

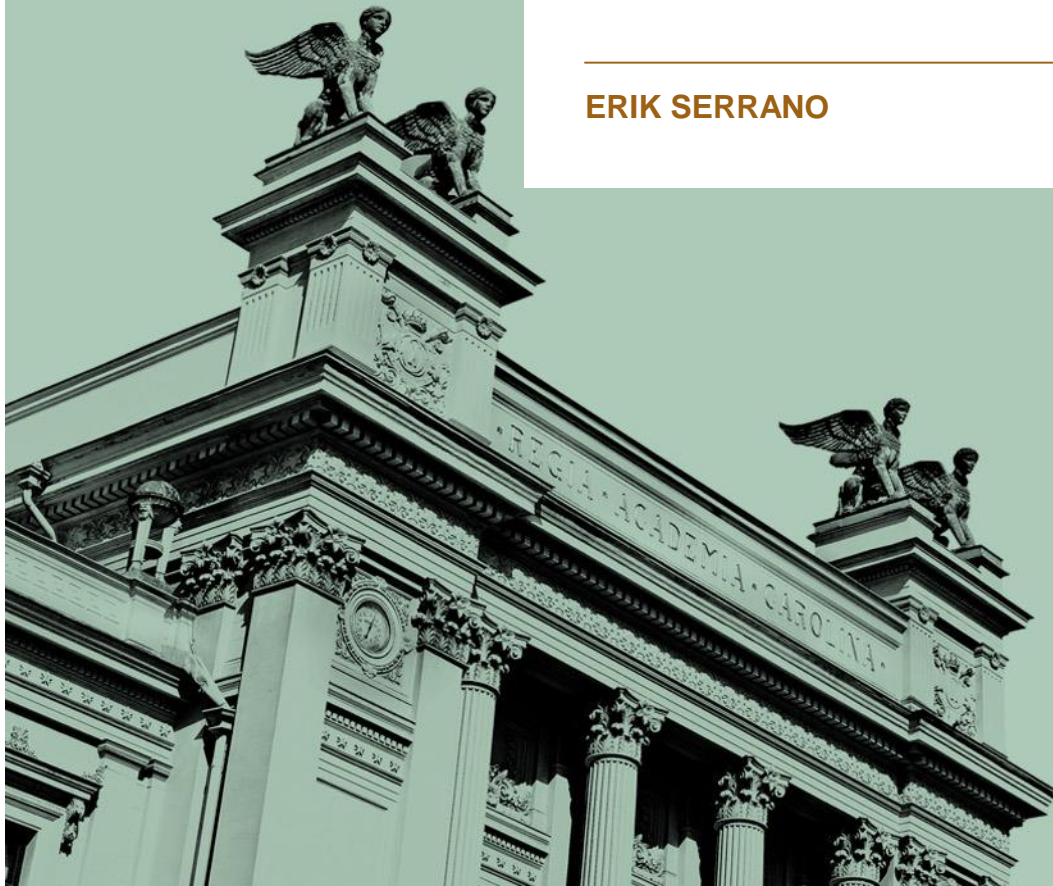


LUNDS  
UNIVERSITET

# VSMA01 - Mekanik

---

ERIK SERRANO



# Innehåll

---

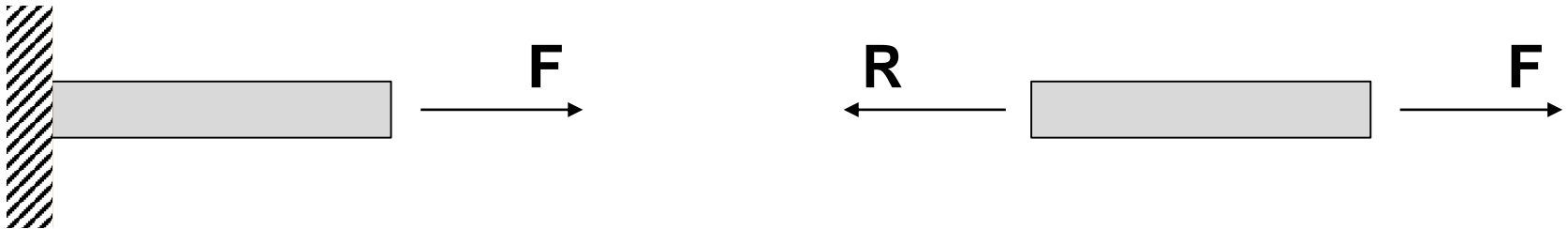
- Krafter – inre och yttre
- Spänning
- Friktion



# Yttre krafter

---

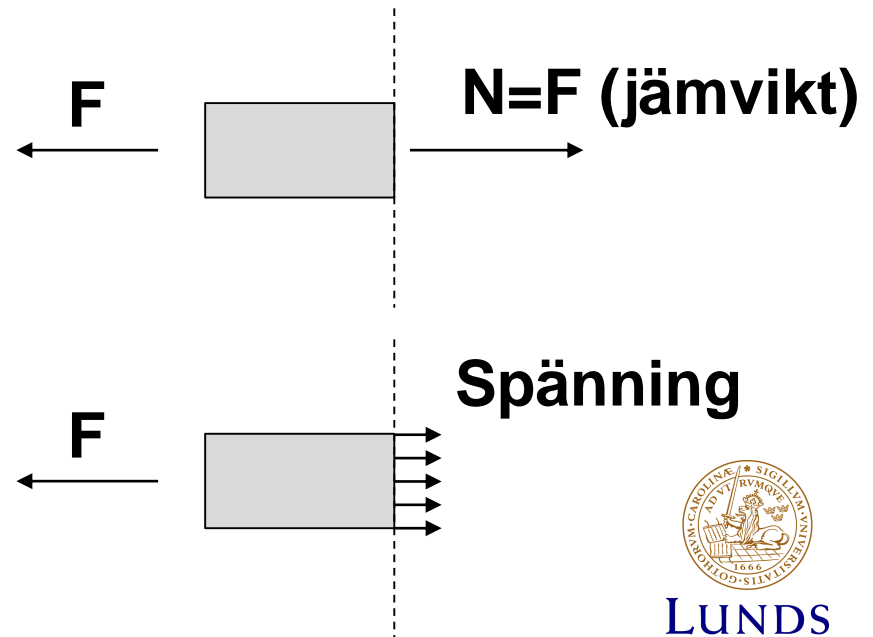
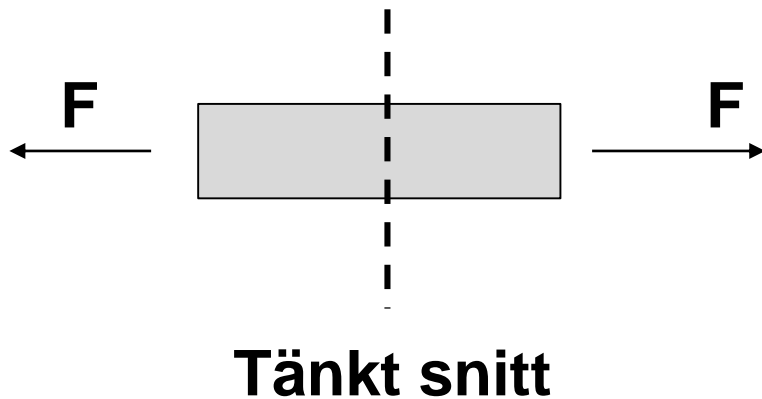
- Yttre krafter är pålagda eller reaktionskrafter:



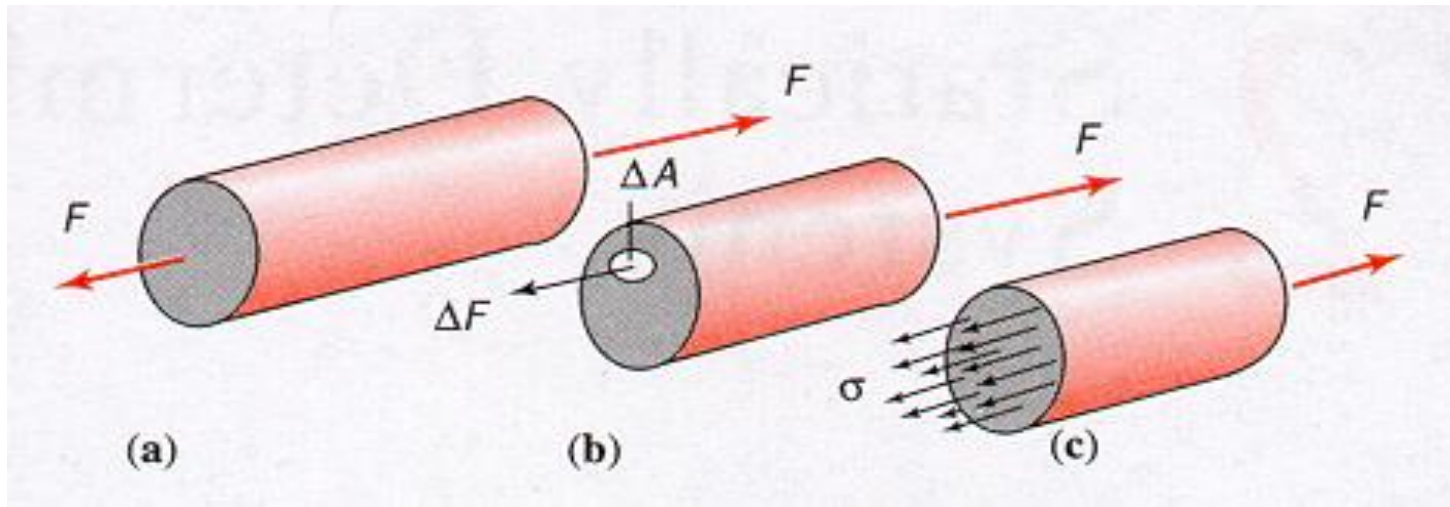
# Inre krafter

---

- Inre krafter kan vara
  - Snittkrafter
  - Spänningar



# Normalspänning



Dragen stång:

kraft  $F$

Snitt och friläggning:

$$\sum \Delta F = F$$

$$\sum \Delta A = A$$

Spänning: kraft per  
areaenhet i varje punkt

$$\sigma = \frac{\Delta F}{\Delta A}$$



# Normalspänning

---

- Vid konstant (dvs jämnt fördelad) spänning över tvärsnittet:

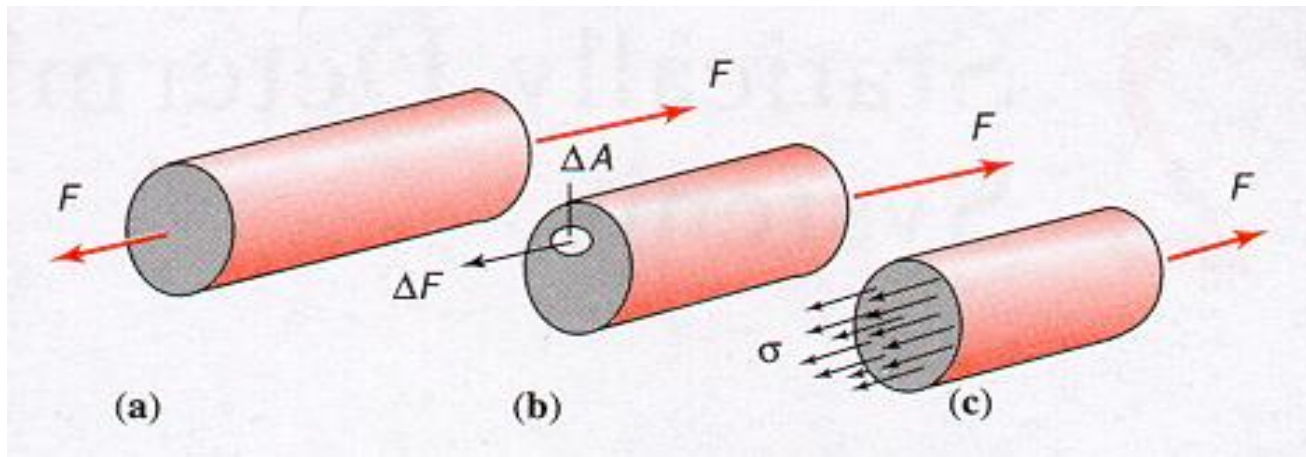
$$F = \sigma \sum \Delta A = \sigma \cdot A \quad \Rightarrow \quad \sigma = \frac{F}{A}$$



