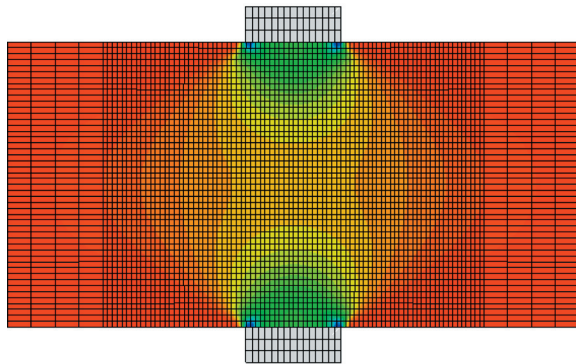




LUND
UNIVERSITY



ANALYS AV TRÄETS TRYCKHÅLLFASTHET VINKELRÄTT FIBERRIKTNINGEN

MIKAEL ROSENGREN

Structural
Mechanics

Master's Dissertation

Department of Construction Sciences
Structural Mechanics

ISRN LUTVDG/TVSM--10/5171--SE (1-60)
ISSN 0281-6679

ANALYS AV TRÄETS
TRYCKHÅLLFASTHET
VINKELRÄTT FIBERRIKTNINGEN

Master's Dissertation by
MIKAEL ROSENGREN

Supervisors

Per Johan Gustafsson, Professor,
Div. of Structural Mechanics;
Arne Emilsson, Limträteknik AB, Falun
och Roberto Crocetti, SP, Borås

Examiner:

Kent Persson, PhD,
Div. of Structural Mechanics

Copyright © 2010 by Structural Mechanics, LTH, Sweden.
Printed by Wallin & Dalholm Digital AB, Lund, Sweden, December, 2010 (PI).

For information, address:
Division of Structural Mechanics, LTH, Lund University, Box 118, SE-221 00 Lund, Sweden.
Homepage: <http://www.byggmek.lth.se>

Symboler

Romerska versaler

| | |
|--------------|---|
| A | Kontakt area |
| A_{ef} | Effektive kontakt area |
| E | Elasticitetsmodul |
| E_L | Elasticitetsmodul, longitudinal |
| E_R | Elasticitetsmodul, radiell |
| E_T | Elasticitetsmodul, tangential |
| F | Last |
| G_{LR} | Skjuvmodulen, longitudinellt - radiellt |
| G_{LT} | Skjuvmodulen, longitudinellt - tangentiellt |
| G_{RT} | Skjuvmodulen, radiellt - tangentiellt |
| l_{upplag} | Upplagets längd |
| L | Längden |
| V | Volym |

Romerska gemener

a Anstånd till kant

b Balkbred

h Balkhöjd

m Massa

Grekiska

ρ Densitet

δ Delta

σ Spänning

ν Poissons tal

ν_{LR} Poissons tal, longitudinellt - radiellt

ν_{LT} Poissons tal, longitudinellt - tangentiellt

ν_{RT} Poissons tal, radiellt - tangentiellt

ϵ Töjning

Sammanfattning

I dagens läge finns inga konkreta riktlinjer för att beräkna tryckhållfasthetskapaciteten hos trä vid en belastning vinkelrätt mot fiberriktningen. Provningsalternativen ASTM, ICO och CEN ger alla tre olika resultat vid provning av en likvärdig kropp. Med denna vetskap kommer den karakteristiska tryckhållfasthetskapaciteten för tryck vinkelrätt mot fiberriktningen att sänkas till 2.7 MPa för kvalitet L 40. Sänkningen är vald för samtliga belastningssituationer. Då inte någon större granskning har gjort hur aktuell en sänkning är eller för vilka belastningssituationer den ska gälla för kommer det i detta examensarbete att göras en sådan granskning. För att kunna göra konkreta bedömningar så kommer egna provningar att göras och ett flertal olika modeller att analyseras med hjälp av finita elementmetoden.

Finita elementmetoden är en numerisk beräkningsmetod som med hjälp av gränsvärldiga differentialekvationer kan lösa ett problem på ett ungefärligt sätt. För att kunna göra alla spännings- och töjningsberäkning så har ett finita elementprogram använts, ABAQUS. ABAQUS är ett avancerat program som kan lösa statiska och i viss mån även dynamiska problem för tvådimensionella som tredimensionella modeller. ABAQUS kan även lösa olinjära problem, vilket är något som är viktigt i denna rapport då träets plastiska fas är olinjär. I detta examensarbete är alla framtagna modeller gjorda i tre dimensioner och har analyserats i statistiskt tillstånd för både linjärt som olinjärt beteende.

En provning har gjorts på två olika belastningssituationer. Detta för att kunna få en bättre bild av hur händelseförloppet ser ut under en belastning på träet vinkelrätt mot fiberriktningen. Ett annat syfte med provningen var att kunna er hålla spännings- och töjningsdata som ska jämföras mot den materialmodell som skapades i ABAQUS.

För att kunna skapa en materialmodell i ABAQUS som stämmer överrens mot verkligheten så användes spännings- och töjningsdata från Suensons provningar 1938. Materialmodellen i ABAQUS anpassades så den överrensstämde mot alla de fem provningar som Suenson utförde. Då materialmodellen överrensstämde med Suensons provningar gjordes en extra kontroll av den framtagna modellen. Provkropparna från provningen som gjort i denna rapport modellerades upp i ABAQUS och en jämförelse av dess resultat gjordes. Resultatet från jämförelsen stämde bra överens då strukturen på kurvorna var likartad.

Då materialmodellen i ABAQUS gav korrekta värden på dess spännings- och töjningsdiagram så gavs möjligheten att kunna analysera andra belastningssituationer. Fyra av de vanligaste lastfallen modellerades upp och analyserades. Även om strukturen på diagrammen från ABAQUS är korrekta mot verkligheten så är den väldigt beroende av kvalitén hos det valda trämaterialiet. Därför gjordes en normalisering av diagrammen så de blev materialberoende. Spänningen är beroende mot tryckhållfasthetskapaciteten hos det valda materialet och töjningarna mot elasticitetsmodull för den radiella- och tangentiellriktningen.

Abstract

At present there are no concrete guidelines how to calculate the pressure resistance capacity of the timber at the load perpendicular to grain. The test options ASTM, CEN and ICO gives three different results in testing of an equal body. With this knowledge the value for the characteristic compressive strength capacity of the pressure perpendicular to the grain will be reduced to 2.7 MPa. The reduction is chosen for all loading situations. Since no major evaluation has been made how current a reduction is or in which loading situations it should apply for, it will be evaluated in this thesis. In order to make concrete assessments, own tests will be performed and several different models will be analyzed using the finite element method.

The finite element method is a numerical calculation with help of boundary worthy differential equations it can solve a problem in an approximate way. To do all stress and strain calculation a finite element program has been used, ABAQUS. ABAQUS is an advanced program that can solve the static and in some cases even dynamic problem for two-dimensional and three-dimensional models. ABAQUS can solve nonlinear problems, which is something that is important in this thesis because the plastic phase for wood is nonlinear. In this thesis all the designed models are made in three dimensions and have been analyzed in static condition for both linearly as non-linear behavior.

A test has been done for two different loading situations. This is to get a better picture how the stress and strain relation works when a load react perpendicular to the grain. Another purpose of the testing is to obtain stress and strain data that can be compared to the material model in ABAQUS.

In order to create a material model in ABAQUS that is comparable to real life, stress and strain data from Suensons testing in 1938 has been used. Material model in ABAQUS was adapted so that it is consistent against all the five tests that were performed by Suenson. When the material model was consistent to Suensons tests, an additional verification of the developed model were made. The samples from the test that was made in this report were modeled in ABAQUS and the results were compared. The results from the comparison were in good agreement because the structure of the curves was similar.

When the material model in ABAQUS gave correct values for the stress and strain

diagrams the ability to analyze other loading situations were possible. Four of the most common load cases were modeled and analyzed. Even though the structure of the diagrams from ABAQUS is correct in correlation to reality, it is very dependent on the quality of the selected timber. Therefore a normalization of the diagrams was made to make them material dependent. The stress is dependent on the pressure resistance capacity of the chosen material and strains are dependent on both the pressure resistance capacity and the elasticity module for the radial and tangential direction.

Förord

Denna rapport är resultatet från mitt examensarbete som utförts på avdelningen för byggnadsmekanik vid Lunds Tekniska Högskola. Arbetet har utförts under 2010.

Jag skulle vilja tacka min två handledare Per-Johan Gustavsson och Kent Persson på avdelningen byggnadsmekanik för den hjälp jag fått för att kunna slutföra mitt examensarbete. Per-Johan Gustavsson för hans djupa kunskap inom träkonstruktioner och Kent Persson för hans breda kunskaper inom ABAQUS.

Ett speciellt tack vill jag rikta till min sambo Lina Hermansson som varit ett stort stöd under arbetets gång.

Lund Augusti 2010

Mikael Rosengren

Innehåll

| | |
|--|------------|
| Symboler | iii |
| Sammanfattning | v |
| Abstract | vii |
| Förord | ix |
| 1 Inledning | 1 |
| 1.1 Bakgrund | 1 |
| 1.2 Syfte | 1 |
| 1.3 Avgränsning | 2 |
| 1.4 Metodik | 2 |
| 2 Tidigare arbeten | 3 |
| 2.1 Provingar och rapporter | 3 |
| 2.2 Normer och standarder | 5 |
| 2.2.1 Europeisk standard, SS-EN 1995-1-1:2004 | 5 |
| 2.2.2 Svensk standard BFS2010:2, BKR 13 | 7 |
| 2.2.3 Tysk standard DIN 1052 D-2008 | 8 |
| 3 Träets egenskaper och beteende | 11 |
| 3.1 Trä, ett ortotropiskt material | 11 |
| 3.2 Styvhetsenskaperna | 12 |
| 3.3 Linjär elasticitet | 13 |
| 3.4 Olinjärt plasticitet | 15 |
| 3.5 Belastning i fiberriktningen | 15 |
| 3.5.1 Belastningens riktning | 15 |
| 3.5.2 Påverkan av belastnings längd | 17 |
| 3.5.3 Limträ | 18 |
| 4 Finita elementmetoden och ABAQUS | 19 |
| 4.1 Finita elementmetoden, (FEM) | 19 |
| 4.1.1 Svag form för jämviktsberäkning i 3-D | 20 |
| 4.1.2 FE formulering för tredimensionell elasticitet | 21 |
| 4.2 ABAQUS | 22 |

| | | |
|-----------|--|-----------|
| 4.2.1 | Crushabel foam | 22 |
| 4.2.2 | Overlayer | 23 |
| 5 | Laboratorieprovningar | 25 |
| 5.1 | Belastningssituation | 25 |
| 5.1.1 | Material | 25 |
| 5.1.2 | Belastningsanordning | 26 |
| 5.1.3 | Provningsförfarande | 27 |
| 5.1.4 | Provningsresultat | 28 |
| 5.1.5 | Avslutande kommentarer och diskussion | 29 |
| 6 | Modell i ABAQUS | 31 |
| 6.1 | FE-modell | 31 |
| 6.1.1 | Geometri | 31 |
| 6.1.2 | Materialegenskaper | 32 |
| 6.1.3 | Elementnät | 34 |
| 6.1.4 | Randvillkor och laster | 35 |
| 6.1.5 | Kontaktvillkor | 36 |
| 6.1.6 | Resultat och diskussion | 36 |
| 7 | Analys av provkroppar i ABAQUS | 41 |
| 7.1 | FE-modell | 41 |
| 7.1.1 | Geometri | 42 |
| 7.1.2 | Elementnät | 42 |
| 7.1.3 | Randvillkor och last | 43 |
| 7.1.4 | Resultat | 43 |
| 7.1.5 | Avslutande kommentarer och diskussion | 45 |
| 8 | Numeriska analyser i ABAQUS av olika lastfall | 47 |
| 8.1 | FE- modell | 48 |
| 8.1.1 | Geometri | 48 |
| 8.1.2 | Elementnät | 49 |
| 8.1.3 | Randvillkor och laster | 49 |
| 8.1.4 | Resultat och diskussion | 50 |
| 9 | Förslag till ny norm och beräkningsmetod | 57 |
| 10 | Slutsatser | 63 |
| 11 | Förslag på fortsatt arbete | 65 |
| | Källförteckning | 67 |

Kapitel 1

Inledning

1.1 Bakgrund

Vid byggnation av en konstruktion där man väljer att använda trä är belastningens riktning viktig. Skillnaden i tryckhållfasthet vid en belastning längs fibrernas riktning och vinkelrätt fiberriktningen kan vara upp till 10 gånger. För tillfället finns inga allmänna accepterade riktlinjer eller modeller att använda sig av vid beräkning av träets tryckhållfasthet vinkelrätt mot fiberriktningen av en balk med hänsyn till dess dimensioner eller dess belastningssituation. Det som finns är standardiserade metoder som ASTM¹, ISO² och CEN³ vilka ger väldigt olika resultat. I denna situationen så kommer enligt ett nytt remissförslag att ge normvärdet för den karakteristiska tryckhållfastheten vinkelrätt fiberriktningen för träkvalité L40, en drastisk sänkning från 8 MPa till 2.7 MPa. Då denna sänkning kommer att ha stor betydelse för framtida träkonstruktioner så är motiverat att undersöka om denna sänkning är befogad för alla belastningssituationer. Därför behövs en analys av hur balkens dimensioner påverkar hållfastheten, hur mycket av lastspridningseffekten som kan tillgodogöras och om det är möjligt att behandla alla belastningssituationer likvärdigt.

1.2 Syfte

Syftet med denna rapport är att försöka skapa en tydligare bild av hur träets spännings- och deformationsbeteende för olika belastningssituationer vid tryckpåfrestning vinkelrätt mot fiberriktningen. Detta för att kunna bedöma hur dagens beräkningsmetoder och normer förhåller sig till träets faktiska beteende. Ett annat syfte med rapporten är att undersöka huruvida en sänkning enligt det nykomna remissförslaget av det karakteristiska hållfasthetsvärdet för tryckbelastning vinkelrätt träets fiber är nödvändigt och i så fall om den är relevant för alla belastningssituationer. I rapporten ska även en ny dimensioneringsmetod föreslås.

¹Amerikansk standard för provning av material

²Internationell standard

³Europeisk standard

1.3 Avgränsning

Under arbetet kommer följande påståenden att gälla:

- Deformationen vinkelrätt fiberna studeras, inte eventuell risk för fläckbrott p.g.a tryckspänningar.
- Klimatklass 1.
- Träets fuktkvot är jämt genom hela tvärsnittet och satt till 12
- Belastningen är kortvarig.
- Konstruktionsvirket är nytillverkat L40 utan eventuella torksprickor och kvistar.
- Analyser och beräkningar kommer göras endast i vinkelräta riktningen mot fibrerna.
- Materialet betraktas som homogent, t.e.x utan differens mellan vårved och höstved.
- Modellering i finita elementprogrammet ABAQUS görs tredimensionellt, med antagande om transversellt isotrop materialegenskap.
- Rapporten kommer att koncentrera sig på vad som händer lokalt vid upplaget vid olika belastningssituationer för en träbalk.
- Alla modeller har skapats i SI:enheter.

1.4 Metodik

Inledningsvis kommer en litteraturstudie presenteras för att få en överblick över kunskapen inom det aktuella området samt att granska tidigare rapporter och provningar som gjorts. Med denna kunskap har en modell i ABAQUS tagits fram med hjälp av finita elementmetoden som återskapar träets spännings- och töjningssamband. Laboratorieprovningar utfördes för att jämföra resultatdata från ABAQUS. Den framtagna modellen används för att modellera och analysera fyra av de vanligaste belastningssituationerna. Sedan föreslås en ny dimensioneringsmetod för respektive lastfall.

Kapitel 2

Tidigare arbeten

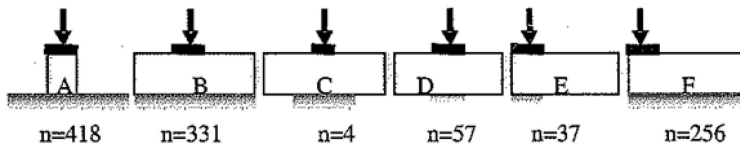
För att kunna göra en bra dimensionering av en träkonstruktion finns olika normer och standardiserade metoder. De väsentligaste av dessa kan ses nedan i kap 2.2. Men metoderna är inte heltäckande och vid dimensionering av exakt samma lastfall ger olika normer olika resultat. Riktlinjerna avser endast ett fåtal belastningssituationer och är begränsade av konstruktionens dimensioner. I en relativt ny artikel, [16] gjordes en sammanställning av de provningar som gjorts tidigare och även av de beräkningsmetoder som är tillgängliga. En kort beskrivning av denna artikel och dess resultat kan ses i kap 2.1. För en djupare beskrivning hänvisas till artikeln, [16]

2.1 Provningar och rapporter

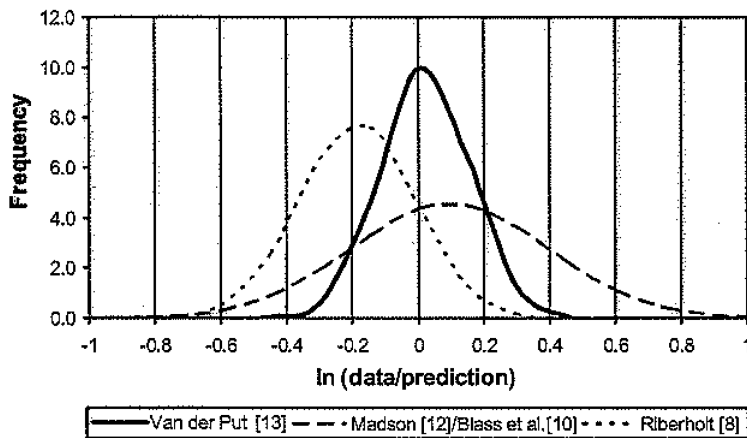
Det har genom åren gjorts en rad provningar och analyser av träs beteende vid belastning vinkelrätt mot fiberriktningen genom åren. I detta kapitel kommer endast resultatet från artikeln *Structural design for compression strength perpendicular to the grain of timber beams* att diskuteras då detta är den senaste och mest relevanta artikeln i nuläget.

