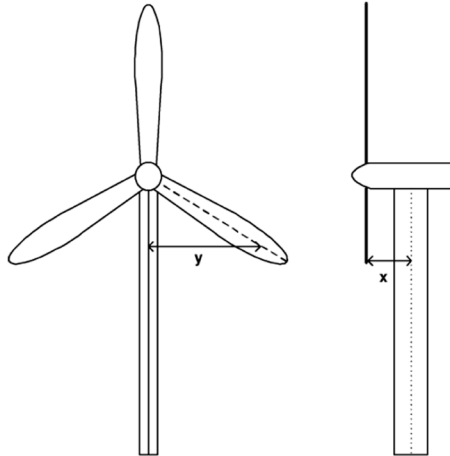




LUND
UNIVERSITY



INFÄSTNING AV BYGGNADSMONTERAT VINDKRAFTVERK

PETER ARESCHOUG

Structural
Mechanics

Master's Dissertation

Department of Construction Sciences
Structural Mechanics

ISRN LUTVDG/TVSM--11/5179--SE (1-87)
ISSN 0281-6679

INFÄSTNING AV
BYGGNADSMONTERAT
VINDKRAFTVERK

Master's Dissertation by
PETER ARESCHOUG

Supervisor:
Per-Erik Austrell *Phd,*
Div. of Structural Mechanics, LTH, Lund

Examiner:
Per Johan Gustafsson *Professor,*
Dept. of Construction Sciences, LTH, Lund

Copyright © 2011 by Structural Mechanics, LTH, Sweden.
Printed by Media-Tryck LU, Lund, Sweden, November, 2011 (*Pl*).

For information, address:
Division of Structural Mechanics, LTH, Lund University, Box 118, SE-221 00 Lund, Sweden.
Homepage: <http://www.byggmek.lth.se>

Sammanfattning

”Strukturodynamisk simulering av ett byggnadsmonterat vindkraftverk.”

För att bättre utnyttja den vind som finns i urbana miljöer kan mindre vindkraftverk placeras på befintliga byggnader. Emellertid är vindkraftverk som strukturer ytterst benägna att vibrera. En stum infästning mellan bjälklag och kraftverk kommer att leda till att vibrationer alstrade i kraftverket sprider sig i byggnadsstommen, där högfrekventa vibrationer kan ge stomljud och lågfrekventa vibrationer skador på själva stommen.

I det här examensarbetet simuleras de vibrationer som uppstår till följd av rotorns interaktion med den luftström som passerar rotorns svepta area. Simuleringarna utförs på ett horisontalaxlat vindkraftverk, med tre rotorblad med radien 2,6 m och med variabel rotorfrekvens. Förhållanden i simuleringarna kan betraktas som normala, vilket betyder att vindens hastighet som mest är lika stor som kraftverkets nominella vindhastighet. Simuleringarna utförs i Matlab, med stor hjälp av *CALFEM*.

Resultaten visar att det uppkommer både hög- och lågfrekventa vibrationer, eftersom tornet exciteras i dess egenfrekvenser. Uppkomsten av kraftiga excitationer, beror främst på torndämningen. Inom byggnadsakustiken hanteras vibrationsproblemen vanligen genom att åstadkomma ett massa-fjäder-system som är tillräckligt elastiskt för att isolera vibrationer med frekvenser åtminstone 2-3 gånger högre än systemets egenfrekvens. Det finns emellertid ett stort aber med denna metod; för att massa-fjäder-systemet ska kunna isolera de lågfrekventa vibrationerna krävs det att systemet är rejält elastiskt. De rotationer av fundamentet som det elastiska systemet ger upphov till är inte önskvärda på grund av att kraftverket då utsätts för aeroelastiska vibrationer och minskad kraftproduktion.

Då kraftverken simuleras uppställt på ett system som i det statiska fallet ger upphov till en acceptabel rotation av fundamentet, visar resultaten att det inte är möjligt att isolera bjälklaget från vibrationerna från kraftverket. Ska ett kraftverk ändå byggnadsmonteras borde fundamentet utföras med så stora dimensioner som möjligt.

Abstract

“Structural dynamic simulation of a building mounted wind turbine.”

In order to better utilize the wind in urban areas, small-scale wind-turbines can be retro-fitted on existing buildings. However, wind-turbines are as structures very prone to oscillate. If the turbines would be mounted with a stiff connection, these vibrations would transmit to the building structure where high-frequency vibrations will transmit as structure-borne noise, and low-frequency vibrations could damage the structure.

In this thesis, the vibrations due to the rotor blades' interaction with the air-stream passing through the rotor's swept area are simulated. The simulations are conducted on a horizontal axis wind turbine, with three rotor blades with 2.6 m radius, and a variable rotor frequency. The ambient conditions are considered to be normal; during such the wind speeds do not exceed the wind turbines nominal speed. The simulations are conducted in Matlab, with much help of *CALFEM*.

The results show that both high and low frequency oscillations arise, as the tower is excited in its natural frequencies. The powerful oscillations are due to the tower damming effect. In building acoustics, vibrational problems are usually dealt with by creating a mass-spring-system with an eigenfrequency well below 2-3 times the exciting frequency. There is however a great disadvantage with this method; the mass-spring-system's ability to isolate low-frequency vibrations is dependent on a existing elastic mounting. The rotations of the foundation that would arise due to a elastic mounting are not desirable, as the wind turbine is subjected to aeroelastic vibrations and a lesser power production.

When the turbines are simulated mounted on a foundation that in the static case result in a reasonable rotation, the results show that it is not possible to isolate the joist from the vibrations. If a wind turbine nonetheless should be building mounted, the foundation should be as large as possible.

Keywords: urban wind power, building-mounted wind turbines, BUWT

Förord

Tack till mina handledare Per-Erik Austrell vid avdelningen för byggnadsmekanik vid Lunds Tekniska Högskola och Johan Scheuer vid WSP Akustik i Göteborg. Tack också till WSP Akustik i Stockholm där jag har suttit under arbetet med uppsatsen.

Tack till Sara Granér för uppmuntrande ord om vad som väntar. Ros till Aron och Sophia för att ni tjatat. Och tack till er som lyssnat när jag tjatat.

Stockholm, 2011-05-10

Innehållsförteckning

1	Inledning	13
1.1	Problembeskrivning	14
1.2	Syfte	14
1.3	Avgränsningar.....	14
1.4	Examensarbetets disposition.....	14
2	Teori.....	15
2.1	Vindkraft – en översikt.....	15
2.1.1	Vindkraftsverkstyper	17
2.1.2	Utvinning av vindenergi	19
2.2	Aerodynamiska krafter	22
2.2.1	Blade Element Momentum Theory (BEM).....	23
2.3	Dynamiska laster.....	29
2.3.1	Periodiska excitationer.....	29
2.3.2	Icke-periodiska excitationer	34
2.4	Vinden	35
2.4.1	Vinden i urbana miljöer	35
2.4.2	Ekvivalent vind-modell.....	37
2.4.3	Den fluktuerande vinden.....	41
2.5	Stomljudsisolering.....	43
2.6	Strukturella modeller	44
2.6.1	Rotorblad och hölje	44
2.6.2	Torn	45
2.6.3	Fundament.....	45
2.6.4	Bjälklag.....	48
2.6.5	Dämpning.....	49
2.7	Strukturdynamiska rörelseekvationer	49
2.7.1	Modalanalys	49
2.7.2	Systemets periodiska dynamiska respons	51
2.7.3	Systemets respons till slumpmässiga excitationer	51
2.7.4	Komplex frekvensfunktion	51
3	Metod.....	53

3.1	Beräkningsgång.....	53
3.1.1	Kraftgenerering	53
3.1.2	Modalanalys	54
3.1.3	Respons till periodiska excitationer	54
3.1.4	Slumpmässiga excitationer	55
3.1.5	Frekvensvep	55
3.2	Indata till beräkningsmodellerna.....	55
3.2.1	Rotordesign	56
3.2.2	Torn	57
3.2.3	Fundament och vibrationsisolatorer	57
3.3	Simulering av krafter.....	58
3.3.1	Massobalans	58
3.3.2	Vinkligningsfel av rotorblad	59
3.3.3	Torndämpning och vindskjuvning.....	59
3.4	Implementering av modeller	59
3.4.1	Implementering av BEM-metoden	59
3.4.2	Ekvivalent vind-modell.....	60
3.4.3	Implementering av Sandia-metoden	61
4	Resultat och diskussion	65
4.1	Kraftgenerering.....	65
4.1.1	Resultatens överensstämmelse.....	65
4.1.2	Massobalans	65
4.1.3	Vinkligningsfel av rotorblad	66
4.1.4	Torndämning och vindskjuvning.....	68
4.1.5	Total kraft	70
4.1.6	Kraft till följd slumpmässiga vindhastighetsförändringar.....	73
4.2	Modalanalys.....	74
4.2.1	Stunt infäst kraftverk	74
4.3	Stunt infäst kraftverk.....	75
4.4	Frekvensvep	77
4.5	Kraftverk infäst i flytande fundament	80
4.5.1	Böjmoment kring z-axeln	80
4.5.2	Böjmoment kring y-axel	83
4.6	Icke-stationär respons.....	85

Strukturodynamisk simulering av ett byggnadsmonterat vindkraftverk

4.7	Optimering.....	85
5	Slutsats.....	87
6	Referenser	89

1 Inledning

Urban vindkraft, eller vindkraft i stadsmiljö, innebär att små typer av vindkraftverk placeras i bebyggd miljö eller på befintliga byggnader. Eftersom kraftverkens elproduktion är proportionell mot kuben av vindhastigheten, är tillgången på vind en förutsättning för att få ekonomisk vinning av ett kraftverk [15]. Emellertid är tillgången på vind i urbana miljöer begränsad i jämförelse med tillgången på vind i de områden där storskalig vindkraft traditionellt har placerats. Anledning till att byggnadsmontera kraftverk, är strävan efter mer gynnsamma vindförhållanden, eftersom en sådan placering gör att kraftverken kommer ovan många av de hinder som den urbana miljön utgör.

Vindkraft har global nytta då det är en förnyelsebar energikälla, men är å andra sidan behäftad med lokala nackdelar, exempelvis det luftburna ljudet som rotorbladens rörelse genom luften alstrar. Vidare är de visuellt störande, och ett brott på ett kraftverk kan få katastrofala följder [15]. Den urbana vindkraftens placering i tätbefolkade områden leder självfallet till att de lokala nackdelarna synliggörs tydligare.

Det finns tre starka argument till varför det inte är optimalt att byggnadsmontera kraftverk:

- i. Vindregimen i urbana områden är turbulent. Storskalig vindkraft är ofta placerade i områden med mer jämna vindflöden. Även själva huset är ett hinder för vinden, vilket ger upphov till ytterligare turbulens. Turbulenta vindförhållanden försvårar beräkningen av kraftverkets elproduktion. De mer frekvent förekommande kastvindarna i urbana miljöer ger även upphov till transienta laster, vilka kan leda till brott på kraftverken.
- ii. Vindkraftverk är som strukturer ytterst benägna att vibrera. I storskalig vindkraft är dessa oscillationer förknippade med utmattnings- och stabilitetsproblem. För de byggnadsmonterade kraftverken gäller dessutom att dessa vibrationer kan transmittas till byggnadsstommen. Från byggnadsstommen strålar sedan högfrekventa vibrationer ut som stomljud, medan lågfrekventa vibrationer ger skador på själva stommen. Ett vindkraftsverks benägenhet att vibrera förstärks dessutom i turbulenta vindförhållanden.
- iii. Risker för personskador är stor om det sker ett katastrofartat brott på kraftverket (exempelvis att ett rotorblad bryts av). Urbana byggnadsmonterade kraftverk är, till skillnad från konventionella kraftverksparker, placerade i människors närhet, varför än större säkerhetsmarginaler måste föreligga.

[7] menar att det finns en enkel handberäkningsmetod, vilken ger en god approximation av den årliga vindtillgången. Med hjälp av detta skulle sedan kraftverkets elproduktion kunna bestämmas. Sålunda går det att finna de platser som lämpar sig för byggnadsmonterade kraftverk. Emellertid noterar Warwick Wind Trials

[28] följande nedslående resultat: "Of particular note is that turbines on our high rise sites /.../ were able generate as much energy in one month as other turbines in the trial did in one year. It is unfortunate that these high performing turbines had to remain switched off for the majority of the trial following complaints about noise from the building residents." Krasst uttryckt tyder detta på när väl kraftverken producerar el, blir de lokala nackdelarna (i detta fall i form av buller) inte längre acceptabla.

1.1 Problembeskrivning

Visserligen är vindkraftverk som strukturer ytterst benägna att vibrera. Inom byggnadsakustiken är det dock vanligt att hantera vibrerande maskiner, exempelvis fläktar placerade på hustak. Det är således relevant att ställa frågan: *vad gör att de vibrationer ett vindkraftverk genererar är svåra att isolera? Och vidare: går det att utforma infästningen så att dessa vibrationer minimeras?*

1.2 Syfte

Uppsatsen syftar till att teoretiskt och numeriskt visa vilka laster som uppkommer för ett litet horisontalaxlat vindkraftverk med variabel rotorhastighet, samt hur dessa laster samverkar med ett flytande fundament placerat på ett styvt bjälklag.

1.3 Avgränsningar

Rapporten kommer enbart att fokusera på de vibrationer som kan transmittas till byggnadsstommen. De dynamiska instabilitetsproblem som kan förekomma i kraftverken kommer inte att behandlas. Inte heller kommer kraftverkens elproduktion behandlas explicit.

Teorierna för uppkomsten och simuleringen av vibrationer gäller för ett horisontalaxlat vindkraftverk med tre rotorblad och variabel rotorfrekvens. Vidare behandlar uppsatsen endast de vibrationer som uppstår vid normal drift hos vindkraftverket.

1.4 Examensarbetets disposition

Rapporten börjar med en teoridel vilken ska redogöra för olika vindkraftverks funktion och vilka konsekvenser för alstringen av vibrationer olika konstruktionsval får. Teoridelen är tänkt att vara generell. En metoddel beskriver utförligt vilka metoder och modeller som använts för simuleringen av uppkomna vibrationer i bjälklag. Indatan till modellerna diskuteras också.

Följande resultat kommer att presenteras:

- i. Krafter och moment från luftströmmens interaktion med rotorbladen, vilka verkar i kraftverkets topp.
- ii. Egenfrekvenser och egenmoder för stumt infäst kraftverk och kraftverk inspant i flytande fundament.
- iii. Reaktionskrafter, vilka verkar på ett tänkt styvt bjälklag, när kraftverket är stumt infäst respektive uppställt på ett massa-fjäder-system.
- iv. Massa-fjäder-systemet tilldelas olika dimensioner och styvheter, varvid ett frekvenssvep visar systemens varierande dynamiska respons.

2 Teori

Teoridelen är en redogörelse av vindkraftens fysikaliska bakgrund, utformningen av olika typer av kraftverk, samt hur den urbana miljön påverkar vinden. Stor vikt kommer att fästas vid hur kraftverk exciteras av dynamiska laster. Vidare behandlas kortfattat de rörelseekvationer och lösningsmetoder som ligger till grund för beräkningarna, samt metoder för vibrationsdämpning alternativt vibrationsisolering i byggnadsstommar.

2.1 Vindkraft – en översikt

Rotorbladen i moderna vindkraftverk har profiler som utnyttjar aerodynamiska lyftkrafter för att driva en rotor. Rotorn driver en drivaxel, vilken är kopplad till en växellåda och en generator. Det finns också system där drivaxeln driver generatoren utan att en växellåda är kopplad emellan rotor och generatoren. Konsekvensen är ett billigare system, men rotorns frekvens är inte tillräcklig hög för att generera elektricitet i 50 Hz, vilket krävs för att leverera denna till elnätet. Genom att låta generatoren ha ett tillräckligt stort antal polpar, kan rätt frekvens uppnås. Nackdelen är att en generator med många polpar både är tung och skrymmande [1].

Tornen är oftast ståltuber, även om fackverkstorn förekommer likväl. Emellertid anses de enheltiga ståltornen vara mindre visuellt störande, varför den konstruktion är vida mer använd [13].

För horisontella kraftverk är drivaxel, växellåda och generator placerade i vad som i denna uppsats kommer att benämnas *höljet*¹, vilket är placerat högst upp i tornet.

För höga vindhastigheter måste stora aerodynamiska krafter hanteras av vindkraftverket som struktur. Vanligtvis finns det två oberoende bromssystem, elektromagnetiska bromsar och mekaniska bromsar. En elektromagnetisk broms fungerar så att rörelseenergin bromsas upp av att generatoren genererar elektriskt energi, vilken sedan dumpas”. Mekanisk broms är nödvändig för att få kraftverket till att stanna fullständigt. En skivbroms av stål är vanligtvis placerad på drivaxeln mellan växellådan och generatoren [1].

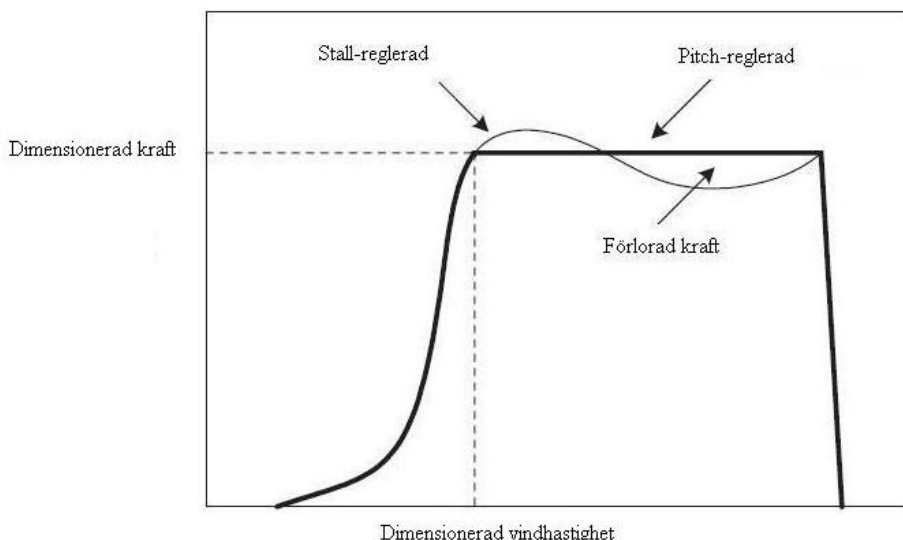
Eftersom ett horisontalaxlat vindkraftverk måste vara vinklat vinkelrät mot den inkommande luftströmmen, är någon typ av vridmekanism nödvändig. Detta gäller dock inte för vertikalaxlade kraftverk (se avsnitt 2.1.1.1). De flesta kraftverk använder en motordriven mekanism som vrider kraftverket i rätt position. Ett kraftverk som har rotorn placerad nedströms tornet, ställer automatiskt in sig efter vinden. Små vindkraftverk kan också ha styrvingar som vrider rotorn rätt mot vinden. Ett sådant system kallas för passivt vridsystem, vilket är ytterst ovanligt för stora vindkraftverk [15].

¹ Den engelska termen är ”nacelle”, vilket egentligen översätts till gondol.

I generatorn omvandlas mekanisk energi till elektrisk energi. En induktionsgenerator är den vanligaste generatortypen, vilken tillhandhåller mekanisk enkelhet samtidigt som den är robust. En nackdel är att den måste vara magnetiserad från elnätet innan den fungerar. En asynkronisk generator är mer komplicerad, men kan fungera utan att vara kopplad till elnätet [1].

Generatorer brukar också klassificeras efter om de låter rotna rotera med konstant eller varierande vinkelhastighet. Det är vanligt att rotna har en konstant hastighet, oavsett vindhastighet, då de flesta kraftverks generatorer är direkt kopplade till elnätet. Den direkta kopplingen mellan elnätet och generatorn tvingar generatorn till den fasta hastigheten, även om kraftverket egentligen vill variera dess hastighet tillsammans med vinden [15]. Varierande hastighet är att föredra eftersom bättre aerodynamisk effektivitet kan uppnås, och genom att rotna kan tillåtas ha lägre hastighet vid låga vindhastigheter kan bullret från kraftverken minskas. Emellertid är sådana förbättringar dyra och kräver att så kallade indirekta elnätskopplingar används. För att den producerade elektriciteten sedan ska få rätt frekvens används de tidigare nämnda AC-DC-AC-omvandlarna, vilka kan omvandla växelström i en frekvens till växelström i en annan frekvens. Ett vanligare system för att minska påfrestningarna för drivaxeln, är att låta generatorn ha möjlighet att kunna "glida" 1 %, vilket markant minskar påfrestningar på den vid tvära kast i vindhastighet [15].

För att kunna kontrollera kraftproduktionen finns det två tänkbara lösningar, vilka båda kompletterar de elektromagnetiska bromsarna. Dels går det att utnyttja att luftströmmen separerar från en bladsektion då infallsvinkeln mot denna bladsektion blir för stor. Separering av luftströmmen leder till minskade aerodynamiska krafter. Detta förfaringsätt att minska krafterna kallas *stall*. Rotorbladen kan också vinklas mekaniskt så att infallsvinkel blir annat än optimal, vilket kallas *pitch* [13]. Figuren visar skillnaden i verkan i de båda kontrollsystemen.



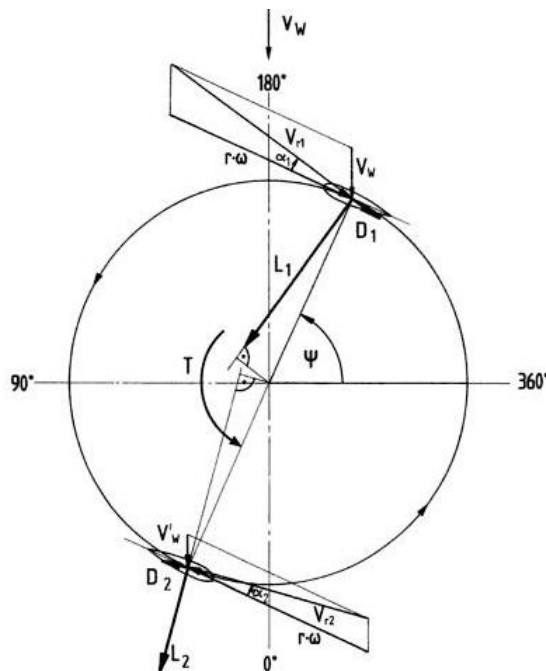
Figur 1: Skillnad i verkan mellan *stall*- och *pitch*-reglerade kraftverk. Reproducerad från [15].

