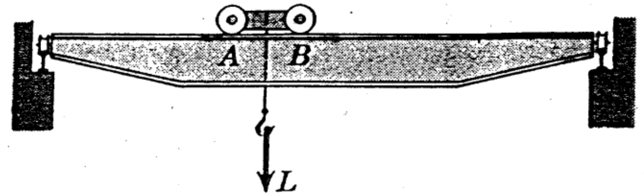
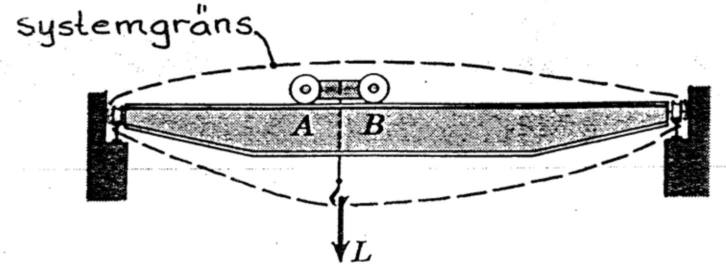
<u>Föreläsningspass 3:</u>

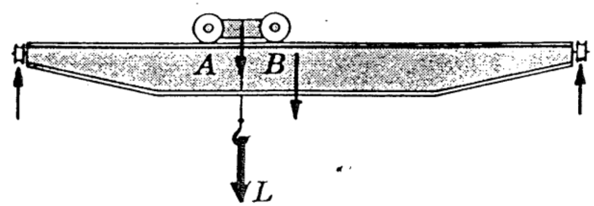
* Friläggning och Jämvikt 2D (forts.)

Avsnitt i kursboken: 2.1, 2.2(ej f)

FRILÄGGNING OCH JÄMVIKT



① 

② 

③

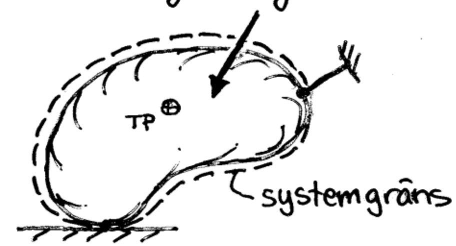
$$\left.\begin{array}{ll} (\rightarrow) & \Sigma F_x = 0 \\ (\uparrow) & \Sigma F_y = 0 \\ (\circlearrowleft_0) & \Sigma M_0 = 0 \end{array}\right\} \text{jämviktsvillkor}$$

JÄMVIKTSBERÄKNING:

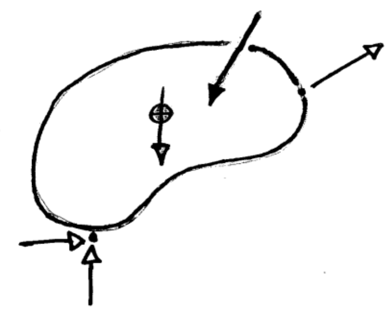
Kraft och momentbalans enligt jämviktsekvationerna för en avgränsad – frilagd kropp.

I varje jämviktsberäkning ingår:

1 Avgränsad kropp



2 Alla krafter som verkar på kroppen



3 Jämvikts-ekvationer

$$\begin{cases} \sum \underset{\sim}{F} = 0 \\ \sum \underset{\sim}{M} = 0 \end{cases}$$