# Normalspänning

---

- Medelspänning=kraft per areaenhet:



$$\sigma = \frac{F}{A}$$



# Skjuvspänning

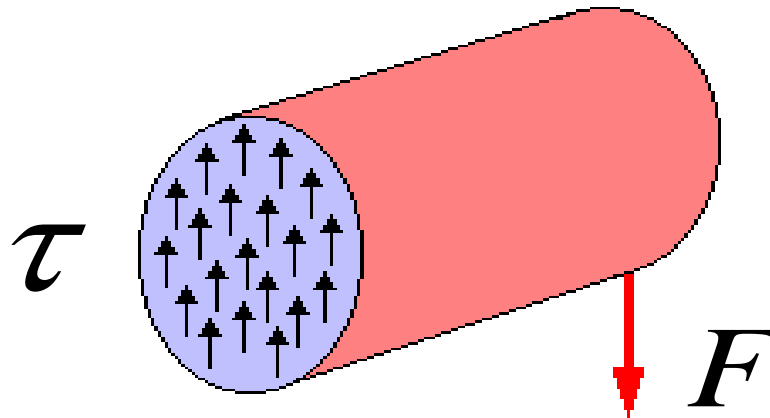
---

- Definition:

Skjuvspänning i en punkt

$$F = \sum \tau \Delta A$$

Delarea



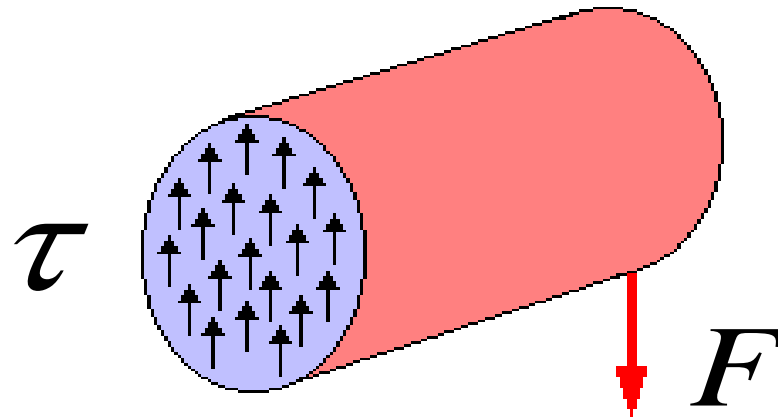


# Skjuvspänning

---

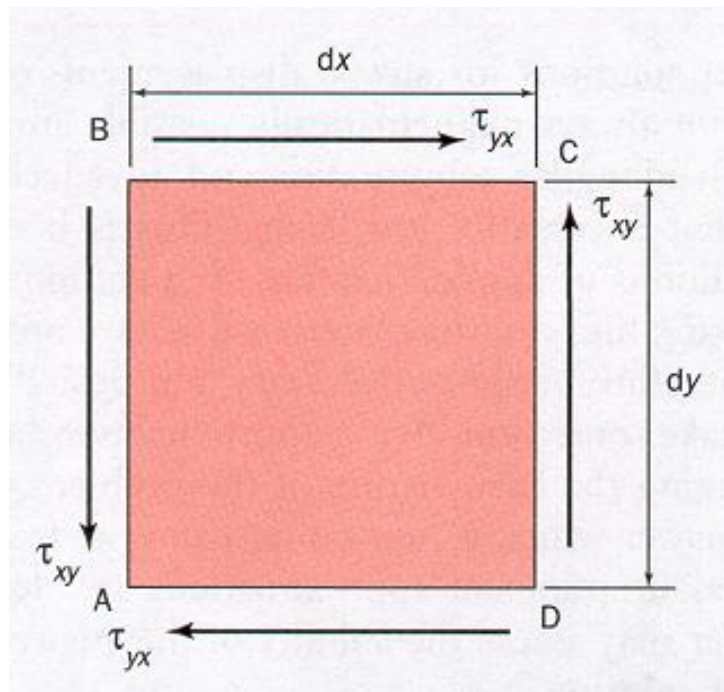
- Medelskjuvspänningen blir då (antag jämnt fördelad över hela tvärsnittet):

$$\tau = \frac{F}{A}$$



# Skjuvspänning

- 2D-fallet 2 komponenter:  $\tau_{xy}$  och  $\tau_{yx}$
- Parvis lika skjuvspänningar:



$$2\left(\tau_{xy} \cdot 1 \cdot dy \cdot \frac{dx}{2}\right) - 2\left(\tau_{yx} \cdot 1 \cdot dx \cdot \frac{dy}{2}\right) = 0$$

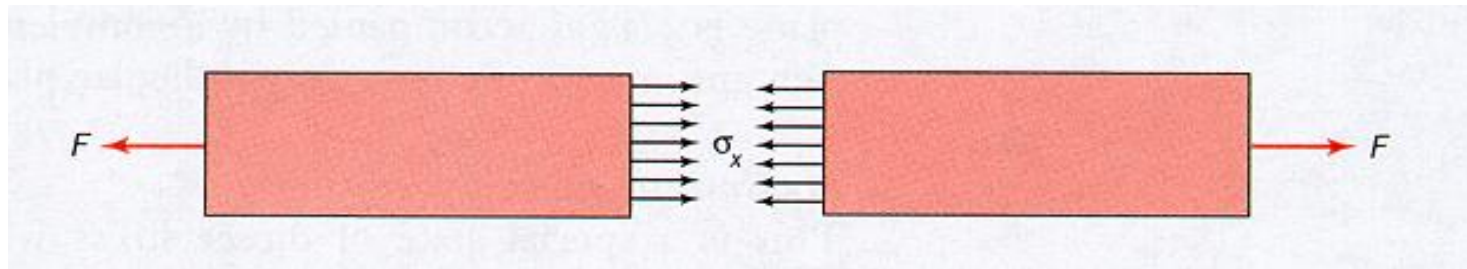
$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$