2.1.1 Vindkraftverkstyper

Det finns två huvudtyper vindkraftverk; de som roterar kring en vertikal axel och de som roterar kring en horisontal axel. Det finns en tredje variant av vindkraftverk vilka ämnar att koncentrera ett vindflöde. Koncentreras ett flöde leder det till en acceleration av luftströmmen. Tanken är då att kunna minska den svepta rotorarean, vilka ska kompensera för den extra kostnad som konstruktionen vilken koncentrerar vinden innebär [13].

2.1.1.1 Vertikalaxlade vindkraftverk

Historiskt sett då vindkraftverkens förmåga att generera mekanisk energi nyttjades direkt, exempelvis i kvarnar eller pumpar, kunde vertikalaxlade turbiner som nyttjade dragkraften i vinden användas. Detta förfarande ger emellertid kraftverken en lågt *löptal*² och därmed låg verkningsgrad (see avsnitt 2.2). För att kunna generera elektricitet med vertikala kraftverk har sådana typer som nyttjar de aerodynamiska lyftkrafterna konstruerats. På grund av att rotorbladen inte roterar i ett plan vinkelrät vinden, utan i ett plan parallellt med vindriktningen, kommer infallsvinkel för den relativa vindhastigheten gentemot rotorbladen hela tiden ändras. Detta leder till en aerodynamiskt instabil rörelse.



Figur 2: Aerodynamik för vertikalaxlat kraftverk. Reproducerat från [15]

De fördelar som brukar framhållas med vertikalaxlade kraftverk är deras enkla konstruktion, exempelvis kan växellåda och generator placeras nedtill. Då dessa stora massor inte placeras högst upp i en slank pelare blir hela kraftverket stabilare. Dessutom kan ett vertikalaxlat kraftverk generera vind i alla vindriktningar, den

² Den engelska termen är "tip speed ratio" och definieras som kvoten mellan hastigheten på rotorbladets spets och den inkommande vinden.

behöver inte riktas mot vinden. Förespråkarna för vertikalaxlade kraftverk brukar framhålla att dessa kraftverk är mer produktiva för att de bättre kan utnyttja rörelseenergin i kastvindar, medan belackarna anser detta vara ett problem då vertikalaxlade kraftverk inte har ett kontrollsystem som reducerar lasterna på rotorbladen. Förespråkarna hävdar också att det låga löptalet är en fördel för att det teoretiskt sätt alstrar mindre luftburet buller från rotorns rörelse genom luften. Ett argument mot låga löptal är att det då krävs mer material i rotorns svepta area för generera samma mängd elektricitet. Vidare kan ett vertikalaxlat kraftverk inte heller starta av sig självt, utan rotorbladen måste vara i rörelse för att kunna generera lyftkraften som driver rotorn [15].

2.1.1.2 HAWT

Den vanligaste typen av vindkraftverk är de med en rotor som roterar kring en horisontal axel. Horisontalaxlade kraftverk har en propeller vinkelrät vinden och utnyttjar lyftkraften som verkar på rotorbladen. Generator och växellåda är ofta placerade i kraftverkets hölje i torn topp, vilket leder till en mer instabil struktur. [15] argumenterar för ett par egenskaper som gör horisontalaxlade kraftverk mer fördelaktiga. Dels är det lättare att kontrollera kraftgenereringen och rotorhastigheten med pitch-kontroll eller stall-kontroll. Till skillnad från vertikalaxlade kraftverk går det att optimera bladprofilerna och dess vinklar för ett specifikt uniformt och stationärt vindflöde. För vindkraftverk med variabel rotorfrekvens ökas effekten för andra vindhastigheter än den optimala. Även om en horisontell rotor med fast rotorfrekvens bara är optimerad för *ett* vindflöde (vilket kan kallas för kraftverkets nomiella vind) , så är horisontalaxlade kraftverk teoretiskt sett mer effektiva än vertikalaxlade kraftverk [15].

Horisontalaxlade kraftverk kan till skillnad från vertikalaxlade kontrollera kraften som rotorbladen genererar. Eftersom de aerodynamiska krafterna minskas genom kontroll av infallsvinkeln, är detta svårt för vertikalaxlade då infallsvinkeln bestäms av rotorbladets azimut i horisontalplanet.

2.1.1.3 Byggnadsmonterade vindkraftverk (BUWT)

Byggnadsmonterade vindkraftverk skiljer sig något från konventionella vindkraftverk. Dels är de självfallet mycket mindre, och dels är de oftare mindre komplicerade i utförandet. [3] har sammanställt en lista med de olika urbana vindkraftverken som finns tillgängliga på markanden.

I denna sammanställning har alla kraftverk *stall*-kontroll. Vidare har alla synkroniserad generator och alla saknar växellåda utom en. Avsaknad av växellåda gör bland annat att kraftverkets tendens att exciteras av växellådans kuggar elimineras. Vidare minskar även vikten i tornets topp, vilket gör strukturen styvare. Avsaknaden av växellåda hanteras genom att rotorerna får variabla varvtal och att AC-DC-AC-konverterare används

Det går både att fästa vindkraften på byggnadens fasad och tak. Emellertid anser [4] att vindkraftverken borde placeras mitt på byggnadens tak för bästa vindförhållande, varvid endast denna metod kommer betraktas i denna uppsats. Med konventionella kraftverk brukar tornet spännas in i fundament. Oftast handlar det om stora

betongfundament, men vid byggnadsmontering kan kraftverken spännas in i en ram av stål balkar. När det gäller byggnadsmonterade kraftverk går det också möjligt att montera kraftverket som ledat infäst i fundamentet och stabiliserat med vajrar. Fördelen med den senare metoden är att fundamentet inte behöver utsättas för lika stora påkänningar. I den här uppsatsen kommer endast flytande betongfundament uppställda på vibrationsisolatorer att modelleras.

2.1.2 Utvinning av vindenergi

Effekten i vinden som passerar genom en area A med hastigheten v är

$$P_{wind} = \frac{1}{2} \rho_{luft} A v^3 \quad (1)$$

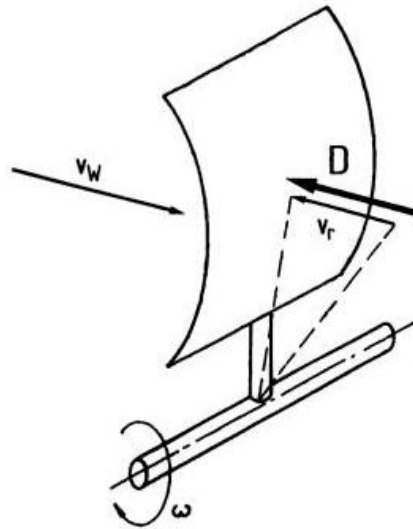
Genom att reducera hastigheten på den luftmassa vilken passerar genom en area, omvandlas kraften i vinden till mekanisk energi i vindkraftverkets rotor. Även för en teoretiskt sett perfekt rotor kan all kraft i vinden inte utvinnas till nyttig energi i rotorn. För att utvinna all kraft i vinden skulle luftflödet stoppas helt inom arean där vindens kraft görs om till mekanisk energi. Om luftflödet stoppas i denna area, blockerar luften som stannar i denna area för resten av luftströmmen att passera. Om luftflödet däremot inte stoppas upp alls i denna area, utvinns heller ingen energi från vinden. Mellan dessa två extremer finns det ett optimalt värde då den teoretiskt högsta andelen energi utvinns ur vinden. Betz och Glauert fann att det sker när den ostörda vindhastigheten minskar med en tredjedel i rotorns plan och vindhastigheten långt nedström rotorn är en tredjedel av den ostörda vindhastigheten. Den kraft som teoretiskt sett kan utvinnas ur vinden blir då

$$P_{Betz} = \frac{1}{2} \rho_{luft} A v^3 C_{p,Betz} \quad (2)$$

, där $C_{p,Betz} = \frac{16}{27} = 0,59$ och kallas för Betzs kraftkoefficient. Då den mekaniska energin faktiskt ska utvinnas ur vinden måste hänsyn tas till att ingen turbin är teoretiskt perfekt. Moderna turbiner kan emellertid uppnå kraftkoefficienter kring 0,5 [13].

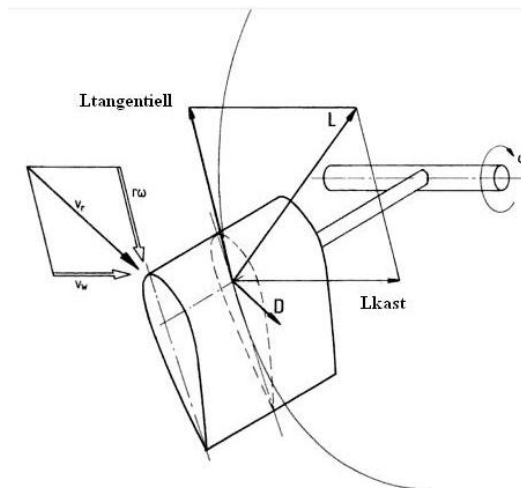
Ovanstående resonemang är oberoende av hur kraften i vinden utvinns till mekanisk energi i rotorn. Det finns två sätt att faktiskt utvinna energi från vinden – antingen genom utnyttjande av dragkrafter eller genom utnyttjande av lyftkrafter.

Dragkrafter verkar på en area vinkelrät mot vindriktningen. I dagens vindkraft är denna typ att utvinning så gott som övergiven på grund av de låga kraftkoefficienter som kan uppnås. Vanligtvis överstiger dessa inte 0,2 [13].



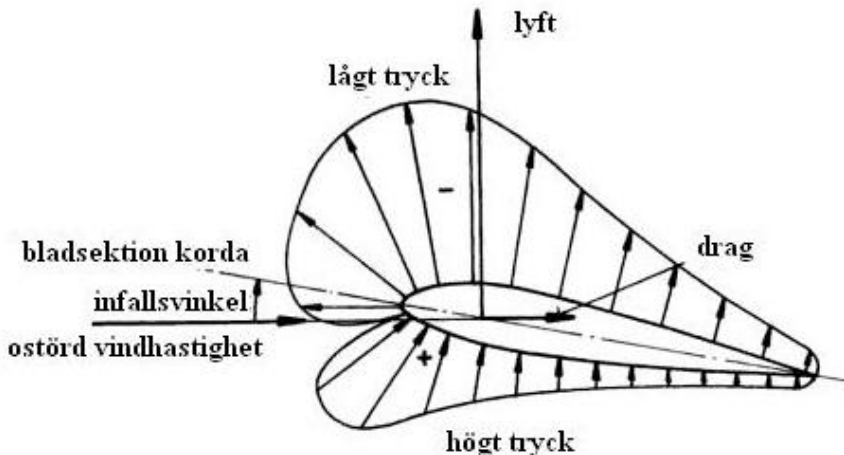
Figur 3: Aerodynamisk verkan på kraftverk som utnyttjar dragkraften i vinden. Reproducerad från [15].

Om utvinningen av vindenergi med hjälp av dragkrafter är relativt rakt på sak, kräver utvinning med hjälp av lyftkrafter en mer utförlig beskrivning. För en rotorbladssektion gäller samma teori som för en sektion av en flygplansvinge.



Figur 4: Aerodynamik för rotor som utnyttjar lyftkraften i vinden. Reproducerad från [15].

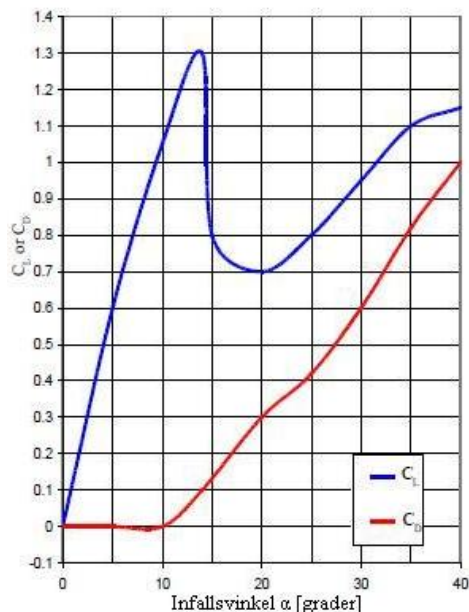
Vid en symmetrisk bladsektion och en luftström som är parallell med bladsektionens centrumlinje, blir de resulterande lyftkraften 0. Om däremot luftströmmen träffar bladsektionen med en vinkel, kommer luftströmmen att ha högre hastighet på ena sidan bladet, eftersom den ska färdas en längre sträcka. Enligt Bernoullis ekvation resulterar det i lägre tryck längs övre sidan av bladet. Den resulterande kraften av skillnaden i tryck på bladsektionens båda sidor, fås genom integration längs bladkonturen [13]. Som figuren ovan visar, består denna resulterande kraft av dels den ovan nämnda lyftkraften och dels en dragkraft.



Figur 5: Tryckfördelning kring en bladsektion. Reproducerad från [15].

Storleken på denna lyftkraft varierar med storleken på luftströmmens vinkel. Upp till $\alpha < 15^\circ$ ökar lyftkraften proportionellt mot den infallande vinkeln. Vid dessa infallsvinklar är dragkraftskoefficienten låg. Vid högre infallande vinklar kommer luftströmmen inte längre att omsluta hela bladsektionen. Då luftströmmen separerar från bladsektion uppstår ett fenomen som kallas *stall* (engelsk term, översättning saknas). Detta fenomen leder till drastiskt ändrade egenskaper för rotorbladet vad gäller drag- och lyftkraftskapaciteter. Dels ökar dragkraftskapaciteten drastiskt samtidigt som lyftkraftskoefficienten sjunker, och dels upphör förhållandet mellan infallsvinkel och kraftkoefficienter att vara linjära.

Bladsektioner som är väl lämpade för tillämpningar inom vindkraft har således höga lyftkraftskoefficienter och låga dragkraftskoefficienter. Exempel på kraftkoefficienter för en bladsektionen NACA-0012, vilken är vanlig i kraftverk, visas i figuren nedan.

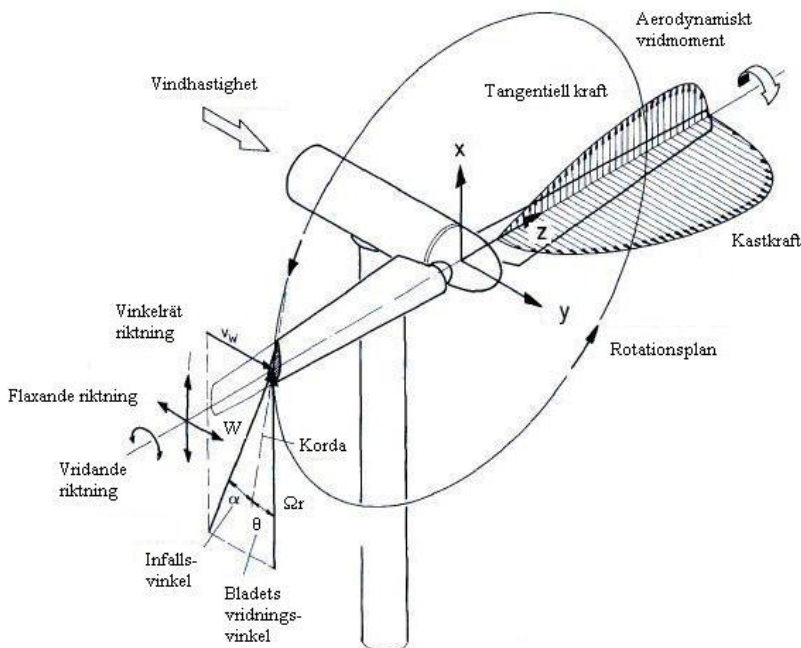


Figur 6 Kraftkoefficienter för bladprofil NACA-0012. Reproducerad från [18].

I ett kraftverk rör sig en bladsektion i ett plan vinkelrät mot den inkommande vinden. Det innebär att bladsektionen utsätts för två luftflöden, där det ena är luftflödet från den inkommande vinden och det andra är luftflödet från bladsektionens rörelse genom luften. Resultanten av dessa två luftflöden kallas relativ vind och brukar betecknas W . Det är det relativa vindflödets storlek och vinkel gentemot bladsektionens symmetrilinje som avgör de aerodynamiska krafternas storlek och de aerodynamiska krafternas riktning [15].

2.2 Aerodynamiska krafter

Aerodynamik är läran om luftens rörelse och interaktion med andra objekt i rörelse. Ovan redovisades hur aerodynamiska krafter uppstår genom interaktion mellan luftströmmen och en tunn bladsektion. Längs ett rotorblads radie kommer krafterna verka som utbredda laster i två riktningar. Den tangentiella kraften verkar i rotorns plan och kastkraften verkar vinkelrätt mot rotorns plan, vilket tydliggörs i figuren nedan. Notera att i bilden är uttrycken översatta från engelska.



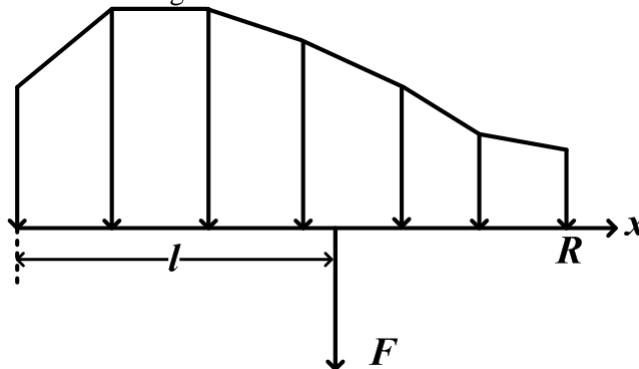
Figur 7: Lokala krafter och riktningar för horisontalaxlat vindkraftverk. Reproducerat från [15].

Den effekt som kraftverket genererar ges av $P = \Omega T$, där T är vridmoment kring y -axeln, eller integralen av den tangentiella kraften, samt Ω är rotorhastigheten. Emellertid är det inte bara för att kunna bestämma kraftproduktionen som det är intressant att beräkna de aerodynamiska krafterna. Vindkraftverket måste som struktur kunna hantera de uppkomna aerodynamiska lasterna.

Det finns flertalet metoder för att beräkna de utbredda krafterna som luftströmmens interaktion med rotorbladen ger upphov till. De mest komplicerade grundar sig på tredimensionell strömningslära och löser Navier-Stokes-ekvationer längs bladkonturen [1]. Sådana beräkningsmetoder kräver emellertid stor datorkapacitet, och är framförallt nödvändiga för att på ett bättre sätt undersöka förhållanden då *stall* uppstår [24]. En

enkel metod utgår från att dela in rotorbladet i oberoende sektioner och att storleken på de aerodynamiska krafterna beräknas genom att bladkonturens alla egenskaper förenklas till drag- och lyftkoefficienter. Beräkningsmetoden kallas Blade Element Momentum Theory (BEM) och ger med liten beräkningskostnad en god approximation av de aerodynamiska krafterna ([15], [1], [18]).

Oavsett beräkningsmetod kommer en beräkning av aerodynamiska krafter på bladet resultera i utbredda krafter längs bladet



Figur 8: Utbredd kraft som bildar en ekvivalent punkt kraft med korresponderande hävarm. Reproducerad från [23].

Dessa utbredda krafter kan skrivas om till en ekvivalent kraft med verkan på ett visst avstånd från navet, genom

$$F = \int_0^R dF \quad (3)$$

$$l = \frac{\int_0^R x dF}{F} \quad (4)$$

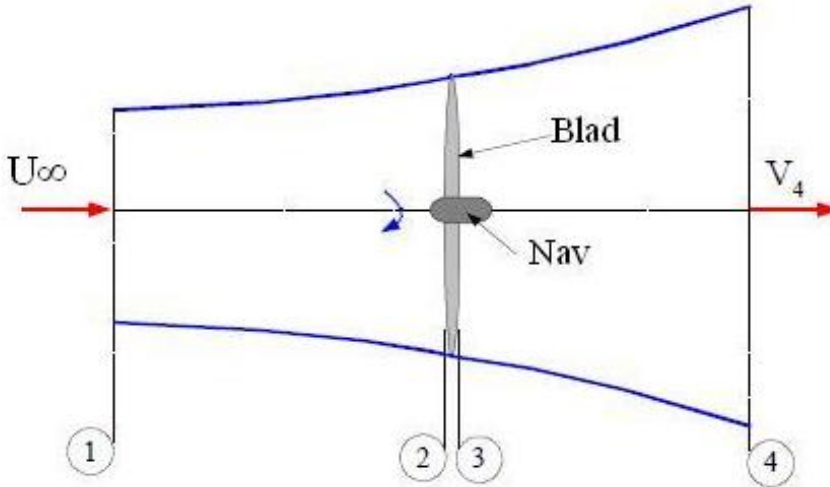
2.2.1 Blade Element Momentum Theory (BEM)

BEM kan användas till att både optimera rotorbladens vridningsvinkel i konstruktionsfasen eller till att utreda kraftverkets beteende under brukarskedet, vanligtvis att beräkna de aerodynamiska krafterna eller kraftverkets kraftgenerering [18].

BEM härleds utifrån två olika metoder för att utreda hur ett vindkraftverk beter sig. Dels ställs en momentbalans upp för en ringformad strömmande tub som passerar genom en turbin, dels beräknas krafterna endast genom rotorbladens kraftkoefficienter [18].

2.2.1.1 Momentteori

Genom att anta momentbalans för luftströmmen som passerar genom turbinen, erhålls ett uttryck för dels den axiella kraften och dels det vridmoment som verkar på turbinen [18].



Figur 9: Axiell strömtub. Reproducerad från [18].

I figuren ovan visas en axiell strömtub, där U_∞ och V_4 är den ostörda vindhastigheten långt uppström, respektive långt nedström. Mellan punkt 2 och 3 utvinns den mekaniska energin som driver rotorn, varvid det uppstår en tryckskillnad. Om det sedan antas att $V_2 = V_3$ och $p_1 = p_4$, samt att flödet mellan under sträckan 1-2 och under sträckan 3-4 är friktionsfritt, går det enligt [18] att visa att

$$p_2 - p_3 = \frac{1}{2} \rho (U_\infty^2 - V_4^2) \quad (5)$$

Eftersom kraft är tryck gånger area går det att skriva om sambandet så att

$$dF_x = \frac{1}{2} \rho (U_\infty^2 - V_4^2) dA \quad (6)$$

För att underlätta beräkningen så att den enda vindhastighet som måste vara känd är den ostörda vindhastigheten långt uppströms, införs en induktionsfaktor a . Den definieras som

$$a = \frac{V_1 - V_2}{V_1} \Rightarrow V_2 = U_\infty (1 - a) \quad (7)$$

a kan således fysiskt tolkas som kvoten mellan inbromsningen på vinden och den ostörda vinden.