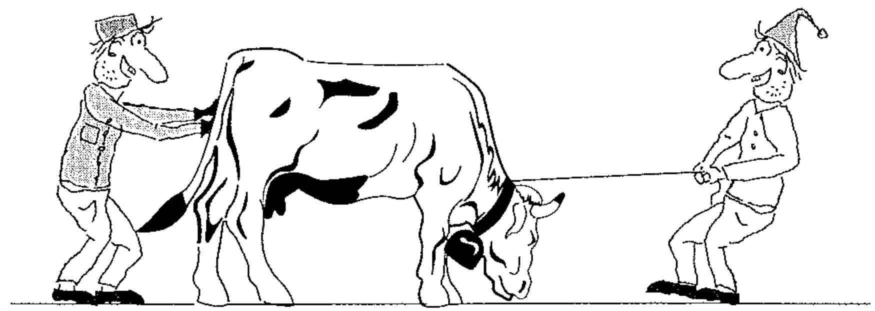
1 + 2 kallas **friläggning**

Newtons 3:e lag i samband med friläggning

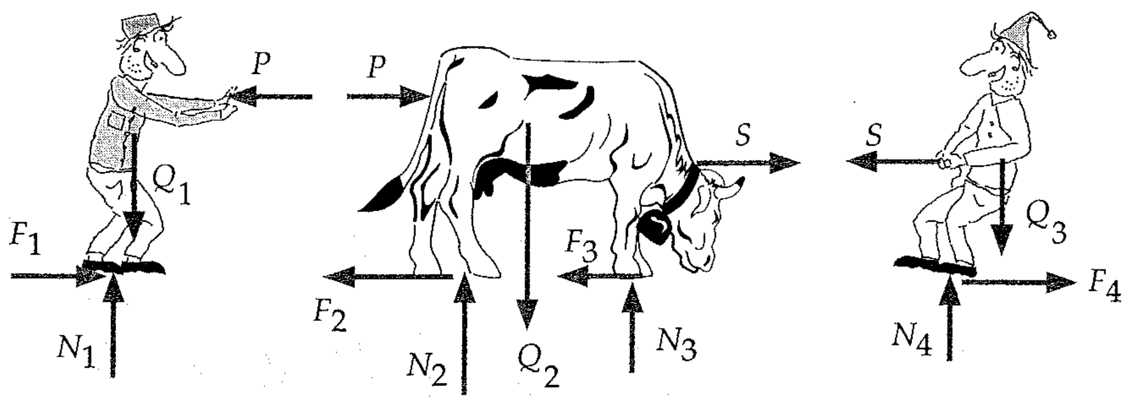
Boken s. 70 …

Tillämpningen av lagen om verkan och motverkan förtjänar en egen rubrik som ovan. Vid problemlösning där man delar upp i flera delsystem måste denna lag vara ständigt närvarande i tankegångarna. Arbeta som övning igenom ill.ex. 2.1.2.

Illustrationsexempel 2.1.2

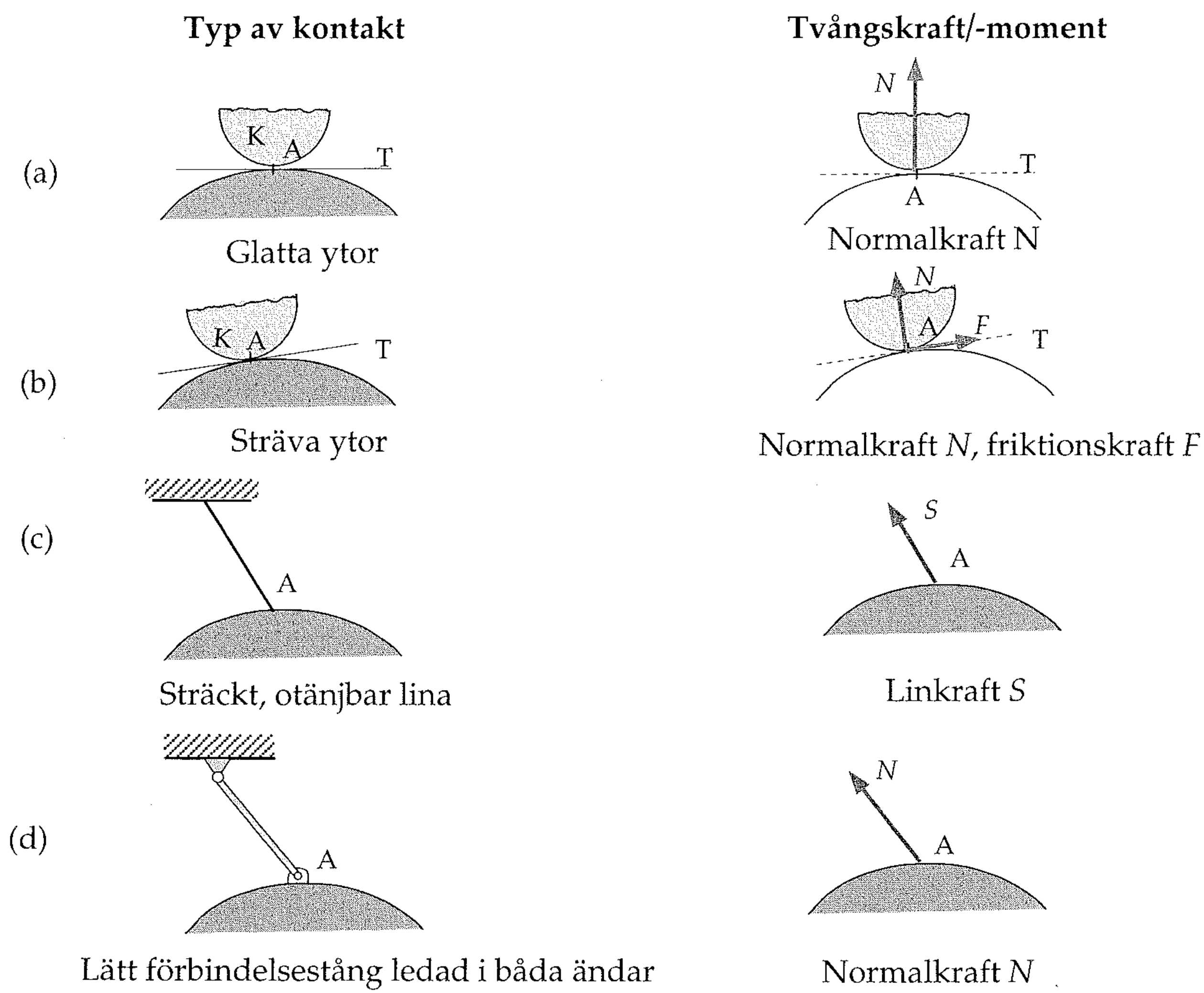


Lösning: Observera! – Krafterna med beloppet P måste enligt Newtons 3:e lag vara motsatt riktade och ha samma belopp. Detsamma gäller krafterna med beloppet S.