I artikeln har en stor sammanställning gjorts av tidigare provningar och beräkningsmetoder. Detta för att kunna granska vilka av metoderna som är mest korrekt. Det är specifikt tre olika metoder som granskats djupare och det är metoderna enligt Riberholt, Madsen och Van der Put. Beräkningsmetoderna förhåller sig lika varandra med en viss skillnad. Den väsentligaste skillnaden mellan de olika metoderna är storleken av den lastspridningseffekt som skapas i träet under belastningsytan. För att kunna granska metodernas noggrannhet så sammanställdes beräknings- och provningsdata för 685 provkroppar för sex olika lastfall, se *figur 2.1*. Detta gjordes med en belastning på provkropparna tills 3 % respektive 10 % töjning erhöles. Sedan jämfördes resultaten från beräkningarna och provningarna för att kontrollera hur stor avvikelse var. Resultatet sammanställdes i ett diagram med standardavvikelse. Det som framgår tydligt är att den enda metoden som gett ett korrekt intervall är Van der Puts beräkningsmodell, se *figur 2.2* och *figur 2.3*. Denna kunskap kommer att vara nyttig då modellerna i ABAQUS tas fram för att

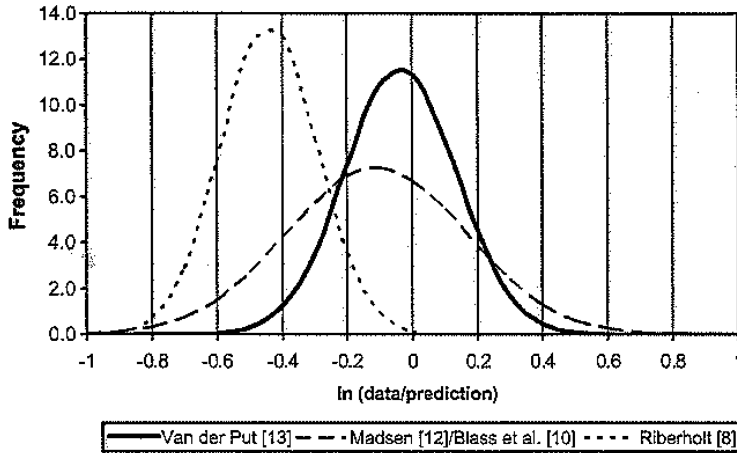
återskapa lastspridningseffekten. [16]



Figur 2.1: Belastningssituationerna och n antalet utförda provningar. [16]



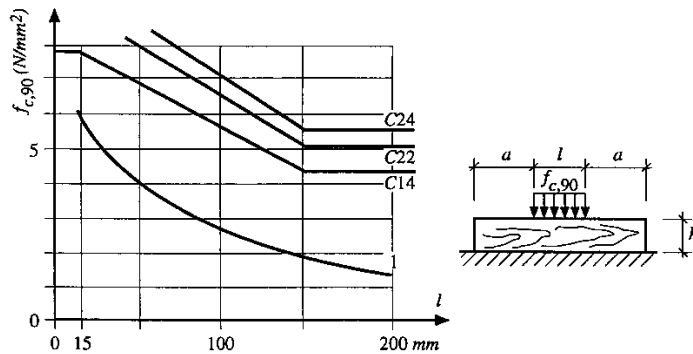
Figur 2.2: Standardavvikelse för lastkvot vid deformation på 10 %. [16]



Figur 2.3: Standardavvikelse för lastkvot vid deformation på 3 %. [16]

2.2 Normer och standarder

Vid en belastning i vinkelrätt riktning mot fiberriktningen är själva belastningsytan en avgörande faktor. Det finns normer och standarder som är framtagna vilket tar hänsyn till denna faktor. Tryckhållfastheten är beroende av belastningsytans längd l , avståndet till kant a och sektionens höjd h .



Figur 2.4: Förhållande mellan det tryckhållfastheten och belastningsytans längd. [8]

2.2.1 Europeisk standard, SS-EN 1995-1-1:2004

Europastandarden 2004 för tryck vinkelrätt mot fiberriktningen är enligt följande. [10]

Följande villkor ska uppfyllas:

$$\sigma_{c,90,d} \leq k_{c,90,d} f_{c,90,d} \quad (2.1)$$

med:

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{F_{c,90,d}}{A_{ef}} \quad (2.2)$$

där:

$\sigma_{c,90,d}$ är dimensionerande tryckspänning i den effektiva kontaktytan vinkelrätt mot fiberriktningen.

$F_{c,90,d}$ är dimensionerande tryckkraft vinkelrätt mot fiberriktningen.

A_{ef} är effektiva kontaktarean för tryck vinkelrätt mot fiberriktningen.

$f_{c,90,d}$ är dimensionerande tryckhållfasthet vinkelrätt mot fiberriktningen.

$k_{c,90}$ är en faktor som tar hänsyn till hur lasten angriper, risken för spräckning och graden av sammantryckning.

Den effektiva kontaktytan vid tryck vinkelrätt mot fiberriktningen, A_{ef} , bör bestämmas med hänsyn till den effektiva kontaktlängden parallellt med fiberriktningen, där den verkliga kontaktlängden, ℓ , på varje sida ökas med 30 mm, dock inte med mer än a , ℓ eller $\ell_1/2$ se *figur 2.5*.

Värdet $k_{c,90}$ bör sättas till 1,0, såvida inte förutsättningarna i följande stycken gäller. Om förutsättningarna gäller får istället det angivna högre värdet på $k_{c,90}$ användas, dock högst $k_{c,90} = 1,75$.

För helt understödda bärverksdelar, där $\ell_1/2 \geq 2h$, se *figur 2.5* (a), bör värdet på $k_{c,90}$ sättas till:

$k_{c90} = 1.25$ för massivt virke, barrträ.

$k_{c90} = 1.50$ för limträ av barrträ.

där h är bärverksdelens höjd och ℓ är kontaktlängden.

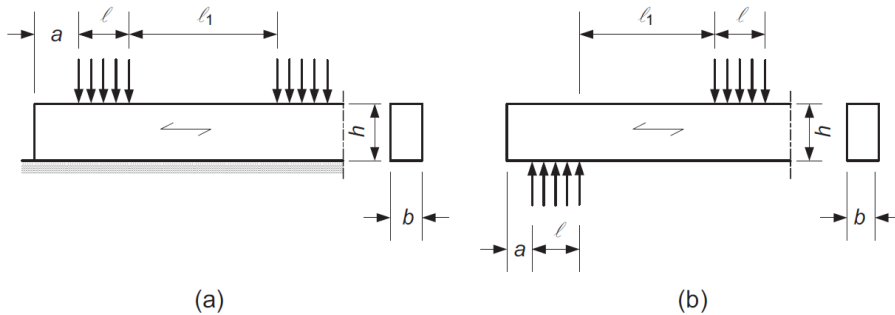
För bärverksdelar på upplag, där $\ell_1 \geq 2h$, se *figur 2.5* (b), bör värdet på $k_{c,90}$ sättas till:

$k_{c90} = 1.50$ för massivt virke, barrträ.

$k_{c90} = 1.75$ för limträ av barrträ förutsatt att $\ell \leq 400$ mm.

där:

h är bärverksdelens höjd och ℓ är kontaktlängden.



Figur 2.5: Bärverksdel som är helt understödd (a) och som ligger på upplag (b). [10]

2.2.2 Svensk standard BFS2010:2, BKR 13

Svensk standard behandlar dimensionering av tryck vinkelrätt mot fiberriktning enligt ekvation 2.3. [11]

$$R_{c90d} = \kappa_{c90} f_{c90} A \quad (2.3)$$

där:

f_{c90d} är dimensionerande tryckspänning i den effektiva kontaktytan vinkelrätt mot fiberriktningen.

$F_{c,90,d}$ dimensionerandevärde för tryck vinkelrätt mot fiberriktningen.

A tryckbelastad area .

κ_{c90} förstoringfaktor som bl.a. beaktar belastningslängden

Värdet κ_{c90} bör sättas till 1.0, såvida inte förutsättningarna i följande stycken gäller. Om förutsättningarna gäller får istället det angivna högre värdet på κ_{c90} användas, dock högst $\kappa_{c90} = 1,75$.

För helt understödda bärverksdelar, där $\ell_1 \geq 2h$, bör värdet på κ_{c90} sättas till:

$$\kappa_{c90} = 1.25 \quad \text{för massivt virke, barrträ.}$$

$$\kappa_{c90} = 1.50 \quad \text{för limträ av barrträ.}$$

A tryckbelastad area .

där h är bärverksdelens höjd och ℓ är kontaktlängden.

För bärverksdelar på upplag, där $\ell_1 \geq 2h$, se *figur 2.4* (b), bör värdet på $\kappa_{c, 90}$ sättas till:

$$\kappa_{c90} = 1.50 \quad \text{för massivt virke, barrträ.}$$

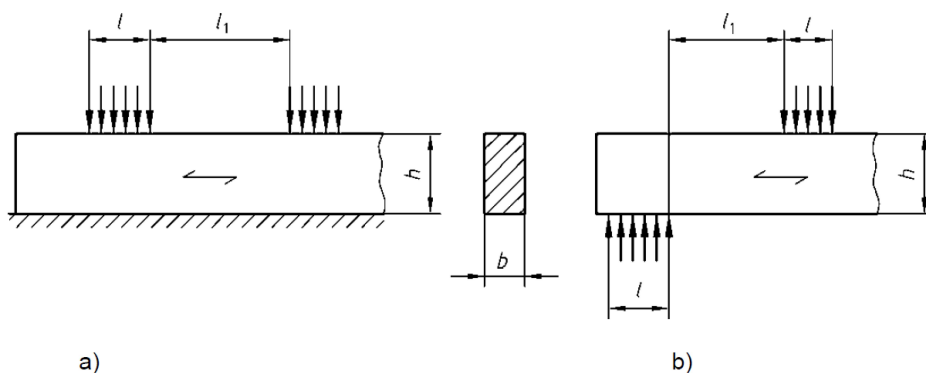
$$\kappa_{c90} = 1.75 \quad \text{för limträ av barrträ förutsatt att } \ell \leq 400 \text{ mm.}$$

där:

h är bärverksdelens höjd och ℓ är kontaktlängden.

2.2.3 Tysk standard DIN 1052 D-2008

Tysk standard behandlar spänningarna vinkelrätt fiberriktningen enligt följande. [12]



Figur 2.6: Tryck vinkelrätt mot träets fiberriktning. [12]

Följande villkor måste vara uppfyllda:

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{\kappa_{c90} f_{c90}} \leq 1 \quad (2.4)$$

med:

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{F_{c,90,d}}{A_{ef}} \quad (2.5)$$

där:

A_{ef} är effektiva kontaktarean för tryck vinkelrätt mot fiberriktningen.

$\kappa_{c,90}$ är den faktor som tar hänsyn till effekten för lastens längd.

För att beräkna hur mycket av den effektiva delen av den pålagda lasten i tryck vinkelrätt fiberriktningen används A_{ef} . Det är möjligt att öka längden ℓ på ytan av pålagd last längs fiberriktningen, men inte till mer än 30 mm på båda sidor.

För konstanten $\kappa_{c,90}$ är det möjligt att anta följande värde baserat på följande kriterier:

$\kappa_{c90} = 1.00$ för vanligt virke och för limträ med $\ell_1 \leq 2h$.

$\kappa_{c90} = 1.25$ för vanligt virke med $\ell_1 \geq 2h$ med ett tröskeltryck.

$\kappa_{c90} = 1.50$ för limträ med $\ell_1 \geq 2h$ med tröskeltryck så som vanligt virke med $\ell_1 \geq 2h$.

$\kappa_{c90} = 1.75$ för limträ med $\ell_1 \geq 2h$.

Kapitel 3

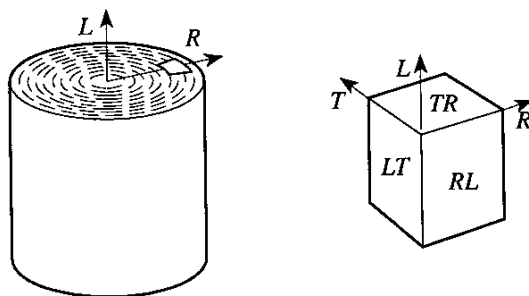
Träets egenskaper och beteende

3.1 Trä, ett ortotropiskt material

Vid en noggrann undersökning av träets struktur i både makroskopisk som mikroskopisk skala kan man se att trä har till största delen en regelbunden struktur. Regelbundenheten är inte exakt i och med variationen i tillväxt under året samt olika former av störningar som t.ex. kvistar och snedfibrihet. Materialet har anisotropiska egenskaper, det vill säga att dess fysikaliska egenskaper är olika i de olika riktningarna. [2]

För att lättare kunna förstå strukturen och uppbyggnaden hos trä så kan man anta att trästammen är nästintill cylindersymmetrisk med avseende på en axel längs stammens centrum. Träets egenskaper är påverkade av denna symmetri. Om man tittar på ett litet utskuret träprov en bit från stammens centrum och bortser ifrån årsringarnas svaga krökning i provet skapas tre inbördes ortogonala symmetriplan. I *figur 3.1* betecknas normalen till dessa symmetriplan med L, R respektive T, där beteckningarna avser riktningen parallellt med fibrerna, vinkelrätt mot fibrerna och tangentiellt med årsringarna. [2]

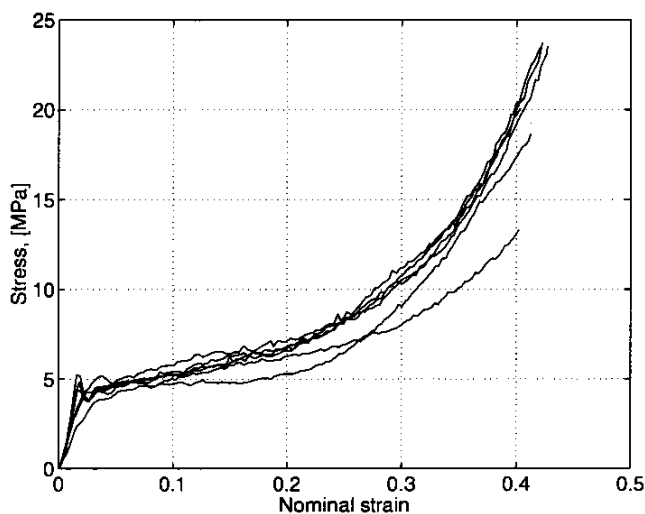
Eftersom symmetriplanen är ortogonala kan man anta att trä är ett ortotropiskt material. Men detta gäller endast under förutsättningen att man inte studerar träet i för stora bitar i makroskala och att spänningarna är små så att elastiska förhållanden gäller. Detta enligt Bengt Johannesson (1984), *Brottkriterier för trä*. [2]



Figur 3.1: a) Principiell uppbyggnad av trästam b) Utskuren kub med symmetriaxlar.[2]

3.2 Styvhetsegenskaperna

Träs mekaniska egenskaper beror på flera olika faktorer, som temperatur, densitet, relativa fuktigheten, lastens vinkel i förhållande till fibrernas riktning och vinkeln på mikrofibrerna i förhållande till dess cellvägg. När en träkropp är under en belastning som är lägre än dess sträckgräns så gäller ett ortotropiskt elastiskt beteende. Skulle belastningen överskrida sträckgränsen så träder materialet in i en annan fas, en olinjär fas även kallat plastiskt beteende som karakteriseras av att spänningen inte längre är proportionell mot töjningen. [1]



Figur 3.2: Tryckbelastning och deformationskurva för torra provkroppar i tangentiellriktning. [4]

3.3 Linjär elasticitet

I den elastiska delen av kurvan råder ett linjärt samband mellan spänningen och töjningen. Detta samband beskrivs för en dimension enligt Hookes lag. [14]

$$\sigma = E\epsilon \quad (3.1)$$

Där elasticitetsmodulen E är en materialspecifik konstant som erhålls som lutningen på kurvan i ett spännings- och töjningsdiagram under den linjärelastiska fasen. Under den linjärelastiska fasen har materialet samma avlastningskurva som sin pålastningskurva vilket gör att den är oberoende av tidigare belastningar. Detta stämmer även för ett tredimensionellt fall då *ekvation 3.1* kan generaliseras så den kan hantera tre dimensioner. För detta fall ges både spänningarna avvektorn σ och töjningarna av vektorn ϵ i *matris 3.2* och Hookes lag får utseendet enligt *ekvation 3.3*. [14]

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{13} \\ \epsilon_{23} \end{bmatrix} \quad \sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\sigma = D\epsilon \quad (3.3)$$

där D är styvhetsmatrisen och ser ut enligt följande *matris 3.4*. [14]

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & \cdots & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & \cdots & D_{26} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ D_{61} & D_{62} & \cdots & D_{66} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

För att linjär elasticitet ska gälla måste styvhetsmatrisen i *matris 3.4* vara konstant. Det kan även visas att styvhetsmatrisen är inverterbar så att *ekvation 3.5* gäller. [14]

$$\epsilon = C\sigma \quad C = D^{-1} \quad (3.5)$$

Det konstitutiva sambandet mellan spänningar och töjningar kan skriva på två olika sätt enligt *ekvation 3.3* och *ekvation 3.5*. *Ekvation 3.3* är bekvämt att användas då töjningarna är kända och i de fallet spänningarna är kända är *ekvation 3.5* ett behändigare alternativ. [14]

Styvhetsmatrisens utseende är beroende av vilken typ av material det gäller. För ett ortotrop material som trä kommer styvhetsmatrisen att bli enligt *matris 3.6*.

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(D_{11} - D_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{55} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Med en sammanställning av *matris 3.2* och *matris 3.6* kan *ekvation 3.1* utvecklas och få följande utseende.

