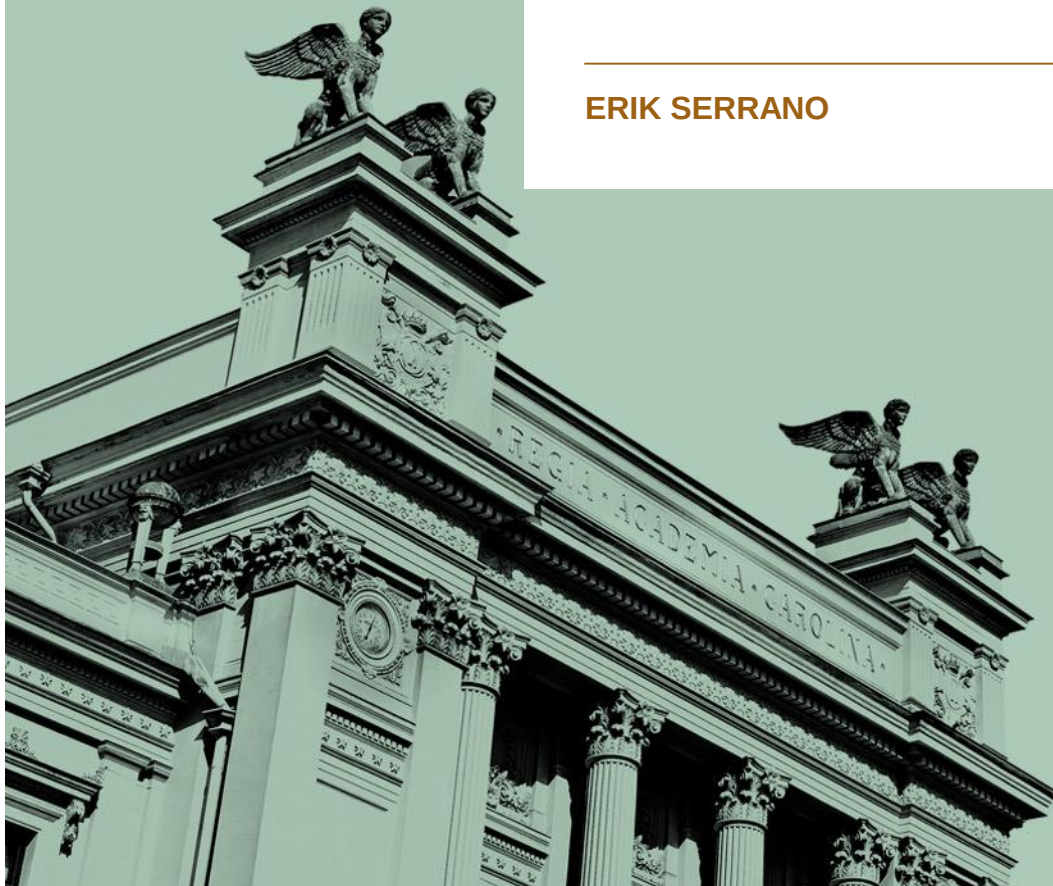




LUNDS
UNIVERSITET

VSMA01 - Mekanik

ERIK SERRANO



Repetition

- Krafter
 - Representation, komposanter
- Friläggning och jämvikt
- Friktion
- Element och upplag – stång, lina, balk
- Spänning och töjning
- Böjning
- Knäckning



Newtons lagar

- Lag I: Tröghetslagen

- En kropp förblir i *vila* eller i *likformig rörelse* så länge *summan av alla yttre krafter* som verkar på kroppen är *noll*

$$\sum F = 0$$

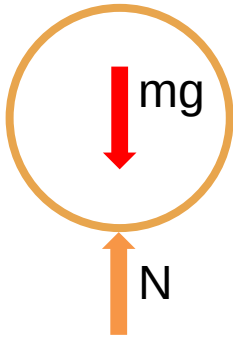
- Lag II: Samband mellan kraft och acceleration

$$\sum F = m \cdot a$$

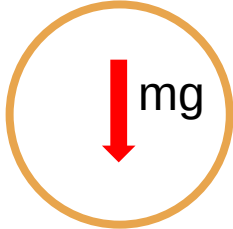
- Lag III: Lagen om aktion och reaktion (verkan och motverkan)

- Två föremål påverkar alltid varandra *med lika stora men motriktade krafter* (krafter uppträder alltså alltid parvis)



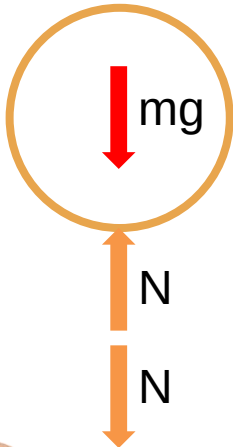


Lag I: Tröghetslagen



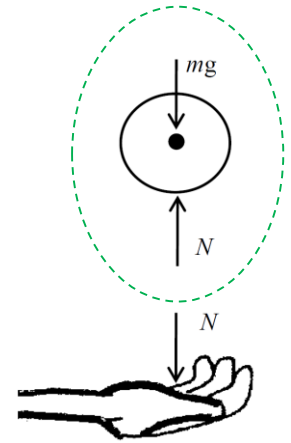
Lag II: Kraft och acceleration

Om vi inte håller emot kommer kulan att falla fritt (accelererad rörelse)