OLIKA TYPER AV TVÅNG

Kap. 2.2
s. 82



GALLERIET

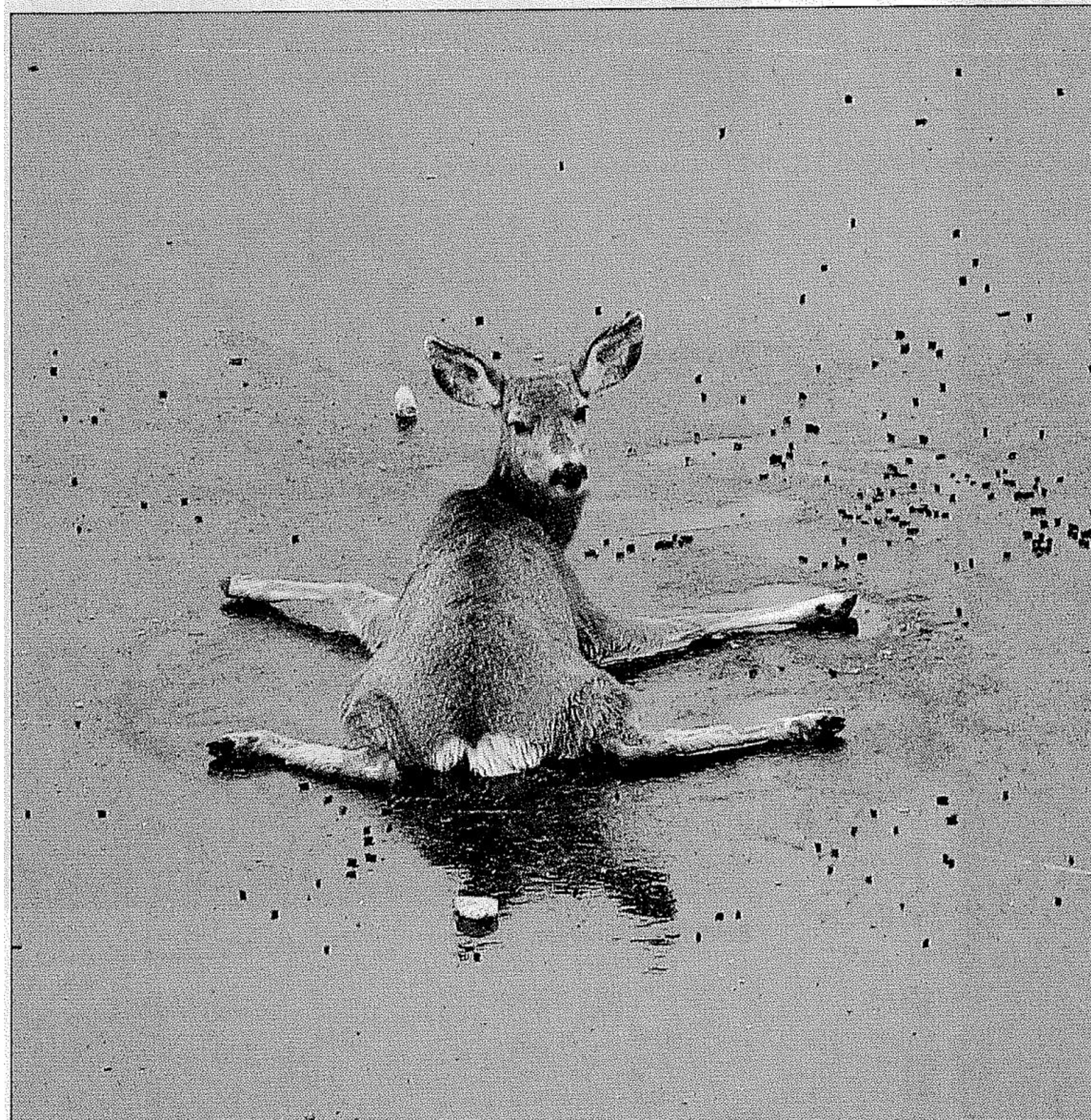
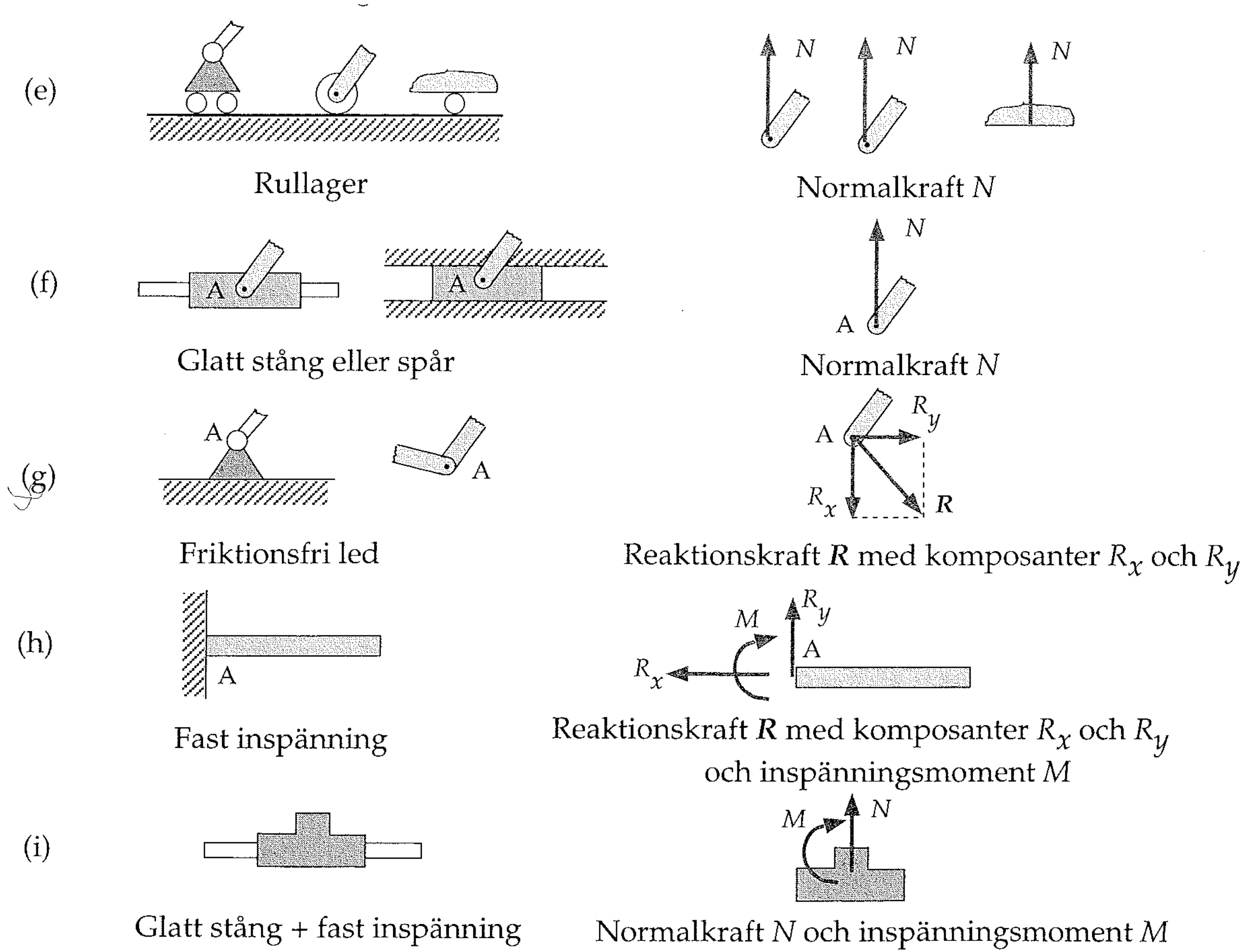