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{LL} \\ \epsilon_{RR} \\ \epsilon_{TT} \\ \gamma_{LR} \\ \gamma_{LT} \\ \gamma_{RT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{RL}}{E_R} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LR}}{E_L} & \frac{1}{E_R} & -\frac{\nu_{TR}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & -\frac{\nu_{RT}}{E_R} & \frac{1}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{LL} \\ \sigma_{RR} \\ \sigma_{TT} \\ \tau_{LR} \\ \tau_{LT} \\ \tau_{RT} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Tolv konstanter ingår i uttrycket ovan. Tre moduler för elasticitet E , tre moduler för skjuvmodulen G och sex moduler för Poissons tal ν . De tre elasticitetsmodulerna betecknas E_L , E_R och E_T . Dessa är elastiska moduler längs träets olika riktningar. I longitudinell riktning gäller E_L , i radiell E_R och i tangentiella E_T . Samma principer gäller för skjuvmodulen som på samma sätt betecknas enligt de tre olika riktningarna, G_{LR} , G_{LT} och G_{RT} . Poissons tal betecknas ν_{LR} , ν_{LT} , ν_{RL} , ν_{TL} , ν_{RT} , och ν_{TR} . Den första nedsänkta bokstaven anger vilken riktningen lasten är riktad i och den andra bokstaven anger i vilken riktning man granskar deformationen. [1]

Vid antagandet att det valda materialet är linjär elastiskt bildas en symmetri i styvhetsmatrisen som gör att förhållandet enligt *ekvation 3.8* skapas. Detta gör att antalet konstanter minskar och att det nu behövs 9 olika konstanter för att kunna beskriva materialets egenskaper. [1]

$$\frac{\nu_{RL}}{E_R} = \frac{\nu_{LR}}{E_L} \quad , \quad \frac{\nu_{TL}}{E_T} = \frac{\nu_{LT}}{E_L} \quad , \quad \frac{\nu_{TR}}{E_T} = \frac{\nu_{RT}}{E_R} \quad (3.8)$$

Användning av sambandet i *ekvation 3.8* gör att *matris 3.7* nu får utseendet enligt följande:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{LL} \\ \epsilon_{RR} \\ \epsilon_{TT} \\ \gamma_{LR} \\ \gamma_{LT} \\ \gamma_{RT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{RL}}{E_R} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{RL}}{E_L} & \frac{1}{E_R} & -\frac{\nu_{TR}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{TL}}{E_L} & -\frac{\nu_{TR}}{E_R} & \frac{1}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{LL} \\ \sigma_{RR} \\ \sigma_{TT} \\ \tau_{LR} \\ \tau_{LT} \\ \tau_{RT} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

3.4 Olinjärt plasticitet

När trä blir utsatt för en belastning som pressar förbi träets sträckgräns så övergår materialet till ett olinjärt stadium. I detta stadium uppstår deformation som är permanent efter avlastning. Detta beteende är inte beroende av tiden utan endast av lastens påfrestning på träet. Deformationerna i plastiskt tillstånd är avsevärt större än de deformationer som uppkommer under den elastiska fasen. [1]

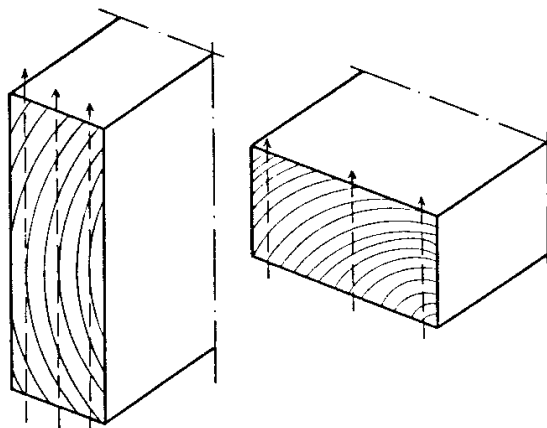
3.5 Belastning i fiberriktningen

Den starkaste riktningen vid en belastning på trä är parallellt med fibrerna och den svagaste är vinkelrätt mot fibrerna. Tryckhållfastheten för limträ i tryck parallellt mot fiberriktningen är 10 gånger starkare än ett tryck vinkelrätt mot fiberriktningen. För dragning är kapaciteten upp till 50 gånger starkare längs fiberriktningen än vinkelrätt mot dem. Med detta i åtanke gäller det att dimensioneringen blir korrekt utförd med hänsyn av belastningens riktning mot fibrerna. [1]

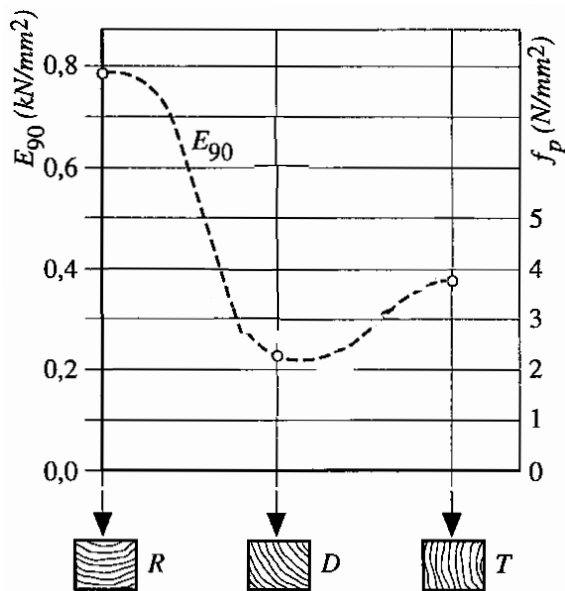
3.5.1 Belastningens riktning

Eftersom trä har en ortotrop struktur blir uppställning av generella brottkriterier förhållandevis besvärliga. De flesta brottkriterierna är dessutom begränsade till att hantera endast ett plan. Det ena planet är då parallellt med fiberriktningen medan det andra planet brukar sägas vara vinkelrätt mot fiberriktningen. Detta medför problem då det i praktiken kan vara svårt att få ett väldefinierat plan på en balkar, se *figur 3.3*. [2]

Då det inte finns något väldefinierat plan blir följden att belastningen i allmänhet kommer i en annan vinkel än den radiella eller tangentiella. Detta gör att det inte går att ange något väldefinierat värde för träets styvhet i lastriktningen. För att kunna få fram ett värde på elasticitetsmodulen som är brukbart vid en dimensionering får man välja något representativt medelvärde. Förhållandet mellan styvheten vinkelrätt fibrerna och årsringarnas orientering kan ses i *figur 3.4*. [8]



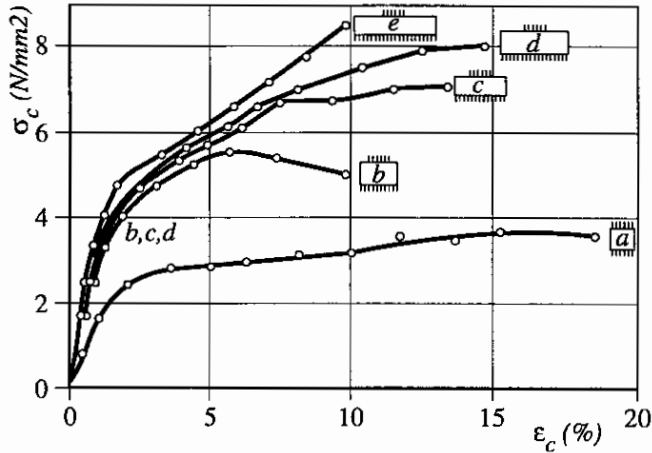
Figur 3.3: Plan med huvudaxlarna parallellt med respektive vinkelrätt mot fibrernas riktning. [2]



Figur 3.4: Trä i tryck vinkelrätt mot fibrerna. Styvheten kan ses för de olika belastningsvinklarna. Värden från Siimes och Liiri (1952) och (1940). [8]

3.5.2 Påverkan av belastnings längd

En ingående beskrivning av tryck och dragkrafternas påverkan på trä i dess olika ortogonala riktningar finns beskrivet i Edlund B. (1995). *Timber engineering - step 1* [8]. Där finns även en framställning av av belastningsytans längd vid tryckbelastning vinkelrätt mot fiberriktningen, *figur 3.5.* [8]



Figur 3.5: Tryckbelastning i vinkelrätt riktning mot fibrerna kontra vertikala tryckspänningsdeformationer från provning på 4 olika træklossar, Suenson (1938). [8]

- Fall a) I detta fall är hela elementet belastat. Fibrerna krossas när belastningen går över elementets sträckgräns. När sträckgränsen är nådd sker en kraftig ökning av deformationen medan det bara sker små förändringar i belastning.
- Fall b) När bara en del av den övre träytan är belastad kommer styvheten att vara högre. Det beror på att den koncentrerade lasten kommer att föras över via fibrerna till närliggande obelastade del. I fall (b) är dess obelastade del för liten så en maximal last är uppnådd ovanför kurvan.
- Fall c,d,e) Dessa fall har ytterligare en ökning av den obelastade delens längd. Vad som kan ses vid en ökning är att en högre belastning kan hanteras innan misslyckande. Men att deformationen kommer att vara betydande. Anledningen till kapacitetsökningen beror på att det blir en större volym för lasten att spridas vidare till via fibrerna.

3.5.3 Limträ

Limträelement är uppbyggda med ett antal individuella lameller av konstruktionsvirke som är sammanbundna med lim. Råvaran är hållfasthets sorterat virke vars fiberriktning i lamellerna går parallellt med längden hos elementen. Limträ tillverkas i olika hållfasthetsklasser. Tillverkningsstandard i Sverige är hållfasthetsklass L 40. L-trä är benämningen på limträ med en sammansättning av minst fyra lameller. Är det ett mindre antal lameller i elementet är klassen limmat konstruktionsvirke. Vid tillverkningen av limträ blandas olika lameller vilket gör att man utnyttjar den så kallade lamellerings effekten, då risken är mycket liten att ett flertal av lamellerna ska vara defekta i samma snitt. Detta gör att limträelementet blir styvare med en högre hållfasthet än vanligt trävirke med samma dimension. [3]

Kapitel 4

Finita elementmetoden och ABAQUS

Finita elementmetoden har använts för alla de spännings- och töjningsberäkningar som presenteras i denna rapport. En kort beskrivning av finita elementmetoden ges i kap 4.1. För en djupare insyn se Ottoson och Peterssons bok (1992), *Introduction to the Finite Element Method*. [14]

4.1 Finita elementmetoden, (FEM)

Ingenjörsmässiga problem är oftast modellerade med differentialekvationer som kan vara näst intill omöjligt att lösa med klassiska analysmetoder. FEM är en numerisk metod med vars hjälp differentialekvationer kan lösas approximativt. [14]

Den differentialekvation eller ekvationer som beskriver det fysikaliska problemet förutsätts att gälla över ett visst område. Området kan vara endimensionellt, tvådimensionellt eller tredimensionellt. Området är sedan indelat i mindre delar så kallade finita element, och en approximation utförs över varje del. Summering av alla element kallas ett finit elementnät. Valet av rätt sorts element vid en viss simulering är direkt avgörande om ett korrekt resultat ska uppnås. Genom att bestämma elementens egenskaper, sammanfoga dem och använda vissa specifika regler för att kunna utforma hela modellen kommer en approximerad lösning för hela kroppens beteende att erhållas. [14]

Eftersom FEM är en numerisk metod för att lösa generella differentialekvationer kan den tillämpas för olika fysikaliska fenomen. I detta Examensarbete kommer en finita element modell av trä att tas fram för att kunna förutsäga beteendet för trä vid tryck vinkelrätt mot fiberriktningen. [14]

4.1.1 Svag form för jämviktsberäkning i 3-D

För tredimensionella problem har differentialekvationerna vid jämvikt följande utseende:

$$\tilde{\nabla}^T \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad (4.1)$$

där:

$$\tilde{\nabla}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Genomförande av matris multiplikationer ger:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} + b_x &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} + b_y &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + b_z &= 0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Där dragnings vektorn t ska uppfylla följande randvillkor:

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} t_x &= \sigma_{xx}n_x + \sigma_{xy}n_y + \sigma_{xz}n_z \\ t_y &= \sigma_{yx}n_x + \sigma_{yy}n_y + \sigma_{yz}n_z \\ t_z &= \sigma_{zx}n_x + \sigma_{zy}n_y + \sigma_{zz}n_z \end{aligned} \quad (4.4)$$

Målet med finita elementmetoden är att få den *svaga formen* av det tidigare presenterade av jämviktsekvationer från sin *starka form*. Denna *starka form* gäller för varje enskild punkt i området men när det gäller att arbeta med finita elementmetoden måste en övergång göra till *svag form* då alla domäner måste diskretiseras.

Därför kan denna *svaga form* av jämviktsekvationen erhållas genom att skriva om Green-Gauss satsen:

$$\int_V (\tilde{\nabla} \mathbf{v})^T \boldsymbol{\sigma} dV = \int_S \mathbf{v}^T \mathbf{t} dS + \int_V \mathbf{v}^T \mathbf{b} dV \quad (4.5)$$

Där v är en godtycklig viktvektor som gäller för alla konstitutiva samband.

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

4.1.2 FE formulering för tredimensionell elasticitet

Med den svaga formen från *ekvation 4.5* kan jämviktsekvationen för tredimensionell elasticitet enkelt formuleras. Introducera antagandet av elasticitet i de senaste stadiumet, kan förskjutningsvektor \mathbf{u} uttryckas enligt:

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}\mathbf{a} \quad (4.7)$$

där \mathbf{N} är den globala formfunktions matrisen och \mathbf{a} innehåller spänningarna i noderna för elementet.

Galerkins metoden tillåter att välja viktvektorn enligt:

$$\mathbf{v} = \mathbf{N}\mathbf{c} \quad (4.8)$$

När både \mathbf{v} och \mathbf{c} -matrisen är godtyckliga. Från *ekvation 4.4* utvecklas följande:

$$\tilde{\nabla}\mathbf{v} = \mathbf{B}\mathbf{c} \quad \text{där} \quad \mathbf{B} = \tilde{\nabla}\mathbf{N} \quad (4.9)$$

Sammanställning av *ekvation 4.8* och *ekvation 4.9* i den föregående svaga formen från *ekvation 4.5* leder till:

$$\int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \int_S \mathbf{N}^T \mathbf{t} dS + \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{b} dV \quad (4.10)$$

När den globala formfunktions matrisen \mathbf{N} har en dimension på $3 \times 3n$ där n är antalet knutpunkter i hela kroppen, \mathbf{b} har dimensionen av 3×1 och $\mathbf{N}^T \mathbf{b}$ har dimensionen av $3n \times 1$. Dessutom kan den högra sidan av *ekvation 4.10* ses som krafter som verkar i kroppens knutpunkter.

Introduktion till den konstituerande modellen antas att materialet reagerar linjärt isotropt och med beaktande av både den naturliga och grundläggande randvillkor \mathbf{t} och \mathbf{u}

$$\mathbf{t} = \mathbf{S}\mathbf{n} = \mathbf{h} \quad (4.11)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{g} \quad (4.12)$$

Dragnings vektor \mathbf{t} är känd längs gränsen S_h och förskjutningen \mathbf{u} är känd längs gränsen S_g . Den slutliga och sökta FE formulering hittas genom att sätta in konstituerings relationen och randvillkoren i *ekvation 4.10*.

$$\left(\int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \right) \mathbf{a} = \int_{S_h} \mathbf{N}^T \mathbf{h} dS + \int_{S_g} \mathbf{N}^T \mathbf{t} dS + \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{b} dV + \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\epsilon}_0 dV \quad (4.13)$$

För att visa denna formulering i kompakt form, är följande matriser definierade:

$$\mathbf{K} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \quad (4.14)$$

$$\mathbf{f}_b = \int_{S_h} \mathbf{N}^T \mathbf{h} dS + \int_{S_g} \mathbf{N}^T \mathbf{t} dS \quad (4.15)$$

$$\mathbf{f}_1 = \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{b} dV \quad (4.16)$$

$$\mathbf{f}_0 = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \epsilon_0 dV \quad (4.17)$$

Där \mathbf{K} är styvhets matrisen, \mathbf{f}_b är gränsvektorn, \mathbf{f}_1 är lastvektor och \mathbf{f}_0 är den ursprungliga töjningsvektorn. *Ekvation 4.13* kan skrivas som:

$$\mathbf{K}\mathbf{a} = \mathbf{f}_b + \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_0 \quad (4.18)$$

och definiera kraftvektorn som summan av den högra sidan av *ekvation 4.18* kan man dra slutsatsen att:

$$\mathbf{K}\mathbf{a} = \mathbf{f} \quad (4.19)$$

som är standard uttrycket för FE formulering.

4.2 ABAQUS

ABAQUS är ett generellt finita elementprogram som klarar av att analysera statiska och dynamiska problem. Analyser kan göras för både tvådimensionella och tredimensionella modeller. Programmet kan användas till att göra en mängd olika simuleringar. Allt från att modellera luftströmningar kring flygplan, bilar eller höga byggnader till att modellera förskjutningar i små detaljer som skruvar eller fogar i papperskartonger. Programmet klarar av att hantera modelleringar av spännings- och töjningssamband, flöden som värme, fukt eller vatten, men klarar även av att hantera modelleringar av akustiska och elektriska situationer. [15]

I programmet finns en mängd olika materialmodeller och modelleringsfunktioner, i denna rapport kommer endast de som använts att tas upp. Då tiden för rapporten är begränsad kommer inte möjligheten finnas att kontrollera alla alternativa lösningar för problemet. Därför är det möjligt att det går att lösa problemet med en annan metod och på så vis göra det på ett mer effektivt och noggrannare sätt. [15]

4.2.1 Crushabel foam

För att kunna återskapa träets spännings- och töjningssamband så kommer två olika materialmodeller att skapas i ABAQUS. Den ena kommer att hantera alla laster i longitudinella riktningen medan den andra kommer hantera alla laster i de radiella- och tangentiella riktningarna. Materialmodellen för lasterna i den radiell- och tangentiell riktning kommer att styras av en crushabel foam modell. Denna modell gör antagandet att töjningarna inte är reversibel och kan därför användas för att konstruera strukturen för den plastiska fasen. Indata för spännings- och töjnings gränser kommer att inmatas och på så vis att styra det plastiska förloppet. Även om modellen är framtagen för skum så fungerar den med vissa brister så som lastspridningseffekten för trämodeller. [15]

4.2.2 Overlayer

En overlayer-teknik används för att kombinera de två materialmodellerna. Det innebär att två uppsättningar av element skapas med gemensamma noder. För de två elementen ges olika materialmodeller som adderas då elementen assembleras för samma positioner i den globala styvhetsmatrisen. På så vis kommer både den linjära och olinjära fasen att kunna återskapas i ABAQUS-modellen. [15]

Kapitel 5

Laboratorieprovningar

Provningarnas syfte är att få en bättre inblick i hur träets beteende ser ut vid en belastning och att kunna få indata för spännings- och töjningsdiagram. Dessa data kommer i ett senare skede av denna rapport att jämföras med en framtagna modell i ABAQUS. Detta för att kunna fastställa om modellen genererar ett korrekt resultat.