Genom Rankine-Froude-teoremet kan det visas att vindhastigheterna vid punkt 1, 2 och 4 relaterar till varandra så att $V_2 = \frac{U_\infty + V_4}{2}$ [18]. Genom detta kan även vindhastigheten långt nedsström uttryckas genom U_∞ och induktionsfaktorn a

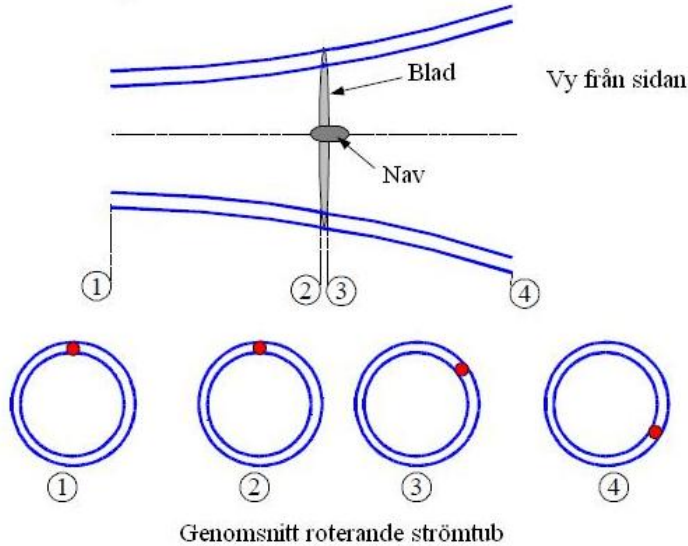
$$V_4 = U_\infty (1 - 2a) \quad (8)$$

Kraftekvationen kan då skrivas om, varvid den enda vindhastigheten som ingår är U_∞ .

$$dF_x = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 [4a(1-a)] 2\pi r dr \quad (9)$$

Den axiella kraften är riktad längs normalen mot rotorns plan. För mer enhetlig notation kommer därför denna att benämnas som F_N .

I figuren nedan visas hur en roterande strömtub påverkas av interaktionen med turbinen. Mellan punkt 2 och 3 tilldelas kölluften³ en rotation av turbinen. Figuren visar också hur rörelsemängdsmomentet konserveras då kölluftens rotationshastighet inte bromsas upp långt nedströms



Figur 10 Roterande strömtub. Reproducerad från [18].

Kölluften roterar med vinkelhastigheten ω och rotorbladen roterar med vinkelhastigheten Ω . Yttröghetsmoment för en skiva är $I = mr^2$, rörelsemängdsmomentet $L = I\omega$, vridmomentet $T = \frac{dL}{dt}$. Genom substitution erhålls vridmomentet

$$T = \frac{dm}{dt} r^2 \omega \quad (10)$$

Den tangentiella kraften F_T är vridmomentet för ett litet element, $F_T = dT = dm\omega r^2$, där dm är luftströmmens massflöde genom rotorn vid punkt 2.

$$dm = \rho AV_2 \Rightarrow F_T = \rho V_2 \omega r^2 2\pi r dr \quad (11)$$

Kölvattnets vinkelhastighet ω är okänd, varför det är mer lämpligt att istället uttrycka den tangentiella kraften F_T som en funktion av rotorns vinkelhastighet Ω . Detta åstadkoms genom att införa induktionsfaktorn

$$a' = \frac{\omega}{2\Omega} \quad (12)$$

Eftersom V_2 redan är relaterad till den kända U_∞ med hjälp av induktionsfaktorn a , ger substitution av ω och V_2 den tangentiella kraften

$$dF_T = 4a'(1-a)\rho U_\infty \Omega r^3 \pi dr \quad (13)$$

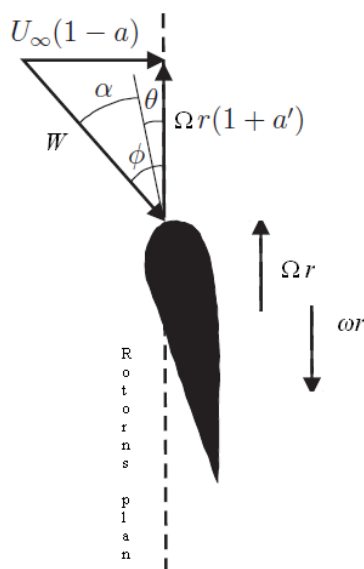
³ Den engelska termen är "wake", vilket enligt lexikon översätts "kölvatten".

2.2.1.2 Krafter på rotorblad

Varje bladsektion utefter rotorbladets radie kommer att uppleva olika flöden på grund av olika rotationshastigheter, korda-längder och bladets vridningsvinklar gentemot rotorns plan [18]. Som tidigare nämnts är data om bladsektionernas aerodynamiska egenskaper i form av kraftkoefficienter till största delen baserade på statiska tester i vindtunnlar, vilket gör att det inte möjligt att direkt relatera den inkommande vinden till bladsektionens kraftkoefficienter. Den vind som bladsektionen faktiskt upplever refereras till som den relativa vinden och är resultatanten av dels den inkommande vinden och dels rotorns rotation med en viss hastighet.

I praktiken så böjer flödet av något då den passerar längs bladsektionen. Där luftströmmen först träffar bladsektionen har den ingen rotation, och i kölluften är rotationen ω . Medelvärde av rotationerna är således $\frac{\omega}{2}$. Själva bladet har rotationen Ω . Den tangentiella hastighet som bladet upplever är därför $\Omega r + \frac{\omega r}{2} = \Omega r(1 + a')$, uttryckt med induktionsfaktorn a' , så som definierad i ekvation 12. I figuren nedan visas de två hastighetskomponenterna, vilkas resultant utgör den relativa vinden, uttryckta med induktionsfaktorerna a och a' . Vidare är θ den lokala vridningsvinkeln av rotorbladet (vilken kommer att variera utefter bladets radie), α är infallsvinkeln (vilken rotorbladets kraftkoefficienter beror på). Denna vinkel beräknas genom $\alpha = \phi - \theta$ och trigonometri i figur 11.

$$\tan(\phi) = \frac{(1 - a)U_\infty}{(1 + a')\Omega r} \quad (14)$$

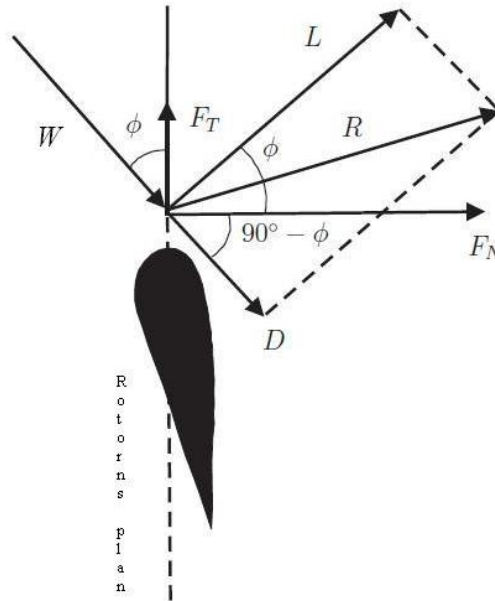


Figur 11: Vindhastigheter i rotorns plan. Reproducerad från [4].

Då uttrycket $\Omega r(1 + a')$ varierar med längden på radien, kommer även ϕ och α variera längs hela bladets längd [7]. Som tidigare nämnts är det luftflöde, vilket ger upphov till lyft- och dragkrafter, den relativa vinden, W . Genom geometri i figur 11 kan denna uttryckas

$$W = \frac{U_\infty(1-a)}{\sin(\phi)} \quad (15)$$

I figur 12 nedan visas de lokala krafterna vilka verkar på en bladsektion. Per definition är lyftkraften L och dragkraft D normalt respektive parallellt riktade mot den relativa vinden. Resultanten av dessa krafter är R . Emellertid är det i sin tur resultatens komponenter parallellt med respektive normalt mot rotorns plan som är av intresse för beräkningen [1]. Dessa är sedan tidigare definierade som tangentiell kraft, F_T , och normalkraft, F_N .



Figur 12: Lokala krafter som verkar på ett rotorblad. Reproducerad från [4].

Uttrycket för lyft- och dragkraft ges av:

$$dL = C_L \rho W^2 c dr \quad (16)$$

$$dD = C_D \rho W^2 c dr \quad (17)$$

Geometrin i figuren ger

$$F_N = dL \cos(\phi) + dD \sin(\phi) \quad (18)$$

$$F_T = dL \sin(\phi) - dD \cos(\phi) \quad (19)$$

Det går även att projicera lyft- och dragkoefficienter på axlarna för normalkraft och tangentiell kraft, så att de tillsammans istället uttrycker något som skulle kunna kallas normalkraftskoefficient, C_N , och tangentiell kraftkoefficient C_T [4].

$$C_N = C_L \cos(\phi) + C_D \sin(\phi) \quad (20)$$

$$C_T = C_L \sin(\phi) - C_D \cos(\phi) \quad (21)$$

Den lokala soliditeten för en bladsektion är ett mått på hur stor del av den lokala svepta arean som är täckt av ett rotorblads faktiskt area [13]. Är endast kraftproduktionen som hela rotorn genererar intressant, ska alla rotorblads faktiska area med i soliditetsmättet. I denna uppsats ska emellertid krafter beräknas på ett rotorblad åt gången, varvid soliditetsmättet uttrycks

$$\sigma' = \frac{c}{2\pi} \quad (22)$$

Med hjälp av ovanstående resonemang och uttryck, uttrycks normalkraften per längdenhet och den tangentiella kraft vilken verkar på varje bladsektion enligt

$$dF_N = \frac{1}{2} \rho \frac{U_\infty^2 (1-a)^2}{\sin^2(\phi)} c C_N dr \quad (23)$$

$$dF_T = \frac{1}{2} \rho \frac{U_\infty (1-a) \Omega r (1+a')}{\sin(\phi) \cos(\phi)} c C_T dr \quad (24)$$

2.2.1.3 Spetsförlustfaktor, Q

Nära bladspetsen kan rotorbladen inte tillgodogöra sig lika mycket av kraften i vinden, eftersom luftströmmen från den sidan med positivt tryck strömmar runt rotorbladet till den sidan med negativt tryck. Ju slankare ett blad är (radien är mycket större än bladets korda) desto mindre blir spetsförlustration för hela bladet, på grund av att bladet mer liknar ett oändligt långt blad [13].

För att kunna ta hänsyn till detta i beräkningsmodellen definieras spetsförlustfaktorn Q . Denna varierar från 0-1, där 0 innebär att ingen kraft kan utvinnas ur luftströmmen (vilket gäller för bladspetsen), och 1 betyder att ingen minskning av tryckskillnaden sker. Q kommer att variera utefter bladets längd och definieras av [18] som

$$Q = \frac{2}{\pi} \cos^{-1} \left[\exp \left\{ - \left(\frac{B/2 [1 - r/R]}{(r/R) \sin \theta} \right) \right\} \right] \quad (25)$$

Med Q definierad kan kraftuttrycken skrivas om så att

$$F_T = Q 4 a' (1-a) \rho U_\infty \Omega r^3 \pi dr \quad (26)$$

$$dF_x = Q \rho U_\infty^2 [4a(1-a)] \pi r dr \quad (27)$$

2.2.1.4 Iterering

Det finns nu två uttryck för dels den tangentiella kraften (ekvation 13 och 24) och dels normalkraften (ekvation 9 och 23). Det är emellertid inte möjligt att direkt att lösa ut krafterna ur dessa fyra uttryck, eftersom induktionsfaktorerna är okända. Istället löses ekvationerna numeriskt genom att iterativt bestämma värden på induktionsfaktorerna a och a' [18]. För de iterativa beräkningarna definierar [4] induktionsfaktorerna som följer:

$$a = \frac{1}{\frac{Q 4 \sin^2(\phi)}{\sigma' C_N} + 1} \quad (28)$$

$$a' = \frac{1}{\frac{Q 4 \sin(\phi) \cos(\phi)}{\sigma' C_T} - 1} \quad (29)$$

De aerodynamiska krafter som beräknas med hjälp av BEM ger endast upphov till statiska krafter, vilka verkar på rotorbladen och som måste kunna tas upp av drivaxeln, tornet och i sista hand av ett fundament. Ensamt kan de således inte förklara uppkomsten av vibrationer i kraftverken. Däremot kan indatan till den aerodynamiska

modellen anpassas så att de fenomen som ger upphov till vibrationer kan tas hänsyn till.

2.3 Dynamiska laster

I det ideala fallet kommer tornet endast att utsättas för ett statiskt böjmoment och en longitudinell kraft på grund av den aerodynamiska kastkraften. Den tangentiella kraften kommer däremot inte ge upphov till några påkänningar i tornet. Till skillnad från kastkraften är den tangentiella kraften på som verkar på rotorbladen motriktade varandra enligt figur 7. Det böjmoment kring y -axeln som integralen av den tangentiella kraften borde ge upphov till kan anses helt kunna överföras till generatoren som rörelseenergi [23], varvid ingen last på tornet uppkommer.

Vindkraftverk ska som strukturer kunna hantera laster från fyra huvudtyper av lastfall; normal drift, start- och stoppsekvenser, extrema vindar och ogynnsamma omgivande förhållande, samt från tekniska fel [15]. Inom varje huvudtyp av lastfall finns det flera lastfall att kontrollera. Två tekniska fel som ett kraftverk måste dimensioneras för är dels trasig generator och dels om ett rotorblad bryts av. I normalfallet är det framförallt strukturens utmattningshållfasthet som kontrolleras, även om elproduktionen också kan bestämmas med samma antaganden. De tre övriga huvudtyperna av lastfall sker beräkningarna oftast i brottstadiet. Som nämndes i avgränsningen, är de dynamiska excitationer som diskuteras i denna uppsats de fenomen som uppstår under normal drift, vilket innebär vindhastigheter upp till kraftverkts nominella vindhastighet.

De dynamiska excitationerna kan delas upp i två kategorier, de periodiska och de icke-periodiska. I avsnitten nedan kommer de fenomen som leder till dessa excitationer redovisas.

2.3.1 Periodiska excitationer

De periodiska excitationer som rotorbladen utsätter tornet för är kopplade till rotorns varvtal. Excitationer med samma frekvens som rotorfrekvens, sägs excitera rotorn i 1p-frekvensen. Excitationer som dessutom är kopplade till antalet rotorblad brukar sägas excitera kraftverket i Bp -frekvens, där B är antalet rotorblad.

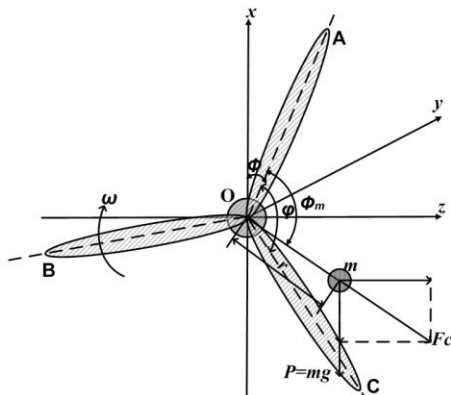
För att endast periodiska excitationer ska påverka kraftverket, krävs det att vinden är uniform över rotorns hela svepta area och oföränderlig över tid, vilket självfallet är en grov förenkling av en verklig vindregim. Rotorbladen exciteras av massobalans, aerodynamisk obalans, tornets inverkan på luftströmmen, samt vindskjuvningen.

2.3.1.1 Massobalans

En rotor med tre blad eller fler kan teoretiskt sett betraktas som en skiva med homogen massdistribution. En rotor med två blad är inte lika dynamiskt stabil [13]. Har ett vindkraftverk endast ett blad måste rotorbladets massa uppvägas av en balanserande massa.

Antagandet att rotorn är en homogen skiva leder till att massobalanser i teorin inte ska uppstå. Emellertid måste rotorer betraktas som imperfekta, vilket innebär att massdistributionen i rotorn är inhomogen. Denna inhomogenitet kan dels uppstå

redan vid tillverkning, då helt enkelt ett av rotorbladen kan komma att få en annan massfördelning än den var konstruerad att ha. Sedan kan även massobalanser uppstå under brukarfasen om exempelvis fukt tränger in i rotorbladen eller genom isbildning på rotorbladen [23].



Figur 13: Modell över massobalansen. Reproducerad från [23].

Om massan inte är homogent distribuerad, kan resultanten av denna inhomogenitet betraktas som en punktmassa, m , placerad på ett visst avstånd från navet, r . Av denna punktmassa uppkommer två krafter, gravitationskraft och centrifugalkraft. Gravitationskraften kan bortses från då denna är liten. Om rotorn roterar med vinkelhastigheten $\Omega = \frac{2\pi \cdot \text{rpm}}{60}$ uppgår centrifugalkraftens absolutvärde till

$$F_c = \Omega^2 mr \quad (30)$$

Centrifugalkraften verkar radiellt på rotorn, vilket påverkar tornet dels axiellt och dels lateralt. Då tornen är styvare i axiell led än lateralt, brukar centrifugalkraftens verkan axiellt kunna försummas. Står kraftverket på ett bjälklag, kan den axiella verkan emellertid inte försummas, eftersom bjälklaget är mer benäget att sättas i rörelse av krafter som verkar i kraftverkets axiella riktningen. Absolutvärdet av centrifugalkraften projiceras sålunda på z- och x-axlarna:

$$F_{cz} = F_c \cos(\Omega t + \phi + \phi_m) \quad (31)$$

$$F_{cx} = F_c \sin(\Omega t + \phi + \phi_m) \quad (32)$$

Rotorn befinner sig inte i samma plan som tornet, varvid den obalanserade centrifugalkraften som verkar på rotorbladen ger upphov till dels ett vridmoment och dels ett böjmoment. Storleken på dessa moment ges av avståndet mellan torn och rotor, l_{RT} .

$$M_z^1 = F_{cx} l_{RT} \quad (33)$$

$$M_x^1 = F_{cz} l_{RT} \quad (34)$$

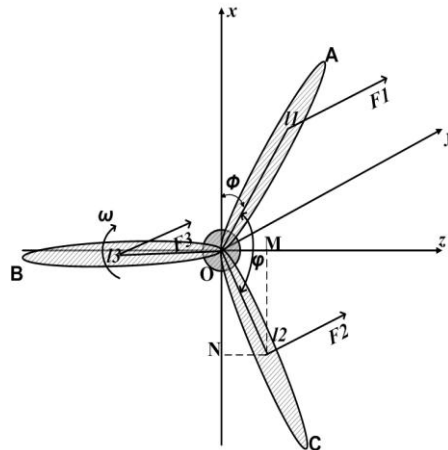
Frekvensen för dessa laster som verkar i torntopp är $1p$.

2.3.1.2 Aerodynamiska obalanser på grund av felaktiga vridningsvinklar

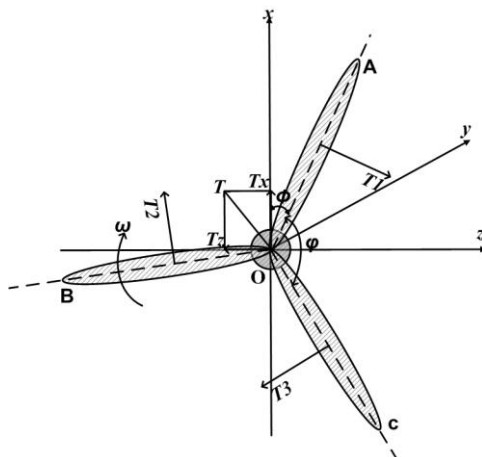
Aerodynamisk obalans innebär att de krafter som verkar på bladet i och med luftströmmens och rotorbladets interaktion inte är lika stora på alla blad. Skulle krafterna på bladen vara lika stora skulle detta vara ett statiskt problem vilket inte ger upphov till vibrationer. [24] menar att i jämförelse med massobalanser kan aerodynamiska obalanser ge upphov till stora vibrationsamplituder.

Likt massobalanser är förekomsten av aerodynamiska obalanser ett problem som i teorin inte borde uppstå. Orsaker till den aerodynamiska obalansen är exempelvis att vinkeln med vilken bladen är vridna mot rotorns plan inte är samma för alla blad eller att det uppkommit ändringar på bladprofilen.

När de ekvivalenta krafter och dess hävarm har beräknats för alla rotorblad, ger den aerodynamiska obalansen upphov till dels tangentiella krafter och dels kastkrafter i vindens riktning enligt modellerna nedan:



Figur 14: Modell för dynamisk kastkraft på grund av aerodynamisk obalans. Reproducerad från [23]



Figur 15: Modell för dynamisk tangentiell kraft på grund av aerodynamisk obalans. Reproducerad från [23]

Ett uniformt vindflöde som verkar på en rotor med perfekt vinklade blad kommer resultera i att både kastkraft och tangentiell kraft på alla tre bladen blir lika stora. Om inte rotorbladen är perfekt vinklade kommer krafter och moment som varierar med rotorbladens position att uppstå.

Den longitudinella kraften F_y är summan av kastkraften som verkar på de tre enskilda rotorbladen

$$F_y = F_{N1} + F_{N2} + F_{N3} \quad (35)$$

Eftersom kastkraften har en stor hävarm både kring z- och x-axeln kommer dels ett böjmoment och dels ett vridmoment uppstå.

$$M_x^2 = F_{N1}l_1 \sin(\omega t + \phi) + F_{N2}l_2 \sin(\omega t + \phi + \varphi) + F_{N3}l_3 \sin(\omega t + \phi + 2\varphi) \quad (36)$$

$$M_z^2 = F_{N1}l_1 \cos(\omega t + \phi) + F_{N2}l_2 \cos(\omega t + \phi + \varphi) + F_{N3}l_3 \cos(\omega t + \phi + 2\varphi) \quad (37)$$

, där $\varphi = \frac{2\pi}{3}$ för ett kraftverk med tre rotorblad.