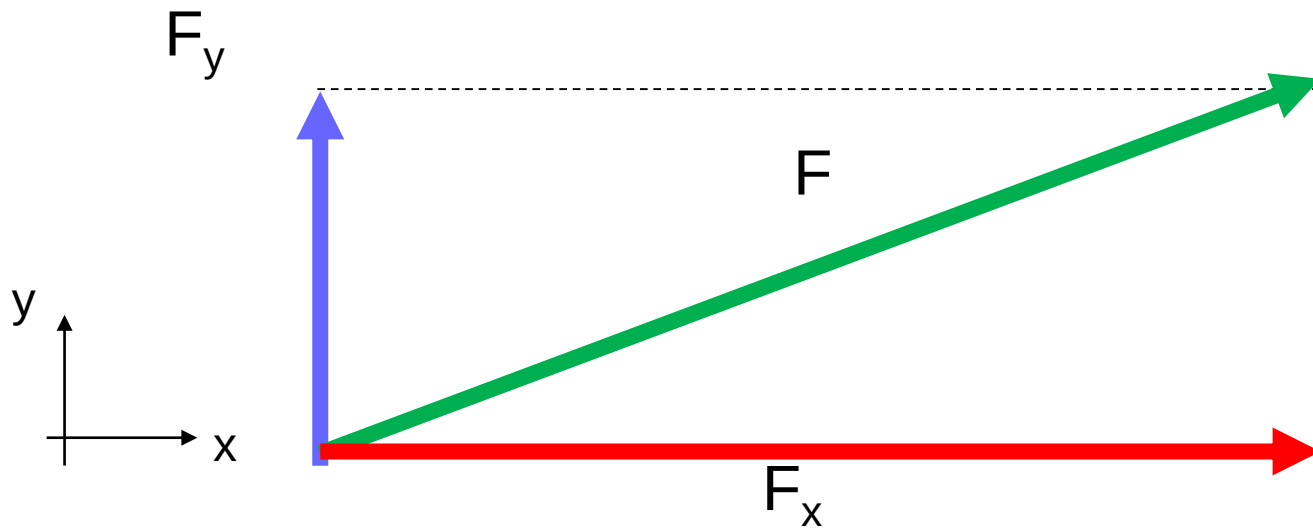


Lag III: Verkan och motverkan

Kulan påverkas av en kontaktkraft N (uppåt) och handen känner av en lika stor kraft (nedåt)



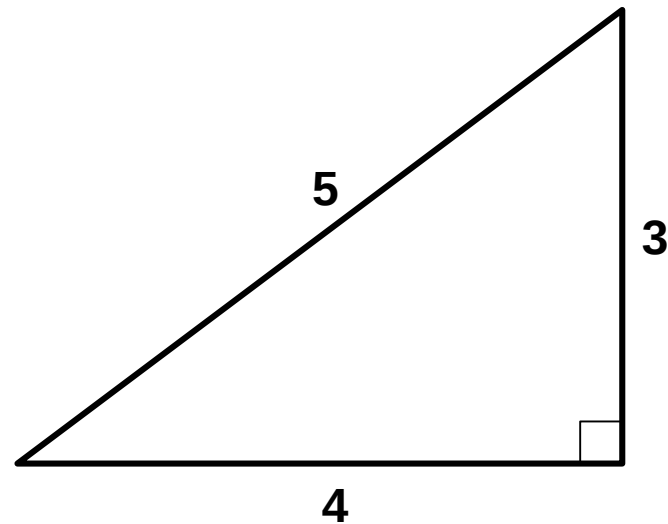
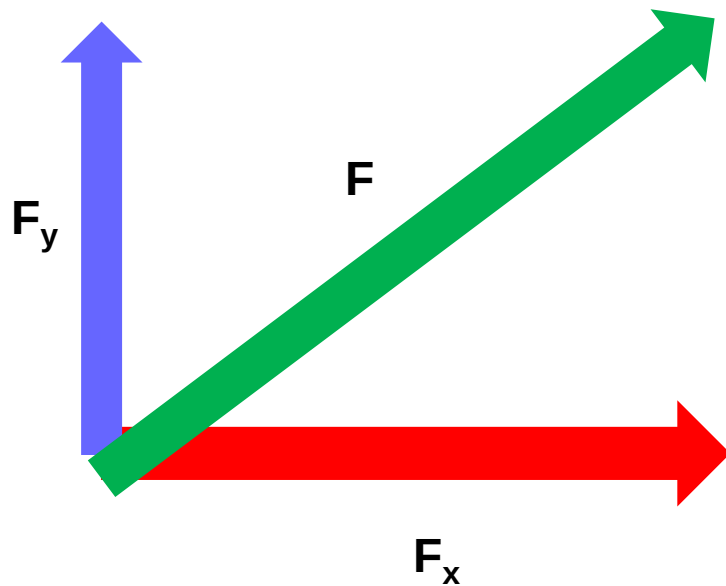
Kraft – Storlek och riktning



Kraften beskrivs genom *komposantuppdelning*



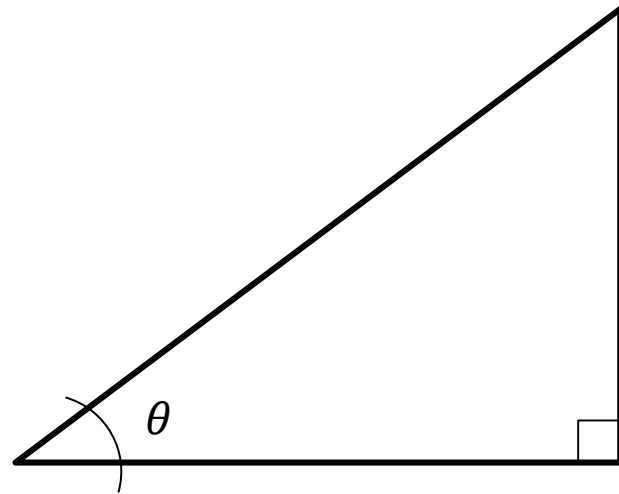
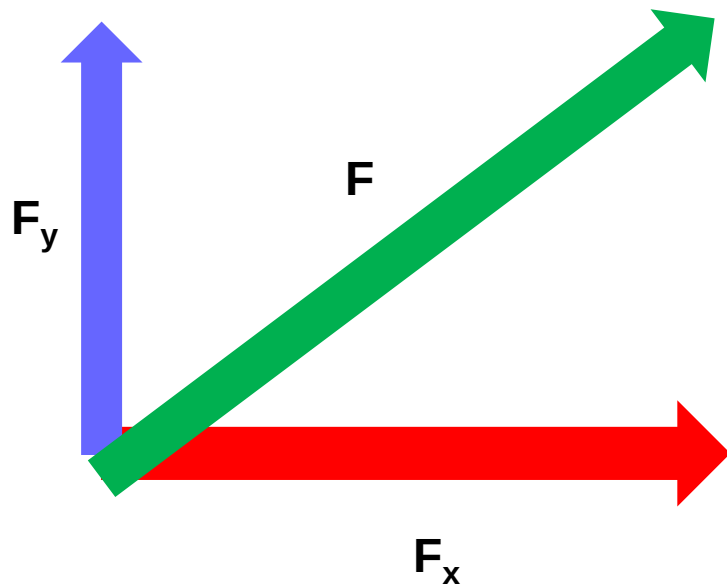
Komposantuppdelning - Exempel



$$\left. \begin{aligned} \frac{F_x}{F} &= \frac{4}{5} \\ \frac{F_y}{F} &= \frac{3}{5} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} F_x &= \frac{4}{5}F \\ F_y &= \frac{3}{5}F \end{aligned}$$