5.1 Belastningssituation

Provningar görs för två olika belastningssituationer och med fyra provkroppar per lastfall. Valet av de olika lastfallen är gjorda för att kunna jämföra resultaten med avseende på den lastspridningseffekt som kan skapas i träet. Den första belastningssituationen har en provkropp som har formen av en kloss som trycks ihop mellan två stålplattor och som inte ger någon möjligheter till lastspridningseffekt. Den andra belastningssituationen är en träbalk som trycks ihop mellan två stålbrickor i dess mittpunkt och ger möjligheten till lastspridningseffekt. På så vis kommer två olika spännings- och töjningsdiagram att kunna skapas som kommer att visa spridningseffektens påverkan. Dessa data kan sedan jämföras med likvärdiga modeller i ABAQUS.

5.1.1 Material

Provmaterialet är limmat konstruktionsvirke med tre lameller, klass LK 30. Träslaget är gran och materialet har under några år förvarats under konstanta förhållanden med en temperatur på 20°C och relativfuktighet på 60 %. Detta har resulterat i att träets fuktkvot är ca 12 %. Provkropparna är limmade med limtyp 1 enligt SS-EN 301 och har ett homogent tvärsnitt, det vill säga att kvaliteten hos de olika lamellerna är lika. Det finns ingen ytbehandling på träet.

Dimensionerna för de olika provkropparna kan ses i *tabell 5.1*. Medeltvärsnittshöjden h och bredden b var i båda serierna 98 mm och 77 mm. Tvärsnittshöjden definieras som avståndet mellan provkroppens två tryckbelastade ytor. Varje enskild provkropp mättes och vägdes. Även provkropparnas densitet redovisas i *tabell*

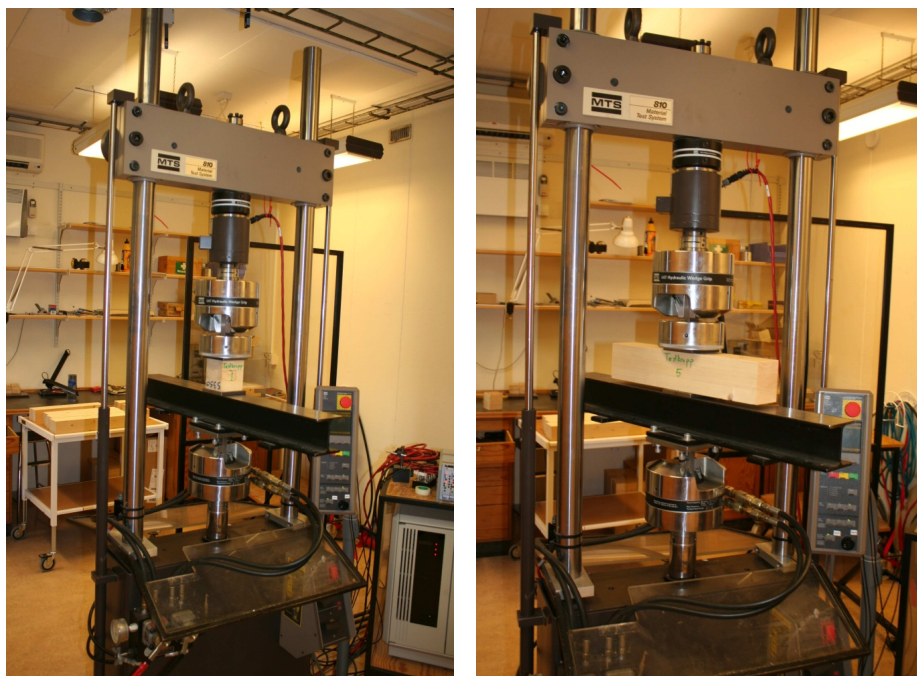
5.1. För dokumentation av årsringsorientering och märgens läge fotograferades samtliga provbitar och redovisas i *Bilaga A*.

| Kloss | b (m) | h (m) | L (m) | V (m ³) | m (kg) | ρ (kg/m ³) |
|-------------------|---------------|---------------|---------------|---------------------|---------------|------------------------|
| Testkropp 1 | 0.0780 | 0.0976 | 0.0877 | 0.000667643 | 0.3441 | 515.4 |
| Testkropp 2 | 0.0745 | 0.0975 | 0.0881 | 0.000639936 | 0.3596 | 561.9 |
| Testkropp 3 | 0.0760 | 0.0982 | 0.0870 | 0.000649298 | 0.3298 | 507.9 |
| Testkropp 4 | 0.0795 | 0.0977 | 0.0880 | 0.000683509 | 0.3559 | 520.7 |
| Medelvärde | 0.0770 | 0.0978 | 0.0877 | 0.000660097 | 0.3474 | 526.0 |

| Balk | b (m) | h (m) | L (m) | V (m ³) | m (kg) | ρ (kg/m ³) |
|-------------------|---------------|---------------|--------------|---------------------|----------------|------------------------|
| Testkropp 5 | 0.0772 | 0.0979 | 0.502 | 0.003794056 | 2.0000 | 527.1 |
| Testkropp 6 | 0.0775 | 0.0977 | 0.495 | 0.003748016 | 1.8493 | 493.4 |
| Testkropp 7 | 0.0772 | 0.0977 | 0.502 | 0.003786305 | 2.0756 | 548.2 |
| Testkropp 8 | 0.0770 | 0.0987 | 0.502 | 0.003815150 | 1.9538 | 512.1 |
| Medelvärde | 0.0772 | 0.0980 | 0.500 | 0.003785882 | 1.96967 | 520.2 |

Tabell 5.1: Dimensioner, vikter, volymer och densiteter för de olika provkropparna

5.1.2 Belastningsanordning



Figur 5.1: Aktuell provbelastning för trækloss och träbalk

Provkropparna belastades enligt följande, se *figur 5.1*. Provkropparna placeras centriskt mellan två stålplattor som har dimensionerna 99,6 x 99,6 mm. Lasten ger en tryckbelastning på provkroppen, vinkelrätt träets fiberriktning. Belastningsmaskinen har kapaciteten 100 kN och är av typen MTS 810.



Figur 5.2: Samtliga provkroppar

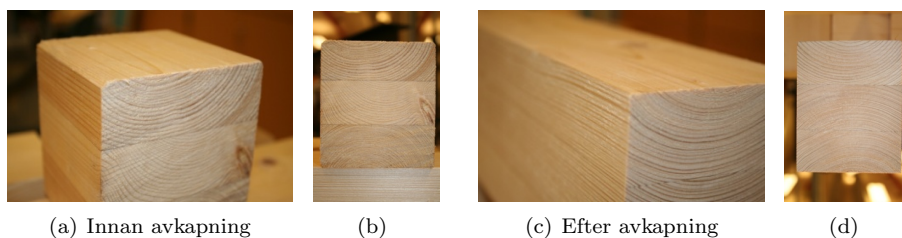


Figur 5.3: Ca 10 % töjning för träkloss och träbalk.

5.1.3 Provningsförfarande

Provkropparna valdes så att deras utseendet skulle vara lika. Det vill säga årsringar, kvistar och andra defekter skulle överrensstämma så bra som möjligt för de olika provkropparna. För att kunna få fram de önskade dimensionerna på tvärsnittsytan för provkropparna så kapades de med en cirkelsåg. Detta för att få plana och

parallella belastningsytor utan avfasade hörn, se *figur 5.4*. Belastningshastigheten valdes till ca 0.05 mm/s så att den eftersträvande sluttöjningen (10 %) kom att uppnås inom 3-4 minuter efter påbörjad belastning.

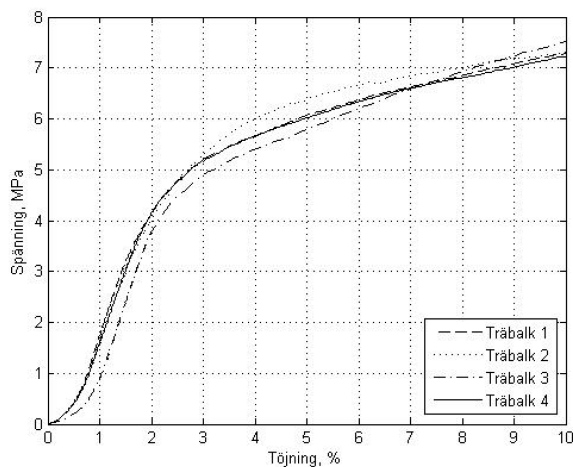


Figur 5.4: Figur (a) och (b) visar utformningen av provkropparnas tvärsnittsyta innan avkapning, figur (c) och (d) visar provkropparnas utseende under provning.

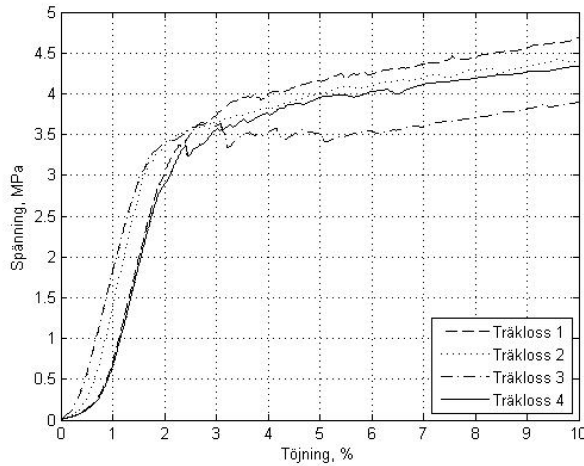
5.1.4 Provningsresultat

Resultatet från provningarna kan ses i *figur 5.5* och *5.6*. Figurerna visar sambandet mellan den tryckta kroppens medeltöjning δ/h , där δ är hydraulkolvens rörelse och där $h = 98$ mm, och medeltryckspänningen, P/A , där P är registrerad last och $A = 77 * 99.6$ mm². Där 99.6 mm är längden för stålplattan.

Deformationsbeteende för de olika provningarna var som väntat varierande. Samtliga av træklossarna sprack i mitten på grund av dragspänningen som uppstår i träet vid kompressionen. Sprickbildningen började att uppstå runt 3 % töjning. För träbalken resulterades den lokala intryckningen i en skarp kant.



Figur 5.5: Spännings- töjningsresultat från provningen av träbalkarna.



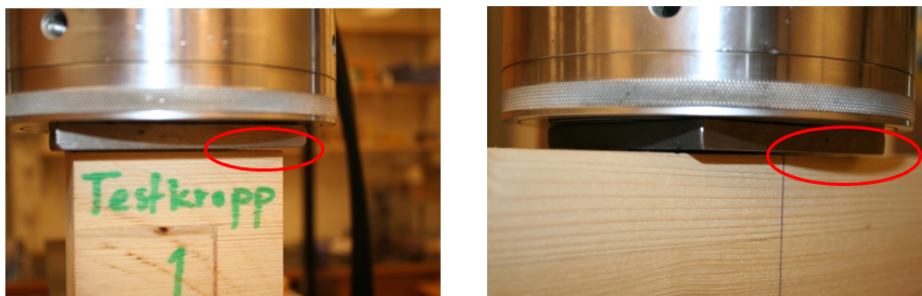
Figur 5.6: Spännings- töjningsresultatet från provningen av träklossarna.

5.1.5 Avslutande kommentarer och diskussion

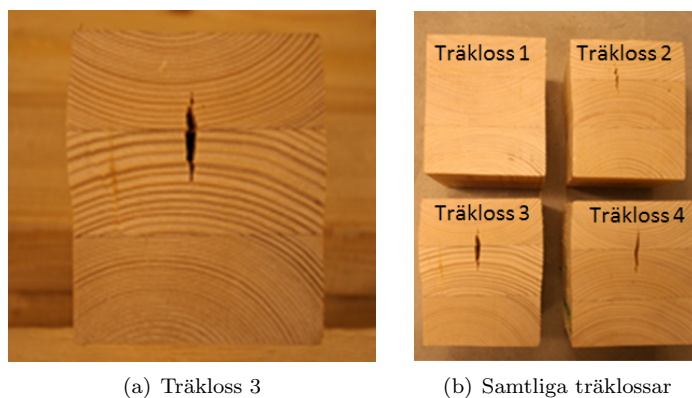
Resultaten från provningen blev bra. Inga av provkropparna hade synliga defekter och alla proven gav ett resultat med väldefinierade mätvärden.

I tidigt skede av belastningsförloppet kunde en viss ojämnheter i kontaktytan mellan trä och stålplatta observeras. Även om differensen inte var stor så blev det ett tydligt mellanrum mellan stålplattan och träkroppen under de första sekunderna av belastningen, se *figur 5.7*. Resultatet av denna snedställning eller ojämnheter kan ses i *figure 5.5* och *5.6* i form av en lägre styvhet i början av alla kurvor. Detta beteende bör inte beaktas vid beskrivning av träs faktiska spännings- töjningsbeteende.

Differensen mellan provkropparna ger en indikation på att alla provkropparna inte har varit exakt lika. Utan skillnader i densitet, årsringar, kvistar och dylikt har påverkat resultatet. Det är bara en provkropp som har en större avvikelse ifrån de andra och det är provkroppen kloss 3. Vid en noggrannare granskning av provkroppen kunde det konstateras att avvikelsen kan ha uppstått på grund av stor årsringsbredd hos den mellen, se *figur 5.8*.



Figur 5.7: Visning av mellanrummet som skapades mellan stålplattan och provkropparna



(a) Träkloss 3

(b) Samtliga träklossar

Figur 5.8: Jämförelse mellan provkropparna inom gruppen Träkloss

Kapitel 6

Modell i ABAQUS

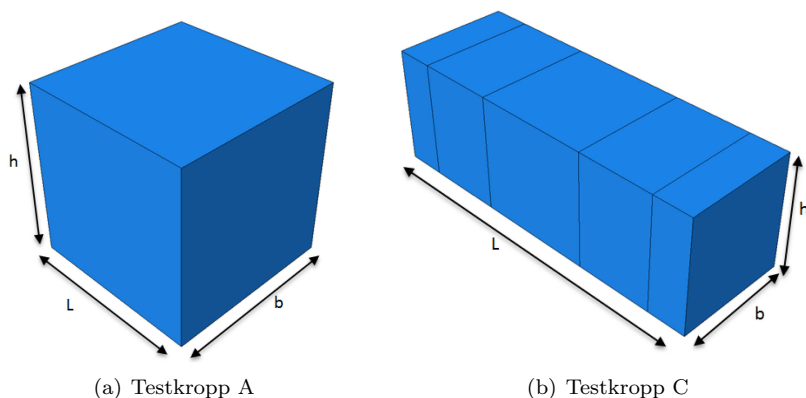
Att fastställa ett specifikt kriterium för dimensionering av trä m.h.t. tryckdeformation vinkelrätt mot fiberriktningen kan bedömas vara olämpligt eftersom acceptabel storlek på deformationen vinkelrätt fibrerna sannolikt är olika för olika konstruktioner. Istället är målet att för olika belastningssituationer få fram samband eller diagram med vars hjälp en konstruktör kan avläsa acceptabel spänning för given acceptabel storlek på deformationen. För att kunna finna sådana samband skapades en modell i ABAQUS. Modellen kalibrerades och verifierades m.h.a. provningsresultaten presenterade av Suenson (1938) [8] och de egna provningsresultaten.

6.1 FE-modell

Fem olika modeller skapades med likvärda egenskaper men olika geometrier som efterliknade provningarna som Suenson gjorde, se *figur 3.5*. Analyserna är statiska och avser både det linjära och det olinjära förloppet. För de fem geometrierna beräknas kraft och deformation. Belastningen simuleras som en förskjutning av en stålplatta som är applicerad på testkroppen.

6.1.1 Geometri

Alla modeller är skapade i tre dimensioner med en grunddimension på $0.15 * 0.15 * 0.15 \text{ m}^3$. Detta är dimensionerna för den första modellen, testkropp A. De resterande modellerna skiljer sig från grunddimensionen i den meningen att längden ökar medan belastningsytan är densamma. Belastningsytans storlek är $0.15 * 0.15 \text{ m}^2$. Upplagsytan är arean som skapas av bredden och dess längd. En förtydning av geometrin kan ses i *tabell 6.1*. Modellerna för testkropp A och testkropp B kan ses i *figur 6.1* och en mer överskådlig bild av alla modeller visas i *Bilaga A*.



Figur 6.1: Testkropp A och C från Suensons provning 1938 [8]

| Modell | b (m) | h (m) | L (m) | Upplagsytan (m^2) | Belastningsytan (m^2) |
|-------------|---------|---------|---------|-----------------------|---------------------------|
| Testkropp A | 0.15 | 0.15 | 0.15 | 0.0225 | 0.0225 |
| Testkropp B | 0.15 | 0.15 | 0.30 | 0.0450 | 0.0225 |
| Testkropp C | 0.15 | 0.15 | 0.45 | 0.0675 | 0.0225 |
| Testkropp D | 0.15 | 0.15 | 0.60 | 0.0900 | 0.0225 |
| Testkropp E | 0.15 | 0.15 | 0.75 | 0.1125 | 0.0225 |

Tabell 6.1: Geometrin för de olika testmodellerna

6.1.2 Materialegenskaper

För att kunna skapa en materialmodell som ska efterlika träets beteende delas materialmodellen in i två olika delar. Den ena delen som ska hantera alla laster i longitudinella riktningen (Linjära modellen) medans den andra delen hanterar lasterna i radiella och tangentiell riktning (Olinjära modellen). Den linjära modellen har skapats som ett ortotrop material med egenskaperna som kan ses i *tabell 6.3*. Anledningen till de låga värdena för elasticitetsmodulen i tangentiell och radiell riktning är att denna modell hanterar inga laster i dessa riktningar. De lasterna hanteras i den olinjära modellen. Detta gäller även för skjuvmodulen G_{RT} .

