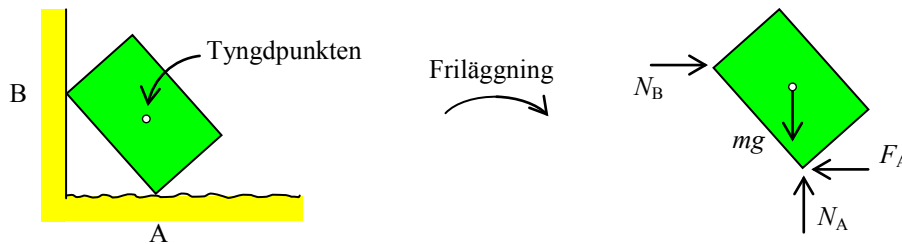


## BEGREPP: Jämvikt och jämviktsberäkning

Du skall kunna ställa upp ekvationer för en kropp som är vila eller i rörelse med konstant hastighet.

**Illustration:** En låda (kropp) med massan  $m$  vilar mot en slät vägg och ett golv med sträv yta. Begreppet *friläggning* är redan tillämpat enligt figuren nedan. Hur kan du avgöra om lådan vilar, välter ut ifrån väggen eller glider mot underlaget?

För att lådan skall vara i vila krävs att lådan är i jämvikt. En jämviktsberäkning ställs upp utifrån villkoret att krafter och moment är i balans med varandra.

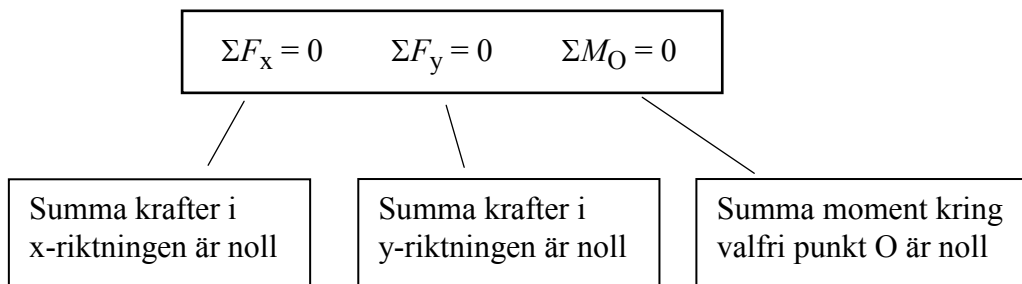


I exemplet är endast lådans tyngd  $mg$  given. De övriga krafterna är okända upplagskrafter. En momentekvation kring punkten A ger t.ex. storleken på kraften  $N_B$ . Kraftjämvikt i horisontell led respektive vertikal led ger sedan de övriga krafterna, dvs  $F_A = N_B$  och  $N_A = mg$ .

**Sammanhang:** Jämviktsekvationerna är de grundläggande balansekvationerna i statiken, som behandlar krafter på kroppar (konstruktioner, byggnader tex) i vila. Men jämvikt gäller också för kroppar i rörelse med konstant hastighet. Om kroppen inte är i jämvikt gäller begrepp från dynamiken som *accelerationslagen*, *arbete och energi*, tex.

**Uppgift:** Hur gör du för att ställa upp villkor för *jämvikt*? Hur genomför man en *jämviktsberäkning*?

**Metod:** En kropp är i jämvikt när summan av alla krafter och moment som påverkar kroppen är lika med noll. Det innebär att krafter och moment skall vara i balans med varandra och det uttrycks med hjälp av jämviktsekvationer. För plana problem har vi möjlighet att utnyttja tre jämviktsekvationer dvs



Innan en jämviktsberäkning kan genomföras krävs att kroppen är *frilagd* på rätt sätt.

En frilagd kropp påverkas i de flesta fall av ett antal okända reaktionskrafter. Riktningen på dessa är ibland okänd. Det är därför viktigt att du anger vilken riktning som skall vara positiv i jämviktsekvationerna. För kraftjämvikt kan t.ex. positiv x- respektive y-riktning väljas dvs

$$(\rightarrow) \Sigma F_x = 0$$

$$(\uparrow) \Sigma F_y = 0$$

I så kallade statiskt bestämda problem är antalet jämviktsekvationer lika med antalet obekanta krafter eller moment. Det är den typen av jämviktsproblem vi kan lösa i mekanikkursen.