I figur 15 betecknas de tangentiella krafterna som T . För mer enhetlig notation betecknas denna i fortsättningen som F_T . Dessa krafter måste projiceras på axlarna i rotorns plan.

$$F_{Tx} = F_{T1} \sin(\omega t + \phi) + F_{T2} \sin(\omega t + \phi + \varphi) + F_{T3} \sin(\omega t + \phi + 2\varphi) \quad (38)$$

$$F_{Tz} = F_{T1} \cos(\omega t + \phi) + F_{T2} \cos(\omega t + \phi + \varphi) + F_{T3} \cos(\omega t + \phi + 2\varphi) \quad (39)$$

De tangentiella krafterna verkar i rotorns plan och kommer därför att ge upphov till ytterligare ökade vrid- och vippande moment enligt

$$M_x^3 = F_{Tz}l_{RT} \quad (40)$$

$$M_z^3 = F_{Tx}l_{RT} \quad (41)$$

Notera att F_{Ni} och F_{Ti} är de ekvivalenta punktlasterna och l_i är den korresponderande hävarmen enligt ekvation 3 och 4.

Likt massobalansen exciterar de aerodynamiska obalanserna torntoppen med frekvensen $1p$.

2.3.1.3 Torrdämning

När en luftström passerar förbi ett cirkulärt tvärsnitt, kommer hastigheten på luftströmmen att dämpas upp framför tvärsnittet. Bakom tvärsnittet kommer turbulens att uppstå. Varje gång ett rotorblad passerar framför tornet kommer en pulslignande minskning av de aerodynamiska krafterna på rotorbladet att ske på grund av den momentant minskade vindhastigheten. De övriga rotorbladen påverkas inte av tornet. Bladen exciterar torntoppen med frekvensen $3p$, samt dess högre heltalsmultipler [10].

Det finns kraftverk som är utformade så att rotorbladen passerar bakom tornet i vindens riktningen. Bakom tornet är vinden än mer påverkad av tornet än framför. Precis bakom tornet karakteriseras luftströmmen av virvlar och kraftigt minskad medelhastighet. Att låta rotorbladen passera bakom tornet ger således större impulslignande minskningar av krafterna på rotorbladen. Denna minskning ger upphov till så stora krafter att ytterst få moderna kraftverk har denna lösning [15].

2.3.1.4 Vindskjuvning

Vinden påverkas av vilken typ av landskap den passerar över. Ju närmre ytan vinden passerar desto mer bromsas den upp. Minst bromsas vinden upp av över öppet hav och mest av urbana miljöer. Ju skrovligare yta, desto högre upp i luftlagren är vinden opåverkad av ytan den passerar över [11].

Det rotorblad som passerar i den övre delen av atmosfären kommer således att utsättas för högre vindhastigheter än ett rotorblad som passerar närmare marken där vinden är mer störd och mer bromsad. Detta leder till att bladen som passerar ovan kraftverkets nav genererar ett större böjmoment i vindens riktning, än det som kan motverkas av de undre bladen. Även kastkraften blir större då ett rotorblad passerar ovan navet. För det enskilda rotorbladet har dessa excitationer i $1p$ -frekvensen, medan hela rotorn upplever excitationerna i $3p$ -frekvensen.

2.3.1.5 Drivaxel, generator och växellåda

Kraftverkens drivaxel kan exciteras av flertalet yttre orsaker. Både rotorns rörelse och excitationer på grund av generatorns egenskaper, ger upphov till krafter som verkar med rotorns varvtalsfrekvens och dess högre multipler. Även interna orsaker, som massobalans i själva drivaxeln exciterar och växellådans taggar, exciterar oscillationer. Massobalanser i drivaxeln ger upphov till excitationer med drivaxelns varvtalsfrekvens, medan växellåda ger upphov till excitationer med varvtalsfrekvens gånger antalet taggar [15].

Rotorns gång och interna orsaker i drivaxeln är mekaniska orsaker till oscillationer. Systemet som konverterar den mekaniska energin till elektrisk energi, kommer att påverka drivaxelns mekaniska egenskaper. Detta gäller både vad som exciterar drivaxeln och hur drivaxeln beter sig mekaniskt. Oscillationer i själva elnätet, i strömväxlar och AC-DC-AC länkar kommer att excitera vibrationer i drivaxeln [15].

2.3.1.6 Tornet

Även själva tornet kan komma att exciteras genom dess interaktion med luftströmmen. Hur strömningen ser ut bakom tornet beror på Reynolds-talet. Vid låga Re-värden separerar inte flödet. Vid högre vindhastigheter, vilket ger högre Re-värden, separerar virvlar i luftströmmen från tornet med jämn frekvens. Dessa virvlar kallas för von Karman-virvlar. Separeringen från tornet sker alternerar mellan två sidor, vilket ger upphov till att alternerande, laterala krafter verkar på tornet [17]. För stora vindkraftverk är dessa sällan något problem på grund av tornens stora radie. Små vindkraftverks torn har radier som kan komma att påverkas av von-Karman-virvlar [15]. Storleken på dessa krafter kan emellertid bedömmas som försumbara.

2.3.2 Icke-periodiska excitationer

Icke-periodiska variationer uppkommer främst på grund av att vinden till sin natur beter sig icke-periodisk. Även ett stationärt vindflöde med tillräcklig hastighet kan emellertid ge upphov till icke-periodiska excitationer via fenomenet *stall*.

2.3.2.1 Turbulens

De momentana variationerna i vindhastighet ger icke-periodiska laster som verkar på rotorbladen. Den momentana vindhastigheten varierar både med tiden och spatialt. I tiden varierar vindhastigheten kring ett medelvärde som kan uppskattas av mätningar, eller beräknas med hjälp av olika vindmodeller. Vindens icke-periodiska beteende gäller i alla riktningar. Det är emellertid matematiskt komplicerat att hantera fluktuationer i mer än en riktning. Vidare argumenterar [15] att vindhastighetens spatiella variation i den longitudinella riktningen är viktigare för att beräkna de aerodynamiska krafterna, än vad vindhastighetens variation i lateral riktning är.

Vindhastighetens avvikelse från medelhastigheten beroende på tiden, kan delas upp i två orsaker. Dels en stokastisk del, och dels en från kastvindar. Den stokastiska variationen beror på medelhastigheten och turbulensintensiteten, σ . Denna term beror på vilken typ av miljö vindens passerar över. För öppet hav är $\sigma = 5\%$, medan den för urbana miljöer är $\sigma = 20\%$. Kastvindar är betydande avvikelse från vindhastighetens medelvärde under längre perioder. Den här lågfrekventa egenskapen gör att kastvindar kan betraktas som diskreta, till skillnad från de högfrekventa och stokastiska variationerna. Den diskreta egenskapen hos kastvindar är en extrem betingelse, vilket leder till att signifikansen främst finns för beräkningar i brottstadiet[15].

2.3.2.2 Aeroelastisk instabilitet och olinjäriteter

Att rotorbladen är aeroelastiskt stabila är en förutsättning för att förhindra oönskade vibrationer [15]. Aeroelasticitet definieras som ”studie av den samtidiga interaktionen i triangeln mellan tröghets-, elastiska och aerodynamiska krafter som verkar på en struktur i en luftström.” Aeroelastiska instabiliteter uppkommer således när den elastiska utböjningen av rotorbladen samverkar med de aerodynamiska krafterna, vilket under vissa förutsättningar ger upphov till resonans.

Aerodynamisk dämpning är den motverkande kraften mot aeroelastiska instabiliteter. Som ett resultat av ändringar i infallsvinkel mot bladsektionen, är den aerodynamiska dämpning en hastighetsberoende kraft som verkar i rörelsens motsatta riktning. När

den aerodynamiska dämpning blir liten, eller i vissa fall till och med negativ, uppstår aeroelastisk instabilitet [15]. Vid negativ aerodynamisk dämpning tillförs energin till den redan existerande vibrationen och den stationära lösningen blir instabil [14].

För att *stall*-inducerade vibrationer ska uppstå krävs det att bladsektionernas egenskaper är sådana, att när luftströmmen separerar på grund av den ökande infallsvinkeln, ändras lyftkraften abrupt [14]. Ju mer dramatisk denna ändring i lyftkraft är, desto större är risken att negativ aerodynamisk dämpningen uppstår. Vibrationerna i rotorplan är oftast minst dämpade, vilket innebär att oftast uppstår vibrationer i bladens vinkelräta riktning (riktning definierad i figur 7) och tornets laterala riktning, även om flaxande och longitudinella riktningar i blad respektive torn kan utsättas för vibrationer likväl. Det kvasistationära antagandet att lyft- och dragkraftskoefficienten för en bladsektion vid varje givet tillfälle är en funktion av infallsvinkeln, gäller inte då luftflödet kring en bladsektion är fullt ut separerat eller då vindhastighetsförändringar är för stora [21]. En dynamisk *stall*-effekt kommer att leda till en momentant kraftig ökning av lyftkraften, varefter lyftkraften minskar till det statiska värdet för den nya infallsvinkeln. Sålunda kommer lyftkraften att ringla sig kring det statiska värdet [14].

Inte bara kommer den momentana lyftkraften vara icke-linjärt beroende av infallsvinkeln, även den aerodynamiska dämpningen kommer att variera med infallsvinkeln. Beroende på infallsvinkel, kommer även riktningarna på vibrationerna variera [14].

I [1] visas att deformationen i rotorbladen kan leda till aeroelastiska olinjäriteter, vilket leder till dels minskad kraftproduktion och alstring av vibrationer. Emellertid är stora kraftverks rotorblad i högre grad elastiska än små vindkraftverk och själva rotorbladens deformation borde vara ett mindre problem. Emellertid kommer rotorbladen på ett kraftverk som är monterat på ett elastiskt fundament påverkas genom att vridas bort från rotorplan. Även rotorplanets svepta area kommer att minska eftersom rotorplanet inte längre är vinkelrätt mot vinden. Då denna rotation är beroende av kastkraftens storlek, uppstår även i detta fall olinjäriteter och minskad kraftproduktion. Sålunda är det viktigt att infästningen är tillräckligt styv för att undvika för stora rotationer av rotorplanet.

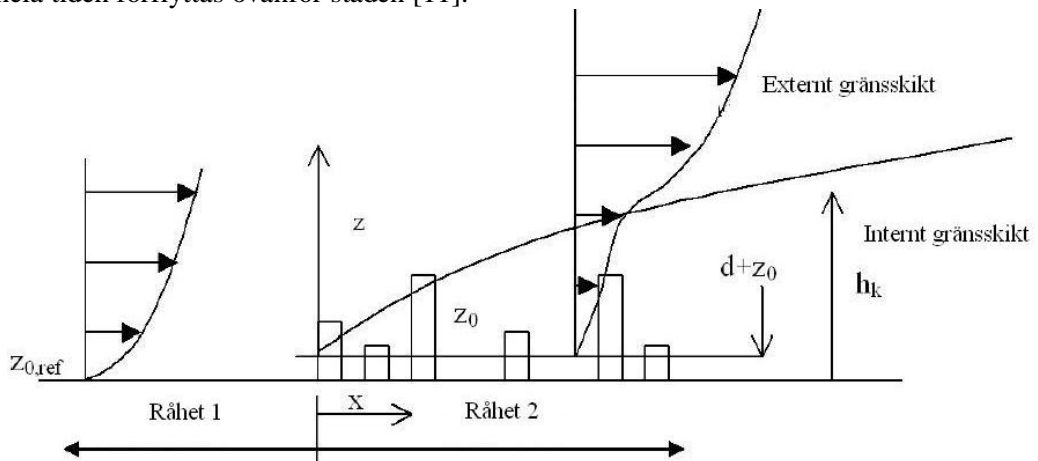
2.4 Vinden

I det här avsnittet presenteras dels karakteristiska drag för vinden i urbana miljöer, men framförallt två modeller som kan beskriva vinden på ett mer realistiskt sätt, än som enbart ett stationärt och uniformt flöde.

2.4.1 Vinden i urbana miljöer

Vindens hastighet bestäms av den terräng den passerar över. Är terrängen skrovligare, vilket exempelvis urban miljö är, bromsas vinden upp mer på grund av friktionen. När vinden bromsas upp bildas det virvlar. Dessa virvlar ger vid vindmätning upphov till korta variationer i vindhastighet och kallas turbulens. Ju mer friktion som vinden passerar över, desto högre ovanför hindren sprider sig turbulensen. Detta gör att vindens hastighet ökar med höjden ovan marken. Figuren nedan visar hur den urbana

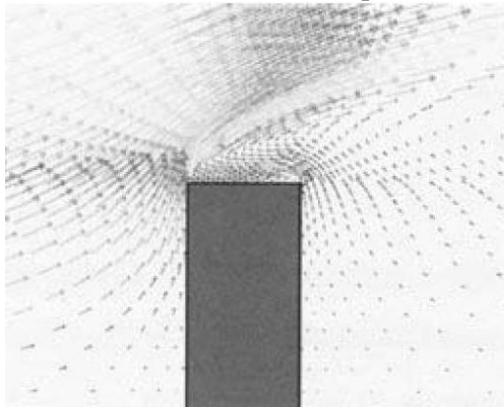
miljön påverkar vinden, så att det ostörda – och därför mindre turbulenta – vindlagret hela tiden förflyttas ovanför staden [11].



Figur 16: Den urbana miljöns påverkan på vinden. Reproducerad från [11].

Ovan visar figuren tydligt varför det skulle kunna vara eftersträvänsvärt att placera kraftverk på så hög höjd, helst ovan det interna gränsskiktet.

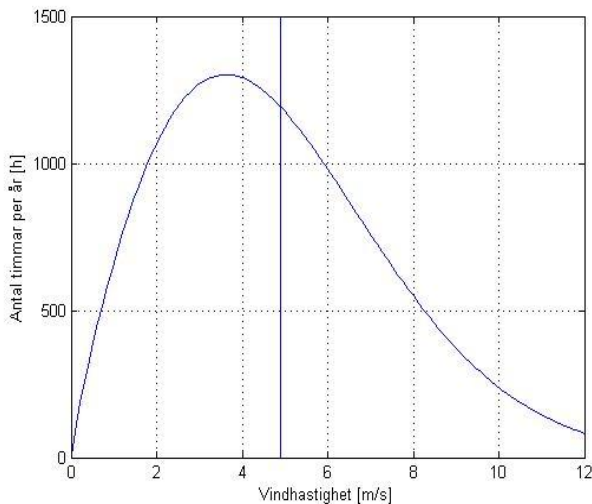
Nedan visas hur en byggnad är ett hinder för vinden och hur detta hinder ger upphov till turbulens. Turbulensen avtar först en bit ovan hustaket, och i denna mindre turbulenta luftström borde kraftverkens rotorerna vara placerade [11].



Figur 17: En byggnads påverkan på vinden. Reproducerad från [11].

I figuren är d den höjd över marken där vinden antas vara 0 på grund av den urbana miljöns uppstoppling av vinden. d kan antas vara 0,75 av omgivande byggnaders medelhöjd. Vidare förflyttar den interna ytråhetskoefficienten det interna gränsskiktet högre och högre ovan marken ju längre in över det urbana området vinden har rört sig. För att lyckas åstadkomma acceptabla vindförhållanden föreslår [4] att masten ska ha en höjd som motsvarar 30 % av den höjd byggnaden som kraftverket står på har. Eftersom det även föreslås att byggnaden kraftverket står på ska vara 50 % än omgivande bebyggelse, ger dessa riktlinjer kraftverk som på grund av sin höjd inte knappast kan sägas vara något annat än slanka strukturer.

Vindhastigheternas fördelning över tiden har formen av en Weibull-kurva. Weibull-fördelningen beror på två parametrar, A och k . A är en skalfaktor som i sig beror på den uppmätta medelhastigheten på platsen och var på byggnaden vindkraftverket är placerat. k är en skalfaktor som påverkar formen på Weibull-fördelning, ju högre k desto oftare förekommer de allra högsta vindhastigheterna [7].



Figur 18: Vindhastighetsfördelningen över tid. Kurvan är anpassad till urbana miljöer.

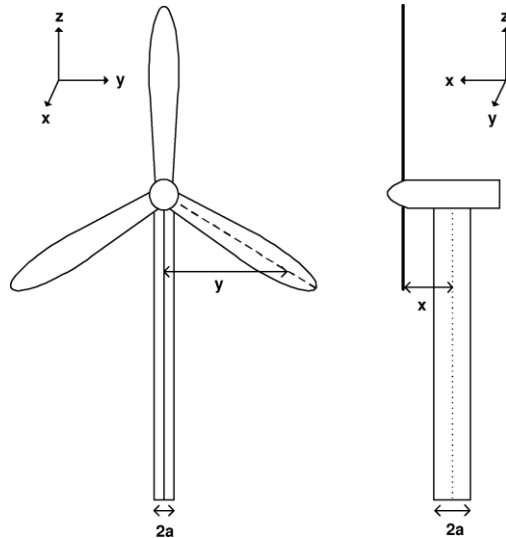
Ovan visas Weibull-fördelning med parametrarna $A = 1.1 \cdot v = 1,1 \cdot 5 = 5,5$ och $k = 1,85$. Den vertikala linjen visar fördelningens medianvärde, alltså den vindhastighet som överskrids lika ofta som det underskrids.

2.4.2 Ekvivalent vind-modell

I avsnitt 2.3.1.3 och 2.3.1.4 utreddes de teoretiska grunderna för hur tornet och vindskjuvningen påverkar vindflödet genom rotorns svepta area. De periodiska excitationerna som det inhomogena vindflödet ger upphov, är beroende av rotorbladets azimut. [10] har utvecklat en modell, vilken genererar en ekvivalent men homogen vind som kan verka på rotorbladen. Modellen grundar sig på antagandet att det går att finna en ekvivalenta vind, som har egenskapen att om den verkar på alla bladsektioner, skulle den generera samma krafter på rotorbladen som det verkliga, inhomogena vindflödet. Den ekvivalenta vinden kan sedan användas som indata i BEM-modellen. Modellen kan endast användas genereringen av periodiska excitationer, och tar hänsyn till effekter av vindskjuvningen och tornets inverkan för ett horisontalaxlat med tre rotorblad placerade uppströms tornet.

Ekvivalenta vindmodellen är som sagt en funktion av rotorbladets azimut. För den stationära lösningen är det irrelevant vilken rotorbladens faktiska position är vid det som betraktas som azimut 0° . För enkelhets skull antas det att 0° -azimuten inträffar då ett rotorblad står rakt upp.

Förklaringen nedan av modellen följer i stort presentationen av [10], och ska främst ses som en kort sammanfattning av modellen. I sammanfattningen av modellen nedan används samma referensram som i figuren nedan.



Figur 19: Referensram i den ekvivalenta vind-modellen. Reproducerad från [10].

Variationen av vindflödet beror som tidigare sagts på vindskjuvning och tornets inverkan. Det totala vindflödet fås genom att kombinera vindflödet från vindskjuvning och vindflödet från tornets inverkan. Tanken är att få en funktion som kan beskriva vindflödet i varje punkt i varje i rotorns svepta area, trots att endast den inkommande ostörda vinden, U_∞ , är känd.

Vindskjuvningen ger upphov till högre vindhastigheter ju högre ovan marken vindhastigheten betraktas. Detta brukar uttryckas genom formeln

$$V(z) = U_\infty \left(\frac{z}{H}\right)^\alpha \quad (42)$$

, där z är höjd över marken, H är rotorns höjd över marken och α är en empirisk konstant för vindskjuvning ovan aktuell terräng.

Ekvation 42 kan skrivas om till en funktion av det lokala radiella avståndet till rotorns nav r och azimuten θ

$$V(r, \theta) = U_\infty \left(\frac{r \cos \theta + H}{H}\right)^\alpha = U_\infty [1 + V_s(r, \theta)] \quad (43)$$

, där $V_s(r, \theta)$ är vindskjuvningens bidrag till det totala vindflödet. Med hjälp av tredje gradens Taylor-expansion kan vindskjuvning beskrivas

$$\begin{aligned} V_s(r, \theta) \approx & \alpha \left(\frac{r}{H}\right) \cos \theta + \frac{\alpha(\alpha - 1)}{2} \left(\frac{r}{H}\right)^2 \cos^2 \theta \\ & + \frac{\alpha(\alpha - 1)(\alpha - 2)}{6} \left(\frac{r}{H}\right)^3 \cos^3 \theta \end{aligned} \quad (44)$$

Även tornets inverkan är lämplig att beskriva som ett bidrag till den ostörda vinden långt uppström. Ett långsmalt rörs inverkan på en luftströmmen genom rotorns svepta area kan beskriva som en funktion av det laterala avståndet och det longitudinella avståndet till tornets mittpunkt

$$V(x, y) = U_\infty + v_{tower}(x, y) \quad (45)$$

$$v_{tower}(x, y) = V_0 a^2 \frac{y^2 - x}{(x^2 + y^2)^2} \quad (46)$$

V_0 är vindens spatiella medelhastighet, vilket betyder att den är beroende av vindskjuvningen. Ovan är v_{tower} en funktion av x och y , men det är eftersträvansvärt att istället uttrycka tornets inverkan som en funktion av r och θ . Normaliseras den dessutom mot U_∞ fås uttrycket

$$\tilde{v}_{tower}(r, \theta, x) = ma^2 \frac{r^2 \sin^2(\theta) - x^2}{(r^2 \sin^2(\theta) + x^2)^2} \quad (47)$$

, där $m = \left[1 + \frac{a(a-1)(R^2)}{8H^2}\right]$ och ekvation 47 endast är giltig mellan azimut $90^\circ \leq \theta \leq 270^\circ$, eftersom tornet knappast kan påverka luftströmmen ovan navet.