Olinjära modellen är den som ska hantera lasterna i radiell och tangentiell riktning i träet och återskapa det elastiska och plastiska beteendet hos trä. Denna modell skapas som ett isotropt material med elastiska egenskaper enligt *tabell 6.4*. För att kunna rekonstruera de plastiska beteendena så används en crushable foam modell, med tillämpningen crushable foam hardening. Egenskaperna för denna tillämpning kan ses i *tabell 6.5*. Inmatningsdata för denna modell har blivit framtestat genom en rad analyser i ABAQUS. Begynnelse värdena för analyserna kommer från Stefan Holmbergs avhandling (1996), *Deformation and fracture of wood in initial defibration processes*. [4]

Den påtryckande stålplattan har hanterats som en stelkropp och kommer därför inte att ha några materialegenskaper.

| Parameter | Värde |
|----------------|---------------|
| E_L , MPa | 13500 - 16700 |
| E_R , MPa | 700 - 900 |
| E_T , MPa | 400 - 650 |
| G_{LR} , MPa | 620 - 720 |
| G_{LT} , MPa | 500 - 850 |
| G_{RT} , MPa | 29 - 39 |
| ν_{RL} | 0.018 - 0.030 |
| ν_{TL} | 0.013 - 0.021 |
| ν_{RT} | 0.24 - 0.33 |

Tabell 6.2: Egenskaper för styvhetskoefficienter för gran med fuktkvot 12 %. [6]

| Parameter | Värde |
|----------------|-------|
| E_L , MPa | 13500 |
| E_R , MPa | 0.5 |
| E_T , MPa | 0.5 |
| G_{LR} , MPa | 600 |
| G_{LT} , MPa | 600 |
| G_{RT} , MPa | 0.04 |
| ν_{RL} | 0.02 |
| ν_{TL} | 0.02 |
| ν_{RT} | 0.3 |

Tabell 6.3: Egenskaper för den linjära materialmodellen

| Parameter | Värde |
|-----------|---------|
| E | 250 MPa |
| ν | 0.2 |

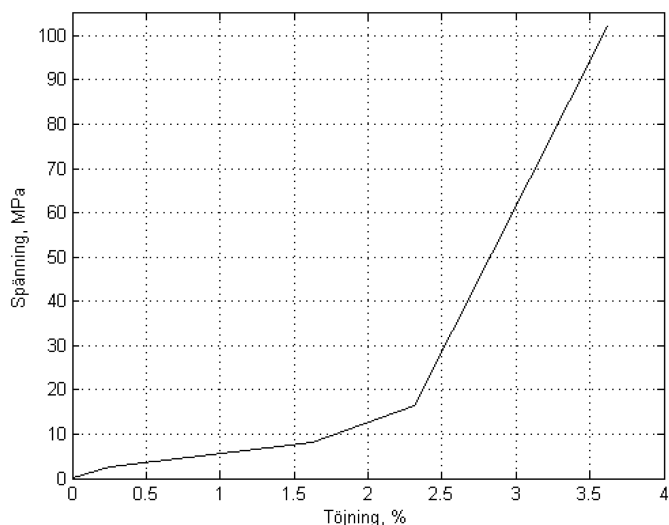
Tabell 6.4: Egenskaper för den olinjära modellen

| Parameter | Sträckgräns, MPa | Parameter | Enaxlad plastisk töjning, % |
|------------|------------------|--------------|-----------------------------|
| σ_1 | 2.5 | ϵ_1 | 0.0 |
| σ_2 | 8.0 | ϵ_2 | 0.8 |
| σ_3 | 16.5 | ϵ_3 | 1.1 |
| σ_4 | 102.0 | ϵ_4 | 1.5 |

Tabell 6.5: Egenskaper för materialalternativet crushable foam hardening

| Förhållandet mellan spänningarna i sträckninggränsen för enaxlad- och hydrostatisk tryckbelastning | Förhållandet mellan spänningarna i sträckninggränsen för hydrostatiskt drag- och tryckbelastning |
|--|--|
| 1.5 | 1.0 |

Tabell 6.6: Egenskaper för materialalternativet crushable foam



Figur 6.2: Diagram för spännings- och töjningsdatan för crushable foam hardening.

6.1.3 Elementnät

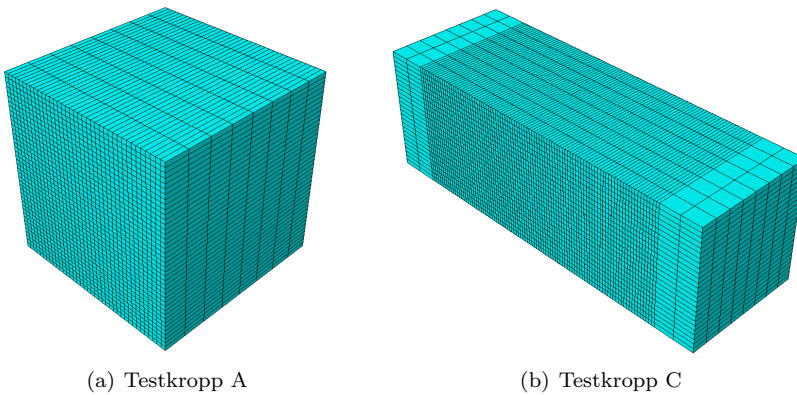
Vid skapandet av testkropparna har solida tredimensionella linjära hexaeders element valts. Elementen valdes för att de skulle ha förmågan att registrera önskade reaktionskrafter och förskjutningar i samtliga noder. För den tryckta trålklossen så kommer den skapas i form av en stel kropp. Detta för att minska antalet element i modellerna för att på så vis öka effektiviteten i beräkningenstiden.

Då det har skapats två materialmodeller så behöver det även skapas två elementnät. Dessa nät är identiska och överlagrar varandra och ger gemensamma noder. Elementnäten är varierande mellan de olika modellerna men även inom sin egen modell. Stålpattan har blivit modellerad med ett hexaedert elementnät med indelningen 0.005. Alla modeller har modellerats upp i SI-enheter vilket gör att elementstorleken blir 5 millimeter. Även om stålpattan inte kommer registrera några förskjutningar måste elementindelningen vara så pass fin att den kan överföra korrekt data till materialmodellerna. För de två olika materialmodellerna för träkroppen har följande indelning getts, se *tabell 6.7*. En finare elementindelning har gjorts inom det område där belastningen angriper och där lastspridningseffekten i träet kommer att verka. Detta görs endas i x- och y-led då de endast är belastningen vinkelrätt

mot fiberriktningen som är intressant. Alla modeller har skapats av element typen hexaeder. För en mer övergripande bild av element indelningen se *Bilaga B*.

| Testkropp | Materialmodell | Element storlek(m) | Antal element |
|-----------|----------------|------------------------|---------------|
| A | Linjära | 0.002 och 0.02 | 12 464 |
| | Olinjär | 0.002 och 0.02 | 12 464 |
| B | Linjära | 0.002 och 0.02 | 24 624 |
| | Olinjär | 0.002 och 0.02 | 24 624 |
| C | Linjära | 0.002 och 0.02 | 20 384 |
| | Olinjär | 0.002 och 0.02 | 20 384 |
| D | Linjära | 0.002 och 0.02 | 22 048 |
| | Olinjär | 0.002 och 0.02 | 22 048 |
| E | Linjära | 0.002 och 0.02 | 23 712 |
| | Olinjär | 0.002 och 0.02 | 23 712 |

Tabell 6.7: Elementindelning av testmodellerna

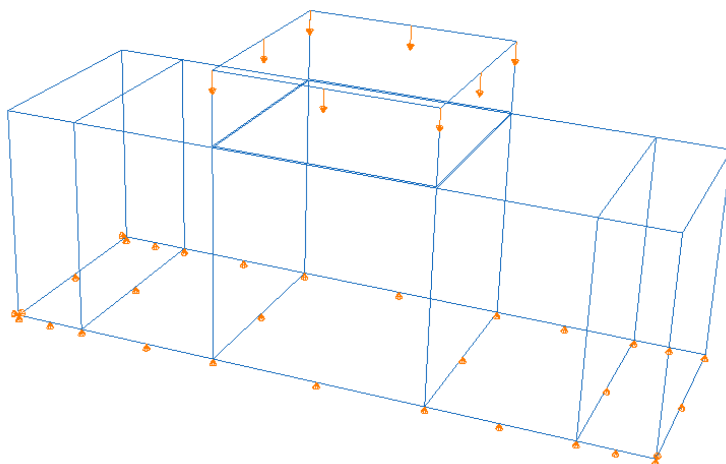


Figur 6.3: Elementindelning för testkropp A och C

6.1.4 Randvillkor och laster

Belastningen ges som en stelkroppsförskjutning av stålplattan. Förskjutningen är satt till 150 mm nedåt vilket är 10 % av modellens höjd och maxvärdet på den töjning som analyseras. Då stålklossen ska simulera en påtryckning lodrätt mot träkroppen så låses alla frihetsgrader, förutom den som verkar i y-led det vill säga den som verkar nedåt mot träkroppen.

För att kunna uppnå enaxiellt tryck på träkroppen så låses bottenytan i y-led. Töjningarna som uppkommer i träet ska kunna röra sig fritt vilket möjliggörs genom att låsa tre av botten hörnen. Det enda ska låsas i x-led medans det andra låses i både x- och z-led och det tredje i z-led. På så vis kan träet töja sig fritt, se *figur 6.4*.



Figur 6.4: Inställning av randvillkoren för den olinjära materialmodellen

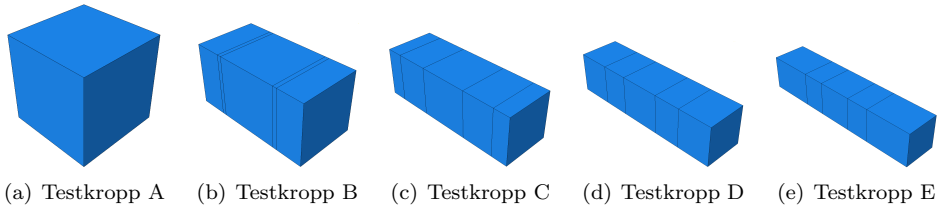
6.1.5 Kontaktvillkor

Kontaktytan mellan stålklossen och testkroppen sätts ett kontaktsamband med en friktionskoefficient på 0.19. För att kunna återskapa spännings- och töjningssambandet måste egenskaperna från båda materialmodellerna tillämpas i modellerna. Detta görs genom *embedded region* som skapar de två elementnäten över samma noder.

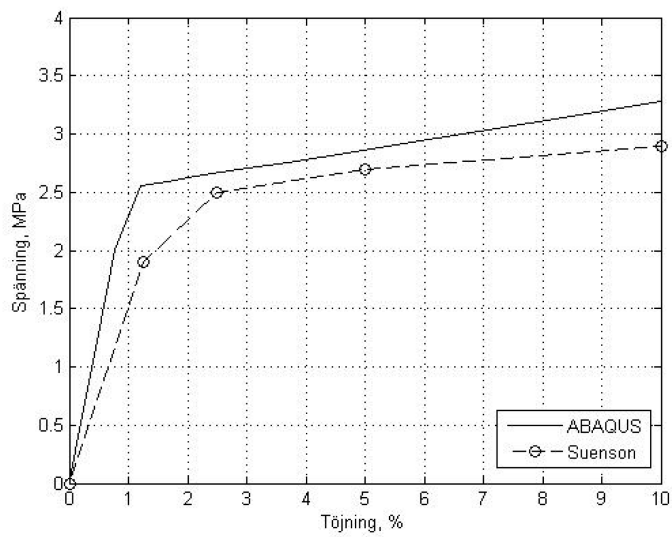
6.1.6 Resultat och diskussion

Resultatet från finita element analysen visas i *figur 6.6 - figur 6.10*, där kan även resultatdaten ses från Suensons provningar. Som visas i figurerna har strukturen för spännings- och töjningssambandet kunnat rekonstrueras. Kurvorna sammanfaller inte exakta men det viktigaste är att strukturen för kurvorna är densamma. Det vill säga att den elastiska och plastiska uppdelningen är representativ i samband med att spridningseffekten hos träet återskapas, se *figur 6.11*. Man kan se att vid en ökning av testkropparnas bredd så ökar även differensen mellan resultaten från Suensons och ABAQUS. Detta tyder på att den valda materialmodellen har svårigheter att kunna återskapa hela spridningseffekten som uppstår hos träet då belastningsytan är mycket mindre än upplagets yta. Under en provningar är det naturligt att stålplattan pressas in i träkroppen som visas i *figur 6.11*. Men för ABAQUS skapas problemet att elementnätet för stålmodellen och trämodellens går in i varandra och ingen beräkning kan utföras för detta område. Detta gör att en viss del av reaktionskraften som verkar på träkroppen inte registreras. Även om det kan ses tydligt i modellen att hörnen trycks in så är elementindelningen så fin att det inte kommer att ha en större påverkan på resultatet. Då denna materialmodell tillräckligt väl har återskapat värden för spännings- och töjningssambandet så kommer den att ligga till grund för de resterande analyser i rapporten som kommer att utföras i ABAQUS. Anledningen till att Suensons kurvorna är stegvis linjära

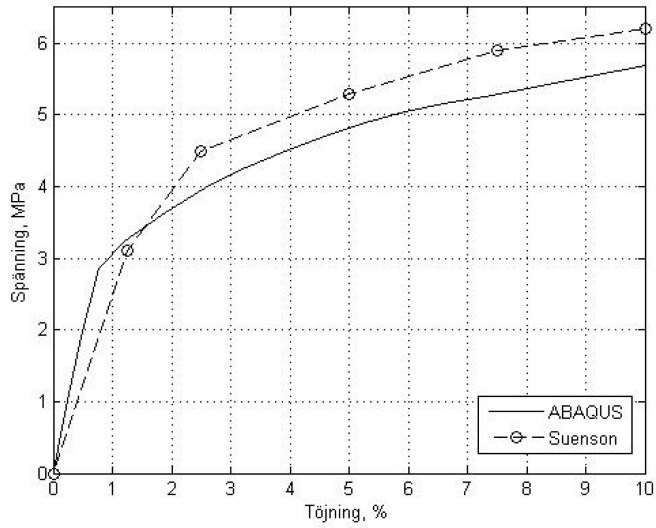
är p.g.a. framställningen som har gjort med enbart enstaka mätvärden.



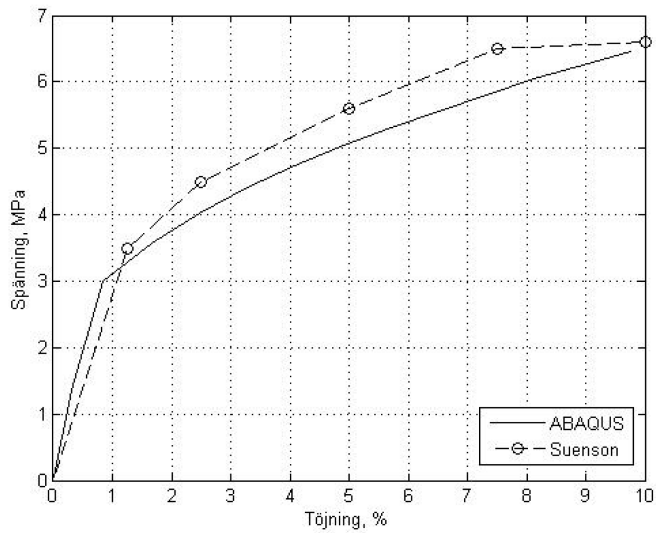
Figur 6.5: De olika testkropparna



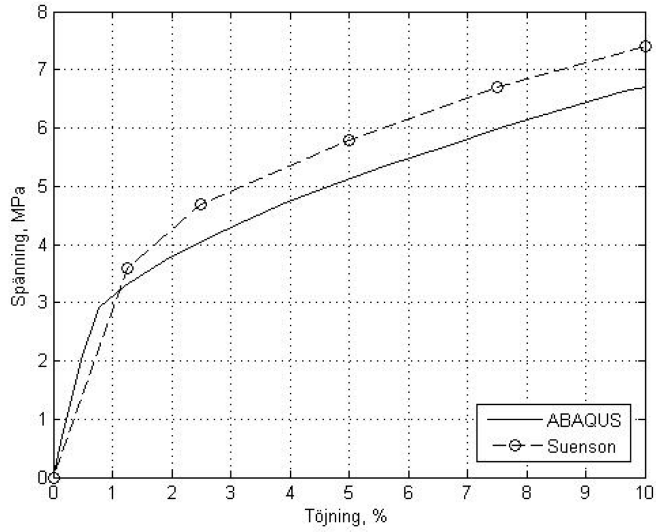
Figur 6.6: Jämförelse mellan resultatet från ABAQUS och Suensons testmodell A (1937/38)



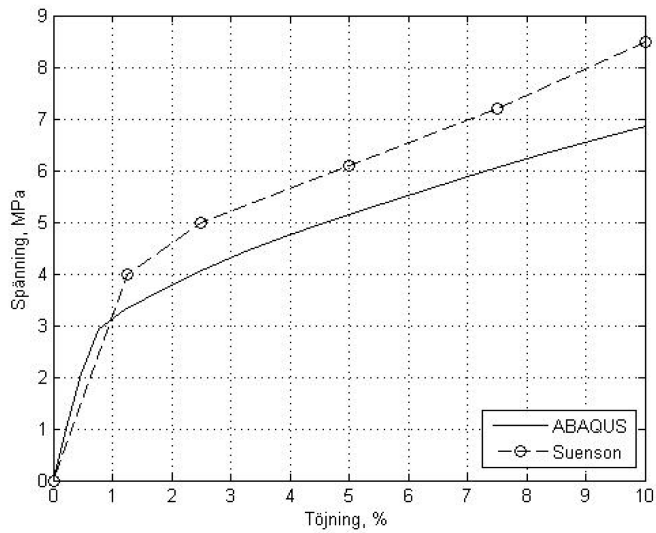
Figur 6.7: Jämförelse mellan resultatet från ABAQUS och Suensons testmodell B (1937/38)



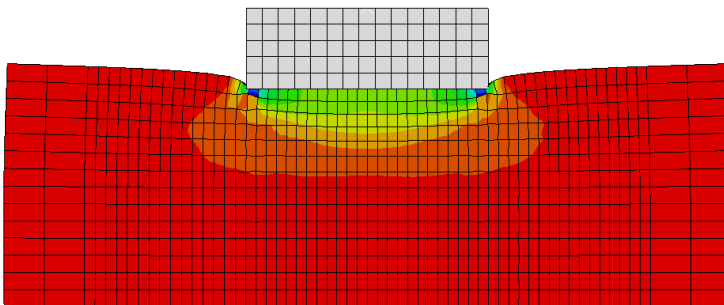
Figur 6.8: Jämförelse mellan resultatet från ABAQUS och Suensons testmodell C (1937/38)



Figur 6.9: Jämförelse mellan resultatet från ABAQUS och Suensons testmodell D (1937/38)



Figur 6.10: Jämförelse mellan resultatet från ABAQUS och Suensons testmodell E (1937/38)



Figur 6.11: Spridningseffekten hos träet och den intryckta stålklossens hörn.