Komposantuppdelning - Exempel



$$F_x = F \cos \theta$$

$$F_y = F \sin \theta$$



Jämviktsberäkning

- Välj och **rita ut systemgränser** för objektet som ska friläggas = avgränsning
- Rita in de krafter som verkar **på det frilagda objektet**
- Ställ upp jämviktsekvationer (1-3 st för 2D):

$$\sum F_x = 0; \quad \sum F_y = 0; \quad \sum M = 0$$

"summan av alla krafter i x-riktning=0"

"summan av alla krafter i y-riktning=0"

"summan av alla moment=0"



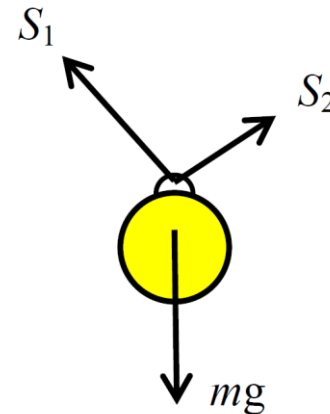
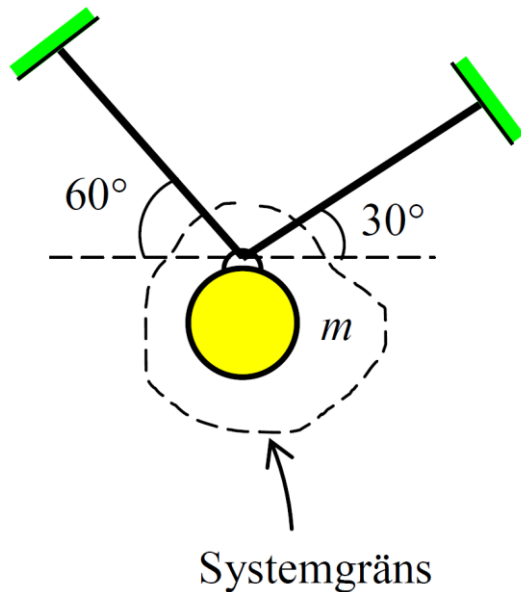
Friläggning

- Friläggning = Avgränsa + alla verkande krafter
- Krafter som kan verka
 - Tyngdkraft (nedåt och genom tyngdpunkten)
 - Pålagd yttre kraft
 - Kontaktkraft (kraft i ett stöd, vid objektets kontakt med sin omgivning)
- Krafter i/vid
 - Sträv yta/glatt yta
 - Linor och stänger
 - Balkar



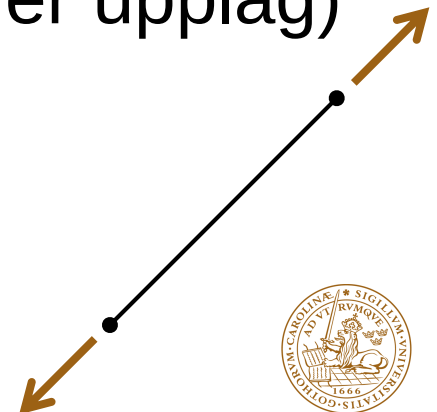
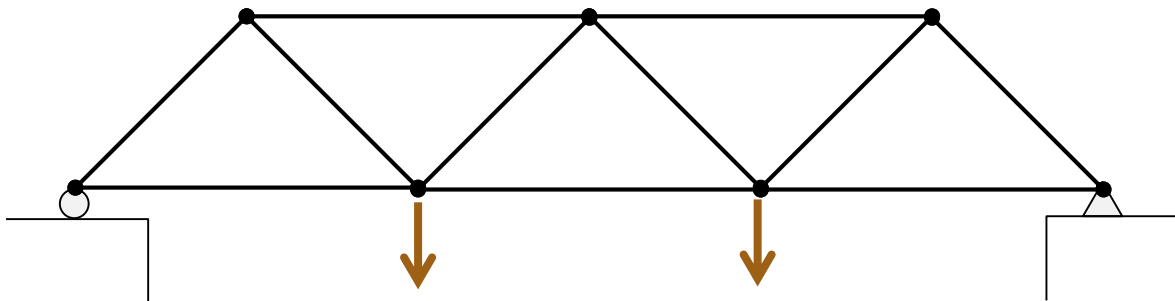
Krafter – Linor