Eftersom tornets inverkan på vindflödet är beroende av vindskjuvningen kommer det totala vindflöde ges av

$$v(t, r, \theta) = V_H(t)[1 + V_s(r, \theta)][1 + \tilde{v}_{tower}(r, \theta, x)] \quad (48)$$

Emellertid är det numeriska värdet av beroendet mellan dessa två litet, varvid vindflödet förenklas till

$$v(t, r, \theta) \approx V_H(t)[1 + V_s(r, \theta) + \tilde{v}_{tower}(r, \theta, x)] \quad (49)$$

Som tidigare nämnts utgår modellen ifrån tanken på en ekvivalent vind - som inte är radiellt beroende - ger upphov till samma vridmoment som en radiellt beroende vind med samma vindhastighet långt uppström gör. Vridmomentet som en vind, vilken är radiellt beroende, ger upphov till ges av

$$T_{ae}(t, \theta) = 3M(V_0) + \sum_{b=1}^3 \int_{r_0}^R \psi(r)[v(t, r, \theta_b) - V_0]dr \quad (50)$$

, där $3M(V_0)$ är rotorbladens inspänningsmoment resulterande från den spatiella medelvindhastigheten V_0 , R är den svepta rotorareans radie, r_0 är den radie där bladprofilen börjar och $\psi(r)$ är en influensfunktion för de aerodynamiska lasternas verkan på inspänningsmomentet. En ekvivalent vindhastighet kommer som inte är radiellt beroende ska sålunda uppfylla

$$T_{ae}(t, \theta) = 3M(V_0) + \sum_{b=1}^3 \int_{r_0}^R \psi(r)[v_{eq}(t, \theta) - V_0]dr \quad (51)$$

Den ekvivalenta vinden kan då uttryckas som

$$v_{eq}(t, \theta) = \frac{1}{3} \sum_{b=1}^3 \frac{\int_{r_0}^R \psi(r)v(t, r, \theta_b)dr}{\int_{r_0}^R \psi(r)dr} \quad (52)$$

Funktionen $\psi(r)$ är irrelevant för framtagandet av den ekvivalenta vinden (den är relevant om kraftgenereringen ska bestämmas utan att gå omvägen via en aerodynamisk rotormodell, exempelvis BEM). $n = \frac{r_0}{R}$ och $s = 1 - n^2$ definieras för att underlätta insättning av det totala vindflödet $v(t, r, \theta)$ i ekvation 43. Efter en hel del algebra erhålls det nätta uttrycket

$$\begin{aligned}
 v_{eq}(t, \theta) &= \frac{2U_\infty}{3sR^2} \sum_{b=1}^3 \int_{r_0}^R \left[r \right. \\
 &+ \frac{r^2 a}{H} \cos \theta_b + \frac{r^3 a(a-1)}{2H^2} \cos^2 \theta_b \\
 &+ \frac{r^4 a(a-1)(a-2)}{6H^3} \cos^3 \theta_b \\
 &\left. + \frac{ma^2(r^3 \sin^2 \theta_b - rx^2)}{(r^2 \sin^2 \theta_b + x^2)^2} \right] dr \quad (53)
 \end{aligned}$$

Det här är den ekvivalenta vindhastigheten, med sina tre komponenter för dels den ostörda vinden långt uppströms v_{eq_0} , vindskjuvningen, $v_{eq_{ws}}$ och tornets inverkan $v_{eq_{ts}}$. I summationen ovan tillhör den första termen (det ensamt stående 'r') till v_{eq_0} , term två till fyra tillhör $v_{eq_{ws}}$, och den sista termern hör till $v_{eq_{ts}}$.

Den ekvivalenta vinden för den stationära vinden vid navhöjd är föga förvånande den givna vinden långt uppström vid navhöjd. Det går även algebraiskt visa att

$$v_{eq_0} = \frac{2U_\infty}{3sR^2} \sum_{b=1}^3 \left[\frac{sR^2}{2} \right] dr \quad (54)$$

$$v_{eq_0} = U_\infty \quad (55)$$

[10] visade sedan att det numeriskt går att approximera uttrycken för vindskjuvning och tornets inverkan så att de kan förenklas. Uttrycken för den ekvivalenta vinden till följd av vindskjuvning respektive torndämning ges då av följande:

$$v_{eq_{ws}} = U_\infty \left[\frac{a(a-1)}{8} \left(\frac{R}{H} \right)^2 + \frac{a(a-1)(a-2)}{60} \left(\frac{R}{H} \right)^3 \cos 3\theta \right] \quad (56)$$

$$v_{eq_{ts}} = \frac{mU_\infty}{3R^2} \sum_{b=1}^3 \left[\frac{a^2}{\sin^2 \theta_b} \ln \left(\frac{R^2 \sin^2 \theta_b}{x^2} + 1 \right) - \frac{2a^2 R^2}{R^2 \sin^2 \theta_b + x^2} \right] \quad (57)$$

2.4.3 Den fluktuerande vinden

Vinden varierar stokastiskt. För att hantera de slumpmässiga inslagen måste statistiska metoder användas. Enligt [15] finns det två huvudtyper av statistiska metoder att tillgå. Den tidshistoriska metoden används ett slumpmässigt utdrag av vindens tidshistoria. Denna tidshistoria kan antingen vara mätdata eller så kan den simuleras. Problemet med denna ansats är att dels måste tidsserien vara lång (> 10 min) [15], vilket leder till stor beräkningskostnad, men då vindhastigheten diskretiseras förloras även i viss mån modellens generalitet. Alternativet är att använda den spektrala ansatsen [15]. I denna metod är istället turbulensspektran indata till vindmodellen. BEM-modellen kräver emellertid vindhastigheterna är i tidsdomänen, varför även den spektrala metoden tvingas diskretisera trubulensspektran till tidsserier.

Fluktuationerna i vindhastighet har väntevärdet noll, och kan då representeras av en diskret Fourier transformation (DFT). Utifrån från detta kan ett kraftspektra, vilket kallas turbulensspektra, skapas. Emellertid är den kinetiska energin i fluktuationer med låg frekvens större, än den kinetiska energi i fluktuationer med hög frekvens [12]. För att ta hänsyn till detta kan *Power Spectral Densities* (PSD) användas. PSD filtrerar den orealistiskt stora inverkan av höga frekvenser.

Ytterligare en aspekt att ta hänsyn till är att en punkt på ett rotorblad upplever en turbulens ganska olik den turbulens en fast punkt upplever [8]. Turbulensspektrat för en roterande punkt förvrängs så att turbulensen i vissa frekvenser försvinner och dessas kinetiska energi allokeras till frekvenser som är kopplade till rotorns varvtalsfrekvens. Utifrån mätdata utvecklade [8] en modell, i vilken rotationen ger upphov till turbulens vid rotorns varvtalsfrekvens och dess heltalsmultipler, med sjunkande amplituder för högre multipler. [22] låter även de den kinetiska energi omdistribueras till samma frekvenser. Däremot använder de sig inte av modellen utvecklad av [8] utan låter helt sonika 30 % av den totala variansen vara allokerade till dessa utvalda frekvenser. [12] och [25] väljer å andra sidan att filtrera Kaimal-spektrat så att den kinetiska energin allokeras till 3p-frekvensen.

2.4.3.1 Sandia-metoden

Sandia-metoden är en metod som simulerar vinden i ett antal givna punkter rotorns i svepta area. Indata till modellen är den så kallade *Power Spectral Density* (PSD), vilken beskriver kraften i turbulens som en funktion av turbulensfrekvensen, för alla N punkter. Vidare behövs en koherens-funktion, vilken beskriver hur turbulensen är korrelerad som en funktion av avståndet mellan punkterna, medelhastigheten och frekvensen. Som utdata producerar modellen N stycken korrelerade tidsserier [27].

Den spektrala matrisen \mathbf{S} är en funktion av frekvensen. Diagonalen består av PSD-funktionerna för varje ingående frekvens. Termerna som inte ligger på diagonalen består av koherens-funktionerna.

PSD-funktionerna måste diskretiseras och för att inte förlora varians delas den kontinuerliga PSDn in i frekvensintervall med bredden Δf [27], så att för punkten j gäller

$$S_{jj}(f) = \frac{G_{jj}(f)\Delta f}{2} \quad (58)$$

, där $G_{jj}(f)$ är PSD-funktionen. Det finns flera olika PSD-modeller, emellertid betraktar både [8] och [27] Kaimal-spektrat som det bästa. Nedan visas Kaimal-spektrat

$$G_K(f) = \frac{105u_*^2 z/U_\infty}{(1 + 33(fz/U_\infty))^{\frac{5}{3}}} \quad (59)$$

, där u_* är skjuvningshastigheten ($u_* = \frac{0.4U_\infty}{\ln(H/z_0)}$), H är navets höjd ovan marken, och z_0 ytråhetskoefficienten ovan ytan.

För att allokeras den turbulens som är förknippade med rotorns rörelse används i denna uppsats samma förenklade metod som i [22].

Storleken på kross-spektrat mellan punkterna j och k är både en funktion av koherensfunktionen och turbulensintensiteten i respektive punkt. Å andra sidan kan det antas medelfas av 0 mellan två givna punkter [27], varvid funktionen förenklas till

$$|S_{jk}(f)| = Coh_{jk}(f, \Delta l_{jk}, U_{jk}) \quad (60)$$

, där Δl_{jk} är avståndet mellan punkterna j och k , och U_{jk} är medelhastigheten i varje punkt. Koherensfunktion $Coh_{jk}(f, \Delta l_{jk}, U_{jk})$ beskriver hur stor korrelationen mellan två punkter är och ges av

$$Coh_{jk} = \exp\left(-\frac{C\Delta l_{jk}f}{U_\infty}\right) \quad (61)$$

C är koherensminskningskonstanten. Enligt [27] varierar C från 2 till 27, utan att överensstämma särskilt väl med mätdata. [27] föreslår att C istället betraktas som en slumpmässig funktion av Δl_{jk} och medeltalet av punkternas höjder ovan marken

$$z_m = \frac{z_j + z_k}{2}$$

$$C_{jk} = b \left(\frac{\Delta l_{jk}}{z_m}\right)^{0,25} \quad (62)$$

, där $b = 12 + 5\mu_b$. μ_b är en slumpmässig konstant på det uniformt distribuerade intervallet $[-1,1]$.

Med resonemanget ovan kan den spektrala matrisen \mathbf{S} skapas. Emellertid går det inte direkt att generera de korrelerade tidsserierna utifrån denna matris. Då tidserierna är genererade av linjära kombinationer av N slumpmässiga processer, skrivs \mathbf{S} om med hjälp av en transformationsmatris och dess komplexa konjugat

$$\mathbf{S}(f) = \mathbf{H}(f)\mathbf{H}^{*T}(f) \quad (63)$$

\mathbf{S} är symmetrisk, vilket innebär att den innehåller $(N^2 + N)/2$ unika termer. \mathbf{H} är å andra sidan en full matris med unika termer, varför \mathbf{H} inte är unikt definierad [27]. För att komma tillrätta med detta kan \mathbf{H} antas var triangulär och alla termer skilda från 0 definieras med hjälp av

$$H_{jk} = \frac{(S_{jk} - \sum_{l=1}^{k-1} H_{jl}H_{kl})}{H_{kk}} \quad (64)$$

$$H_{kk} = \left(S_{kk} - \sum_{l=1}^{k-1} H_{kl}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (65)$$

Termerna i \mathbf{H} kan betraktas som viktfactor för korrelerade tidsserierna, genom att varje rad i \mathbf{H} ger ett bidrag till vindhastigheten vid punkt k [27].

De slumpmässiga processerna genereras i matsien \mathbf{X} , vilken är diagonal med $X_{kk}(f) = e^{(i\theta_{km})}$. θ_{km} är fasvinkeln associerad med punkten k och frekvensen m . θ_{km} är uniformt slumpmässig i intervallet $[0, 2\pi]$. Med ett stort antal frekvenser som indata blir tidsserien en Gaussisk process [27].

Matrisen \mathbf{V} innehåller Fourier-koefficienterna för tidsserien och erhålls genom matrismultiplikationen

$$\mathbf{V} = \mathbf{H}\mathbf{X}\mathbf{1} \quad (66)$$

, där $\mathbf{1}$ är enhetsmatrisen. Eftersom termerna i \mathbf{X} är enheter kan sambandet skrivas om

$$V_j(f) = \sum_{k=1}^j H_{jk}(f) e^{(i\theta_{km})} \quad (67)$$

Uttrycket visar att utdatan för punkt j är beroende av alla tidigare punkters ($k \leq j$) utdata. Slutligen fås tidsserien $V(t)$ genom en inverterad Fourier-transformation [27].

2.5 Stomljuddisolerering

Vibrationer alstrade i maskiner ger upphov till oönskade effekter i den struktur som vibrationer transmitteras till. Lågfrekventa excitationer kan ge upphov till utmattningsbrott på strukturen, medan högfrekventa vibrationer strålar ut som ljud. Fästs däremot ett vibrerande föremål stumt in i ett bjälklag, kommer vibrationerna att sprida sig från maskinen till byggnadsstommen. Isoleringen av vibrationer utförs då så att någon typ av vibrationsisolator monteras mellan vibrationskällan och byggnadsstommen. Traditionellt har isolatorn valts så att lågfrekventa vibrationer har isolerats [19].

Vibrationsisolering är tänkt att skapa en mekanisk egenskap som gör att vibrationer reflekteras tillbaka till vibrationskällan. Detta uppnås genom att låta isolatorn vara tillräckligt elastisk. Vibrationsisoleringen är helt beroende av dess egenfrekvens. Genom att välja ett massa-fjäder system som är anpassat efter den förväntade excitationens frekvens kan vibrationerna isoleras. En vibrationsisolator bör ha en egenfrekvens som är cirka 2-3 gånger lägre än excitationens frekvens [29].

Det finns två alternativ för att uppnå tillräcklig elasticitet, med gummidämpare eller stålfjädrar. En isolator med gummi material har den egenskapen att den förutom att isolera vibrationerna, även dämpar dessa, varvid de mekaniska energin omvandlas till värme i gummit. En elastiskt struktur med hög dämpning transmitterar lägre amplituder av vibrationer än ett elastiskt system utan dämpning. Detta gäller endast

för excitationer som inte sammanfaller med isolatorns egenfrekvens. I ett fall där excitationer och egenfrekvenser sammanfaller, är resonansamplituden större för en dämpad struktur [29].

För att en vibrationsisolator ska fungera som det är tänkt krävs att det underliggande bjälklaget är tillräckligt styvt eller att isolatorn har tillräcklig massa i förhållande till vibrationskällans massa [29].

2.6 Strukturella modeller

När det gäller vindkraftverk är det vanligt att dela upp hela strukturen i mindre undersystem, mellan vilka den dynamiska kopplingen kan bortses från. En förutsättning för ett sådant tillvägagångssätt är att de inbördes undersystem har egenfrekvenser som är väl avskilda [15]. I denna rapport antas att vindkraftverket är välavvägda dynamiska system. Då subsystemen inte antas ha någon dynamisk koppling är det enda subsystemet som är intressant att modellera tornet. Det ska dock noteras att tornet kommer att reagera på krafter som genereras i andra subsystem, däremot inte på dessa systems elastiska respons.

Subsystem kan antingen ses som elastiska strukturer, stelkroppar, eller partiklar. De elastiska strukturerna diskretiseras genom *Finite Element Metoden* (FEM).

Det globala koordinatsystemet definieras som i figur 7. Krafter och deformationer i x-led benämns axiella krafter. Moment kring x-axeln benämns vridmoment. Krafter och deformationer i y- respektive z-led kallas longitudinella respektive laterala. Momenten kring z-axeln y-axeln benämns böjmoment.

Modeller för vindkraftverkets olika undersystem, samt för fundamentet presenteras och diskuteras nedan.

2.6.1 Rotorblad och hölje

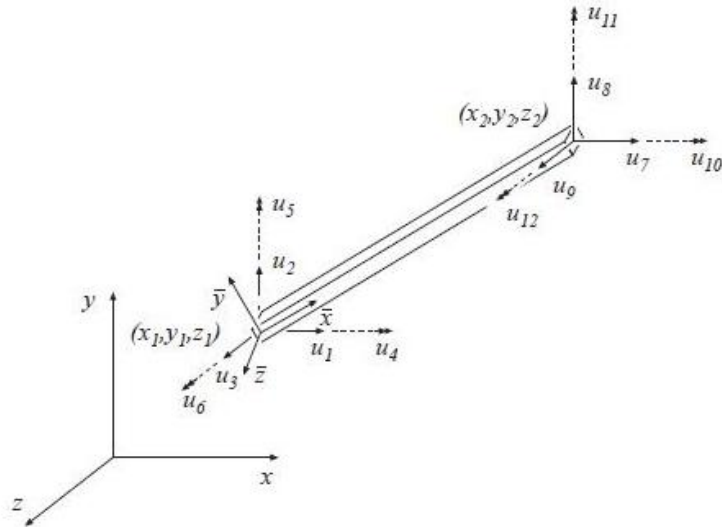
I modellen modelleras rotorbladen som partiklar, utan vare sig dynamisk koppling mellan rotorblad och torn, eller med masströghet. Denna ansats leder till att rotorbladens massa modelleras som lumpad i tornets topp i alla tre translationsfrihetsgrader.

[22] fann visserligen att det föreligger en dynamisk koppling mellan torn och blad – även om egenfrekvenserna hos torn och blad var väl åtskilda – på grund av bladens elastiska egenskaper. Emellertid ökar rotorbladens styvhet med ökande varvtal hos rotn, vilket leder till minskad dynamisk koppling mellan blad och torn. Små vindkraftverk med höga varvtal kommer alltså att uppvisa mindre dynamisk koppling mellan blad och torn än stora kraftverk [22]. Ytterligare argument för att den dynamiska kopplingen går att bortse ifrån är det faktum att stora vindkraftverk tenderar att bli mer och mer elastiska, dels på grund av materialkostnaden ska kunna hållas nere, dels på grund av minska lasterna från vindkraftverkets egentyngd. Små vindkraftsverk har däremot styvare rotorblad på grund av närheten till människor kräver bredare säkerhetsmarginaler.

Även höljet med dess stora koncentrerade massa modelleras som en partikel.

2.6.2 Torn

Tornet modelleras som ett antal 3d-balkelement med 12 frihetsgrader. Frihetsgraderna är tre translationer och tre rotationer i varje nod enligt figur nedan. Styvhetsmatrisen för 3d-balkelementet betecknas $\bar{\mathbf{K}}_{blk}^e$ och anges i Appendix 1.



Figur 20: Frihetsgrader för ett 3d-balkelement. Reproducerad från [5].

Massmatrisen kommer emellertid inte att vara analytiskt korrekt, utan massan måste diskretiseras genom approximationer. Detta kan antingen göras så att massan blir lumpad eller utbredd. Lumpad massa innebär att massan endast föreskrivs endast i massmatrisens diagonal. För vissa applikationer ger lumpad massa bättre överensstämmelse, medan för andra applikationer är utbredd massa att föredra. I denna rapport modelleras massan som utbredd. Massmatrisen för 3 d-balkelementet betecknas $\bar{\mathbf{M}}_{blk}^e$ och även denna matris ges i Appendix 1.

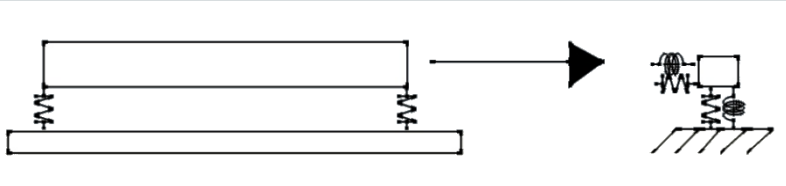
Då approximerade element används innebär det att strukturen måste innehålla flera element för att den approximerade lösningen ska konvergera mot den analytiska lösningen. I tornets topp lumpas som tidigare diskuterats höljets och rotorernas massa i de tre translationsriktningarna.

2.6.3 Fundament

Vanligtvis modelleras vindkraftverk som fast inspända, reaktionskrafterna i tornets infästning skulle då betraktas som krafter som skulle verka på ett bjälklag. Ska modellen kunna beskriva systemets vibrationsisolerande egenskaper, måste infästningen modelleras som någon typ av massa-fjäder-system. Används ett stort betongfundament som är uppställt på elastiska vibrationsisolatorer kan detta fundament betraktas som mycket styvt då $k_{fund} \gg k_{fjäder}$.

Medan rotor och hölje kan antas bara påverka tornet genom deras massa, kommer fundamentets rörelse även påverkas av dess geometri. Modelleras fundamentet som en stelkropp i tre dimensioner, kan geometrin beaktas. Betraktas fundamentet som en

stelkropp är det möjligt att se hela fundamentet uppställt på vibrationsisolatorer som ett massa-fjäder-tröghets-system-i tre dimensioner. Detta synsätt leder till att all massa och yttröghet är förknippade med fundamentets egenskaper och samlade i matrisen \mathbf{M}_{st} , medan all styvhet – både translations- och rotationsstyvheten – är kopplade till fjädrarnas elasticitetskonstant och samlade i styvhetsmatrisen \mathbf{K}_{st} .



Figur 21: Bild på stelkropp, fjädrar och frihetsgrader. Notera att figuren är förenklad till det två dimensionella fallet

2.6.3.1 Fundamentets massmatris

En sådan stelkropp i det tredimensionella generella fallet har tre translations- och tre rotationsfrihetsgrader, varvid dess rörelseekvationer ser ut som följer:

$$\Sigma \mathbf{F} = m \mathbf{a} \quad (68)$$

$$\Sigma \mathbf{M} = \mathbf{I} \boldsymbol{\alpha} \quad (69)$$

Lösningen av ekvationerna för accelerationerna är de samma som för fallet med rörelse i det tvådimensionella fallet, förutom att det tillkommer ytterligare en acceleration. För rotationsacceleration är däremot rörelseekvationerna både kopplade och olinjära. Dessa ekvationer löses numeriskt.

Skrivna på en mindre kompakt form som nedan, brukar de benämnas som Euler-ekvationer, och deras kopplade och olinjära egenskaper tydliggörs

$$\Sigma M_x = I_{xx} \alpha_{xx} - (I_y - I_z) \omega_y \omega_z \quad (70)$$

$$\Sigma M_y = I_{yy} \alpha_{yy} - (I_z - I_x) \omega_z \omega_x \quad (71)$$

$$\Sigma M_z = I_{zz} \alpha_{zz} - (I_x - I_y) \omega_x \omega_y \quad (72)$$

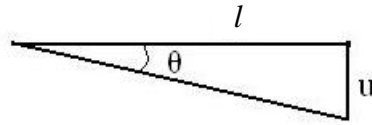
För små rotationer är det möjligt att bortse från de kvadratiske termerna, varvid ekvationssystemet då blir okopplat och ser ut som följer

$$\mathbf{M}_{st} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}$$

2.6.3.2 Fundamentets styvhetsmatris

Fundamentet är uppställt på fyra stycken vibrationsisolatorer, ett i vardera hörn. Eftersom fundamentet utsätts för krafter och rotationer i alla riktningar, måste fjädrarna kunna ta krafter i alla riktningar. Även om fundamentet inte är uppställt på några rotationsfjädrar, ger fjädrarnas placering i fundamentets hörn hela systemet styvhet mot rotationer, då fundamentet vid rotation måste verka på fjädrarna. För små rotationer kan det dessutom antas den korresponderande absoluta rörelsen på avståndet

L från fundamentets tyngdpunkt, bara har en translationskomponent. Ett samband mellan rotation och translation på avstånd l kan då skrivas $\theta = \frac{u}{l}$.