Kapitel 7

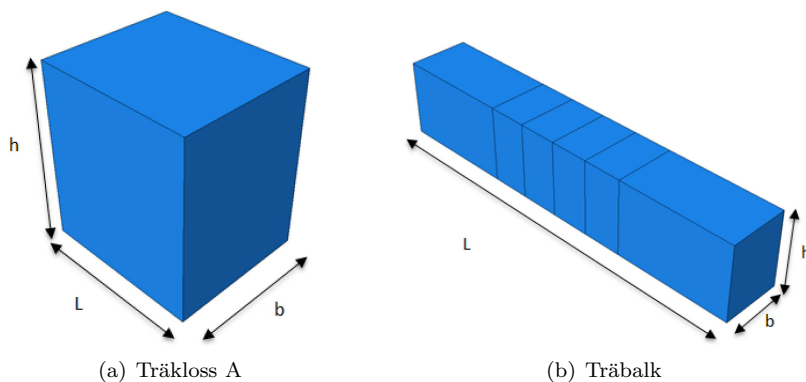
Analys av provkroppar i ABAQUS

För att kunna säkerställa att den framtagna modellen i ABAQUS stämmer överens med verkligheten och inte bara av en tillfällighet överrensstämmer med Suensons, se *figur 3.5* så modelleras provkropparna som visades i kap 5 i ABAQUS. Detta görs även för att kontrollera hur bra spridningseffekten fungerar för den framtagna modellen mot verkligheten. Sedan kommer en likhetsgranskning att göras för att kunna fastställa hur korrekt den framtagna modellen är.

7.1 FE-modell

Som sagt sedan tidigare så kommer modellen i ABAQUS som blev framtagen från kap 6 att ligga till grund för denna analys. Detta då den väsentligaste skillnaden mellan modellerna kommer att vara dess geometri. Materialmodellen och kontaktvillkoren kommer att vara densamma som tidigare. Elementindelningen och egenskaperna för stålplattan kommer att vara samma som tidigare.

Då provningen bestod av två olika belastningssituationer så kommer det att skapas två olika modeller för att kunna simulera de olika testkropparna, se *figur 7.1*.



Figur 7.1: Modeller av de två belastningssituationer som undersöktes under provningen i kap 5.

7.1.1 Geometri

Testkropparnas dimensioner kan ses i *tabell 7.1*. Värdena är hämtade från mätningen av provkropparna, det vill säga att dimensionerna är medelvärdet av de åtta provkroppar från provningen.

| Testkropp | b (m) | h (m) | L (m) |
|-----------|---------|---------|---------|
| Träkloss | 0.077 | 0.098 | 0.088 |
| Träbalk | 0.077 | 0.098 | 0.500 |

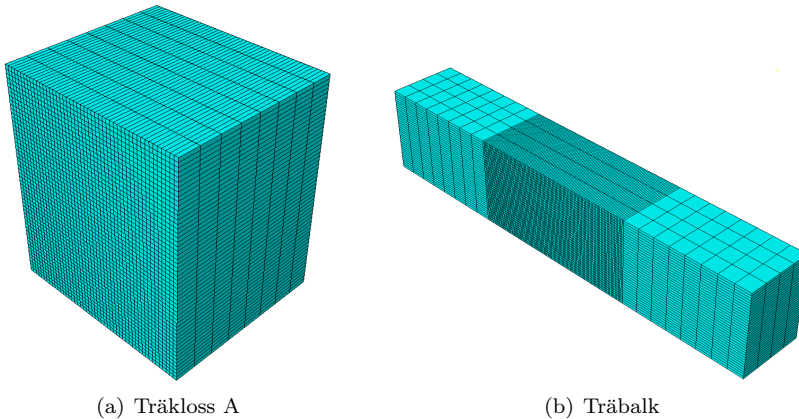
Tabell 7.1: Dimensionerna för testkropparna i ABAQUS

7.1.2 Elementnät

Provkropparnas dimensioner är något mindre än dimensionerna som användes under modelleringen av Suensons testkroppar. Detta medför att elementindelningen kommer att vara något finare än tidigare modeller. Egenskaperna och valet av elementtyp kommer att vara densamma som vid modelleringen av Suenson. Indelningen kommer att vara enligt *tabell 7.2* med utseendet efter *figur 7.2*. Precis som innan så har en finare elementindelning gjorts inom den belastade ytan och området där spridningseffekten kommer att verka. Alla modeller har skapats av elementtypen hexaeder.

| Testkropp | Materialmodell | Element storlek(m) | Antal element |
|-----------|----------------|--------------------|---------------|
| Träkloss | Linjära | 0.001 och 0.02 | 20 736 |
| | Olinjär | 0.001 och 0.02 | 20 736 |
| Träbalk | Linjära | 0.001 och 0.02 | 16 800 |
| | Olinjär | 0.001 och 0.02 | 16 800 |

Tabell 7.2: Elementnät för kloss- och balkmodellen i ABAQUS



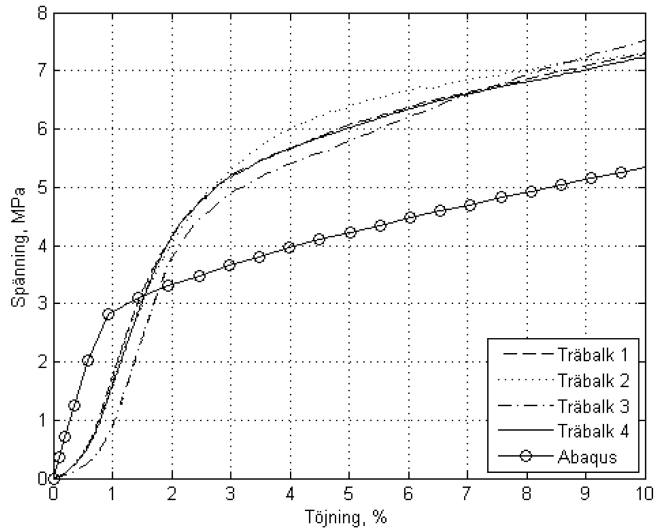
Figur 7.2: Elementindelning av kloss- och balkmodellen i ABAQUS.

7.1.3 Randvillkor och last

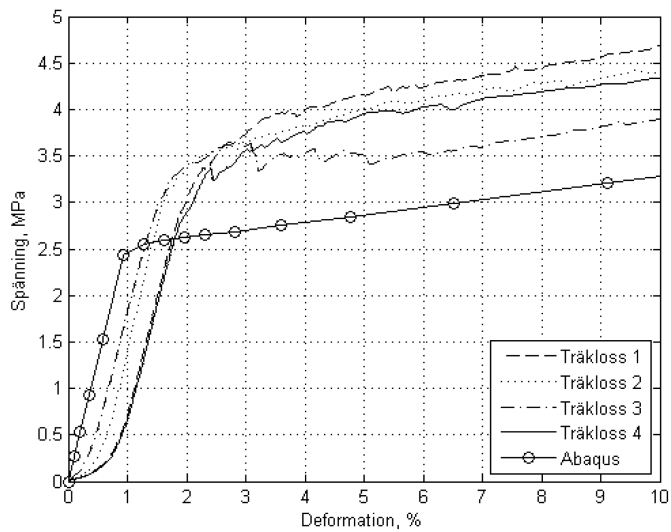
Träklossens modeller är väldigt lika modellen som användes vid Suensons testkropp A, så samma randvillkor och lastsimulering kommer att användas som tidigare. Förskjutningens kommer att ställas in på 0.05 m i y-led med riktningen nedåt för att uppnå 10 % töjning av höjden. För testkroppen som ska simulera den hoppresade träbalken så kommer den nedersta stålklossen att låsas i y-led, medans den övre stålklossen kommer som tidigare att låsas i alla riktningar förutom y-led. Lasten kommer som beskrivits tidigare att simuleras i form av en förskjutning nedåt i y-led med värdet 0.05 mm.

7.1.4 Resultat

Resultatet från ABAQUS kan ses i *figur 7.3* och *figur 7.4*. Figurerna visa sambandet mellan den tryckta kroppens töjning och reaktionsspänningen som verkar på testkroppen. I figurerna kan man även se resultatet från provningarna som gjordes i kap 5.



Figur 7.3: Resultat från analysen i ABAQUS av träbalk i jämförelse med resultatet från provningen.



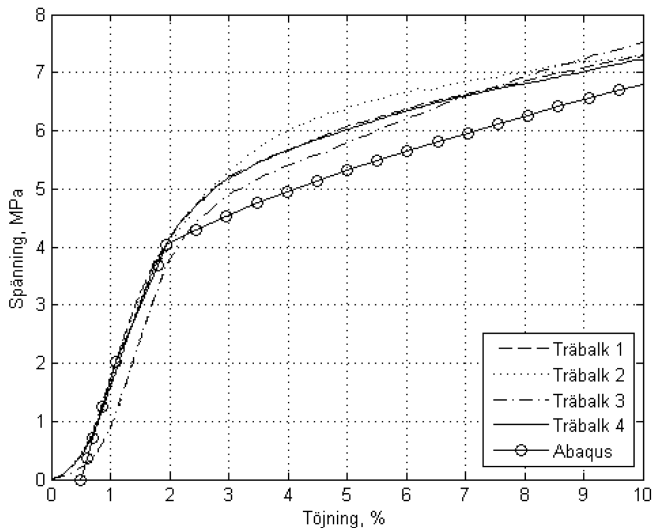
Figur 7.4: Resultat från analysen i ABAQUS av trækloss i jämförelse med resultatet från provningen.

7.1.5 Avslutande kommentarer och diskussion

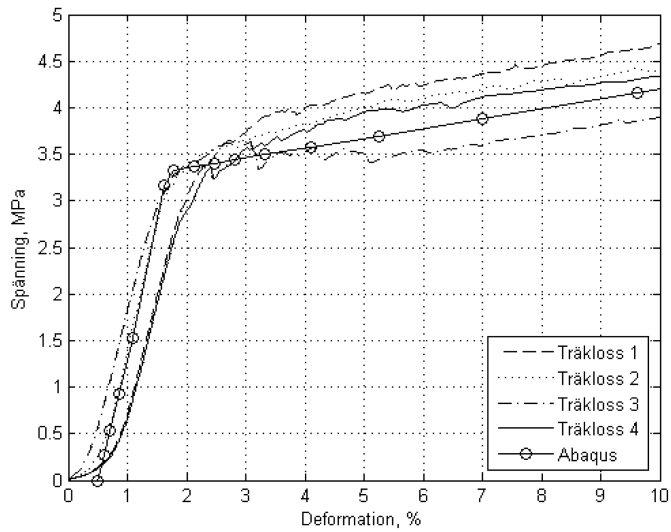
I diagrammen från resultaten kan man se tydligt att den framtagna modellen i ABAQUS har liknande struktur som resultatet från provningarna som gjordes i kap 5. Med denna vetskap så kan man fastställa att modellen fungerar och kan simulera förloppet för belastat trä vinkelrätt mot fiberriktningen.

Resultatkurvan från ABAQUS ligger inte på samma nivå som resultatkurvorna från provningen. Differensen är som tidigare enbart skillnader på materialets kvalitet. När ABAQUS modellen dimensionerades så anpassades den mot Suensons provningar där det förmodligen har använts ett material med en sämre kvalitet. Det som ska noteras är att kvalitén på träet som användes under provningen var väldigt hög. Träet hade en densitet på ca 525 kg/m^3 , vilket är väldigt högt om man jämför med ett mer standardiserat värde på runt 400 kg/m^3 . För att bevisa att kurvorna överrensstämmer med varandra så ökades f_{c90} med 30 % och töjningen förskjuts 0.5 mm till höger för att motsvara ojämnheten för provkropparna. Resultatet från korrigeringen kan ses i *figur 7.5* och *figur 7.6*.

För att diagrammet ska kunna kalibreras så det kan användas efter önskad materialkvalité så kommer en normalisering att göras. Detta gör att kurvan kommer ha ett grundutseende och med en enkel modifiering av materialkvalitén för x-axeln respektive y-axeln kan diagrammet ställas in.



Figur 7.5: 5 Resultat från korrigeringen av träbalksmodellen i ABAQUS.

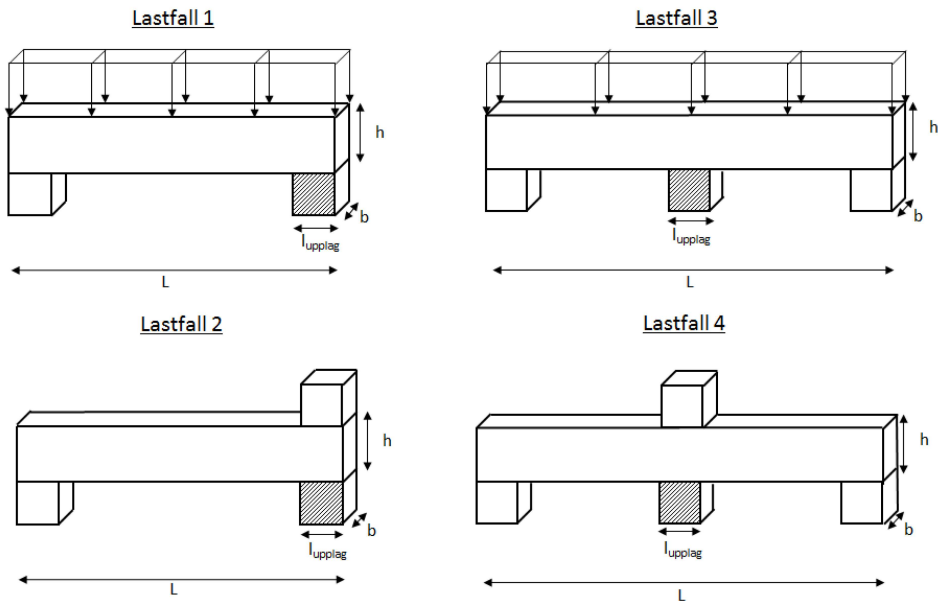


Figur 7.6: 5 Resultat från korrigeringen av träklossmodellen i ABAQUS.

Kapitel 8

Numeriska analyser i ABAQUS av olika lastfall

Då en fungerande modell i ABAQUS nu har blivit framtagen öppnas möjligheten att analysera även andra lastfall som inte provats experimentiellt. Under denna numeriska analys kommer fyra av de vanligaste lastfallen att analyseras med tre olika modeller med skiftande geometri. Detta för att kunna undersöka vilka parametrar som har störst påverkar på träet vid en belastning, men även för att kunna ta fram deformationsdiagram som kan användas vid dimensionering.



Figur 8.1: De fyra lastfall som kommer att analyseras. Skuggade ytan visar de stöd som är avsedda för analysen.

8.1 FE- modell

Alla modeller kommer att ha likvärdiga egenskaper som de tidigare modellerna, det vill säga att materialmodellerna och elementnätets egenskaper förutom geometrin kommer att vara densamma. Då alla modellerna kommer simuleras att vara upplagda på en stålbalk så kommer även kontaktvillkoren att vara samma som tidigare. Det kommer att förekomma två olika belastningstyper: utbredd last längs hela balken och en koncentrerad last över stöden. Det är lastfall 1 och 2 som avser utbredd last medan lastfall 3 och 4 avser koncentrerad last. Lastfallens utseende och elementindelning kan ses i *Bilaga B*. Geometrimodellerna har skapats med avseende på studium av förhållanden enbart vid ett stöd. Detta gör att både skapande och ekvationslösning för modellerna gå fortare. Spänningen som kommer redovisas i detta kapitel är den reaktionsspänning som verkar på de skuggade upplaget. Deformationerna är förskjutningar av specifika nodet, mer ingående kommer detta att beskrivas i kap 8.1.4.

8.1.1 Geometri

För att kunna få en mer övergripande bild av hur dimensionerna kommer vara för de olika modellerna, se *tabell 8.1*. Alla lastfall innehåller tre modeller med en skiftande geometri. I tabellen nedan kan man se att det finns ett förhållande mellan alla dimensioner. Bredden och höjden hos varje modell är densamma medan hela balklängden är tio gånger större än höjden, se *figur 8.5*. I tabellen nedan är längden endast fem gånger större än höjden. Detta gäller alla modeller förutom modell 3 i lastfall 3 och 4, då den koncentrerade lasten inte kommer att behöva en större längd på balken för att kunna ta del av hela spridningseffekten. Anledningen till att modellerna längd är halverad är för att modellerna består bara av halva lastfallet då endast ett stöd behöver analyseras. Förhållandet mellan dimensioner har skapats för att kunna jämföra resultaten åt och på så vis få fram de parametrar som har stort inverka på resultatet. Så länge samma kvot gäller för balken och att lasten är proportionerlig mot den så kommer alltid samma resultat av spännings- och töjningsdiagrammet att erhållas som redovisas i detta kapitel.

| Lastfall | Modell | l_{upplag} (m) | h (m) | b (m) | L (m) | Kvot (h/l_{upplag}) |
|----------|--------|------------------|---------|---------|---------|-------------------------|
| 1 | 1 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 1 | 1 |
| | 2 | 0.2 | 0.4 | 0.4 | 2 | 2 |
| | 3 | 0.2 | 0.6 | 0.6 | 3 | 3 |
| 2 | 1 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 2 | 1 |
| | 2 | 0.2 | 0.4 | 0.4 | 4 | 2 |
| | 3 | 0.2 | 0.6 | 0.6 | 6 | 3 |
| 3 | 1 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 1 | 1 |
| | 2 | 0.2 | 0.4 | 0.4 | 2 | 2 |
| | 3 | 0.2 | 0.6 | 0.6 | 2 | 3 |
| 4 | 1 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 2 | 1 |
| | 2 | 0.2 | 0.4 | 0.4 | 4 | 2 |
| | 3 | 0.2 | 0.6 | 0.6 | 4 | 3 |

Tabell 8.1: Dimensioner för de olika modellerna.