# Exempel: Spänning i en stång

---

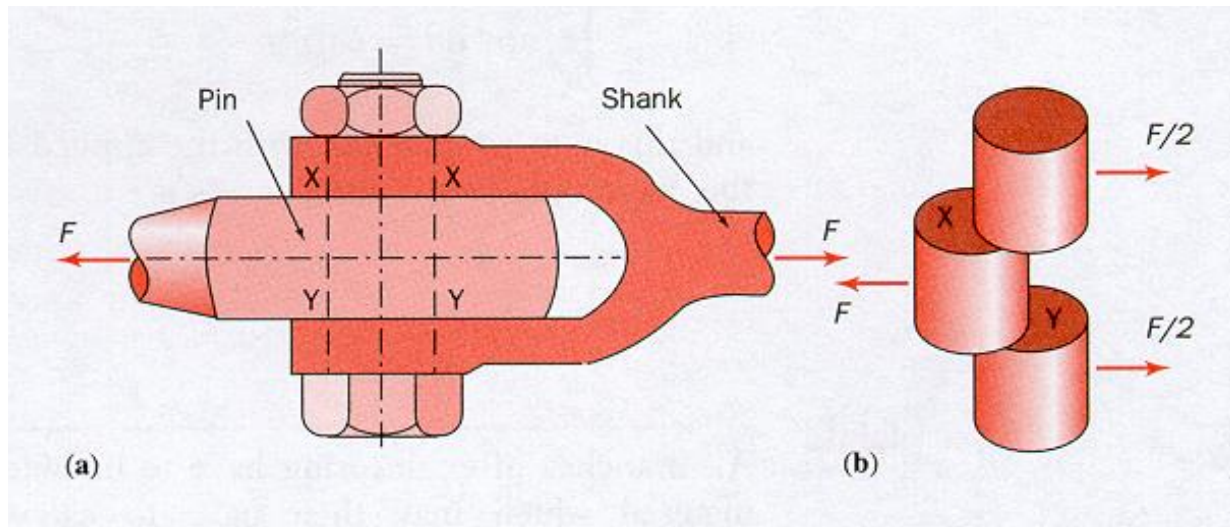
$$\sigma_x = \frac{F}{A}$$



# Exempel: Skjuvspänning

$$F = 2\tau A$$

$$\tau = \frac{F}{2A}$$

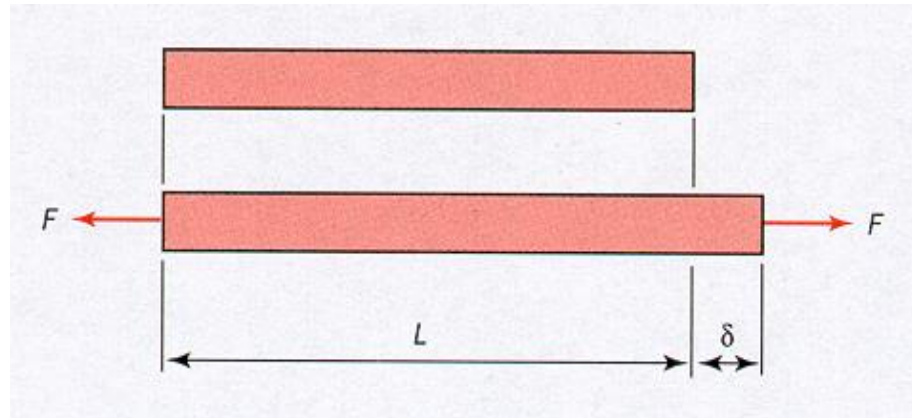


# Töjning

---

- Normaltöjning
  - Förlängning ( $\delta > 0$ ) positivt
  - Medeltöjning:

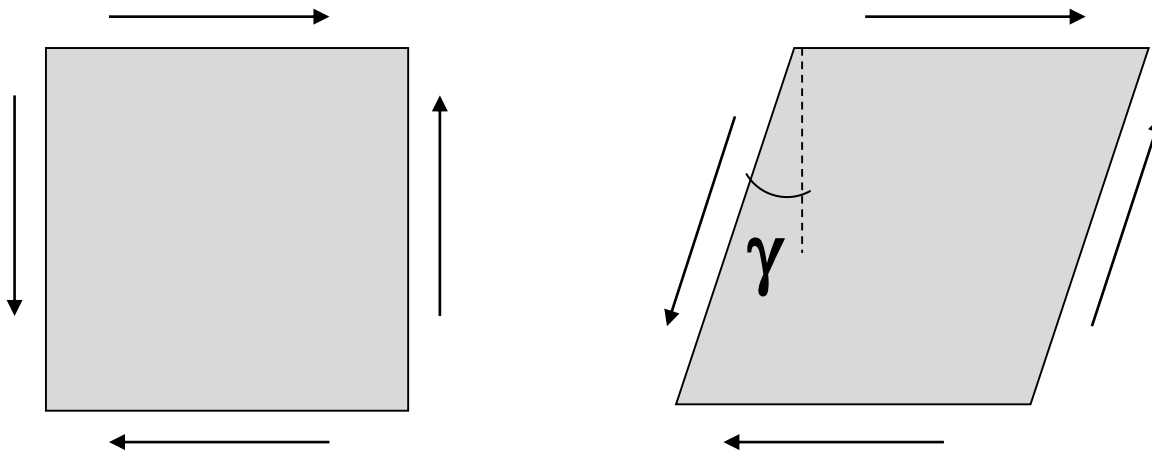
$$\varepsilon = \frac{\delta}{L}$$



# Skjuvtöjning

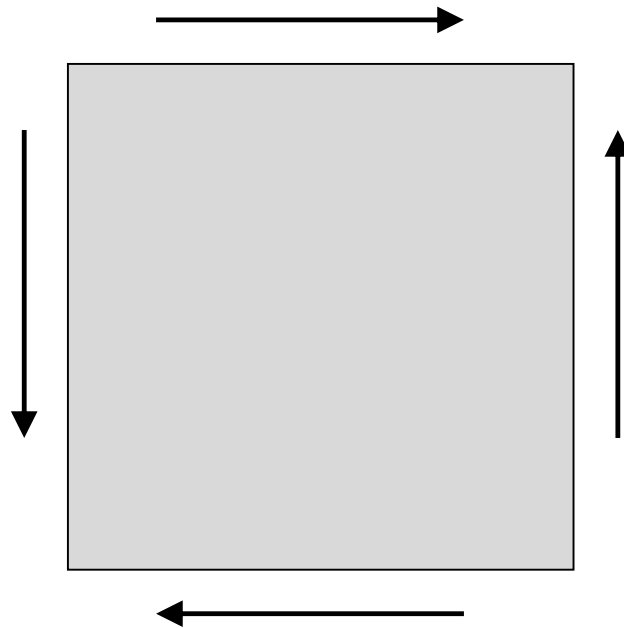
---

- Definition av skjuvtöjning,  $\gamma$ :