FOTO: DOUGLAS VAN REETH/AP

BAMBI PÅ HAL IS. Plötsligt bara vek sig de fyra benen. Underlaget var glashalt, så nu vet i varje fall den rådjurskalven hur den tecknade kollegan Bambi hade det.

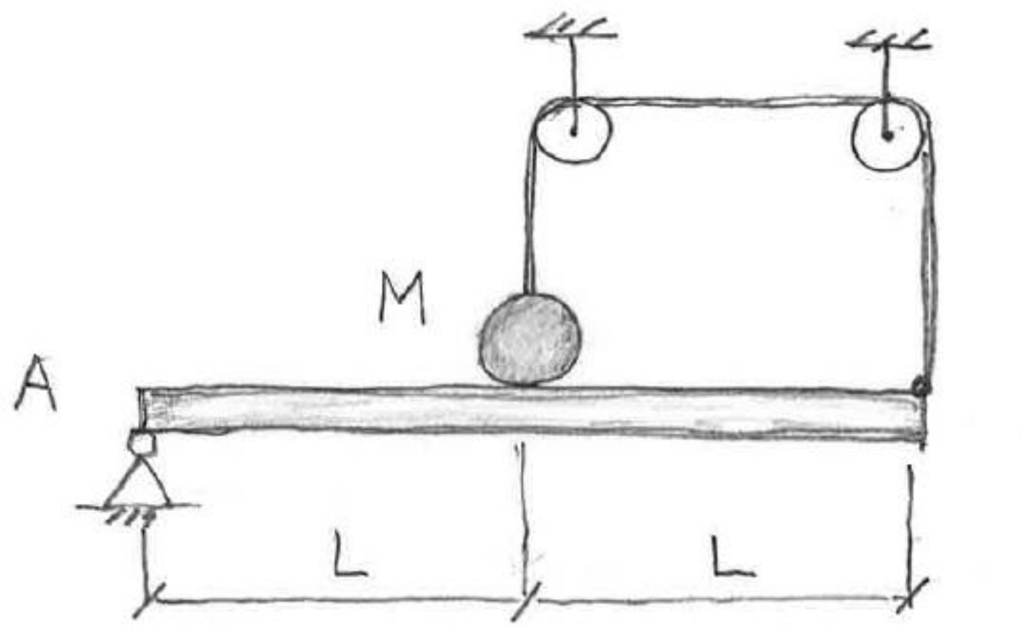


(e)
Rullager
N
N
N
Normalkraft N
(f)
A
A
Glatt stång eller spår
N
A
Normalkraft N
(g)
A
A
Friktionsfri led
A
R_y
R_x
R
Reaktionskraft R med komposanter R_x och R_y
(h)
A
Fast inspänning
M
R_y
A
R_x
Reaktionskraft R med komposanter R_x och R_y
och inspänningsmoment M
(i)
Glatt stång + fast inspänning
M
N
Normalkraft N och inspänningsmoment M

Figur 2.2.12

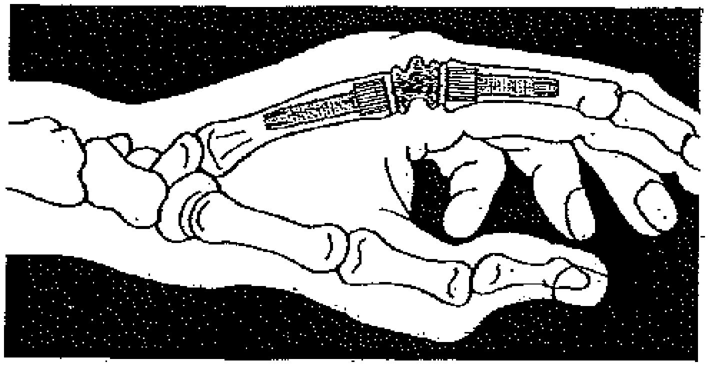
Ex. Stång och vikt i kontakt

En lätt stång (ledad vid A) är kopplad till en lina med en vikt med massan M. Linan är avpassad så att vikten går i kontakt med stången när den är i horisontellt läge.