8.1.2 Elementnät

Elementindelningen kommer att variera mellan de olika modellerna. Detta för att få fram en så effektiv och noggrann beräkning som möjligt. Indelningen kan ses i *tabell 8.2*. Alla modeller har skapats med elementtypen hexaheder.

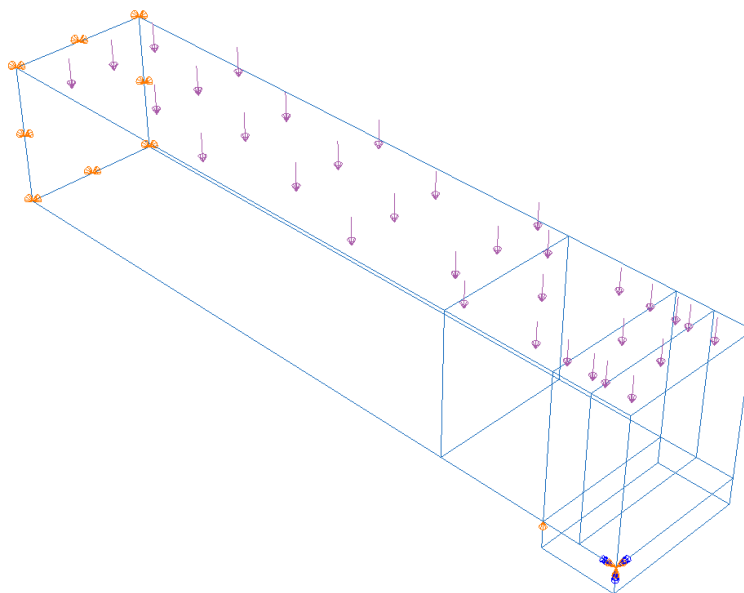
I lastfall 1 uppkommer den största töjningen hos träet skapas vid stålplattans hörn. I detta fall visade det sig att ABAQUS hade svårigheter att hantera när töjningen blev så stor lokalt att ett flertal element blev totalt hoppressade. För att komma runt problemet ökades elementstorleken så det endast skulle krävas 1-2 element för att uppnå den önskade töjningen. Fenomenet uppstod även för samtliga modeller i lastfall 2. Lösningen för problemet var en ökning av elementens storlek i y-led. Modell 1 fick indelningen i y-led 0.025 m, modell 2 0.018 m och modell 3 0.024 m.

| Lastfall | Modell | Elementstorlek(m) | Antal element |
|----------|--------|-------------------|---------------|
| 1 | 1 | 0.02 och 0.05 | 2 728 |
| | 2 | 0.02 och 0.05 | 4 416 |
| | 3 | 0.02 och 0.05 | 13 464 |
| 2 | 1 | 0.005 och 0.05 | 6 480 |
| | 2 | 0.005 och 0.05 | 18 944 |
| | 3 | 0.005 och 0.05 | 33 840 |
| 3 | 1 | 0.005 och 0.05 | 4 032 |
| | 2 | 0.005 och 0.05 | 20 584 |
| | 3 | 0.005 och 0.05 | 58 092 |
| 4 | 1 | 0.005 och 0.05 | 6 784 |
| | 2 | 0.005 och 0.05 | 36 208 |
| | 3 | 0.005 och 0.05 | 104 904 |

Tabell 8.2: Elementnät för kloss- och balkmodellen i ABAQUS

8.1.3 Randvillkor och laster

För lastfall 1 och 2 som belastas med en utbredd last kommer lasten att definieras som ett tryck som går från 0 till 1 MPa. Den koncentrerade lasten kommer att simuleras som tidigare med hjälp av en stålplatta som förskjutes nedåt. Förskjutningen ställs in så den önskade sluttöjningen blir 10 % . Randvillkor och den utbredda lastens i lastfall 1 kan ses i *figur 8.2*. Alla stålupplag kommer att låsas i y-led. Eftersom modellerna endast ska analyseras över ett stöd så skapas en symmetrilinje för balken vid varje mittpunkt. Symmetrilinjen skapas genom att låsa ytan i x och z riktning.



Figur 8.2: Illustration av randvillkor och den utbredda lasten för lastfall 1.

8.1.4 Resultat och diskussion

Spänningen som kan ses i diagrammen på y-axeln är den reaktionsspänning som verkar på träets undersida mot stålkroppen. Den ytan som reaktionsspänningen verkar på kommer att vara den ytan som kommer analyseras genom alla modeller. Hur töjningarna har beräknats skiljer sig åt mellan de olika lastfallen. En förklaring för detta kan ses i *figur 8.3* och *figur 8.4*.

Alla modeller som har analyserats har gett resultat. De olika modellerna inom varje grupp gav ett likartade kraft- och deformationskurvor, men med olika kapacitet i förhållande till dimensioner. Genom en granskning av utformningen hos varje individuell kurva och dess geometriska indata kan det fastställas att den viktigaste parametern är höjden på balken. Lastens bredd och avståndet till kant har inte lika stor påverkan. Så länge det finns tillräckligt med utrymme enligt Van der Putsmetod för fibrerna att transportera vidare spänningen så har höjden en direkt påverkan på både kapaciteten och spridningseffekten. Om möjligheten inte finns att kunna utnyttja hela spridningseffekten så kan ändå en ökning av höjden förbättra spridningen av spänningen, förutom i fallet där lasten och upplaget täcker hela balkens yta.

Angående remissförslaget förefaller sänkningen av det karakteristiska tryckhållfasthetskapaciteten att vara befogat för en del av lastfallen. Hållfasthetsegenskaperna för L 40 är $f_{c,90} = 3.5 \text{ MPa}$ och $E_{rot} = 500 \text{ MPa}$. Med en injustering av dessa egenskaperna i dimensioneringsdiagrammen fås resultatet att lastfall 3 och 4 hamnar på 2.7 MPa vilket var värdet från remissförslag.

För lastfall 1 kommer den huvudsakliga töjningen under belastningsförloppet att ske lokalt på träet mot de stålhörn som träet vilar på. Då den största töjningen kommer att ske i denna punkt har töjningen beräknats med hjälp av differensen mellan två valda punkter på modellen. De valda punkterna visas i *figur 8.3*. ABAQUS hade svårigheter att slutföra beräkningen för den tredje modellen i lastfall 1. Detta i och med den lokala töjningen måste vara så pass stor för att 10 % gränsen ska uppnås, vilket gör att stålhörnet pressar väldigt långt in i träet och på så vis missar noderna för träet. Detta gjorde att resultatet för denna modell endast gav spänningsvärden upp till 6 % töjning. Då strukturen för kurvan kan ses i jämförelse med de andra två från samma lastfall har antagna värden valts för att få en slutgiltig kurva. Ett tydligt fel som finns i modellerna inom lastgruppen lastfall 1 är att dess elementindelning inte är tillräckligt fin. Detta gick inte att lösa då ABAQUS inte konvergerade då elementen blev för små. Med hänsyn av tidigare erfarenheter så kan det skilja upp till 0.5 MPa, det vill säga att kurvan kan i verkligheten klara av en spänning som är 0.5 MPa mindre än den som visas i diagrammet.

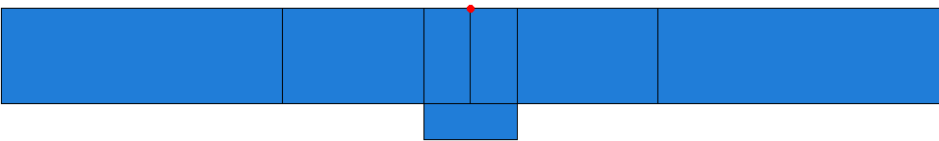
Töjningen för modellerna i lastgruppen lastfall 2 beräknades med hjälp av en vald referenspunkt, se *figur 8.4*. Även bland dessa modeller uppstod problem för ABAQUS att slutföra beräkningarna. Problemet här var precis som i förra lastfallet att kompressionerna blev för stora över stålhörnen för samtliga modeller. Det gick att förbättra resultatet genom att öka element nätets indelning i y-led. Med denna förändring kunde beräkningarna slutföras. På grund av numeriska problem så kunde bara beräkningar göras upp till 8 % på modell 2 och 7 % för kvot 3. Antagna värden har använts för att kunna slutföra kurvorna.

Töjningsberäkningen för lastfall 3 gjordes precis som i tidigare beskrivning av lastfall 2. En referenspunkt användes som hade placeringen i mitten under stålplattan. Inga komplikationer stöttes på under samtliga beräkningar i detta lastfall.

För lastfall 4 användes samma metod som lastfall 2 och 3 för töjningsberäkningen. Enda problemet som uppstod under denna lastgrupp var att modell 3 endast kunde beräkna fram resultat för max 9 % töjning. I och med att kurvans struktur kunde synas genom de andra punkterna antogs data för att kunna slutföra kurvan.

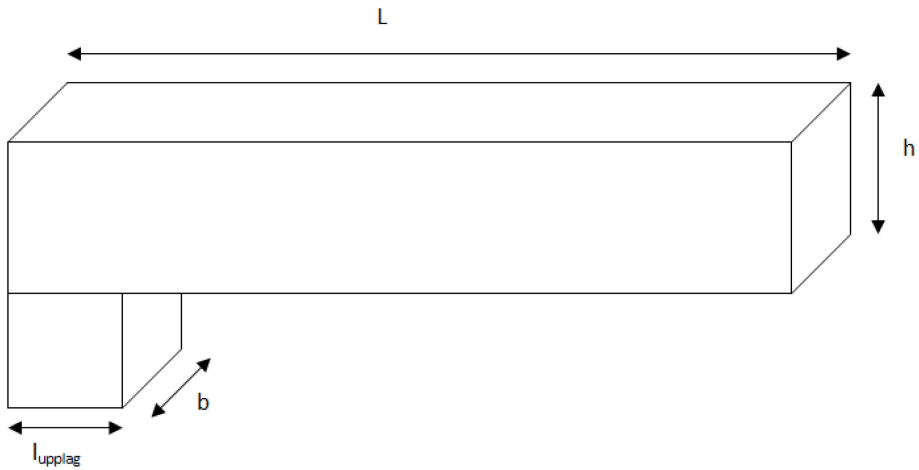


Figur 8.3: Mellan de två punkter vars differens är beräknas som töjning i lastfall 1.



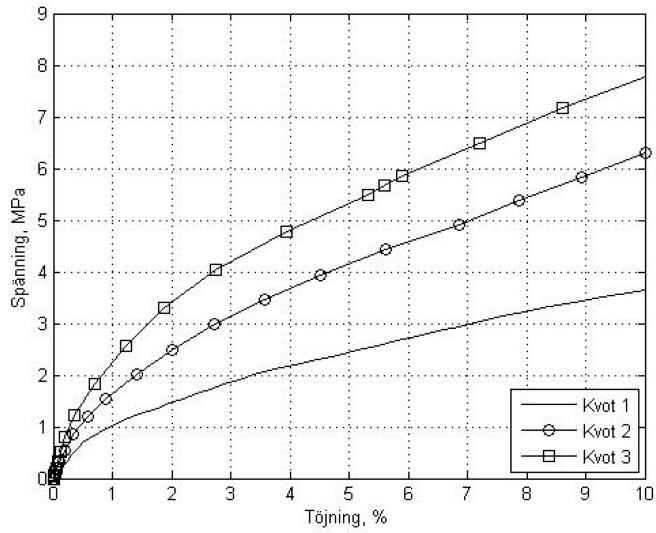
Figur 8.4: Placeringen av den referenspunkt som användes för att beräkna töjningen för lastfall 2.

| Kvot 1 | Kvot 2 | Kvot 3 |
|------------------------------------|--|--|
| $l_{\text{upplag}} = b = h = L/10$ | $l_{\text{upplag}} = b/2 = h/2 = L/20$ | $l_{\text{upplag}} = b/3 = h/3 = L/30$ |

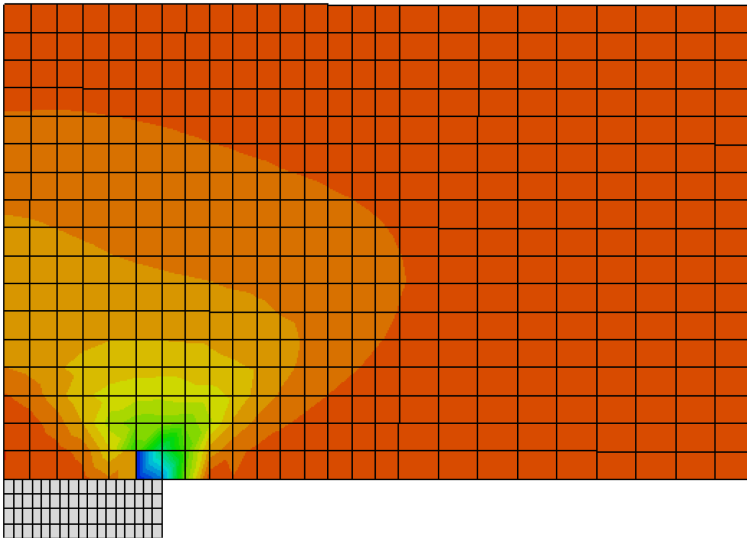


Figur 8.5: Förklaring till enhetsbeteckningen för de olika lastfallen.

Lastfall 1

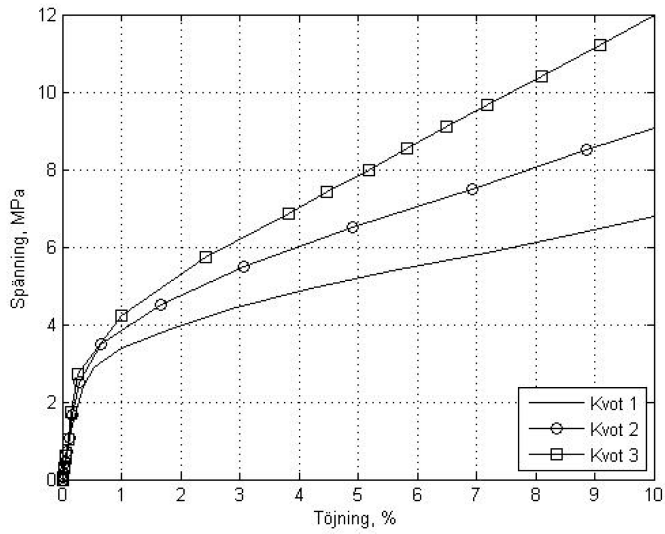


Figur 8.6: Resultat från analyserna av Lastfall 1 i ABAQUS.

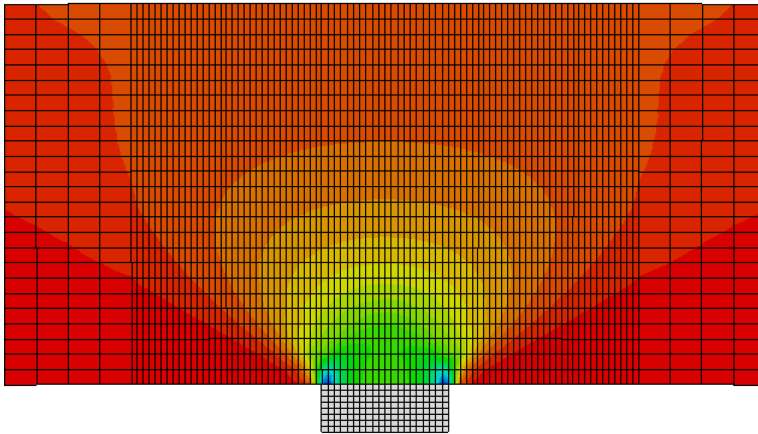


Figur 8.7: Spänningsfördelningen för beräkning av Kvot 3, Lastfall 1

Lastfall 2

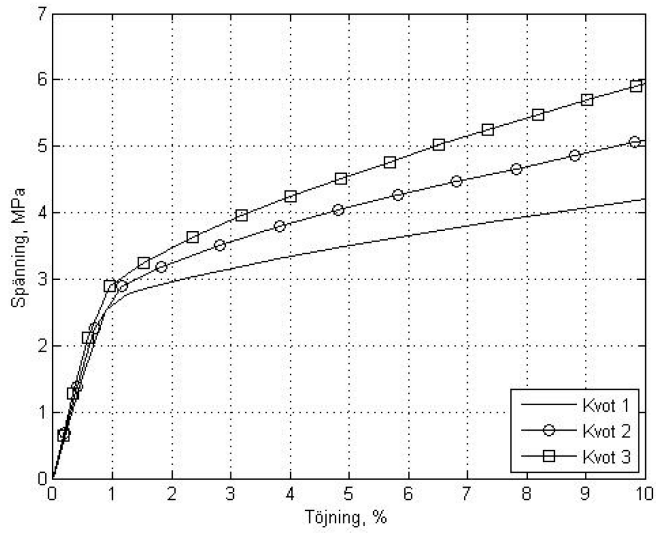


Figur 8.8: Resultat från analyserna av Lastfall 2 i ABAQUS.

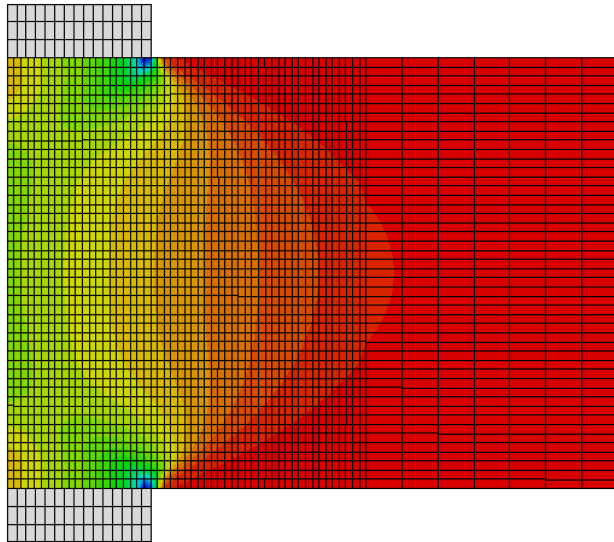


Figur 8.9: Spänningsfördelningen för beräkning av modell Kvot 3, Lastfall 2

Lastfall 3

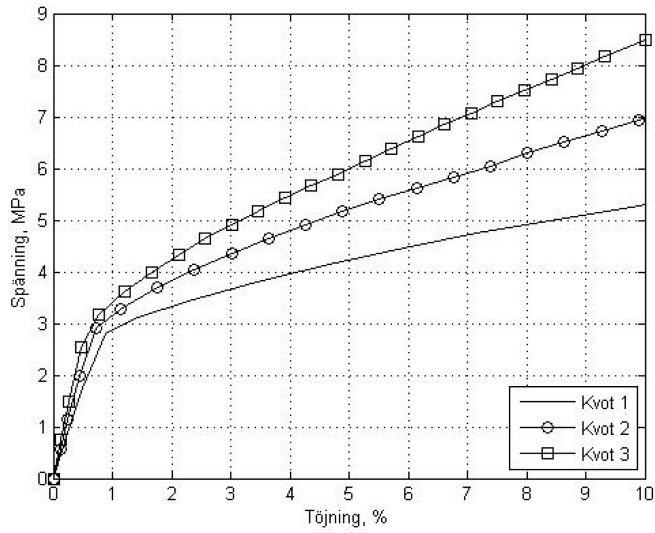


Figur 8.10: Resultat från analyserna av Lastfall 3 i ABAQUS.