Figur 22: Samband mellan rotation θ , och nedböjning u . För små deformationer kan hypotenusan och närliggande katet vara lika långa .

Med hjälp av resonemanget kan ett ekvivalent fjädersystem tas fram, så att massa-fjäders-systemet får styvhet även i rotationsfrihetsgraderna. Det ekvivalenta fjädersystemet består av tre translationsfjädrar och tre rotationsfjädrar, vilka verkar i stelkroppens tyngdpunkt. Fjäderkonstanterna för translationsfjädrarna fås genom att summera fjäderkonstanterna för fjädrar i respektive riktning. Att hitta de ekvivalenta rotationsfjädrarna är mer komplicerat. Rotation kring respektive axlar kopplas till translationer i följande riktningar:

$$\phi_x = \frac{u_{yz}}{l \cos \theta} \quad (73)$$

$$\phi_y = \frac{u_x}{l} \quad (74)$$

$$\phi_z = \frac{u_x}{l} \quad (75)$$

, där ϕ är rotationen, θ vinkel mellan det globala koordinatsystemets yz -plan och stelkroppens lokala yz -plan, samt u_{yz} är den absoluta förskjutningen i samma plan. l är avståndet i planet mellan infästningspunkten och vibrationsisolatorns angreppspunkt.

Rotationsstyvheten kring exempelvis y -axeln finns genom vetskapen att $u_x = \frac{f_x}{k_{t,x}}$ och

$M_y = \phi_y k_{r,y}$. Ekvationerna kan då kombineras så att $k_{t,x} l \frac{M_y}{f_x} = k_{r,y}$. Eftersom M_y och f_y är enhetsmoment respektive enhetskraft, kan dessa båda sättas till 1. Rotationsfjäderkonstanten för rotation kring y -axeln kan då kopplas fjäderkonstanten för translation i x -led enligt

$$k_{r,y} = k_{t,x} l \quad (76)$$

På samma sätt härleds rotationfjäderkonstanten kring z -axeln och x -axeln, vilken då ges av

$$k_{r,z} = k_{t,x} l \quad (77)$$

$$k_{r,x} = \frac{k_{t,yz} l}{\cos \theta} \quad (78)$$

Även styvhetsmatrisen \mathbf{K}_{st} är diagonal, vilket betyder att rörelsekvationerna är okopplade.

$$\mathbf{K}_{st} = \begin{bmatrix} k_{t,x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{t,yz} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{t,yz} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{k_{t,yz}l}{\cos \theta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{t,x}l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{t,x}l \end{bmatrix}$$

2.6.3.3 Transformationsmatris

För att stelkroppen ska kunna kopplas ihop med balkelementets frihetsgrader måste en transformationsmatris kopplas till fundamentets mass- och styvhetsmatris. Då tornet inte fäster i stelkroppens tyngdpunkt måste transformtionsmatrisen relatera fundamentets tyngdpunkt till dess ovansida. Detta påverkar emellertid bara stelkroppens tröghet och styvhet mot rotation. De tvärkrafter som verkar i infästningspunkten kommer således att verka för att rotera fundamentet kring y- och z-axlarna. Stelkroppens tröghet mot rotation kring sin egen axel påverkas emellertid inte av avståndet mellan tornets fästpunkt och fundamentets tyngdpunkt.

Eftersom kraftverken kan rotera kring sin egen axel (för att vara riktat vinkelrätt mot vinden) är det inte säkert att tornets lokala y- och z-axlar sammanfaller med stelkroppens lokala y-och z-axlar. För att ta hänsyn till detta ingår sinus- och cosinusvärden för vinkeln mellan koordinatsystemen. Eftersom fundamentet är kvadratiskt kommer stelkroppen oavsett riktning på tornet ha lika stora yttröghetsmoment kring både y- och z-axel. Även för detta fall påverkas endast stelkroppens rotation kring y- och z-axel.

Transformationsmatrisen \mathbf{G} kan då skrivas

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{h_{fund}}{2} & 0 & \sin \varphi + \cos \varphi & 0 \\ 0 & -\frac{h_{fund}}{2} & 0 & 0 & 0 & \sin \varphi + \cos \varphi \end{bmatrix}$$

Denna transformationsmatris multipliceras med mass- och styvhetsmatrisen för de berörda frihetsgraderna.

2.6.4 Bjälklag

I den här uppsatsen kommer det antas att bjälklaget är tillräckligt styvt för att det vibrationsisolerande massa-fjäder-systemet ska fungera. Då vindkraftverket och massa-fjäder-systemet har stor massa, krävs det att kraftverken placeras ovan en bärande vägg för att det antagande ska vara troligt. Detta synsätt leder till att massa-fjäder-systemet kan betraktas som fast inspänt i stum infästning.

2.6.5 Dämpning

Ett dynamiskt system som utsätts för exempelvis en initial förskjutning kommer att svänga kring det statiska jämviktsläge med en viss amplitud. Denna amplitud minskar emellertid med tiden, då det dynamiska systemet *dämpar* rörelsen. Sålunda finns det krafter som vid varje givet tillfälle är motriktade rörelsen. Dessa krafter är vanligtvis små i jämförelse med tröghets- och fjäderkrafterna [16].

De dämpande krafterna är komplicerade samspel mellan olika energiminskande processer. Emellertid kan dämpning förenklas till att sägas vara viskös, vilket betyder att dämpningen är proportionell mot kraften. Ett sätt att uttrycka dämpningen numeriskt är att tala om en så kallad dämpningsratio, ξ , vilken anger hur mycket procent av rörelseenergin som går förlorad under en svängning. Dämpningsration är beroende av vilket material och vilken struktur som ska modelleras [6].

2.7 Strukturdynamiska rörelseekvationer

Strukturdynamiska systems rörelseekvationer kan i dessas mest kompakta form skrivas

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{p}(t) \quad (79)$$

, vilket utgör N stycken kopplade andra ordningens differentialekvationer. I det generella fallet kan dessa inte lösas analytiskt, utan numeriska integrationsmetoder måste implementeras [16].

2.7.1 Modalanalys

Modalanalysen är en metod för att undersöka ett dynamiskt flerfrihetsgradssystem. Metoden grundar sig på att utreda systemets reaktion under fria svängningar, varvid kraftvektorn kan sättas till $\mathbf{0}$. Beskrivs det dynamiska systemet på matrisform, beräknar modalanalysen systemets egenvektor och egenvärde. Egenvektorn av en matris \mathbf{A} är den vektor \mathbf{q} med egenskapen att multiplicerad med \mathbf{A} , ger den en ny vektor som är proportionell med den första vektorn, vilket matematiskt kan uttryckas

$$\mathbf{A}\mathbf{q} = \lambda\mathbf{q} \quad (80)$$

, där λ är den konstanta proportionaliteten och benämns egenvärdet [12].

Det dynamiska systemet ska vidare vara odämpat. Antagandet om att systemet är odämpat och att systemets utsätts för fria svängningar, förenklar rörelseekvationen till

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (81)$$

Ekvationen har lösning $\mathbf{u} = \mathbf{q} \sin(\omega t + \theta)$, där \mathbf{q} är en godtycklig vektor, ω är vibrationsfrekvensen och θ en fasvinkel. Alla dessa tre är okända. Insättning av lösning i ekvationen ger $(\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M})\mathbf{q} \sin(\omega t + \theta) = \mathbf{0}$. Eftersom lösningen ska vara sann för all t kan den tidsberoende faktorn tas bort så att

$$\mathbf{K}\mathbf{q} = \omega^2\mathbf{M}\mathbf{q} \quad (82)$$

Ekvationen kallas för det linjära egenvärdesproblemet och förekommer i flertalet andra tekniska applikationer [12]. Detta är således ett specialfall av standardproblem givet ovan. Rörelseekvation har då tagit formen

$$\mathbf{K}\mathbf{q} = \lambda\mathbf{M}\mathbf{q} \quad (83)$$

, där $\lambda = \omega^2$.

Skrivs rörelseekvationer istället som $(\mathbf{K} - \lambda\mathbf{M})\mathbf{q} = \mathbf{0}$ kan både λ och \mathbf{q} finnas genom att hitta determinanten till $(\mathbf{K} - \lambda\mathbf{M})$ [16].

En egenskap hos egenvektorerna \mathbf{q} är att bara kända relativt varandra, de har ingen absolut innebörd. Således måste de skalas och vanligen görs det med så kallad massnormering. Är egenvektorerna massnormerade gäller sambandet

$$\boldsymbol{\phi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_i = 1 \quad (84)$$

2.7.1.1 Egenfrekvenser och egenmoder

Kvadratroten ur egenvärdet, λ , kallas för det dynamiska systemets *egenfrekvens*. Den fysiska tolkningen är att vid denna frekvens har hela strukturens partiklar en samstämmig rörelse, varvid resonans uppstår. Egenvektorns fysiska tolkning är att beskriva hur stora hela systemets frihetsgraders relativa rörelse är vid varje givet egenvärde.

2.7.1.2 Superposition av egenmoder

Egenvektorerna \mathbf{q} har en viktig egenskap: de är ortogonala. Ortogonalitetsegenskapen innebär att $\mathbf{q}_i^T \mathbf{M} \mathbf{q}_j = 0$ och $\mathbf{q}_i^T \mathbf{K} \mathbf{q}_j = 0$ då $i \neq j$.

Med hjälp av modformerna $\boldsymbol{\phi}$ och modala koordinater samlade i vektorn \mathbf{q} kan förskjutningar i systemet uttryckas som

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{r=1}^N \boldsymbol{\phi}_r q_r(t) = \boldsymbol{\phi} \mathbf{q} \quad (85)$$

Rörelseekvationen för system som utsätts för periodiska krafter och där det dynamiska systemet saknar dämpning, ser ut som följer:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{p}(t) \quad (86)$$

Sätts ekvationen ovan in i ekvationen ovan och matrismultipliserar med \mathbf{q}_n^T fås uttrycket

$$\sum_{r=1}^N \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_r \ddot{q}_r(t) + \sum_{r=1}^N \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{K} \boldsymbol{\phi}_r q_r(t) = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{p}(t) \quad (87)$$

Eftersom ortogonalitetsvillkoret även gäller för system som utsätts för krafter erhålls N stycken okopplade ekvationer

$$M_n \ddot{q}_n(t) + K_n q_n(t) = p_n(t) \quad (88)$$

, där $M_n = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_n$, $K_n = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{K} \boldsymbol{\phi}_n$ och $p_n(t) = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{p}(t)$.

Modalanalysen kan även hantera system som är dämpade. För detta krävs emellertid att systemets dämpande egenskaper kan beskrivas med så kallad klassiskt dämpning. Då föreligger

$$M_n \ddot{q}_n(t) + C_n \dot{q}_n(t) + K_n q_n(t) = p_n(t) \quad (89)$$

Den totala förskjutningen fås sedan genom

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{r=1}^N \boldsymbol{\phi}_r q_r(t) \quad (90)$$

Varje ekvation n kan således betraktas som varje mods bidrag till den totala förskjutningen.

2.7.2 Systemets periodiska dynamiska respons

Den periodiska lösningen av en elastisk strukturs dynamiska respons löses med fördel i frekvensdomänen. För beräkningar i frekvensdomänen krävs det att systemet är linjärt.

Lösningen av rörelseekvationen utgår ifrån den modala superpositionen, så att ekvationen 85 gäller. Om en diskret Fourier-transformation utförs på kraftvektorn $p_n(t)$, kommer kraftvektorn innehålla Fourier-koefficienterna, vilka beskriver kraftvektorns frekvensberoende. Med algebra kan ekvationen 85 skrivas om så att rörelseekvationen i frekvensdomänen ser ut som [5] skriver den:

$$\ddot{q}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = p_n(f) \quad (91)$$

, där q_n är den modala koordinaten för varje n -mod.

Den stationära tidsberoende lösning fås sedan genom att utföra en inverterad Fourier-transformation på de Fourier-koefficienter som beskriver de modala koordinaterna \mathbf{q} , vilka sedan kan beskriva förskjutningsvektorn \mathbf{u} genom ekvation 92.

2.7.3 Systemets respons till slumpmässiga excitationer

Då slumpmässiga vindhastigheterna är diskretiserade kan dessa också betraktas som periodiska. Även om exakt samma vindflöde inte kommer genereras om och om igen, vilket den periodiska antagandet förutsätter, kommer likvärdiga vindflöden genereras vilka ger upphov till likvärdiga laster på systemet. Sålunda kan ett periodiskt tankesätt ge en fingervisning vilka laster den fluktuerande vinden ger upphov till.

2.7.4 Komplex frekvensfunktion

För att undersöka hur systemet kommer att reagera på ett stort antal olika frekvenser kan så kallade komplexa frekvensfunktioner utnyttjas.

Genom att skriva ekvationerna med komplex notation $\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 e^{i\omega t}$ och $\mathbf{u} = \mathbf{u}^* e^{i\omega t}$, där $\mathbf{u}^* = \mathbf{u}_0 e^{i\delta}$ innehåller information om fasförskjutningen av förskjutningen, kan den komplexa frekvensfunktionen erhållas

$$[\mathbf{K} + i\omega\mathbf{C} - \omega^2\mathbf{M}]\mathbf{u}^*(\omega) = \mathbf{p} \quad (92)$$

Dämpningsmatrisen \mathbf{C} skapas genom antagandet av klassisk *Rayleigh*-dämpning föreligger, varvid ekvationen nedan ska gälla

$$\mathbf{C} = \alpha_0\mathbf{M} + \alpha_1\mathbf{K} \quad (93)$$

Två dämpningsratios för två olika moder ska bestämmas. På matrisform kan ekvationerna för de sökta variablerna α_0 och α_1 skrivas

$$\frac{1}{2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_i} & \omega_i \\ \frac{1}{\omega_j} & \omega_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_0 \\ \xi_1 \end{bmatrix} \quad (94)$$

När parametrarna α_0 och α_1 har funnits, kan alla moders dämpningsrator hittas, eftersom *Rayleigh*-dämpningen är en linjär kombination av mass- och styvhetsmatriserna [16]. De två egenmoderna som α_0 och α_1 anpassas efter är den första och den sjätte, vilken är den högsta moden som är av intresse i analysen med hjälp av den komplexa frekvensfunktionen. Vidare sätts ξ_0 och ξ_1 till 2 % [6], vilket är låga värden om vibrationsisoleringen utförs med gummifjädrar. Detta låga värde för med sig två konsekvenser; å ena sidan blir amplituden om en egenmod träffas hög, å andra sidan blir frekvensintervallet, inom vilket förskjutningarna förstoras, mindre brett.

3 Metod

I metoddelen presenteras dels beräkningsgången och dels indata till beräkningsmodellerna.

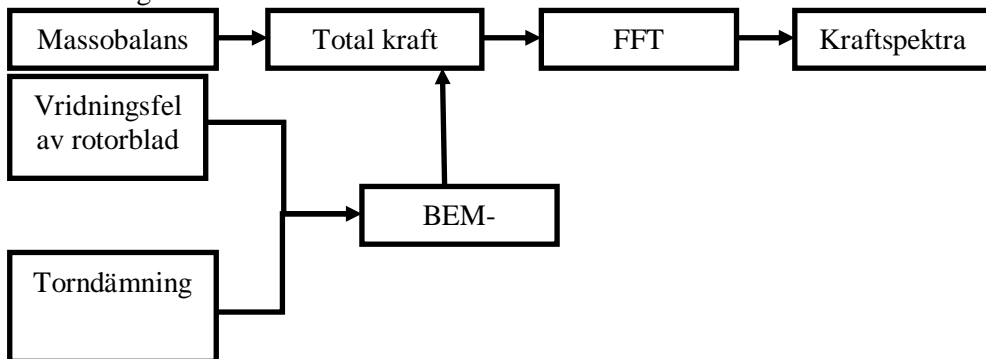
Simuleringar är utförda i Matlab. *CALFEM* [5], ett Matlab-skript utvecklat vid institutionen för byggnadsmekanik vid Lunds Tekniska Högskola, har varit till stor hjälp. Skriptet innehåller dels en mängd finita element, dels funktioner vilka löser dynamiska ekvationer.

3.1 Beräkningsgång

Nedan presenteras den beräkningsgång som ligger till grund för resultaten.

3.1.1 Kraftgenerering

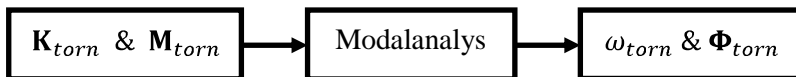
De aerodynamiska obalanserna till följd av vridningsfel av rotorbladet och torndämmnings verkan interagerar med varandra. Till BEM-modellen föreskrivs helt sonika de aktuella felaktiga vridningsvinklarna, och den ekvivalenta vinden används som indata för vart och ett av rotorbladen. Massobalanser och de aerodynamiska obalanserna interagerar inte med varandra, varvid superposition av krafterna och momenten ger den totala kraften.



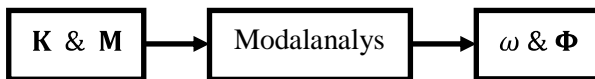
3.1.2 Modalanalys

Det är intressant att utreda tornets egenfrekvenser och egenmoder. Tornet betraktas då som fast inspänt. Eftersom massmatrisen $\bar{\mathbf{M}}_{blk}^e$ till skillnad från styvhetsmatrisen $\bar{\mathbf{K}}_{blk}^e$ inte är analytiskt korrekt, delas tornet in i fem element. För att assemblera de lokala elementmatriserna i de globala matriserna \mathbf{M} och \mathbf{K} används CALFEM-skriptet *assem*.

När väl de ingående strukturdynamiska systemens mass- och styvhetsmatriser definierats kan modalanalysen utföras. Den numeriska lösningen av egenvärdesproblemet löses med en inbyggd Matlab-funktion, *eigen*.

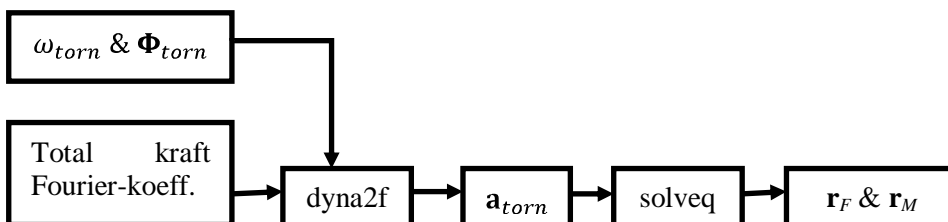


Även en modalanalys på systemet med kraftverket placerat på ett flytande fundament kommer att utföras, eftersom modalanalysen är grunden i de metoder som används i denna uppsats för att lösa rörelseekvationerna. För att undersöka huruvida det är möjligt att optimera fundamentet



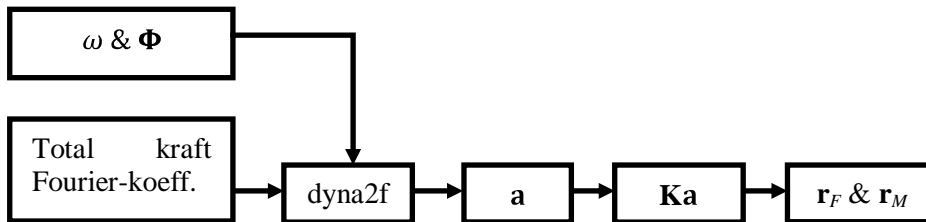
3.1.3 Respons till periodiska excitationer

Beräkning av responsen till de periodiska excitationerna utgår ifrån modalanalysens beräknade egenfrekvenser och egenmoder. Även för responsen till de periodiska excitationerna sker två beräkningar: dels beräknas ett kraftspektra för de reaktionskrafter som tornet skulle generera på en fast inspänning. Krafterna till följd av massobalans, felaktigt vinklade rotorblad och den ekvivalenta vindmodellen genereras. Dels så kommer responsen till de olika krafterna beräknas var för sig, men också responsen till de samverkande krafterna. Med CALFEM-skriptet *dyna2f* beräknas tornets respons i frekvensdomänen ekvation 93. Modal superposition och en inverterad Fourier-transformation av lösningens reella delar ger förskjutningarna, \mathbf{a} , som en funktion av tiden. Om förskjutningarna i torn topp för varje tidsinstans föreskrivs som ett randvillkor i CALFEM-skriptet *solveq* kan reaktionskrafterna beräknas. *solveq* löser sedan ut reaktionskrafterna ur ekvationen $\mathbf{Kf} = \mathbf{a}$.



För att beräkna reaktionskrafterna från det flytande fundamentet som verkar på det tänkta bjälklaget, är beräkningsgången densamma, men reaktionskrafter kan beräknas

direkt från förskjutningarna i frihetsgrad- fundamentets frihetsgrader och styvhetsmatris.



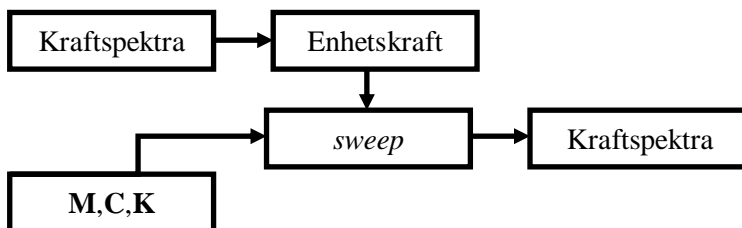
3.1.4 Sluppmässiga excitationer

Som tidigare sagts blir de sluppmässiga excitationer diskretiserade via *Sandia-metoden* varför beräkningsgången blir samma som i avsnitt 3.1.3.

3.1.5 Frekvensvep

Den komplexa frekvensfunktionen låter som tidigare sagt systemet reagera på excitationer, vilka vid varje frekvens har med samma amplitud. Då endast excitationernas frekvenser är av intresse, används i denna uppsats enhetskrafter. Emellertid kommer kraftverken inte utsättas för krafter och moment som har samma inbördes relativa amplitud i alla riktningar eller kring alla axlar. Enhetskrafterna och enhetsmomenten, normeras således mot den största kraften eller momentet som verkar på tornet. Emellertid kommer excitationerna vara lika stora i alla frekvenser (vilket inte är fallet för de verkliga excitationerna), för att tydliggöra responsens frekvensberoende.

