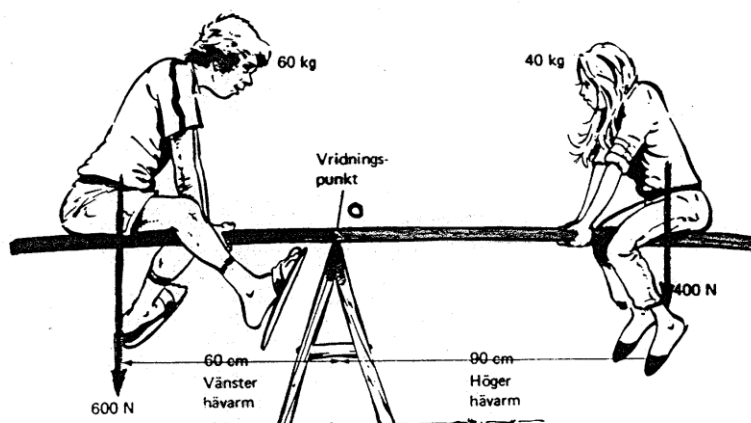
Om vinkeln $\theta \leq 90^\circ$ är alltså F_λ lika med beloppet av komponenten F_λ .



Innehåll

1 Linjära ekvationssystem	
1.1 Inledande exempel	17
1.2 Gausselimination	20
1.3 De tre typerna av lösningssätt	33
1.4 Notiser	40
2 Geometriska vektorer	17
2.1 Vektorbegreppet	17
2.2 Räkneoperationer för vektorer	28
2.3 Bas och koordinater	33
2.4 Linjärt beroende och linjärt oberoende	37
2.5 Basbyten	40
2.6 Notiser	40
3 Linjer och plan	43
3.1 Koordinatsystem	43
3.2 Linjens ekvation	47
3.3 Planets ekvation	53
3.4 Geometrisk teori för linjära ekvationssystem	58
3.5 Notiser	62
4 Skalär produkt	63
4.1 Definition och räknelagar	63
4.2 Ortonormerad bas	68
4.3 Några geometriska tillämpningar	73
5 Vektorprodukt	81
5.1 Orientering	81
5.2 Vektorprodukt och skalär trippelprodukt	84
5.3 Räknelagar	87
5.4 Vektorprodukt i ortonormerade baser	89
5.5 Några geometriska tillämpningar	91
5.6 Vektoriell trippelprodukt	96

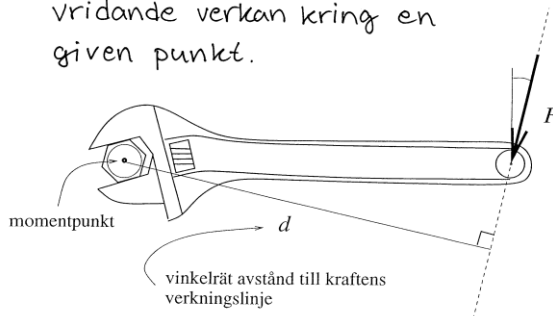
VAD ÄR MOMENT ?



$$600\text{N} \times 0.6\text{m} = 400\text{N} \times 0.9\text{m} \quad \text{Moment map } O$$

DEFINITION AV MOMENT

Moment är ett mått på en krafts vridande verkan kring en given punkt.

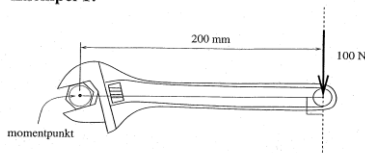


$$M = F \cdot d$$

Momentet räknas i förhållande till en referensriktning ;
 ↻ medurs eller ↺ moturs

MOMENT BERÄKNING :

Exempel 1:

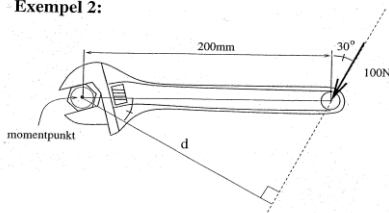


Lösningar

Ex 1.

$$\curvearrowright M = 100 \cdot 0.2 = \underline{20 \text{ Nm}}$$

Exempel 2:

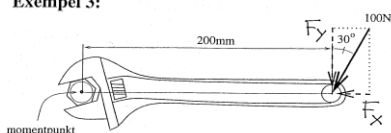


Ex 2

$$\text{Hävarmen: } d = 200 \cdot \cos 30^\circ = 173 \text{ mm}$$

$$\curvearrowright M = 100 \cdot 0.173 = \underline{17.3 \text{ Nm}}$$

Exempel 3:



Ex 3

Komponentuppdelning:

$$\begin{cases} F_x = 100 \cdot \sin 30^\circ = 50 \text{ N} \\ F_y = 100 \cdot \cos 30^\circ = 87 \text{ N} \end{cases}$$

$$\curvearrowright M = 50 \cdot 0 + 87 \cdot 0.2 = \underline{17.3 \text{ Nm}}$$