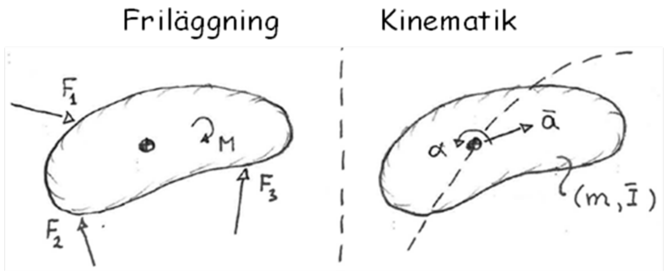
BEGREPP: *Plan stelkroppskinetik*

Du behöver kunna beskriva allmän stelkroppsrörelse i planet och ställa upp kraft- och momentekvationerna.

Introduktion: Plan stelkroppskinetik är det mest allmänna fallet vid plan rörelse. Det täcker även in translationsrörelse och rotation kring fix axel. Men för det senare fallet kan man få besvärligare ekvationer att lösa. Därför är det motiverat att ha en speciell momentpunkt för rotation kring fix axel (dvs den fixa punkten).
Sambanden som används är som tidigare accelerationslagen och en momentekvation. Men i detta allmänna fall tecknar man momentekvationen m.a.p. tyngdpunkten. Se figuren nedan. Ett rakt streck över en storhet betyder att den skall räknas med avseende på tyngdpunkten.



$$\begin{cases} \Sigma \underset{\sim}{F} = m \underset{\sim}{\bar{a}} \\ \Sigma \bar{M} = \bar{I} \alpha \end{cases}$$

$\underset{\sim}{\bar{a}}$: TPs acceleration

α : vinkelacceleration

Figuren visar, till vänster, friläggningen som hanteras på samma sätt som i statiken och, till höger, kinematiken som innehåller tyngdpunktens rörelsebana och acceleration samt den stela kroppens vinkelacceleration. Accelerationen ges av två vinkelräta komponenter och ofta använder man naturliga koordinater. Det betyder att normal- och tangentialaccelerationen skall anges i figuren. Dessa accelerationskomponenter är också referensriktningar för krafterna.

Sammanhang: Translationsrörelse - rätlinjig eller kroklinjig - inkluderas i ekvationerna ovan som specialfallet då vinkelhastigheten ω är noll. Det betyder att även vinkelaccelerationen α är noll. I det fallet har vi, förutom accelerationslagen, en ekvation som ger att summan av momenten med avseende på tyngdpunkten är noll, d.v.s. momentjämvikt.

Vidare bör rullning nämnas som en tekniskt viktig tillämpning av allmän plan rörelse. Man bör t.ex. känna till villkoren för rullning utan glidning.

Uppgift: Hur hanterar man kraft- och momentekvationen för det allmänna fallet?

Metod: Avgör först vilken typ av problem det är. Om det är translationsrörelse eller generell planrörelse (tex rullning) skall sambanden ovan användas. Dvs tyngdpunkten används som momentpunkt. Är det rotation kring fix axel är det i regel bäst att använda den fixa punkten som momentpunkt enligt föregående avsnitt.

<u>Translation</u>:

a) Rätlinjig translationsrörelse (längs x-axeln):

$$\Sigma F_x = m \cdot \bar{a}_x$$
$$\Sigma F_y = 0$$
$$\Sigma \bar{M} = 0$$

Dvs två jämviktsekvationer och accelerationslagen i rörelsens riktning.

b) Kroklinjig translationsrörelse, tecknas oftast i naturliga koordinater:

$$\begin{cases} \Sigma F_t = m \cdot \bar{a}_s \\ \Sigma F_n = m \cdot \bar{a}_n \\ \Sigma \overline{M} = 0 \end{cases}$$

Dvs accelerationslagen i normal- och tangentialriktningen samt moment-jämvikt kring tyngdpunkten.

<u>Generell plan rörelse</u>:

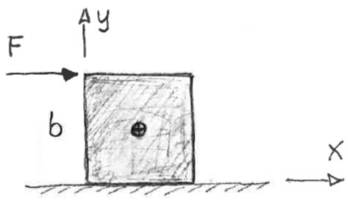
Accelerationerna tecknas i x-y-koordinater eller i naturliga koordinater. För att beskriva kinematiken i det allmänna fallet betraktar man rörelsen som sammansatt av translation och rotation (cirkelrörelse) kring en vald punkt. Detta fungerar bra tillsammans med naturliga koordinater. För fallet med naturliga koordinater får man sambanden:

$$\begin{cases} \Sigma F_t = m \cdot \bar{a}_s \\ \Sigma F_n = m \cdot \bar{a}_n \\ \Sigma \overline{M} = \bar{I} \cdot \alpha \end{cases} \quad \text{där} \quad \begin{cases} \bar{a}_s = \alpha \cdot r \\ \bar{a}_n = r \cdot \omega^2 \end{cases}$$

Uttrycken för tyngdpunktens acceleration innehåller den stela kroppens vinkelhastighet och vinkelacceleration.

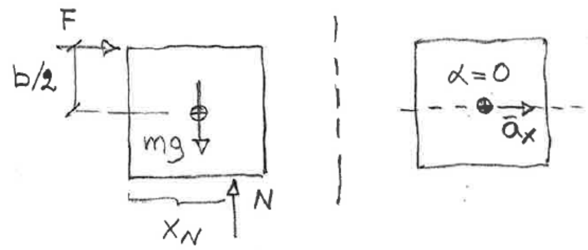
Exempel:

Ett kvadratiskt block, enligt figuren, med massan m=12kg och sidan b=0.5m vilar på ett glatt horisontellt underlag och påverkas av en kraft F=100N i ena hörnet som ger blocket en translations-rörelse i x-axelns riktning. (y-axeln är vertikal)
Beräkna tyngdpunktens acceleration $\bar{a}_x$ och angreppspunkten x_N för normalkraften N.



Lösning:

Rita två figurer som vanligt, en med friläggningen och en med kinematiken. Normalkraftens läge längs x-axeln ges av momentekvationen. Vinkelaccelerationen är noll och vi har därför momentjämvikt.



Sambanden för generell plan rörelse används:

$$\begin{cases} (\uparrow) \quad N - mg = 0 \;;\; N = mg & \ldots(1) \\ (\rightarrow) \quad F = m\bar{a}_x \;;\; \bar{a}_x = F/m & \ldots(2) \\ (\curvearrowright) \quad F \cdot \frac{b}{2} - N\left(x_N - \frac{b}{2}\right) = 0 \;; & \ldots(3) \end{cases}$$

Accelerationslagen (2) ger med numeriska värden insatta accelerationen 8.3m/s^2.

Insättning av (1) i (3) ger; $Fb = mg\,(2x_N - b)$; som kan skrivas om enligt:

$$\frac{2x_N}{b} - 1 = \frac{F}{mg} \;;\quad x_N = \left(\frac{F}{mg} + 1\right)\frac{b}{2}$$

Numeriska värden ger $x_N = 0.92b = 0.46$m

#

Relaterade begrepp: Man kan ibland med fördel använda energisamband också vid stelkroppsdynamik. Uttrycken ser ut på samma sätt som vid partikeldynamik med undantag av uttrycket för rörelseenergin som nu skall tecknas med hjälp av tröghetsmomentet i stället. Man skall också observera att även kraftpar uträttar arbete.