- Kraft i lina är i linans riktning
- Kraft i linan är alltid dragkraft



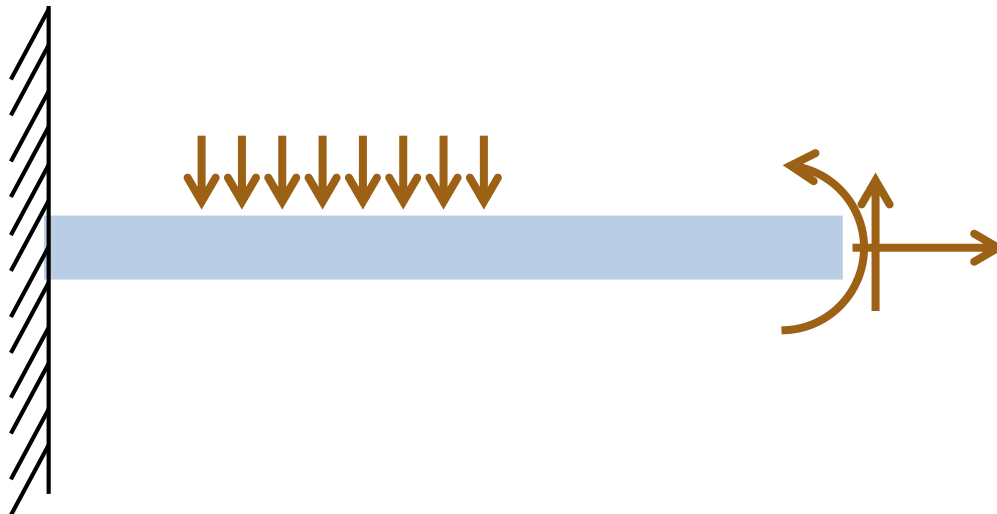
Krafter – Stänger

- Antag: Ingen egentytngd i stången
- Kraft i stång är i stångens riktning
- Antingen drag eller tryck, ej böjande moment
- Stänger sammansatta via leder = fackverk.
Belastas enbart i leder (yttre kraft eller upplag)



Krafter – Balkar

- Krafter i balken: Kraft i balkens längsriktning, tvärs balken och böjande moment
- Yttre belastning också med utbredd last tvärs balkens längsriktning

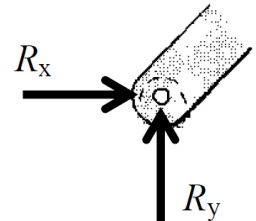
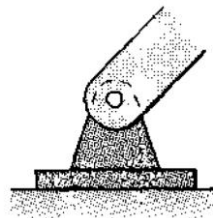


Upplag – Symboler och vad de betyder

- Fixt upplag
 - Förhindrad translation, dvs tar kraft i alla riktningar
 - Fritt att rotera, dvs tar inte upp moment



Symboler

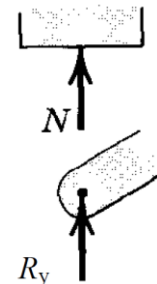
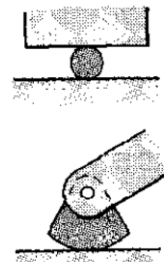
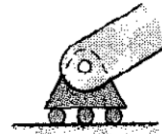
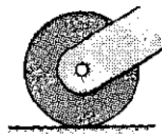


Upplag – Symboler och vad de betyder

- Rullupplag
 - Förhindrad rörelse vinkelrät underlaget, dvs tar kraft i denna riktning
 - Fritt att rotera, dvs tar inte upp moment

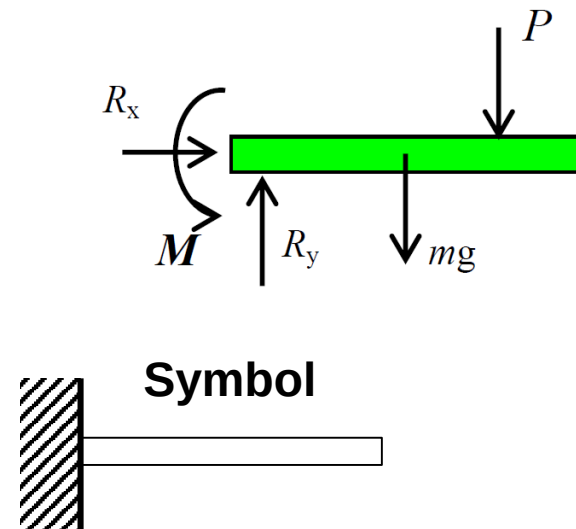
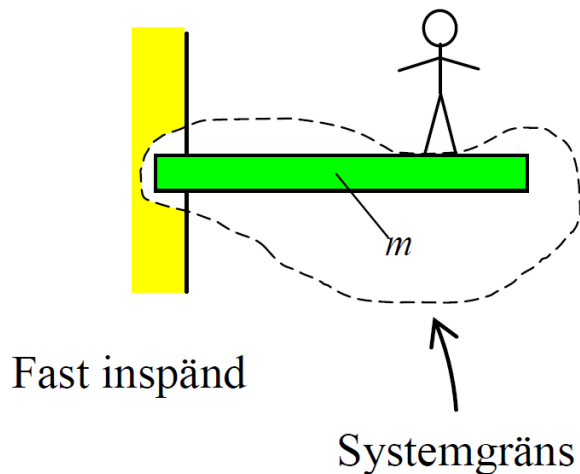


Symboler



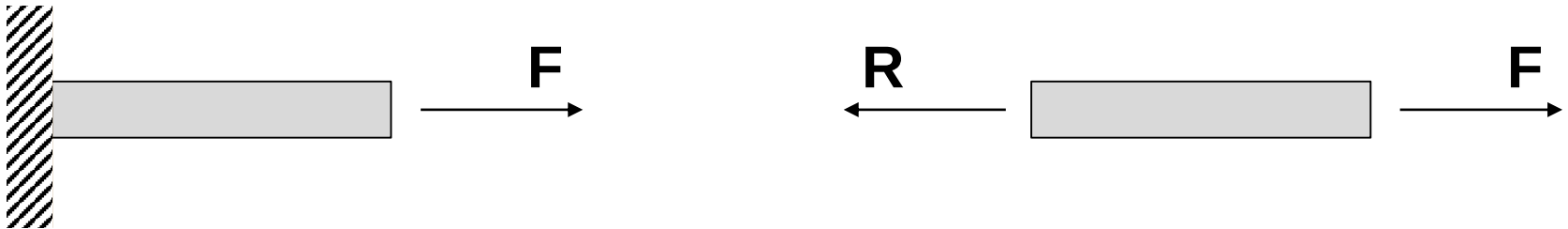
Upplag – Symboler och vad de betyder

- Fast inspänning
- Ingen rörelseförmåga – dvs krafter och moment i alla riktningar kan överföras