Med hjälp av CALFEM-skriptet *sweep*, löses den komplexa frekvensfunktionen (ekvation 92). Med hjälp av Fourier-koefficienterna skapas kraftspektran utifrån vilka systemens frekvensberoende är tydliga.



3.2 Indata till beräkningsmodellerna

I detta avsnitt presenteras indata till beräkningsmodellerna.

För det numeriska beräkningsexemplet används indata från tillverkare [25] angående Ampair 6000 5.5. Detta är ett horisontalaxlat vindkraftverk med 3 rotorblad, vars radie är 2.6 m. Vidare varierar dess rotorfrekvens mellan 70 – 250 rpm. Den nominella vindhastigheten är 10 m/s och startvindhastigheten är 3,5 m/s. Även uppgifter om tornets och fundamentets dimensioner är hämtade från [25]. Detta kraftverk är ett av de större som kan placeras på en redan befintlig byggnad.

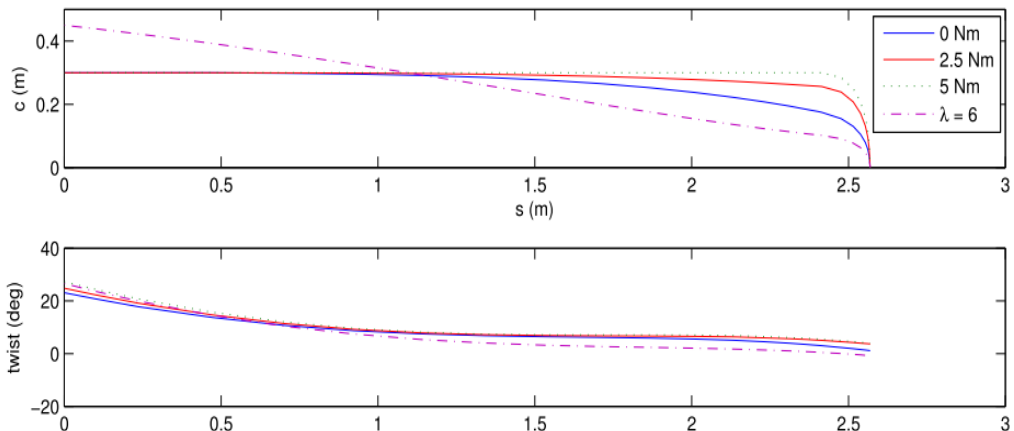
Data om vibrationsisolatorerna kommer från [26]

3.2.1 Rotordesign

Tillgången till data om rotordesign är liten, speciellt för de små typer av vindkraftverk som är intressanta i denna uppsats. Med rotordesign menas här val av bladsektion, och dessas korda och vridningsvinkel längs bladet, samt rotorns hastighet vid korresponderande vindhastighet.

3.2.1.1 Korda-längder och vridningsvinkel

[9] har utfört en studie där olika metoder för att optimera rotordesignen utreddes. Metoderna exempifierades av Ampair 6000 5.5. Resultatet av denna studie ligger till grund för den rotordesign som är modellerad i denna uppsats. Sålunda ges bladsektionernas korda och vridningsvinkel utefter bladet utav figur [23]. De kordalängder och vridningsvinklar som används i beräkningarna uppskattas utifrån antagandet att löptalet ska vara $\lambda = 6$ i bladets alla element. Vidare delas rotorbladen in i 15 element.



Figur 23: Kordalängder och vridningvinkel för Ampair 6000, enligt [9].

3.2.1.2 Rotorhastighet

Mellan startvindhastigheten och den nominella vindhastigheten, ökar rotorhastigheten linjärt med vindhastigheten. För vindhastigheter ovan den nominella vindhastigheten är rotorhastigheten konstant och något lägre än rotorhastigheten vid den nominella vinden. Som tidigare nämnts varierar rotorhastigheten mellan 70 och 250 rpm för vindhastigheter mellan 3.5-10 m/s. För att få en rotorfrekvens för varje vindhastighet anpassas ett första gradens polynom till intervallet ovan.

3.2.1.3 Val av bladsektion

Relativt mycket data har varit tillgänglig för Ampair 6000. Trots intensivt letande har dock inga uppgifter angående vilken bladsektion som används i kraftverket kunnat hittats. De flesta bladsektioner har emellertid en gemensam och viktig egenskap: hög lyft-drag-ratio. En bladsektion med den egenskap är den ovan nämnda NACA-0012, vilken kommer att användas i simuleringarna.

Som tidigare nämnts kommer den relativa vinden som verkar på varje blad elementet variera längs bladets radie. Närmast navet innebär det att infallsvinkel blir så pass stor att *stall* uppstår även för låga vindhastigheter. Det linjära sambandet mellan infallsvinkel och kraftkoefficient måste således utökas att även innefatta infallsvinklar större än 15° . Detta görs med så att drag- och lyftkoefficientkurvorna, givna i figur 6, anpassas till ett tredjegrads- respektive andragsgradspolynom.

3.2.2 Torn

Enligt [2] har rotorbladen massan 36 kg och övriga maskineriet i höljet har massan 120 kg. Övriga dimensioner ges också av [2] i tabell nedan:

Tornlängd	10 m
Avstånd mellan rotor och torn	0,225 m (konstant längs hela tornets längd)
Tornets yttre radie	150 mm
Godstjocklek	5,6 mm
E_{st}	200 GPa
ν_{st}	0.3

Tabell 1: Data om tornet. Hämtad från tillverakre [2].

3.2.3 Fundament och vibrationsisolatorer

Den maximala belastningen som ett fundament ska klara av uppgår enligt [2] till 82 kNm. Notera att detta är för vind om 70 m/s. Detta är en kastvind som varar i 3 sekunder och har en återkomsttid på 50 år. Vid sådana höga vindhastigheter är vindkraftverket inte operativt.

Tillverkaren föreslår ett betongfundament om 2400x2400x600 mm med tillhörande armering för att klara belastningarna i brottgränstillståndet. I denna uppsats antas det att det inte är möjligt att minska fundamentets dimensioner, eftersom ingen beräkning i brottstadiet kommer att utföras. För att utreda möjligheterna att optimera den vibrationsisolerande uppställningen kan således dimensioneras endast förstoras.

Den vibrationsisolerande uppställning uppnås genom att fundamentet ställs upp på en vibrationsisolator i fundamentets fyra hörn. För modelleringen antas vibrationsisolatorerna antas ha samma egenskaper som en fjäder, det vill säga att de har styvhet men saknar massa. I modellen antas att gummiisolatorer används. Även om gummi är mjukt även i tryck, är det än mindre styvt i skjuvning. I modellen antas det att skjuvstyvheten är en sjättedel av kompressionsstyvheten [26].

För att det aeroelastiska beteendet hos kraftverket ska begränsas, måste fundamentets rotation begränsas. Ur ett vibrationsisolerande perspektiv är det däremot eftersträfvansvärt att åstadkomma ett så elastiskt fundament som möjligt. För varje ny dimension på fundamentet behövs en ny fjäderstyvhet beräknas, så att rotationen av fundamentet alltid är optimerat. Om fundamentets dimensioner är givna, kan styvheten i isolatorerna bestämmas genom att sätta en maximal tillåten rotationen av fundamentet

på grund av det statiska böjmomentet kring z-axeln i fundamentet. I denna uppsats sätts den tillåtna rotationen till 1 mm/m. Detta är ett hänsynstagande i bruksgränstillståndet: Vidare blir de longitudinella aerodynamiska krafterna inte större vid högre vindhastigheter än vid kraftverkets nominella vindhastighet [9]. Den tillåtna styvheten kan således beräknas med hjälp av de statiska krafterna för vindhastigheten 10 m/s.

Ställs en momentbalans upp kring fundamentets tyngdpunkt, kan styvheten för en isolator beräknas genom

$$k_f = \frac{F_y l_{torn} + 0,5 F_y h_{fund}}{4 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \left(\frac{b_{fund}}{2} \right)^2} \quad (95)$$

, där b_{fund} är fundamentets bredd, h_{fund} är fundamentets höjd, samt l_{torn} tornets längd.

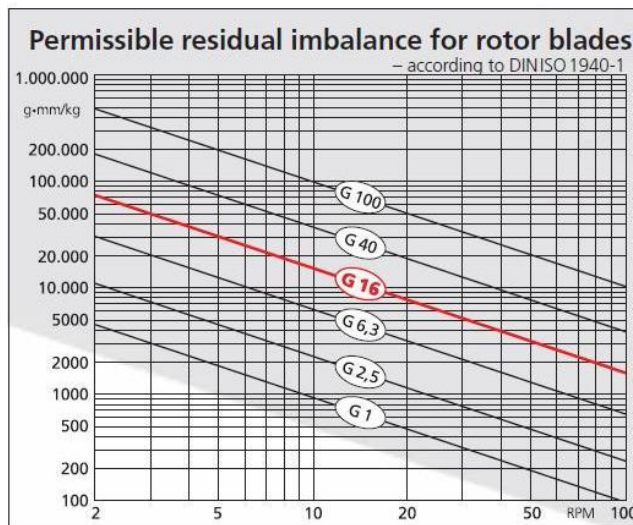
3.3 Simulering av krafter

I detta avsnitt motiveras de numeriska värden som de uppkomna krafterna simuleras med.

3.3.1 Massobalans

Eftersom massobalansen teoretiskt inte ska uppstå, måste det numeriska värdet föreskrivas utifrån tillåtna standarder. Det numeriska värde som föreskrivs för massobalansen har storheten $m_{im} = \frac{m_p l}{m_r}$, där m_p är den 'extra' punktmassan, l dess avstånd från navet och m_r är rotorns massa. Det behändiga med detta sätt att föreskriva obalansen som ovan, är att så länge produkten $m_p l$ understiger standardens gränsvärde per massehnet rotor, är deras inbördes relation irrelevant. Ekvationen för centrifugalkraften $F_c = \omega \Omega^2 m r$ kan då skrivas om till

$$F_c = \Omega^2 m_{im} m_r \quad (97)$$



Figur 24: Standard för tillåtna massobalans. Reproducerad från [Pruffteknik]

Standarderna relaterar dessutom storleken på obalansen till rotorernas varvtal, så att rotorerna med höga varvtal tolererar mindre obalanser, varvid den resulterande kraften per kg roterande rotor är densamma oavsett rotorfrekvens. DIN ISO 1940-1 är en standard som föreskriver toleranser för massobalanser. Ett vindkraftverk ska enligt [20] ha toleransnivåer som klarar G16 enligt figur ovan. För G16 är den resulterande kraften per massenhet rotor 0,45 N. Ampair 6000 har ett maximalt varvtal om 250 rpm, varför massobalansen föreskrivs i förhållande till detta varvtal. $m_{im}m_r$ blir då 0,026 (kg · m).

Om endast den stationära lösningen av massobalansen skulle modelleras det vara irrelevant vid vilken azimut som den ”extra” punktmassan befinner sig. Ska massobalansen däremot kombineras med aerodynamisk obalans blir däremot punktmassans position relevant, eftersom båda obalanser verkar samtidigt på rotorn. Eftersom felen inte är korrelerade (den extra punktmassa kan ju vara lokaliserade mellan två rotorblad som i figur 12 medan den tredje rotorbladet kan ha felaktig vridningsvinkel) går det inte att säga något om punktmassans position relativt den aerodynamiska obalansen. I denna uppsats hanteras detta problem helt enkelt genom att azimuten för punktmassans position slumpas fram på det uniformt distribuerade intervallet $[0^\circ - 359^\circ]$.

3.3.2 Vinklingsfel av rotorblad

Den aerodynamiska obalansen modelleras genom att ett fel föreskrivs på varje rotorblads vridningsvinkel. Precis som för massobalansen är detta ett slumpmässigt fel. Enligt [24] har de flesta tillverkare toleransnivåer kring $0,3^\circ - 0,5^\circ$ på varje rotorblad. För det stationära fallet med uniform och stabil vind är rotorbladens position irrelevanta för de aerodynamiska krafterna som verkar på dem. Däremot är rotorernas position relevanta för att beräkna krafterna som verkar på tornet. De aerodynamiska krafterna beräknas med BEM-modellen, varefter de projiceras på de globala frihetsgraderna för varje azimut $0^\circ - 359^\circ$.

3.3.3 Torrdämpning och vindskjuvning

Den aerodynamiska obalansen som den ekvivalenta vinden ger upphov till kan modelleras genom att denna verkar på en rotor utan vinklingsfel. Eftersom vinden även i det stationära fallet är beroende av bladets azimut, måste de aerodynamiska krafterna beräknas i BEM-modellen för varje position av rotorbladet, och för varje azimut måste även krafterna projiceras på de globala axlarna.

3.4 Implementering av modeller

För vissa av de teoretiska modellerna beskrivna ovan krävs det att relativt långa funktioner skrivs i Matlab.

3.4.1 Implementering av BEM-metoden

I ett MatLab-skript har följande beräkningsgång implementerats:

- (1) Induktionsfaktorerna a och a' initieras med en första gissning, vilken är $a = a' = 0$.
- (2) Flödesvinkeln beräknas genom ekvation 14.
- (3) Infallsvinkeln beräknas genom $\alpha = \phi - \theta$

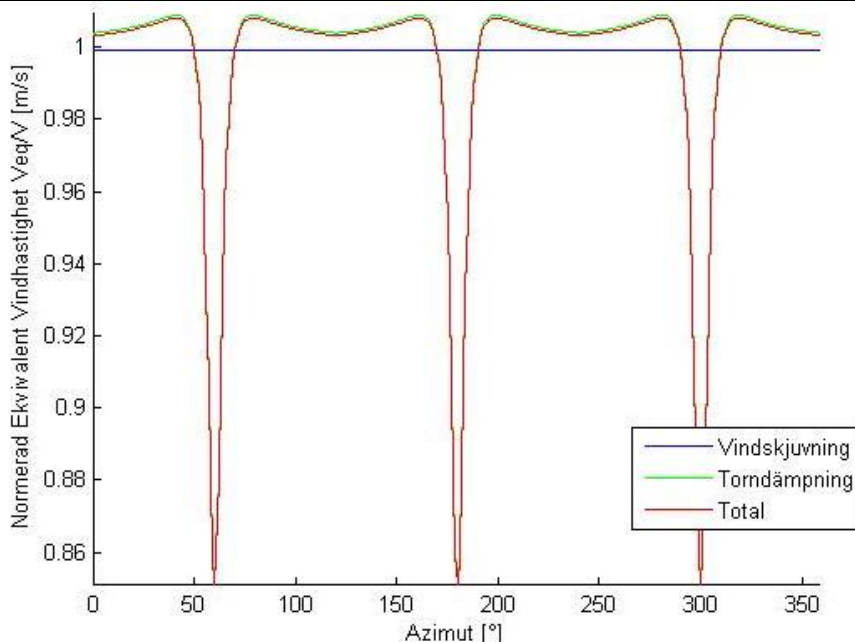
- (4) Kraftkoefficienterna beräknas genom ployomen:
- $$C_L = 10^{-4} \cdot x^3 - 0,0069 \cdot x^2 + 0,1435 \cdot x + 0,0484 \quad (96)$$
- $$C_D = 0,009 \cdot x^2 - 0,0092 \cdot x \quad (97)$$
- (5) Beräkna kraftkoefficienterna C_T och C_N genom ekvation 21 respektive 20.
- (6) Beräkna a och a' . För att göra modellen mer stabil införs ett villkor att $-0.5 < a < 0.5$ och $-0.5 < a' < 0.5$. Då de initiella gissningarna är för felaktiga kan nämligen induktionsfaktorerna gå mot -1 respektive 1 , vilket inte är rimligt. Överlag är negativa värden på induktionsfaktorerna inte rimliga, men detta kan modellen hantera.
- (7) Om differensen mellan antingen a_i och a_{i-1} eller a'_i och a'_{i-1} överstiger 10^{-4} , börjar iterationen om från steg två med a_i och a'_i . Understiger differensen det givna värdet går beräkningen vidare.
- (8) De lokala krafterna F_y och F_T kan beräknas genom ekvation 23 respektive 24.

De lokala krafterna som beräknas genom iterationen ovan definierade per längdenhet för varje element längs rotorbladen. I skriptet inkluderas således manipuleringen som omvandlar de utbredda lasterna till en punktlast med tillhörande hävarm enligt ekvation 3 och 4.

3.4.2 Ekvivalent vind-modell

För beräkningsmodellen skrivs ett Matlab-skript vilket, utifrån modellen i avsnitt 2.4.2, beräknar vindhastigheten som ett rotorblad upplever för varje azimut 0° - 359° . För att kunna beräkna de aerodynamiska obalanser som uppstår i rotern, måste vindhastigheten för varje enskilt rotorblad vara känt. Utdatan från skriptet är således tre tidsserier, där varje tidsserie är en den vindhastighet som gäller för hela rotorbladets längd vid varje given azimut. Uttrycket för torrdämningen ger inget numeriskt värde för $\theta = 180^\circ$, varför denna azimut i modellen ersätts med $\theta = (180 + 0,001)^\circ$.

Kombineras den vind som de tre rotorbladen utsätts för, erhålls den vindhastighet som hela rotern upplever under ett varv. Denna vind, normerad mot U_∞ , visas nedan.



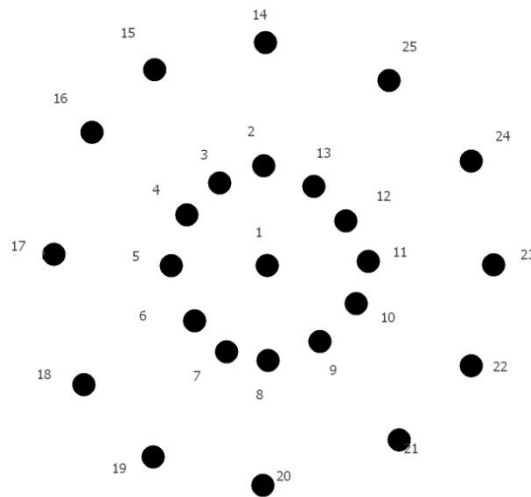
Figur 25: Tidsserie som beskriver den ekvivalenta vinden.

Modellen ger relativt kraftiga momentana minskningar i vindhastigheten. Detta beror framförallt på att rotorn för denna modell av litet kraftverk har rotorn placerat nära tornet. Vidare är det i modellen antaget att rotorn har samma avstånd till tornet längs bladets hela längd. Om så inte är fallet, borde ett medelvärde för avståndet till tornets ha använts. Troligt är således att vindhastighetsminskningen i denna modell är något förstorad.

3.4.3 Implementering av Sandia-metoden

I det periodiska fallet beräknades de aerodynamiska krafterna vid alla azimuter i rotorbladets plan. Vidare delades varje rotorblad in i 15 element (varav det första inte antogs ha något aerodynamisk verkan). Idealt vore då att simulera vinden i alla $360 \cdot 15$ punkter. Detta kräver emellertid alltför stor minneskapacitet. Tyvärr visade sig också Sandia-metoden inte vara optimal för små vindkraftverk. Om \mathbf{S} bara innehåller reella termer, måste också \mathbf{H} också innehålla reella termer. Emellertid innebär det att indatan måste vara anpassad så att detta gäller. Vid låg turbulensintensiteten eller hög korrelation mellan punkterna gör omskrivningen

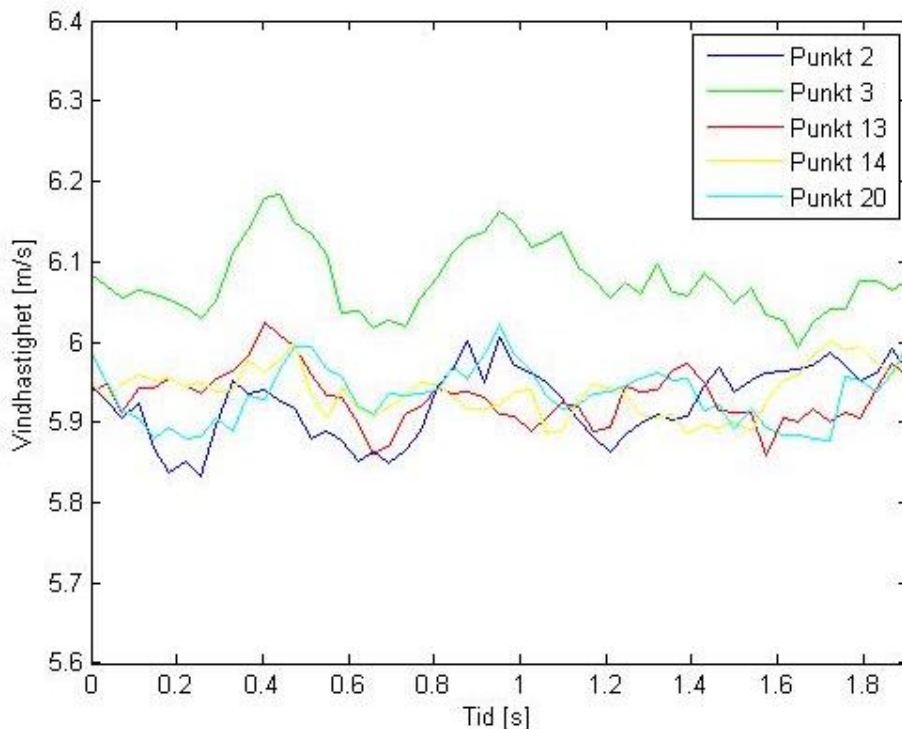
$$H_{kk} = \left(S_{kk} - \sum_l^{k-1} H_{kl}^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$
 att elementen i \mathbf{H} även kan komma att innehålla komplexa delar. Lösningen blir då att simulera vinden för färre punkter med större avstånd dem emellan så att korrelationen minskar. Det hade även varit att föredra att PSD -funktionen, vilken bestämmer mängden slumpmässig variation, hade kunnat väljas efter indatan i avsnitt 2.4.1. Indatan till modellen beskriver därför en något mindre höjd ovan neutrallagret, än vad som skulle kunna tänkas för ett 10 m högt torn placerat på en relativ hög byggnad. De punkter i rotorns plan där vinden simuleras visas i figur 26. Avståndet från navet (punkt 1) till övriga punkter är 1,5 respektive 2,6 m.



Figur 26: Punkter i vilka vinden simuleras.

Antalet punkter i tvärsnittet är relativt litet. I [1] används 144 punkter, å andra sidan är tvärsnittet som ska täckas av punkterna i det fallet mycket större.