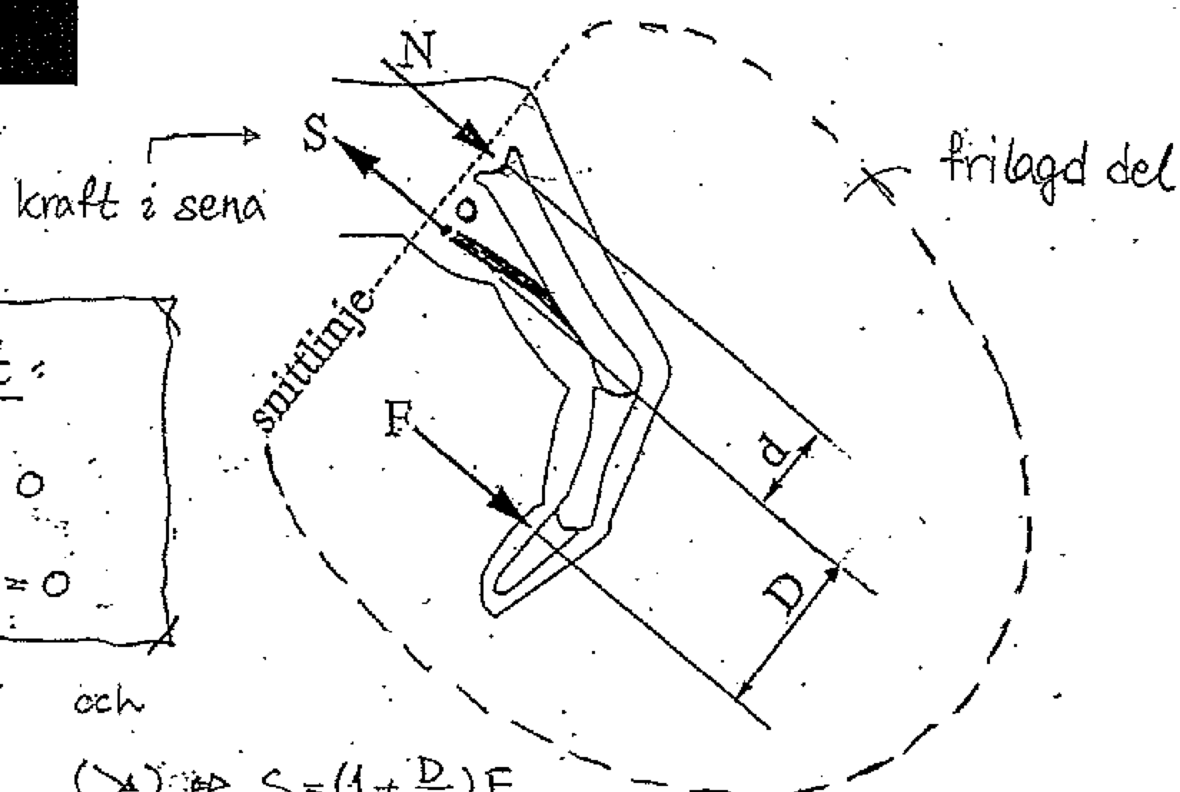


Bestäm kontaktkraften mellan vikt och stång.

Utveckling av en konstgjord fingerled



Friläggning och jämvikt:



Jämvikt:

$(\searrow)\quad N + F - S = 0$

$\curvearrowright_{O}\quad N \cdot d - F \cdot D = 0$

$\curvearrowright_{O} \Rightarrow \quad N = \underbrace{\frac{D}{d}}_{\approx 2-3} F$ och

$(\searrow) \Rightarrow \quad S = \underbrace{\left(1 + \frac{D}{d}\right)}_{\approx 3-4} F$

SAMMANFATTNING; FRILÄGGNING & JÄMVIKT:

Varje jämviktsberäkning måste ske på en från omgivningen frilagd kropp!

Friläggning:

Enl. 1. och 2.

Jämvikts-beräkning:

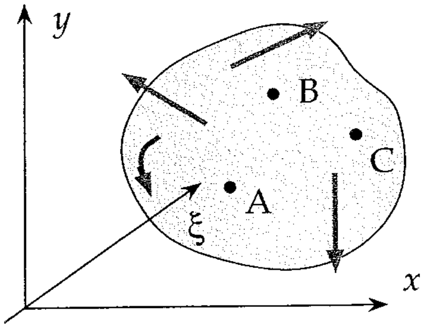
Enl. 3.

1. Fatta beslut om vilken eller vilka delar som skall friläggas. Rita en figur av den frilagda kroppen där ytterkonturen klart framgår. Var noga med att kroppen är totalt isolerad från omgivningen.

2. Sätt först ut alla yttre krafter som verkar på kroppen inklusive eventuell tyngdkraft. Gör sedan en systematisk genomgång av ytterkonturen och sätt ut krafter och moment som omgivningen påverkar den frilagda delen med.

3. Ställ upp jämviktsekvationerna och lös ut obekanta krafter och moment.

Alternativa jämviktsekvationer



Figur 2.2.4

Eftersom momentpunkten A i $\Sigma M_A = 0$ är en godtycklig punkt, skulle man kunna tycka att fler än tre jämviktsekvationer skulle kunna ställas upp genom att man utnyttjar andra momentpunkter, t ex B i figur 2.2.4. Man får då

$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \Sigma M_A = 0 \\ \Sigma M_B = 0 \end{cases}$$

Eftersom de tre ekvationerna (2.2.3) är uppfyllda, innebär detta att det verkande kraftsystemet kan reduceras till ett nollsystem. Därmed är ekvationen $\Sigma M_B = 0$ automatiskt uppfylld. Man har därmed inte tillfört någon ny information genom att lägga till den fjärde ekvationen. Matematiskt innebär detta att de fyra ekvationerna är linjärt beroende.

Dock kan man välja sina tre jämviktsekvationer på andra sätt än vad som gjordes i ekv (2.2.3). En av de två kraftekvationerna i (2.2.3) kan ersättas av ytterligare en momentekvation. Man får då t ex

Alt. a)
$$\Sigma F_x = 0 \qquad \Sigma M_A = 0 \qquad \Sigma M_B = 0 \tag{2.2.4}$$

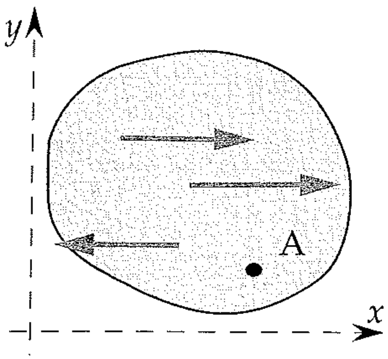
En annan möjlighet är att ställa upp tre momentekvationer, t ex

b)
$$\Sigma M_A = 0 \qquad \Sigma M_B = 0 \qquad \Sigma M_C = 0 \tag{2.2.5}$$

Ytterligare möjligheter fås om man betraktar två icke-vinkelräta komponenter av ekvationen $\Sigma \boldsymbol{F} = 0$, förslagsvis (se figur 2.2.4)