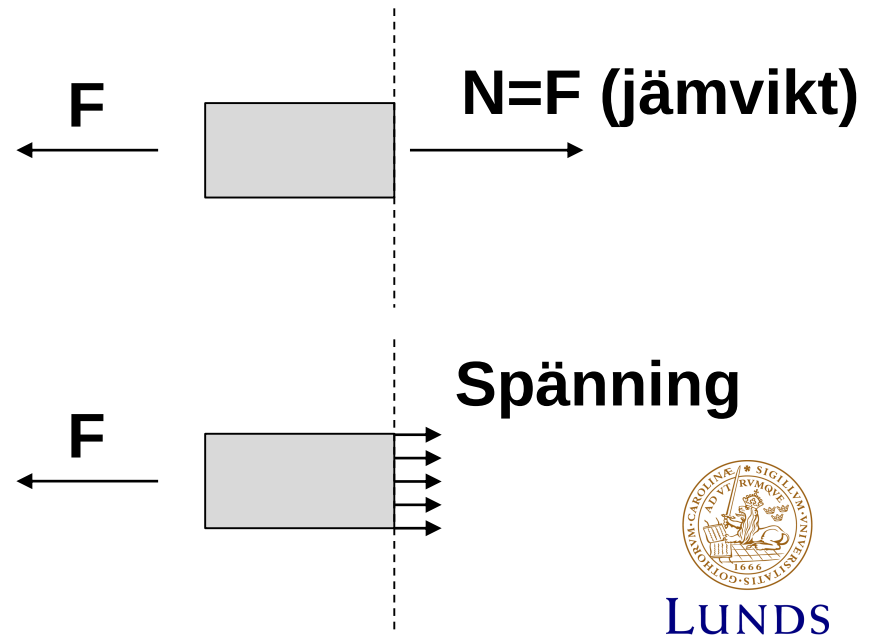
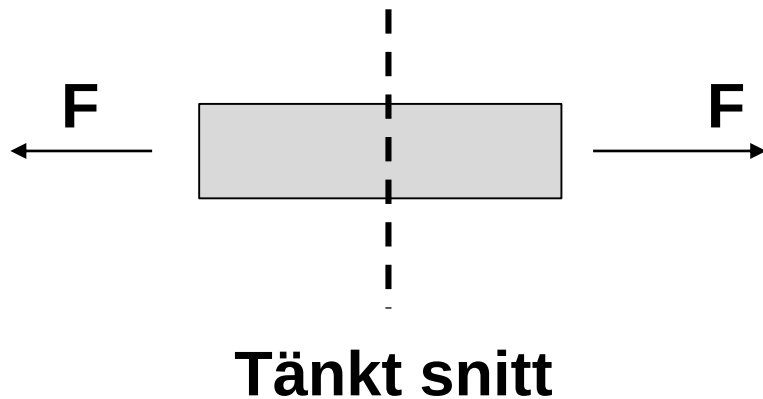
Yttre krafter

- Yttre krafter är pålagda eller reaktionskrafter:



Inre krafter

- Inre krafter kan vara
 - Snittkrafter
 - Spänningar



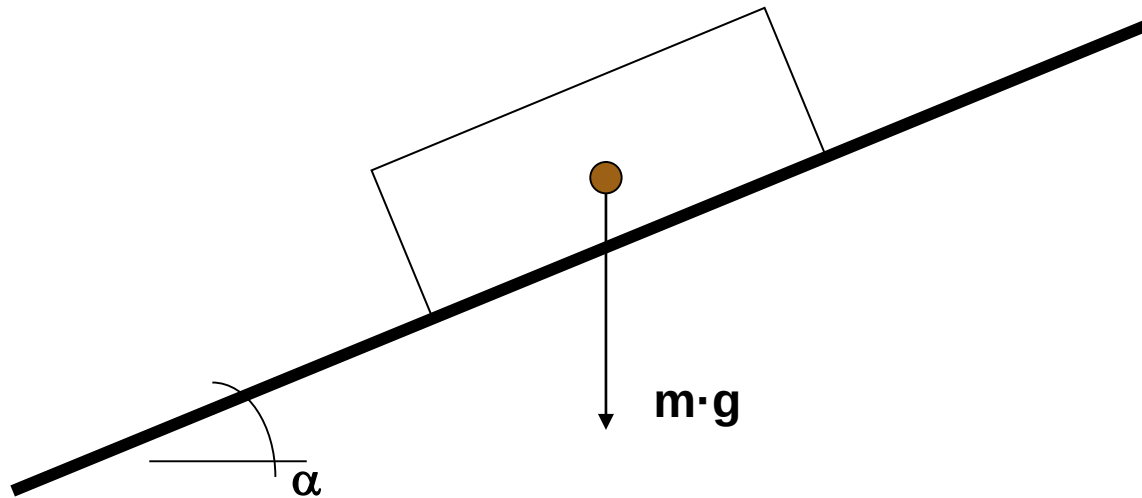
Normalspänning

- Vid konstant (dvs jämnt fördelad) spänning över tvärsnittet:

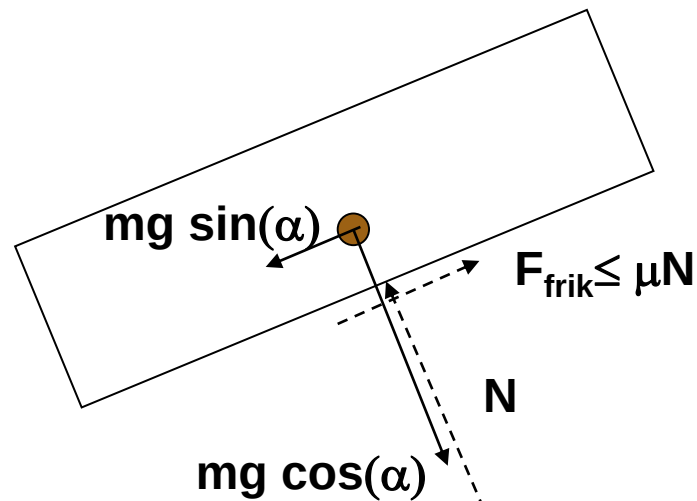
$$F = \sigma \sum \Delta A = \sigma \cdot A \Rightarrow \sigma = \frac{F}{A}$$



Friktion



Friktion - Friläggning



JÄMVIKT (2 ekvationer)