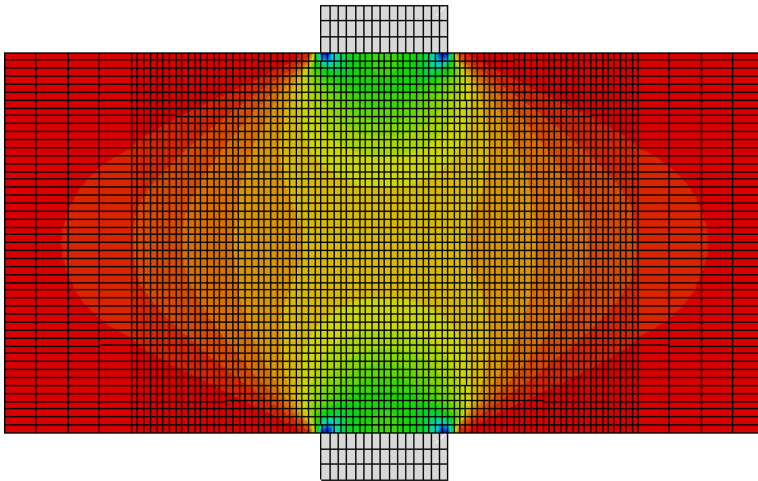


Figur 8.11: Spänningsfördelningen för beräkning av modell Kvot 3, Lastfall 3

Lastfall 4



Figur 8.12: Resultat från analyserna av Lastfall 4 i ABAQUS.



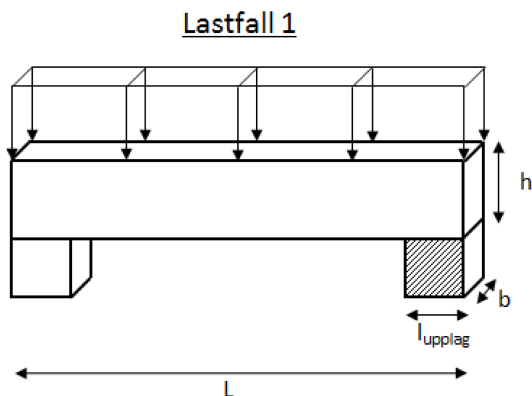
Figur 8.13: Spänningsfördelningen för beräkning av modell Kvot 3, Lastfall 4

Kapitel 9

Förslag till ny norm och beräkningsmetod

Genom alla analyser och provningar som gjorts i denna rapport har jag kommit fram till att det inte går att sätta ett konstruktionskriterium som ska gälla för alla lastfall med alla typer av belastningsalternativ. Därför är förslaget att skapa dimensioneringsdiagram som är lämpade för de fyra lastfallen som blivit analyserade i kapitel 8. Dimensioneringsdiagrammen ska normaliseras så de inte är styrda av en viss av materialkvalité, utan användaren ska kunna använda diagrammet efter sin kvalité och på så vis få fram ett korrekt värde för både spänning och töjning.

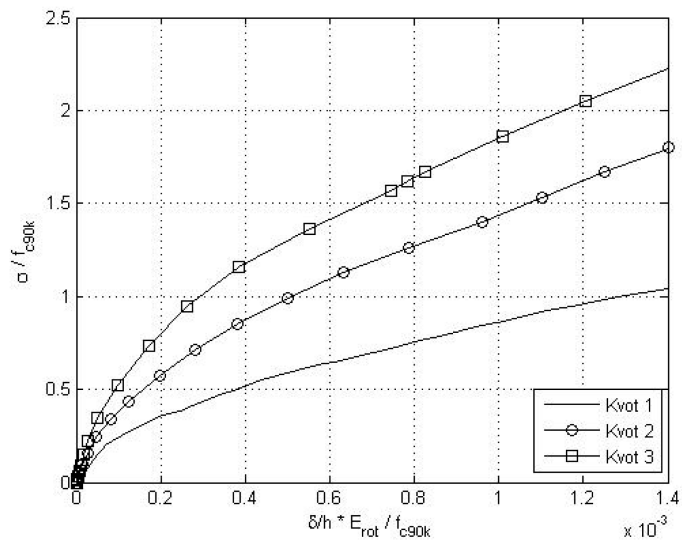
Normaliseringen kommer att fungera på det viset att både spänningarna och töjningarna kommer att vara materialberoende. Spänningen kommer att vara beroende av materialets tryckhållfasthetskapacitet vinkelrätt mot fiberriktningen $f_{c,90,k}$. Medan töjningarna kommer vara beroende av både tryckhållfasthetskapaciteten och elasticitetsmodulen för trä i dess radiella- och tangentiellriktning. Dimensioneringsdiagrammen visas i *figur 9.1 - figur 9.8*. En tydligare beskrivning av kurvornas kvotindelning kan ses i *figur 8.5*.



Figur 9.1: Geometri för Lastfall 1

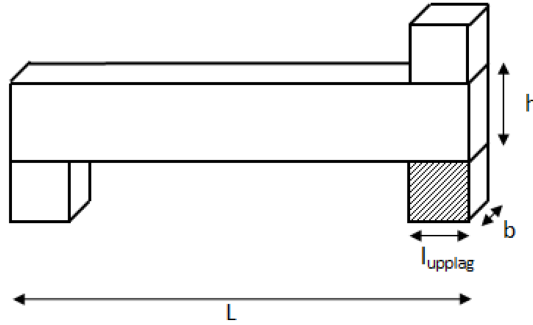
| Lastfall 1 | l_{upplag} (m) | h (m) | b (m) | L (m) | Kvot (h/l_{upplag}) |
|------------|------------------|---------|---------|---------|-------------------------|
| Modell 1 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 1 | 1 |
| Modell 2 | 0.2 | 0.4 | 0.4 | 2 | 2 |
| Modell 3 | 0.2 | 0.6 | 0.6 | 3 | 3 |

Tabell 9.1: Dimensioner för Lastfall 1



Figur 9.2: Geometri för Lastfall 1

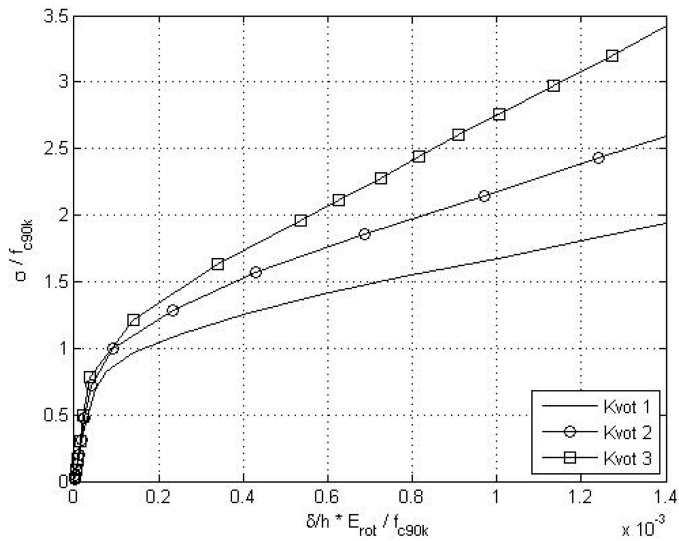
Lastfall 2



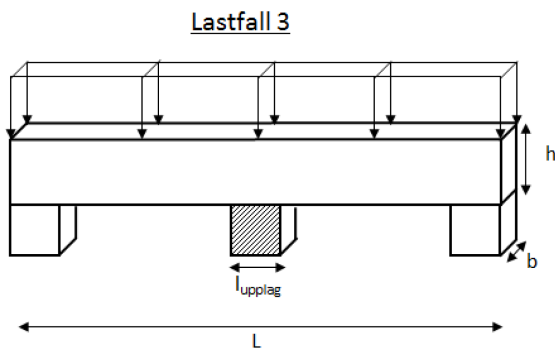
Figur 9.3: Geometri för Lastfall 2

| Lastfall 2 | l_{upplag} (m) | h (m) | b (m) | L (m) | Kvot (h/l_{upplag}) |
|-------------------|------------------|---------|---------|---------|--------------------------------|
| Modell 1 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 2 | 1 |
| Modell 2 | 0.2 | 0.4 | 0.4 | 2 | 2 |
| Modell 3 | 0.2 | 0.6 | 0.6 | 6 | 3 |

Tabell 9.2: Dimensioner för Lastfall 2



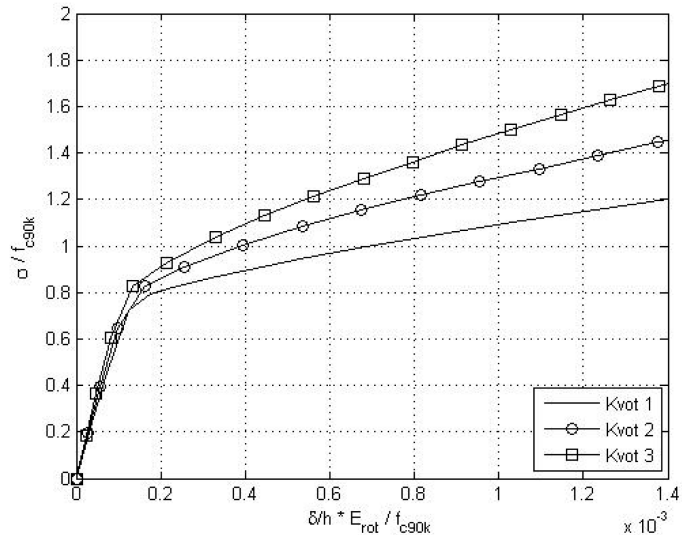
Figur 9.4: Geometri för Lastfall 2



Figur 9.5: Geometri för Lastfall 3

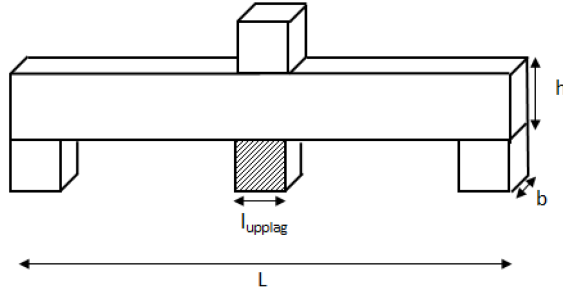
| Lastfall 3 | l_{upplag} (m) | h (m) | b (m) | L (m) | Kvot (h/l_{upplag}) |
|-------------------|------------------|---------|---------|---------|--------------------------------|
| Modell 1 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 1 | 1 |
| Modell 2 | 0.2 | 0.4 | 0.4 | 2 | 2 |
| Modell 3 | 0.2 | 0.6 | 0.6 | 2 | 3 |

Tabell 9.3: Dimensioner för Lastfall 3



Figur 9.6: Geometri för Lastfall 3

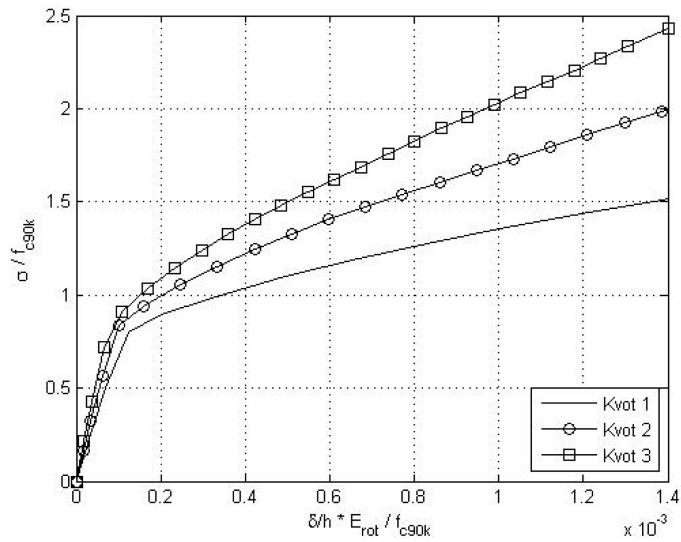
Lastfall 4



Figur 9.7: Geometri för Lastfall 4

| Lastfall 4 | l_{upplag} (m) | h (m) | b (m) | L (m) | Kvot (h/l_{upplag}) |
|------------|------------------|-------|-------|-------|-------------------------|
| Modell 1 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 2 | 1 |
| Modell 2 | 0.2 | 0.4 | 0.4 | 4 | 2 |
| Modell 3 | 0.2 | 0.6 | 0.6 | 4 | 3 |

Tabell 9.4: Dimensioner för Lastfall 4



Figur 9.8: Geometri för Lastfall 4

Kapitel 10

Slutsatser

Strukturen för träets belastningskapacitet har lyckats att återskapas men har brister. Materialmodellen *chrushable foam* som använts är inte framtagen för trä och brister därför inom vissa områden t.e.x.lastspridningseffekten. Men även om träet har en skiftande materialkvalité och ABAQUS inte har någon modell som är speciellt framtagen för trä så är de framställda dimensioneringsdiagrammen tydliga och ger en noggrann bild av spännings- töjningsförloppet. Då man kan anpassa diagrammen efter ens egen materialdata så ökar även noggrannheten. Summeringen är att med hjälp av dimensioneringsdiagrammen kan man erhålla värden som kan hjälpa en vid en dimensionering. Remissförslaget att sänka det karakteristiska tryckhållfasthetskapaciteten till 2.7 MPa för limträklassen L 40 är befogat för lastfall 2,3 och 4. Då lastfall 1 inte kunde ge tillräckligt noggranna värden så kan inte någon konkret bedömning av sänkningen göras av detta fall.

Kapitel 11

Förslag på fortsatt arbete

För att kunna förbättra och kontrollera noggrannheten i dimensioneringsdiagrammen skulle en omfattande provningar av de 4 lastfallen utföras. De ska helst göras i en större skala än de provningarna som gjordes i denna rapport. Detta för att testa en hel limträbalk som är framtagen för att användas vid produktion och inte enbart en liten träkropp. Om detta skulle göras skulle man få ett mer reellt diagram att dimensionera ABAQUS modellen mot. Alla de vanliga bristerna som finns i träet skulle upptäckas i dess spännings- och töjningsdiagram som inte upptäcks på en liten träkropp vars materialkvalité är mer homogent.

En större analys av ABAQUS möjligheter att förbättra materialmodellen behöver göras. Det framgick tydligt vid jämförelsen mellan Suensons provningar och ABAQUS att svårigheter med spridningseffekten uppkommer när differensen mellan upplagets bredd och belastningsbredden blev för stor. Detta skulle det behöva göras en närmre analys av.

Litteraturförteckning

Böcker

- [1] GreenD,W., Winandy, J.E., Kretschmann, D.E. (1999). *Wood handbook: Wood as an engineering material*. Forest Products Laboratory. Gen. Tech. U.S.A.
- [2] Johannesson, B. (1984). *Brottkriterier för trä*. Studentlitteratur. Chalmers tekniska högskola. Sverige.
- [3] Carling, O. (2001). *Limträ handboken*. Svenska limträ AB. Sverige.
- [4] Holmberg, S. (1996). *Deformation and fracture of wood in initial defibration processes*. Lunds universitet. Sverige.
- [5] Dinwoodie, K. (1981). *Timber: Its natural and behaviour*. Van Nostrand Reinhold Co. Ltd. England.
- [6] Persson, K. (2000). *Micromechanical modeling of wood and fibre properties*. Lunds tekniska högskola. Sverige.
- [7] Larsen, H.J., Ribenholt, H. (2005). *Trækonstruktiner beregning*. Statens Byggeforskningsinstitut. Danmark.
- [8] Edlund, B. (1995). *Timber engineering- step 1*. Salland De Lange. Nederländerna.
- [9] Dahl, K.B. (2009). *Mechanical properties of clear wood from Norway spruce*. NTNU. Norge.
- [10] SS-EN 1995-1-1:2004. *Eurocode 5: Design of timber structures- Part 1-1: general - Common rules and rules for buildings*. European Committee for Standardisation.
- [11] BFS2010:2 *Boverkets konstruktionsregler*. Boverket. Sverige.
- [12] DIN 1052 D-2008. *Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken - Allgemeine Bemessungsregeln und Bemessungsregeln für den Hochbau*. NA 005 Normenausschuss Bauwesen. Tyskland.
- [13] Austrell, P-E., Dahlblom, O. (2004). *Calfem - A finite element toolbox version 3.4*. Division of structural mechanics. Lunds tekniska högskola. Sverige.

- [14] Ottoson, N., Petersson, H. (1992). *Introduction to the Finite Element Method*. Pearson Education Limited. England
- [15] SIMULIA. (2008). *ABAQUS Analysis user's manual version 6.9*

Artiklar

- [16] Leijan, A. J. M., Larsen, H.J., Van der Put, T.A.C.M. (2010). *Structural design for compression perpendicular to the grain of timber beams*, Construction and building materials 24, s 525-257. Nederländerna
- [17] Oudjene, M., Khelifa, M. (2009). *Elasto-plastic constitutive law for wood behavior under compressive loadings*, Construction and building materials 23, 3359-3366. Frankrike
- [18] Van der Put, T.A.C.M. (2008). *Derivation of the bearing strength perpendicular to the grain of locally loaded timber blocks*, Delft Nederländerna. Faculty of Civil Engineering and Geosciences 66, s 409-417. Nederländerna