

BEGREPP: Stelkroppsdyamik

Du behöver kunna beskriva en stel kropps rörelse och förstå vad vinkelhastighet och vinkelacceleration är. Accelerationslagen kompletteras nu med en momentekvation som vi löser för några olika (plana) fall.

Introduktion: En *stel kropp* är ett system av partiklar vars inbördes avstånd inte förändras. En stel kropp kan betraktas som odeformerbar dvs den ändrar inte form längs sin rörelsebana eller vid belastning. I samband med partikeldynamiken tog vi inte hänsyn till massans utbredning. Vi betraktade bara kroppens tyngdpunkt och använde accelerationslagen för att ställa upp ett samband mellan summan av krafterna som verkar på kroppen och tyngdpunktens acceleration. Vi kommer nu även att ta hänsyn till moment-verkan, som ger upphov till vinkelacceleration α , på ett analogt sätt. Men till skillnad från statiken är momentpunkten inte valfri. Vi kommer att använda tyngdpunkten eller en fix punkt som momentpunkt enligt diskussionen nedan.

Massans utbredning påverkar hur stor vinkelaccelerationen blir under inverkan av ett kraftpar. Ett mått på massans utbredning är det s.k. *tröghetsmomentet* I . Det kan ses som ett motstånd mot vinkelacceleration för ett givet kraftpar i analogi med att massa m är ett motstånd mot acceleration för en given kraft. Alternativt som upphov till rotationströghet respektive translationströghet.

Sammanhang: Ibland måste man ta hänsyn till massans utbredning och använda begreppet stel kropp för att analysera ett problem. Om man skall räkna ut hur en stel kropp roterar under inverkan av krafter och kraftpar måste man använda en momentekvation som involverar massfördelningen genom tröghetsmomentet.

Uppgift: Hur räknar man på kroppar där massans fördelning har betydelse?

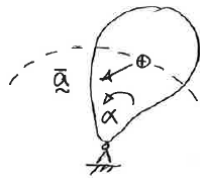
Lösning: Vi kommer att betrakta tre fall av plan rörelse i kursen: *translationsrörelse*, *rotation kring fix axel* och *generell (plan)rörelse*. I samtliga fall använder vi accelerationslagen på samma sätt som vid partikelrörelse. Accelerationen är då som tidigare tyngdpunktens acceleration. Det nya är att vi adderar en momentekvation som ser olika ut i de tre fallen nedan.

Translation: Vid translationsrörelse kommer samtliga punkter inom den stela kroppen att ha samma förflyttning, hastighet och acceleration. Alla punkter inom den stela kroppen förflyttar sig längs en och samma (eventuellt kroklinjiga) rörelsebana utan att rotera. Samband:



Obs! Momenten som verkar på kroppen skall räknas med avseende på tyngdpunkten.

Rotation kring fix axel: Vid ren rotation (kring en fix axel) kommer punkter inom den stela kroppen att beskriva cirkelrörelse.



$$\begin{cases} \sum \vec{F} = m \vec{a} \\ \sum M_o = I_o \alpha \end{cases}$$

En punkt är fix dvs hastigheten för denna är noll. Alla andra punkter roterar kring den fixa punkten. Momentekvationen ger ett samband mellan summan av momenten som verkar på kroppen och den stela kroppens vinkelacceleration α . Obs! Momenten som verkar på kroppen skall räknas med avseende på den fixa punkten O. Även tröghetsmomentet I_o skall räknas med avseende på den fixa punkten O.

Generell plan rörelse: Rörelsen innehåller både translation och rotation. För att förenkla analysen kommer vi att dela upp den generella rörelsen i en translations- och en rotationsrörelse. Samband:



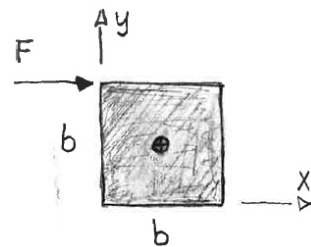
$$\begin{cases} \sum \vec{F} = m \vec{a} \\ \sum \vec{M} = \bar{I} \alpha \end{cases}$$

Obs! Momenten som verkar på kroppen och tröghetsmomentet skall räknas med avseende på tyngdpunkten. Strecket över M , I och a anger att det är tyngdpunkten som avses. Ett viktigt specialfall av generell plan rörelse är rullning.

Exempel:

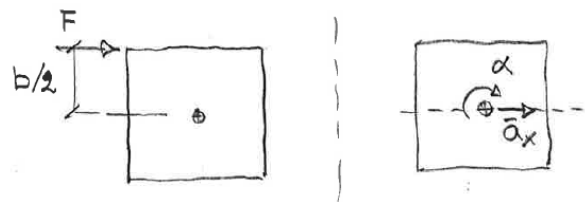
En kvadratisk platta, enligt figuren, med massan $m=12\text{kg}$ och sidan $b=0.5\text{m}$ vilar på ett glatt horisontellt underlag och påverkas av en kraft $F=100\text{N}$ i ena hörnet (i x-axelns riktning).

Beräkna tyngdpunktens acceleration \vec{a}_x och vinkelaccelerationen α för plattan om tröghetsmomentet map tyngdpunkten $\bar{I} = 0.5\text{kgm}^2$.



Lösning:

Rita två figurer; en friläggning och en med kinematik, som tidigare.



Sambanden för generell plan rörelse används:

$$(\rightarrow) F = m \vec{a}_x \quad ; \quad \vec{a}_x = F/m$$

$$\oplus F \cdot \frac{b}{2} = \bar{I} \cdot \alpha \quad ; \quad \alpha = \frac{F b}{2 \bar{I}}$$

Numeriska värden insatta ger acceleration 8.3m/s^2 och vinkelacceleration 50rad/s^2 (medurs).