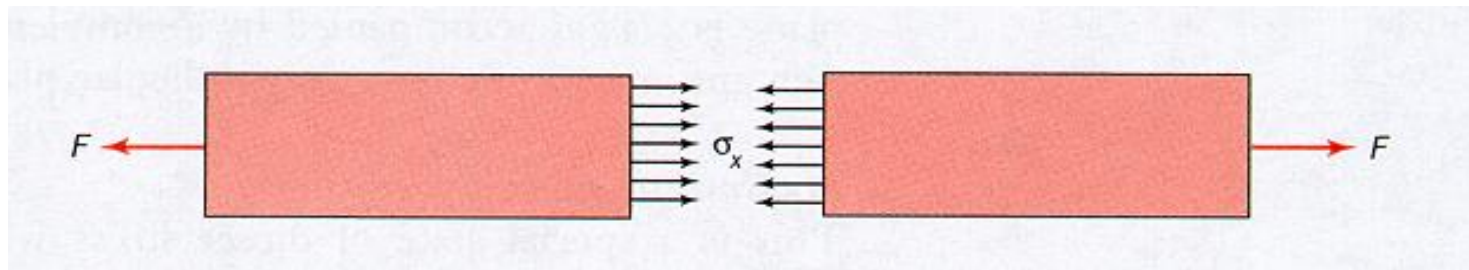
↗ : $- mg \sin(\alpha) + F_{\text{frik}} = 0$

↖ : $- mg \cos(\alpha) + N = 0$



Spänning och töjning i en stång

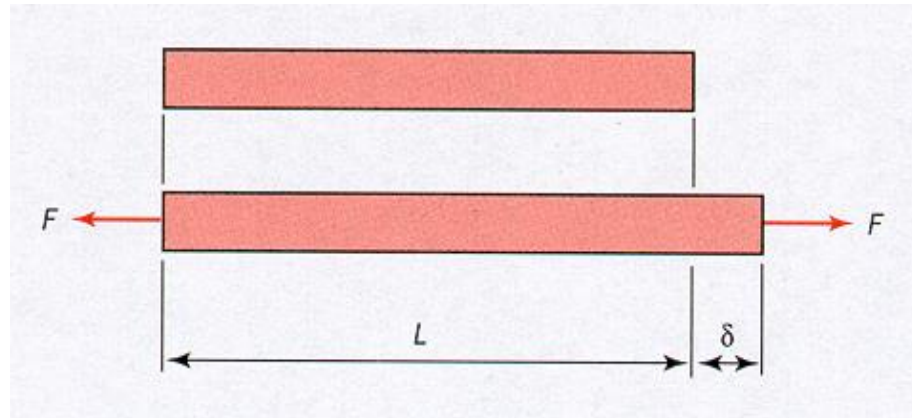
$$\sigma_x = \frac{F}{A}$$



Töjning

- Normaltöjning
 - Förlängning ($\delta > 0$) positivt
 - Medeltöjning:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L}$$



Materialstyvhet - elasticitet

Spänning

Töjning

σ

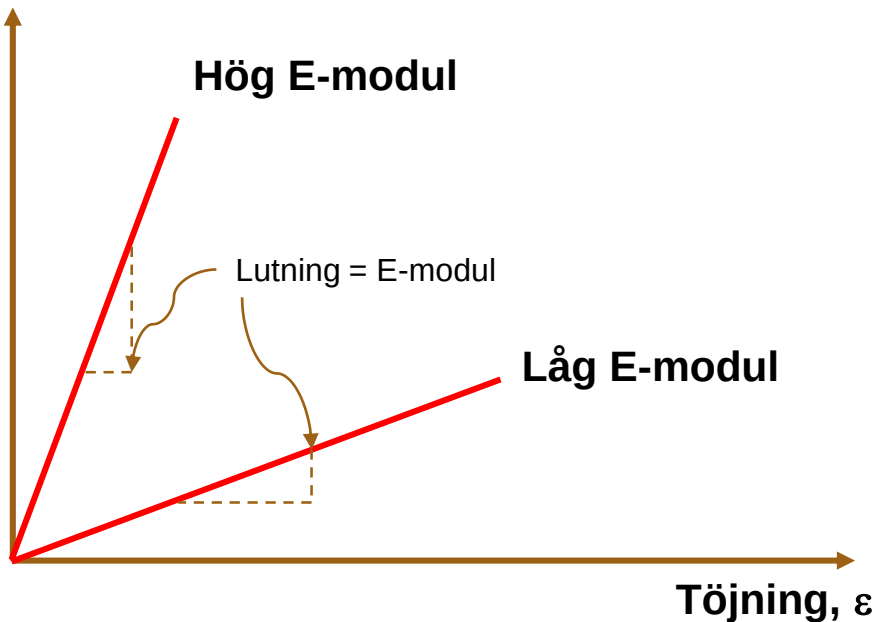


ε

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

E = Elasticitetsmodul (E-modul)

