

## Avvikelser från linjär dynamik till följd av mer exakta materialmodeller

Examensarbetare: Jakob Sjöstrand

**För att förutsäga beteendet hos mekaniska dynamiska system används beräkningsmodeller som utgår ifrån systemens massa, styvhet och dämpningsegenskaper. Dessa modeller kan vara avancerade eller lätthanterliga mycket beroende på hur dämpningsmekanismerna modelleras. Syftet med arbetet var att undersöka hur mer avancerade materialmodeller för beskrivning av dämpningen påverkar systemets dynamik.**

Dynamiska system karakteriseras vanligtvis genom systemets massa, dess styvhet samt en eller ett flertal mekanismer som omvandlar rörelse hos systemet till värmeenergi. Dessa mekanismer utgör systemets dämpning och ansvarar för att exempelvis en vibrerande gitarrsträng slutligen kommer till vila. Varje dynamiskt system har en eller flera frekvenser med vilka systemet vill vibrera. Dessa kallas för systemets egenfrekvenser och man kan igen tänka på tonen som uppstår när man knäpper på en gitarrsträng, för att visualisera detta.

Om systemet påverkas av en störning utifrån och om frekvensen hos denna störning sammanfaller med en egenfrekvens hos systemet, kan systemets rörelser bli ohanterligt stora. Detta fenomen kallas resonans och kan potentiellt leda till skador på systemet eller rent av kollaps. Det är just vid resonans som dämpningsegenskaperna hos systemet blir som allra viktigast.

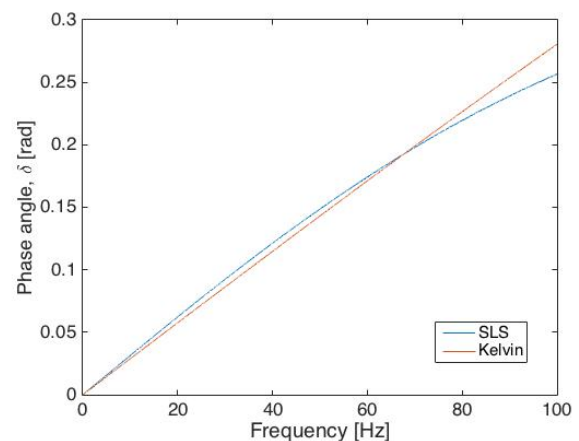
I detta arbete finns en koppling till gummi-liknande material. Vid hastig belastning blir gummimaterial styvare, man säger att det finns ett hastighets- eller frekvensberoende hos materialet.

Det går också att se att vid långsam belastning av gummimaterial är responsen beroende av rörelsens utslag. Man säger att materialet är amplitudberoende. För att kunna förutsäga responsen hos ett gummimaterial behövs följaktligen en materialmodell som är både amplitud- och hastighetsberoende.

Till följd av detta jämfördes två sätt att beskriva hastighetsberoende hos material. En enkel modell kallad Kelvinmodellen och en fysikaliskt mer korrekt modell, kallad Standard linear solid, vilken fick verka som referensmodell.

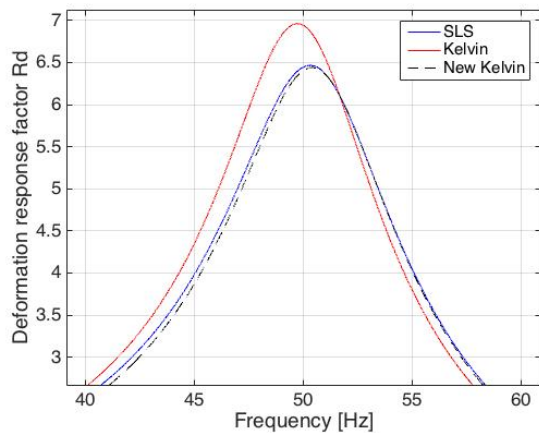
Det visade sig att den enklare Kelvinmodellen kunde ge rimliga förutsägelser av den dynamiska responsen vid stationära vibrationer över ett brett frekvensintervall.

Inledningsvis gjordes passningar av Kelvinmodellens fasvinkel till fasvinkeln hos referensmodellen, där fasvinkeln är den egenskap hos hastighetsberoende material som styr dämpningen i materialet. Genom detta förfarande kunde en dämpningsparameter hos Kelvinmodellen bestämmas. Denna dämpningsparameter användes sedan i analysen av de stationära vibrationerna hos de båda systemen och det visade sig att Kelvinsystemet gav en bra uppskattning av den dynamiska responsen hos referenssystemet, framförallt vid högre resonansfrekvenser.



Figur 1: Fasvinkeln hos Kelvinmodellen passas till fasvinkeln hos referensmodellen (SLS) över ett brett frekvensintervall.

Det gick senare att identifiera ett algebraiskt samband mellan dämpningsparametern hos Kelvinmodellen och fasvinkeln hos referensmodellen. Detta möjliggjorde en ännu bättre uppskattning av den dynamiska responsen vid resonans hos referenssystemet, se den streckade svarta kurvan i bilden här intill.



Figur 2: Den dynamiska responsen vid stationära vibrationer hos referenssystemet (blå kurva) och det passade Kelvin systemet (röd kurva). Den svarta streckade kurvan (New Kelvin) är plottad med hjälp av det identifierade sambandet mellan fasvinkel och dämpningsparameter. Sambandet ger en mycket bra uppskattning av dämpningen i det dynamiska systemet.

Fördelen med dessa två tillvägagångssätt är att de möjliggör uppskattning av dämpningen hos ett mekaniskt hastighetsberoende dynamiskt system enbart genom mätningar av fasvinkeln hos materialet.

Passningen av Kelvinmodellen till referensmodellen underlättades om referensmodellen hade en låg dämpning, det vill säga att fasvinkeln var relativt liten, över det studerade frekvensintervallet.

Dock kunde det dynamiska systemet baserat på Kelvinmodellen inte uppvisa någon ökning av resonansfrekvensen till följd av ökad styvhet vid höga frekvenser, vilket hos verkliga material brukar kallas moduleffekt.

Ökningen av resonansfrekvensen, det vill säga moduleffekten, hos referensmodellen (Standard linear solid) visade sig vara kopplad till något som kallas materialets dynamiska styvhet. Den dynamiska styvheten är ett mått på hur materialets styvhet beror av belastnings-hastigheten. En ökning av den dynamiska styvheten hos referensmodellen medförde en ökning av resonansfrekvensen. Däremot innebar en ökning av den dynamiska styvheten hos Kelvinmodellen inte någon ökning av resonansfrekvensen hos det dynamiska systemet, vilken alltså är en brist hos denna materialmodell.

I det avslutande kapitlet visas exempel på en rad fenomen som missas om ett system beskrivs som enbart frekvensberoende. Här användes en amplitudberoende materialmodell och det kunde konstateras att resonans-frekvensen hos detta dynamiska system var beroende av rörelsens utslag. Det visade sig att de studerade amplitudberoende systemen kunde karakteriseras med hjälp av kvoten mellan den kraft som påverkade systemet och flytgränsen hos materialmodellen, vilket är den gräns där det linjära sambandet mellan kraft och förskjutning upphör. Vidare ges en kort beskrivning av hur man kan kombinera amplitudberoende och frekvensberoende i en och samma modell.