c)
$$\Sigma F_x = 0 \qquad \Sigma F_\xi = 0 \qquad \Sigma M_A = 0 \tag{2.2.6}$$

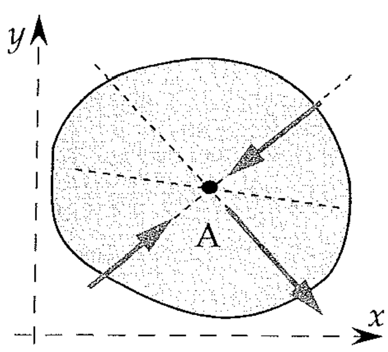
Speciella tvådimensionella kraftsystem



Figur 2.2.6

I figur 2.2.6 är samtliga krafter parallella. Ekvationen $\Sigma F_y = 0$ blir då automatiskt uppfylld. Vi kan därför endast ställa upp två oberoende ekvationer, t ex

$$\Sigma F_x = 0 \qquad \Sigma M_A = 0$$



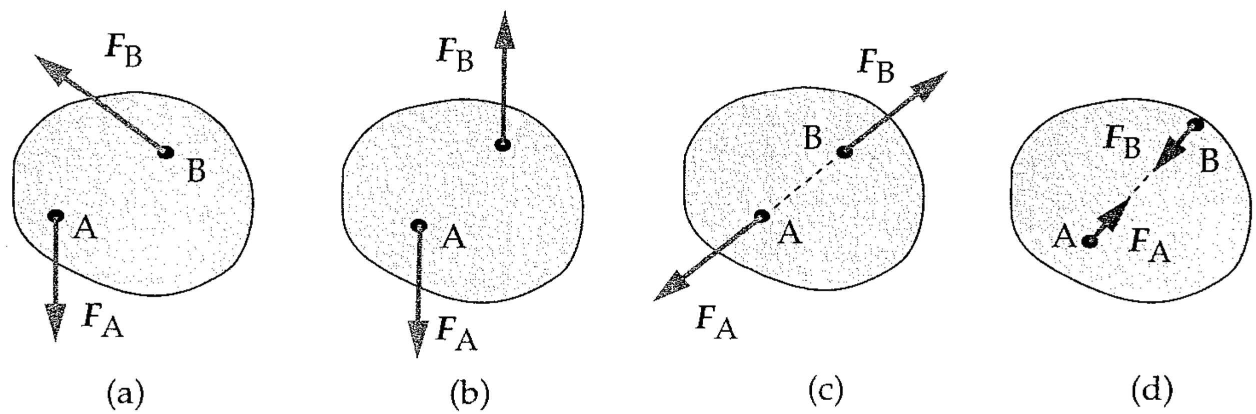
Figur 2.2.7

I figur 2.2.7 ser vi exempel på ett kraftsystem, där samtliga krafters verkningslinjer skär varandra i en punkt A. Då blir ekvationen $\Sigma M_A = 0$ automatiskt satisfierad. Följaktligen återstår två oberoende ekvationer, t ex

$$\Sigma F_x = 0 \qquad \Sigma F_y = 0$$

Speciella tvådim. kraftsystem forts. ....

Tvåkraftsystem



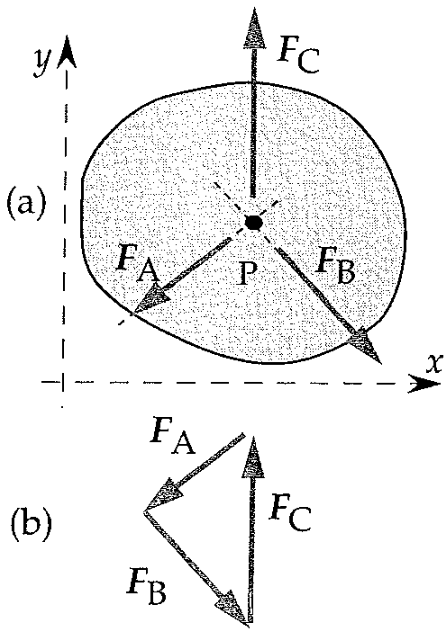
Figur 2.2.8

Jämviktsvillkoret $\Sigma \boldsymbol{F} = 0$ ger då: $\boldsymbol{F}_A + \boldsymbol{F}_B = 0 \Rightarrow \boldsymbol{F}_B = -\boldsymbol{F}_A$

Det verkande kraftsystemet är alltså ett kraftpar enligt figur 2.2.8(b).

Eftersom $\Sigma M_B = 0$ vid jämvikt måste dessutom verkningslinjen för kraften $\boldsymbol{F}_A$ passera genom B. Detta leder till en kraftbild som i figur 2.2.8(c) eller (d). I avsnitt 2.2(e) nedan, där s k fackverk behandlas, skall vi ha stor nytta av denna slutsats.

Speciella tvådim. kraftsystem forts. ....