Spänning σ



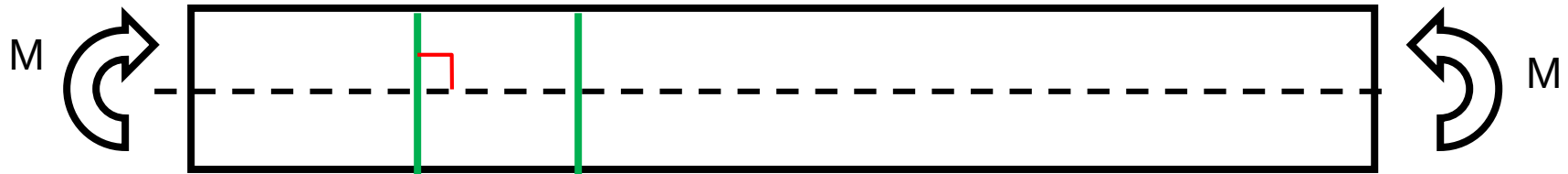
LUNDS
UNIVERSITET

Balk

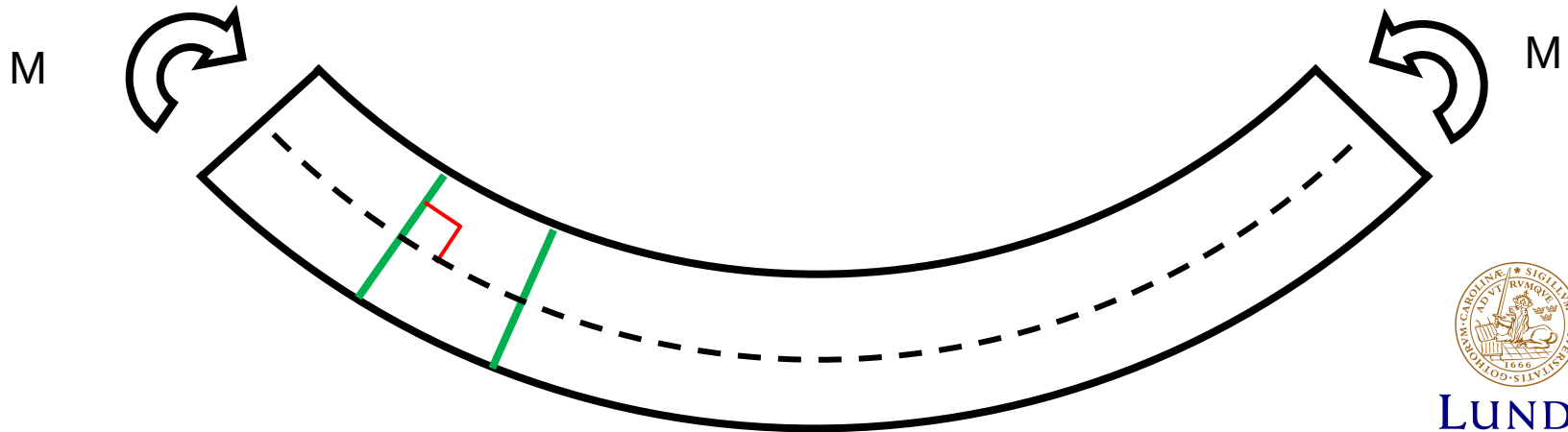
- En balk kan överföra både krafter och moment
- "Krafter"
 - Normalkraft (som stången)
 - Tvärkrafter
 - Böjmoment
 - Vridmoment (i 3D-fallet, behandlas ej i kursen)



Balk - 2D böjning



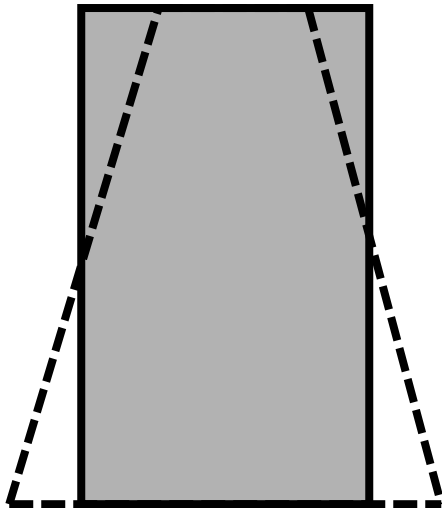
-- Tyngdpunktslinje



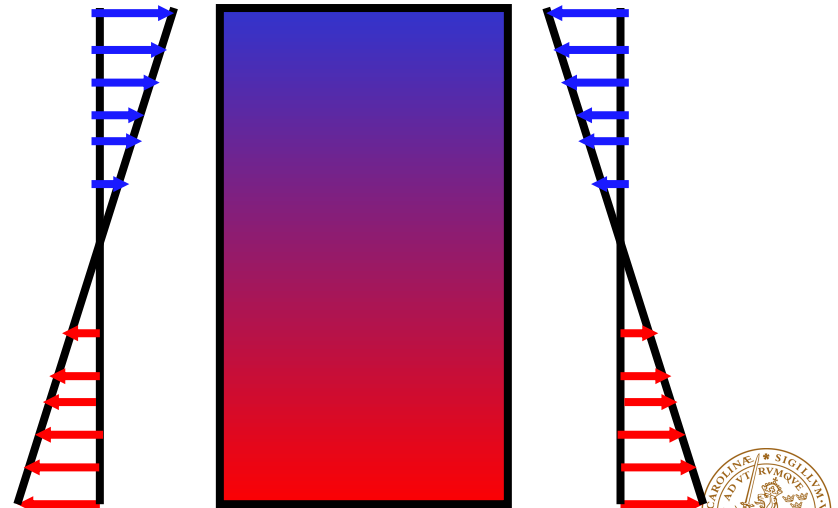
Balk – 2D

Utskuren balkdel - böjning

Deformation

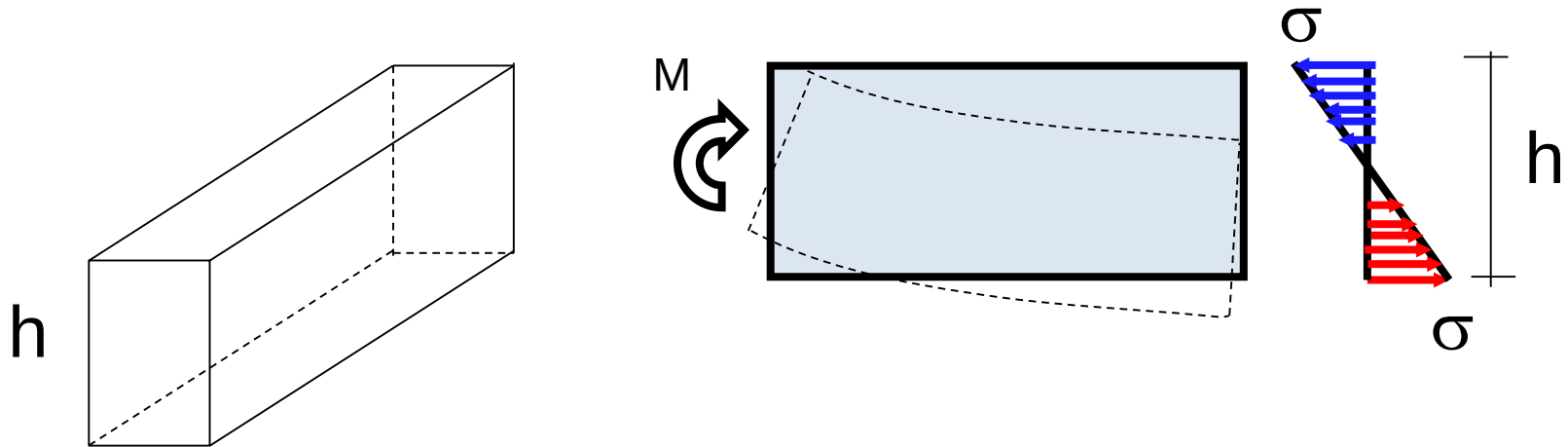


Spänning



Balk - 2D böjning

- Samband rektangulära tvärsnitt (utan härledning)