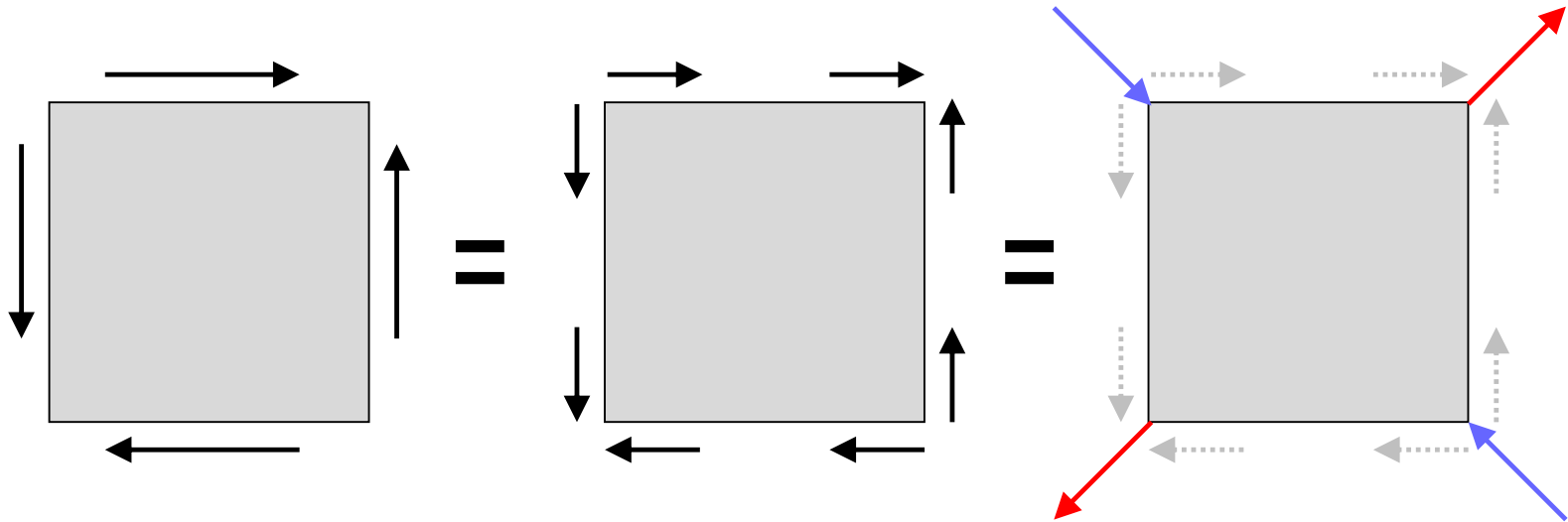
# Skjuvspänningar

---



# Skjuvspänningar

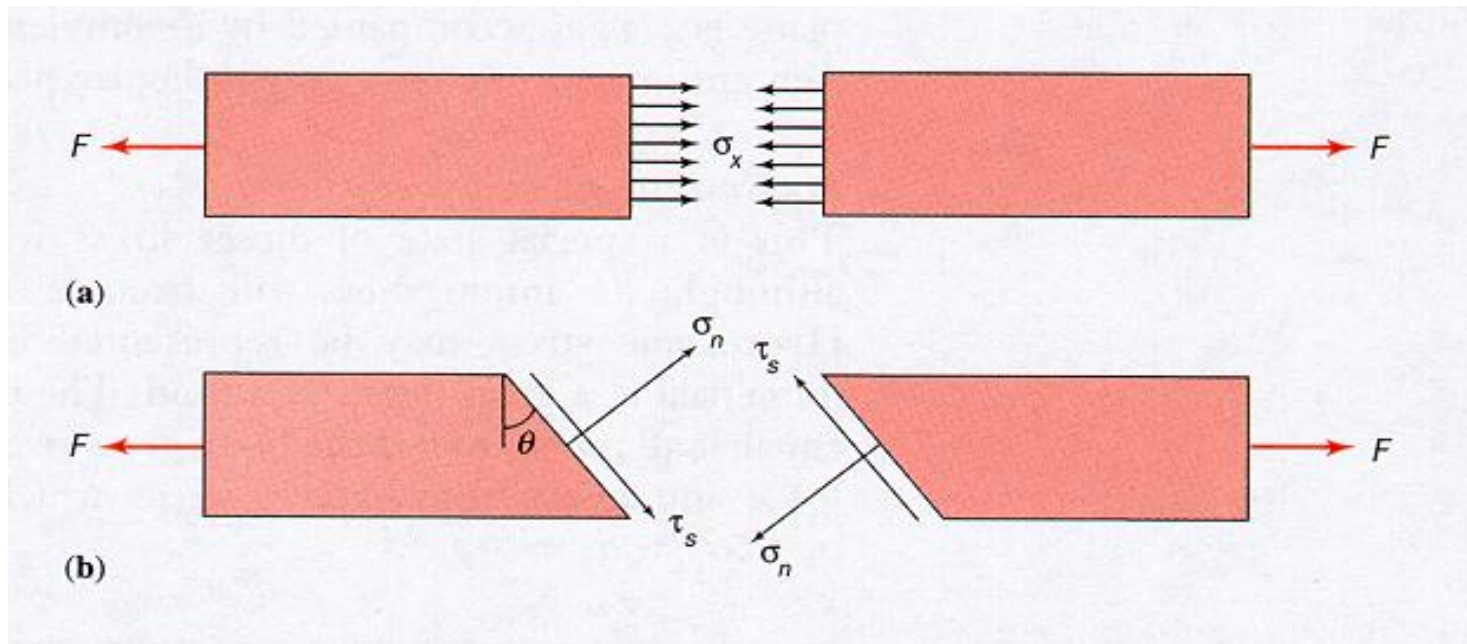
---



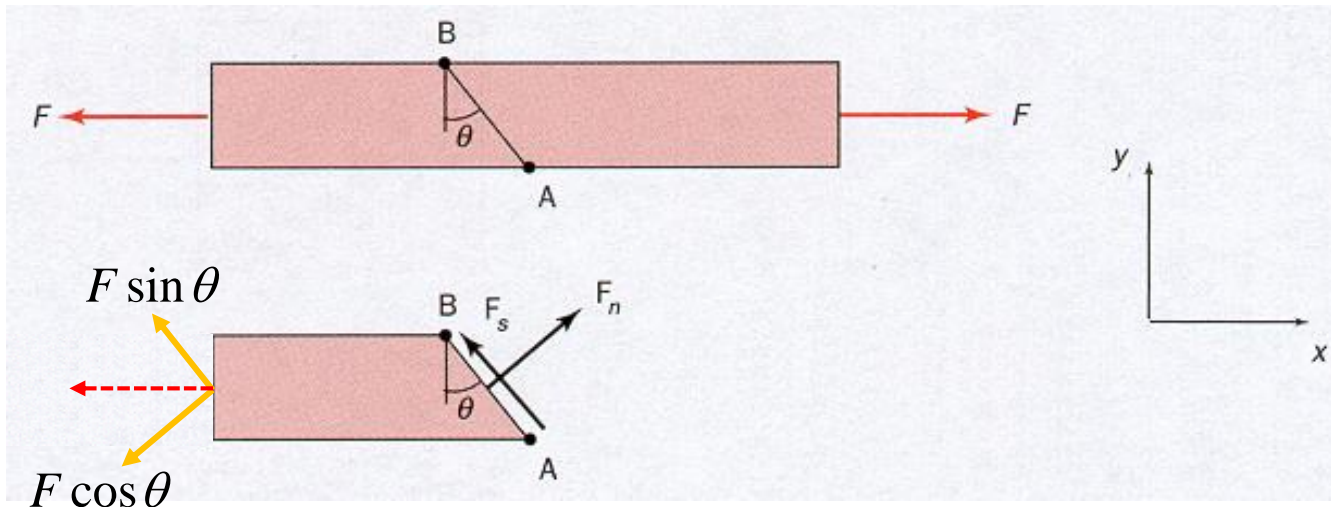


# Transformation av spänning

- Dragning av stång



# Transformation av spänningar



**Jämvikt vinkelrätt snittet**

$$F_n - F \cos \theta = 0$$

$$F_n = F \cos \theta$$

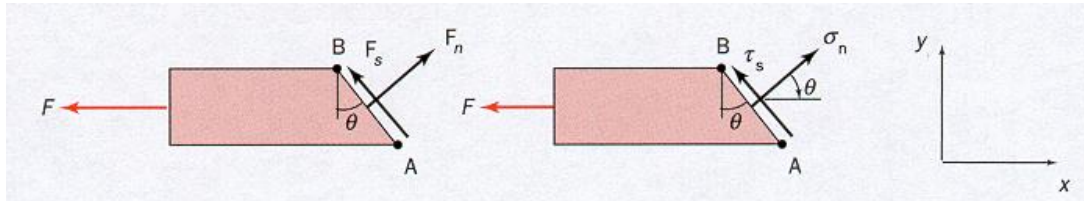
**Jämvikt parallellt snittet**

$$F_s + F \sin \theta = 0$$

$$F_s = -F \sin \theta$$



# Transformation av spänningar



$$F_n = F \cos \theta$$

$$F_s = -F \sin \theta$$

Spänning i x - riktning :

$$\sigma_x = \frac{F}{A}$$

Spänning i normalriktning :