Vilken eller vilka jämviktsekvationer som kan utnyttjas ger sig i regel av sig självt. Men ett bra val av momentpunkt kan ibland förenkla beräkningarna. En punkt med många obekanta krafter är ofta ett bra val för enklare beräkningar.

**Resultat:** Vid påverkan av flera krafter och moment med olika riktning är det svårt att se hur dessa balanserar varandra. Genom en jämviktsberäkning kan krafter och kraftpar som verkar på en kropp bestämmas.

**Exempel:** Här ges två exempel på jämviktsberäkningar.

1. En konsolbalk belastas med krafter och kraftpar enligt figuren nedan. Beräkna upplagskrafterna vid den fasta inspänningen i A.



Frilägg balken och rita ut de okända upplagskrafterna  $A_x$ ,  $A_y$  och  $M_A$ . Valfri riktning kan väljas för okända krafter. Vid lösning av jämviktsekvationerna framgår storlek och riktning.

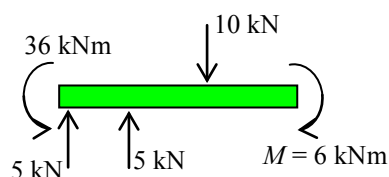
$$(\rightarrow) \Sigma F_x = 0 \Rightarrow H = 0$$

$$(\uparrow) \Sigma F_y = 0 \Rightarrow V + 5 - 10 = 0 \Rightarrow V = 5 \text{ kN}$$

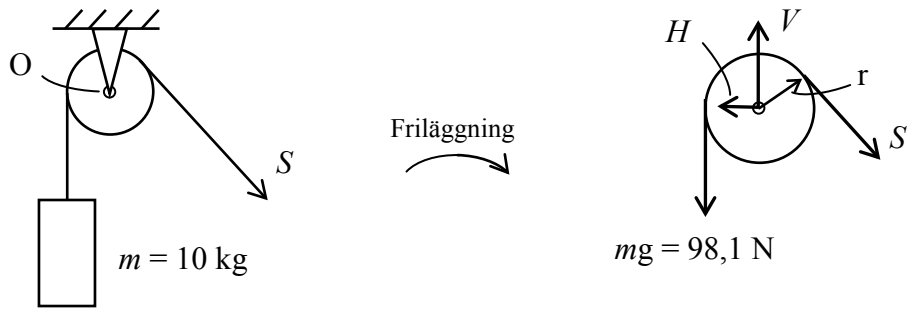
Välj t.ex. punkt A som momentpunkt.

$$\curvearrow \Sigma M_A = 0 \Rightarrow M_A + 10 \cdot 4 - 5 \cdot 2 + 6 = 0 \Rightarrow M_A = -36 \text{ kNm}$$

Att upplagskraften  $M_A = -36 \text{ kNm}$  betyder att den antagna riktningen i den frilagda figuren ovan är motsatt den positiva momentriktningen. Momentet  $M_A$  är riktat åt andra hållet dvs



2. En lina löper runt en lättrorlig (friktionsfri) trissa. Beräkna den kraft  $F$  som krävs för att vikten med massan 10 kg skall vara i jämvikt. Trissan är lagrad i sin mittpunkt O.



I den frilagda figuren framgår att i mittpunkten O verkar reaktionskrafterna  $H$  och  $V$ .

Antag att trissan har radien  $r$  och beräkna momentjämvikt kring punkten O:

$$\curvearrowright \Sigma M_O = 0 \quad \Rightarrow \quad S \cdot r - 98,1 \cdot r = 0 \quad \Rightarrow \quad S = 98,1 \text{ N}$$

När en lina löper kring en friktionsfri trissa gäller följande:

Kraften i lina förändras inte när den passerar trissan utan är alltid lika stor innan som efter.

Resonemanget kan utvecklas till en lina som löper genom flera trissor. Kraften i lina är den samma genom alla trissor.

**Relaterade begrepp:** *Friläggning* måste vara utförd för att en *jämviktsberäkning* skall vara meningsfull. Jämvikt gäller bara frilagda kroppar!

Vid jämviktsberäkning utnyttjas oftast komposantuppdelning och momentberäkning.