b

Max drag/tryckspänning:

$$\sigma = \frac{M \cdot 6}{b \cdot h^2}$$



Pelarknäckning

- Normalkraften i pelare påverkar styvheten i sidled
- Tryck ger minskad styvhet i sidled – en tendens till att böja ut
- Slanka pelare kan gå till brott trots att materialet beter sig elastiskt
- (Euler)Knäckning
 - Eng: buckling



Pelarknäckning

- Allmänt för pelarknäckning

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\beta L)^2}$$

- Där β beror på inspännings-förhållanden



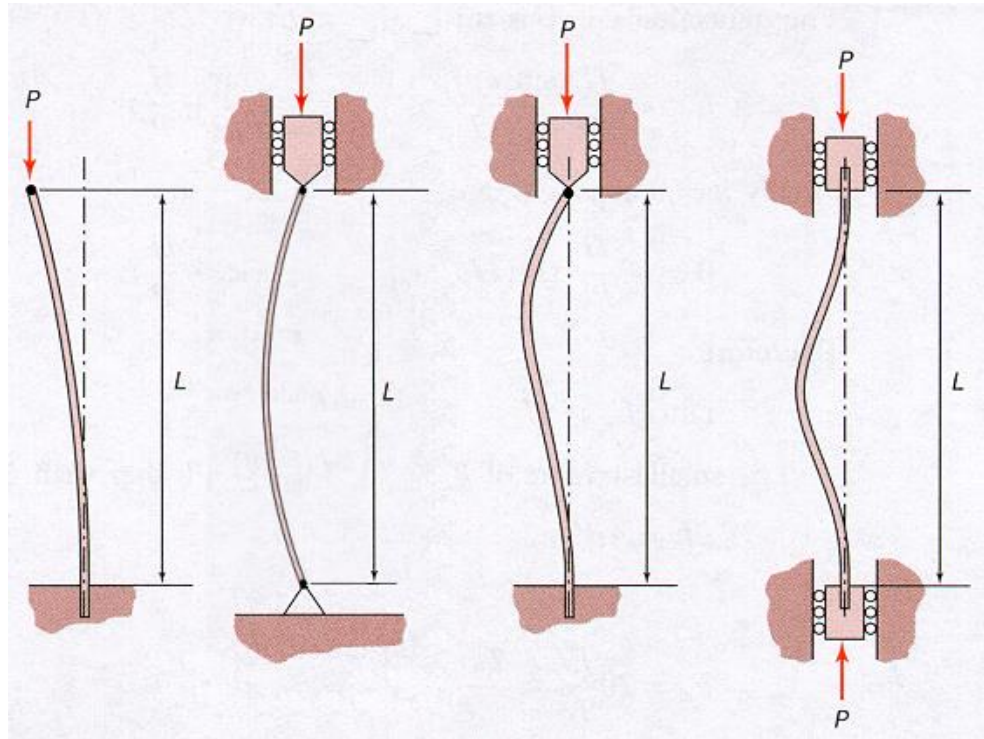
Pelarknäckning

Knäckningslast :

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{(\beta L)^2}$$

βL effektiv

knäckningslängd



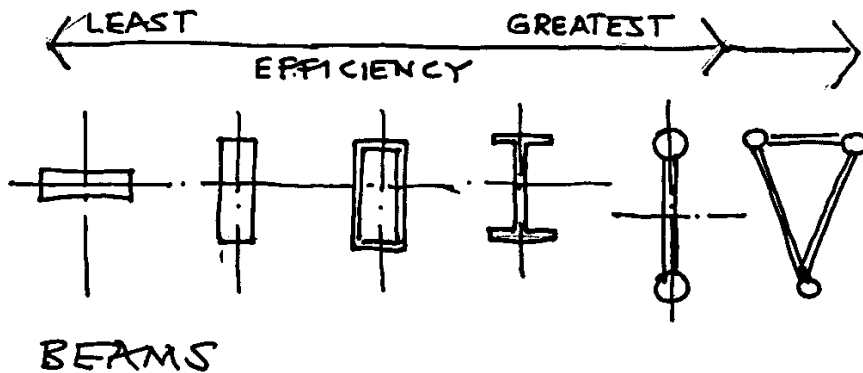
$$\beta = 2.0 \quad 1.0 \quad 0.7 \quad 0.5$$



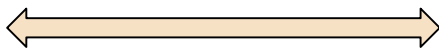
Pelarknäckning

Effektivt tvärsnittsmått i böjning

I = Yttröghetsmoment



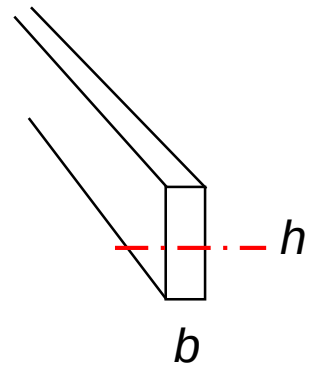
Litet



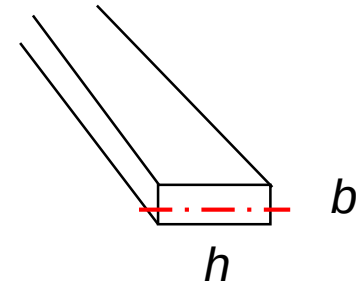
Stort

Rektangulära tvärsnitt

$$I = \frac{bh^3}{12}$$



$$I = \frac{b^3h}{12}$$



LUNDS
UNIVERSITET



LUNDS
UNIVERSITET