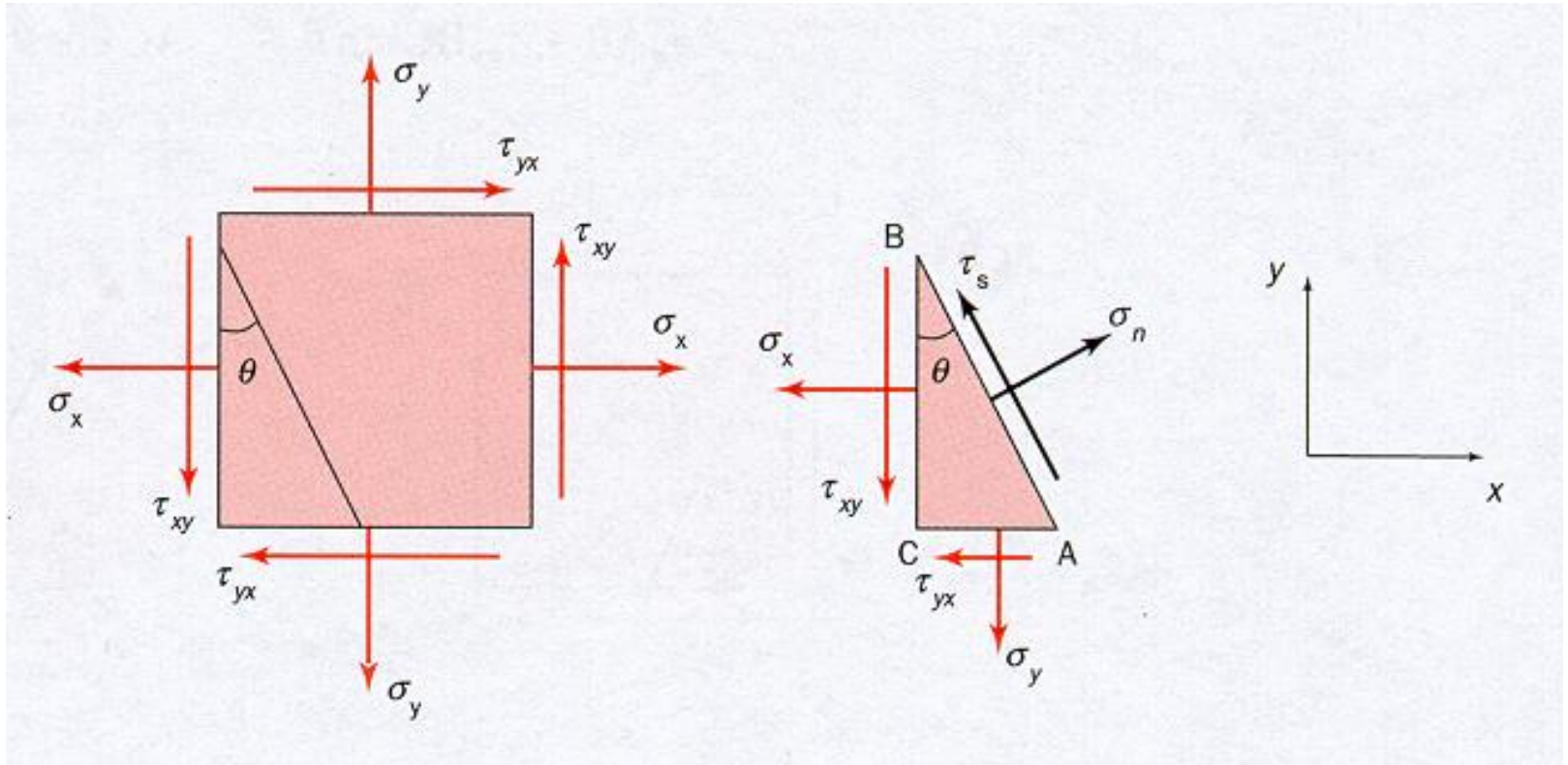
$$\sigma_n = \frac{F_n}{\left(\frac{A}{\cos \theta}\right)} = \frac{F \cos \theta}{\left(\frac{A}{\cos \theta}\right)} = \frac{F}{A} \cos^2 \theta = \sigma_x \cos^2 \theta$$

Spänning i tangenriktning :