Figur 2.2.9

Trekraftsystem

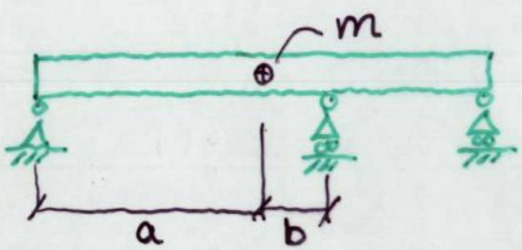
Om det verkande kraftsystemet istället består av tre krafter, $\boldsymbol{F}_A$, $\boldsymbol{F}_B$ och $\boldsymbol{F}_C$, måste verkningslinjerna för dessa skära varandra i en punkt P (figur 2.2.9(a)).

Om så inte vore fallet, skulle nämligen kraften $\boldsymbol{F}_C$ ensam ha ett moment m a p den punkt där verkningslinjerna för $\boldsymbol{F}_A$ och $\boldsymbol{F}_B$ skär varandra. I så fall skulle momentsumman m a p denna punkt vara skild från noll, vilket strider mot jämviktsvillkoren.

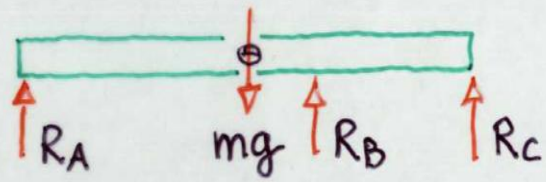
Vidare leder här villkoret $\Sigma \boldsymbol{F} = 0$ till att kraftvektorerna måste bilda en triangel enligt figur 2.2.9(b) vid jämvikt. Detta kan ibland vara användbart vid lösning av sådana problem, där krafternas riktningar är kända tillsammans med beloppet av någon av krafterna. Se illustrationsexempel 2.2.2.

STATISTISKT OBESTÄMDA PROBLEM

Ex. Balk på tre stöd:



* Friläggning:



* Jämvikt:

2 ekv. och 3 obek.

$$\begin{cases} (\rightarrow) & \text{ger inget} \\ (\uparrow) & R_A + R_B + R_C - mg = 0 \\ \curvearrowleft TP & -a R_A + b R_B + a \cdot R_C = 0 \end{cases}$$

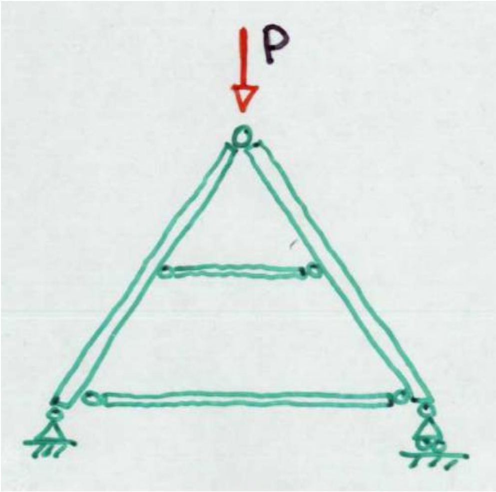
Jämvikten räcker inte för att lösa problemet

Stelkroppsmodellen är otillräcklig.

Teori för deformerbara kroppar krävs (Byggmek AK).

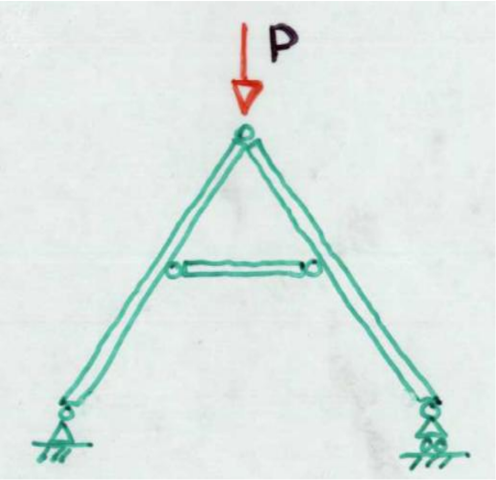
STATISTISKT OBESTÄMD – STATISTISKT BEST. - MEKANISM

Statiskt obestämd konstruktion



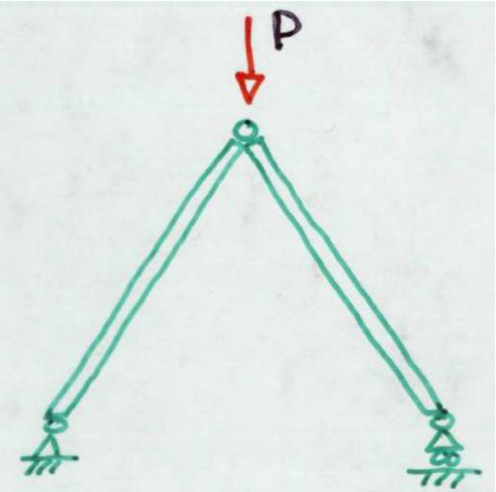
Flera lastvägar är möjliga

Statiskt bestämd konstruktion



Jämviktsekvationerna bestämmer krafterna

Mekanism



Konstruktionen är inte i jämvikt

I mekanikkursen behandlas statiskt bestämda system och mekanismer