$$\tau_s = \frac{F_s}{\left(\frac{A}{\cos \theta}\right)} = \frac{-F \sin \theta}{\left(\frac{A}{\cos \theta}\right)} = -\frac{F}{A} \sin \theta \cos \theta = -\sigma_x \sin \theta \cos \theta$$

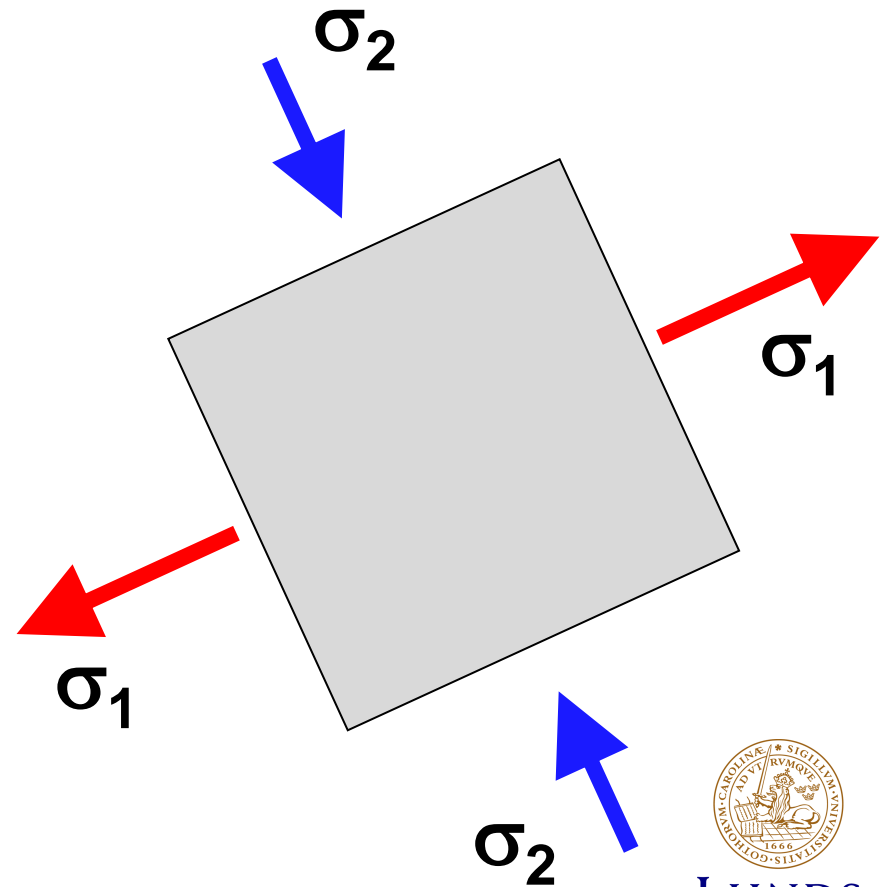
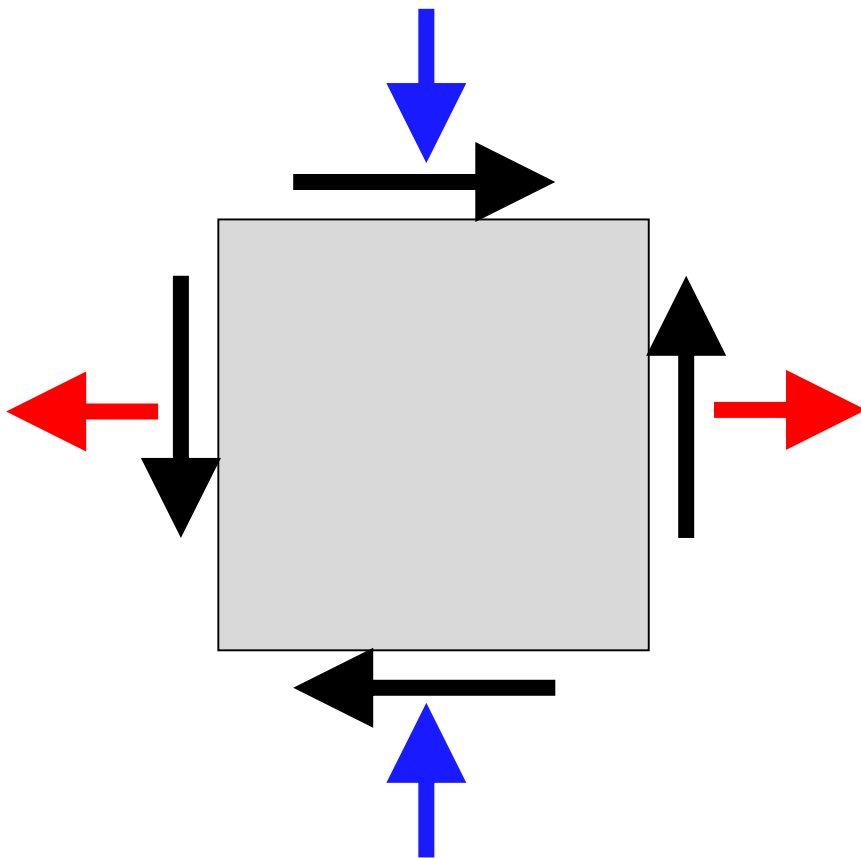


# Huvudspänningar



# Huvudspänningar

---



# Huvudspänningar

---

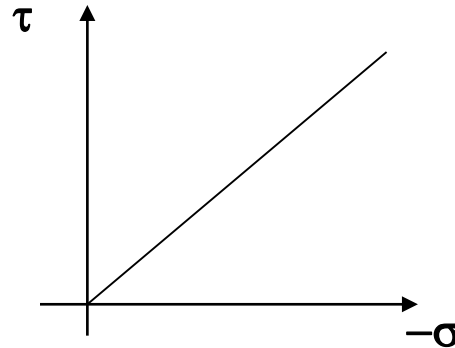
- Huvudspänningar,  $\sigma_1$  och  $\sigma_2$
- Ger en bild av ”spänningsflödet uttryckt i drag och tryck”
- $\sigma_1$  och  $\sigma_2$  är vinkelräta
- Programmet ”ForcePAD” som exempel



# Friktion

---

- Antag att kontakten mellan två ytor (kontakt=tryckspänning) kan beskrivas enligt

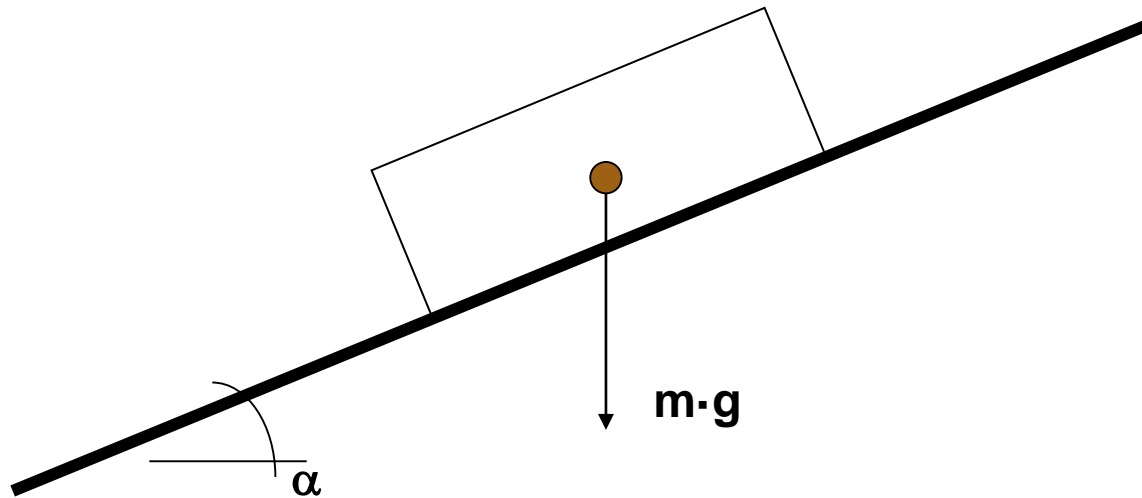


- Möjligt att överföra skjuvspänning



# Friktion

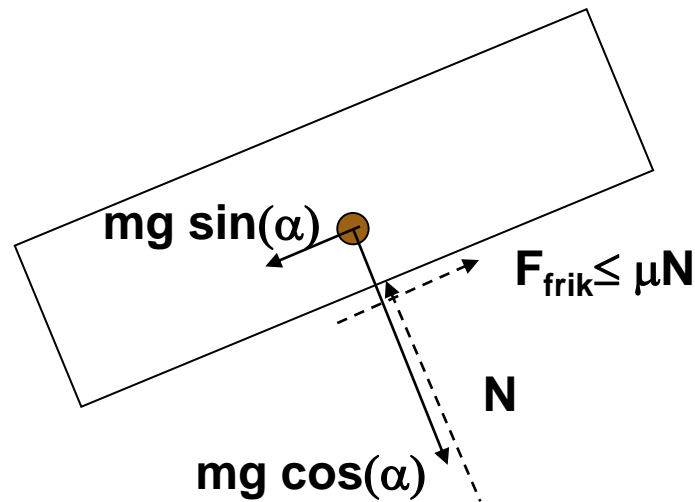
---





# Friktion - Friläggning

---



# Friktion

---

- $\mu$  beror på jämnhet hos de ytor som är i kontakt
  - ytråhet, smörjning ...
- $\mu > 0$  (även  $>1$  !)
- Vid glidning gäller att  $F_{\text{frik}} = \mu N$  :
$$\begin{aligned} F_{\text{frik}}/N &= \mu = [mg \sin(\alpha)] / [mg \cos(\alpha)] = \\ &= \sin(\alpha) / \cos(\alpha) = \tan(\alpha) \end{aligned}$$
- Friktionskraften oberoende av anliggningsytans storlek!





**LUNDS**  
**UNIVERSITET**