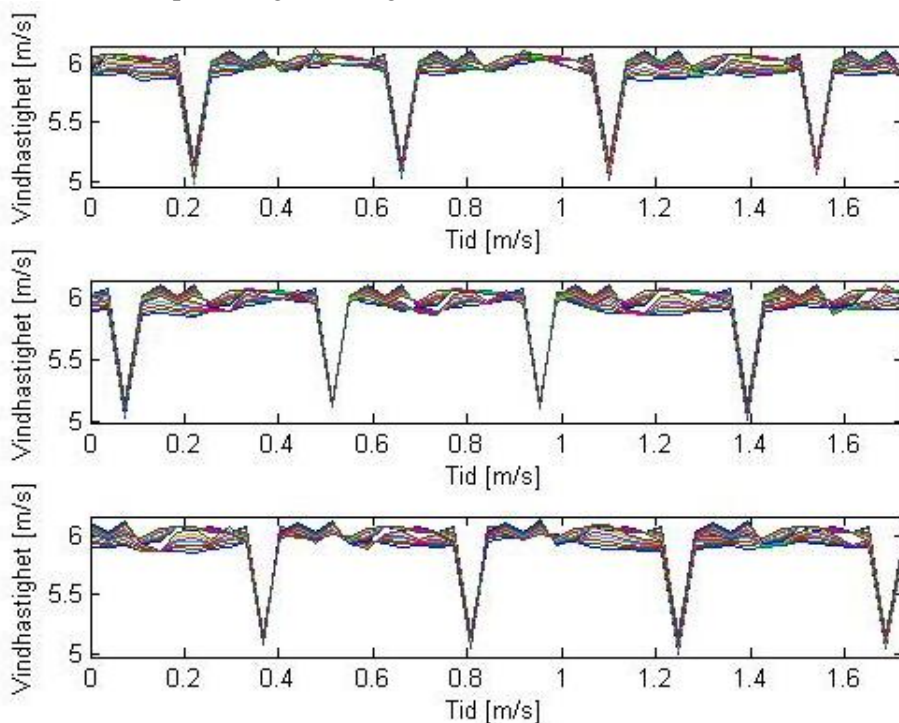
I figur 27 nedan, visas simulerad vindhastighet i punkterna 2, 3, 13, 14, samt 20. Det framgår att tidserien i de olika punkterna är korrelerad, men att slumpmässiga skillnader i vindhastighet också föreligger.



Figur 27: Genererad tidserie över vindhastigheterna i valda punkter.

För att få vindsimuleringen anpassad till BEM-modellen interpoleras värden längs rotorbladens längd. Interpolationen är linjär med konsekvensen att viss mängd varians förloras. Emellertid är det svårt att betrakta det som ett problem; anledning till att interpolation behövs i första taget är att punkterna har så pass överensstämmande vindhastigheter att modellen inte kan hantera detta.

Metoden genererar en hel del data som inte används; då vindhastigheter simuleras för alla N punkter i varje tidsinstans men ett givet rotorblad befinner sig endast i punkt i varje tidsinstans. I metoden har detta tagits hänsyn till. Nedan visas de flukturerande vindhastigheterna för var och en av bladsegmenten längs varje rotorblad. De markant minskade vindhastigheterna är minskning orsakad av torrdämning. Torrdämning har åstadkommit genom att multiplicera den slumpmässiga vindhastigheten vid den tidpunkt då rotorbladet passerar azimut 180° , med den normerade vindhastigheten från modellen för den ekvivalenta vinden. Det är tydligt att för små rotoror med litet avstånd mellan torn och rotor, är de slumpmässiga variationerna av underordnad betydelse för att skapa kraftiga och högfrekventa vibrationer.



Figur 28: Tidsserie över vindhastigheterna som verkar på vart och ett av de tre rotorbladens 15 sektioner.

Förutom att få punkter längs varje radie ger en viss förlust av variationer i vindhastighet, för det också med sig att det är väldigt få tidsinstanser som ett rotorblad inte befinner sig precis framför tornet. Har modellen N_p punkter längs varje radie, befinner sig ett av rotorbladen framför tornet $\frac{B}{N_p}$ av tidsinstansterna. I modellen innebär det att var fjärde tidsinstans upplever rotorn den kraftigt sänkta vindhastigheten på grund av torrdämningen.

Slutligen uppgår tidsintervallet mellan de diskretiserade tidsinstanserna till $\Delta t = (N_p \Omega)^{-1}$.

4 Resultat och diskussion

Resultaten av det numeriska beräkningsexemplet presenteras och diskuteras nedan.

4.1 Kraftgenerering

I uppsatsen har stor vikt lagts på att generera de krafter och moment som verkar i tornets topp, och därför presenteras resultaten relativt utförligt.

4.1.1 Resultatens överensstämmelse

Det är självfallet relevant att ställa frågan hur väl BEM-modellen lyckas simulera de aerodynamiska krafterna. Den longitudinella kraften F_y , uppkommer endast på av de aerodynamiska krafterna. Krafterna simuleras för ett stationärt och uniformt flöde, och under förutsättningar att rotor är perfekt. Resultaten jämförs med den kraft tillverkaren [2] uppger verkar i torntopp. Jämförelsen visas i tabell 2 nedan.

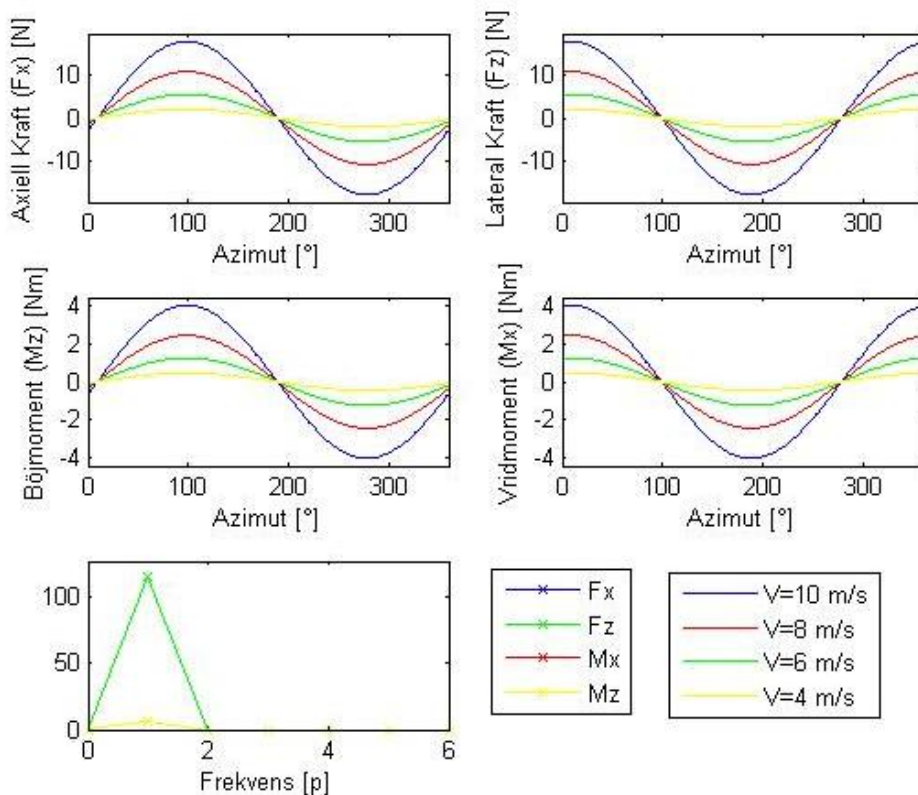
Vindhastighet [m/s]	F_y [kN] enligt BEM	F_y [kN] enligt [25]
4	0.15	0,20
6	0,40	0,46
8	0,75	0,82
10	1.21	1.28

Tabell 2: Jämförelse av beräknade och från tillverkare givna värden på F_y .

Det framgår i tabellen att BEM-modellen underskattar krafterna med 50-70 N, oavsett vindhastighet i jämförelse med vad tillverkare anger. Någon typ av systematiskt fel i modellen föreligger alltså, men resultaten kan ändå betraktas som goda uppskattningar av de aerodynamiska krafterna, speciellt vid högre vindhastigheter.

4.1.2 Massobalans

I figur 29 nedan har krafter och moment som verkar på tornet och uppkommer på grund av massobalansen simulerats för ett rotorvarv. Uppkomna krafter och moment är relativt små, och starkt kopplade till vindhastigheten. Kraftspektrat visar tydligt att strukturen exciteras i 1p-frekvensen.

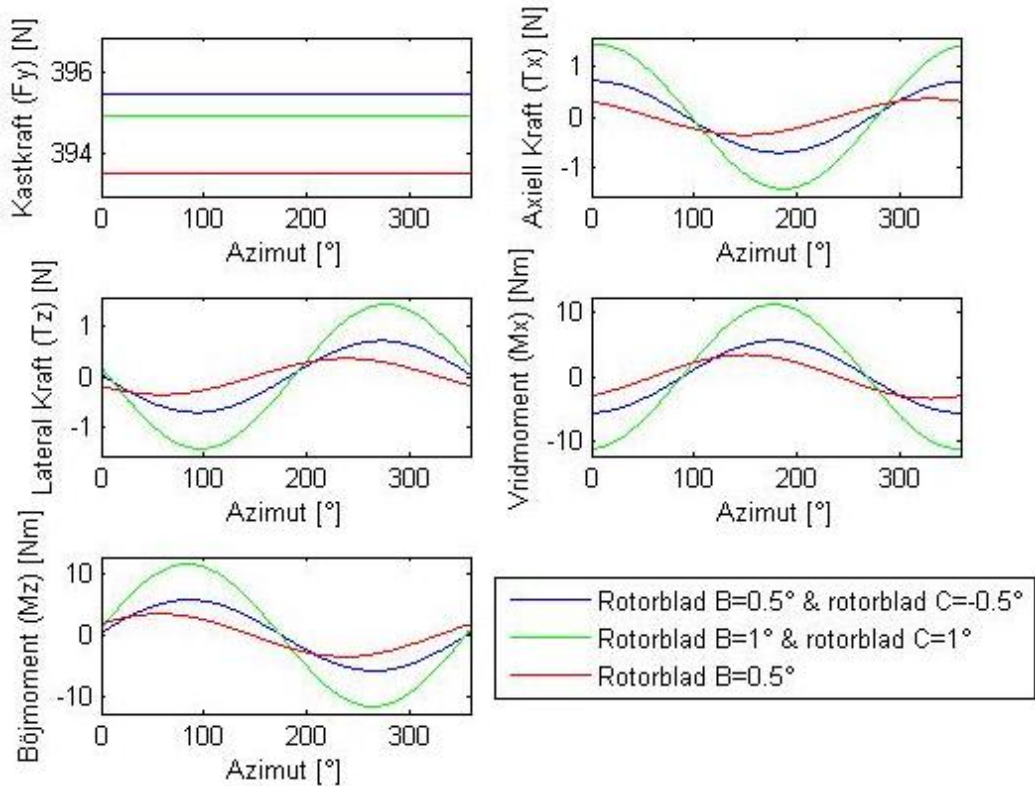


Figur 29: Krafter på grund av massobalansen.

4.1.3 Vinklingsfel av rotorblad

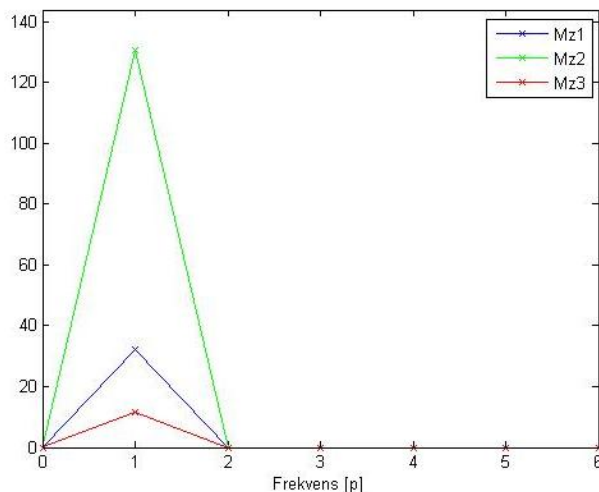
I figuren nedan visas de simulerade krafterna och momenten på grund av rotorbladens felvinkling. Rotorbladen är benämnda så som de är benämnda i figur 13.

Som figuren visar kommer olika snedställningar ge upphov till olika lastfall som verkar på tornet. Inte bara amplituderna kommer att skilja sig åt, utan även en fasförskjutning föreligger. I figuren är de aerodynamiska krafterna uträknade vid vindhastigheten 6 m/s.



Figur 30: Krafter och moment på grund av felaktigt vinklade rotorblad. Gäller för 6 m/s.

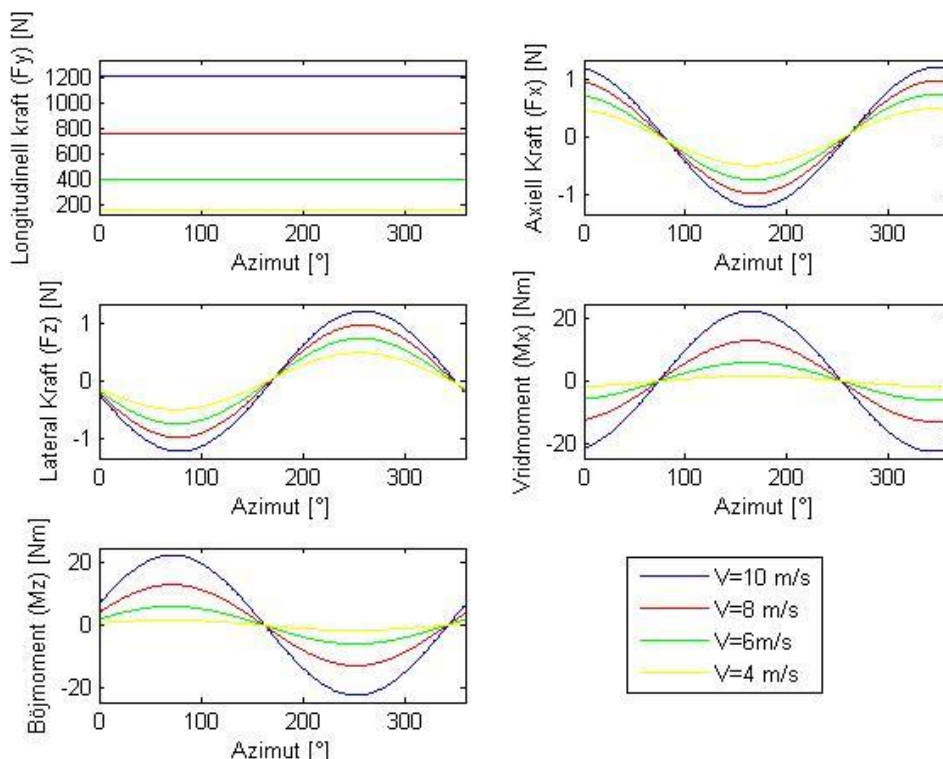
Frekvensen är emellertid den samma, vilket visas i figuren nedan. Kraftspektrat för uppkomna böjmoment visar att vridningsfelen av rotorn uppstår i 1p-frekvensen.



Figur 31: Kraftspektra för den aerodynamiska obalansen.

Storleken på de aerodynamiska obalanserna är emellertid starkt kopplade till vindhastigheten. Nedan visas uppkomna obalanser om ett vinklingsfel om $\varphi_A = -0.25^\circ$, $\varphi_B = 0.5^\circ$, samt $\varphi_C = -0.5^\circ$ föreligger, för vindhastigheterna 10 m/s,

8 m/s och 6 m/s. Olika vindhastigheter ger inte upphov till fasförskjutning av kraften.

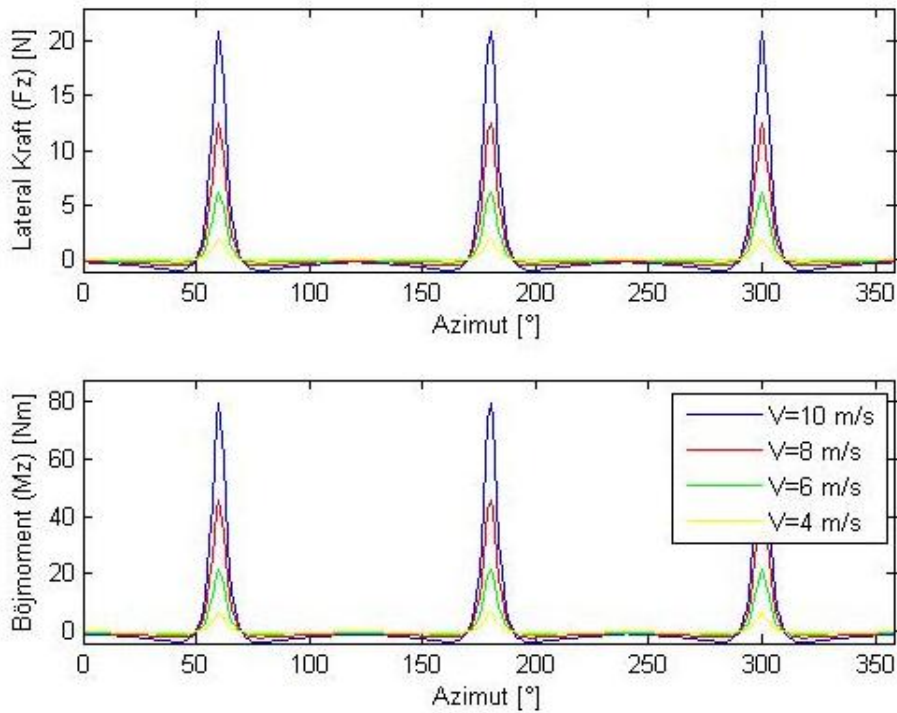


Figur 32: Krafter och moment på grund av felvinklade rotorblad, vid olika vindhastigheter.

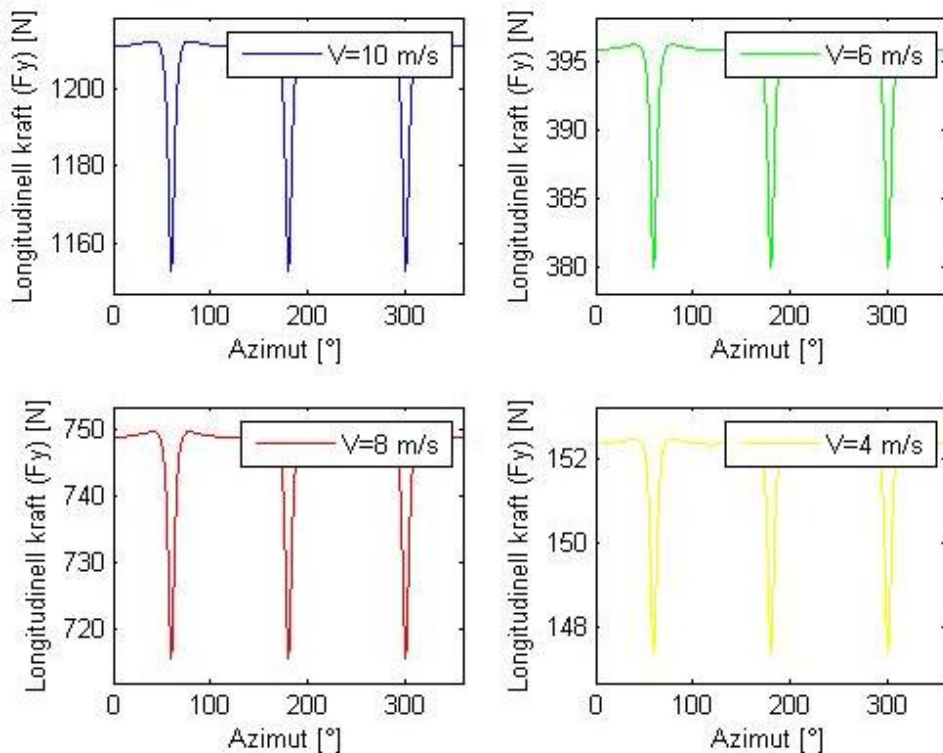
För den här uppsatsens syfte att utreda vibrationerna i tornets infästning, är de aerodynamiska obalanserna att betrakta som små. Det ska dock noteras att trots att rotorbladen har en liten radie, blir de resulterande böj- och vridmomenten relativt stora. För utmattningstillståndet hos själva kraftverket är sådana moment viktiga att beakta [24].

4.1.4 Torrdämning och vindskjuving

Obalanserna som uppkommer även för en perfekt rotor på grund av torrdämning visas i figuren nedan. Notera att figurerna visar krafterna och momenten som de verkar på hela rotorn, varför rotorn upplever tre stycken impulsartade minskningar i de aerodynamiska krafterna.



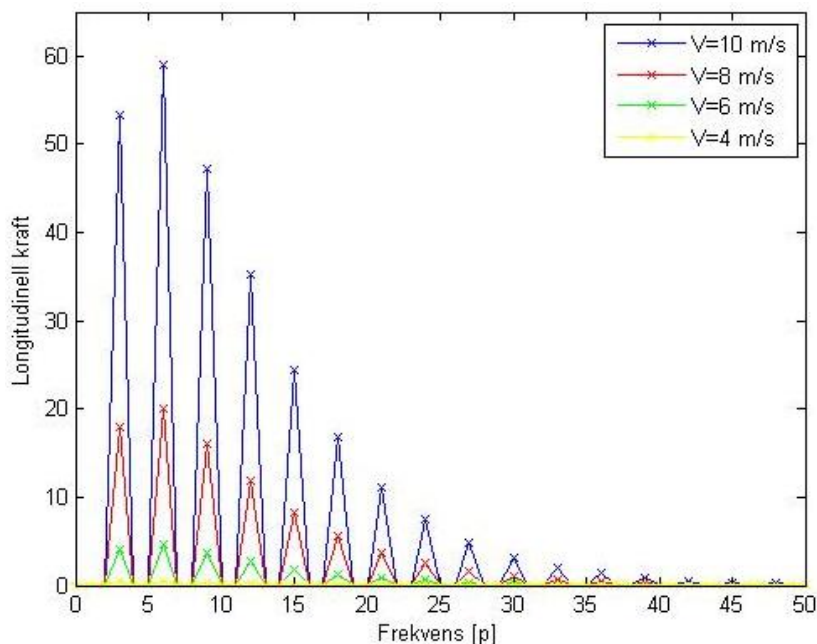
Figur 33: Böjmoment och lateral kraft uppkomna på grund av torrdämningen.



Figur 34: Longitudinell kraft på grund av torrdämning.

Även om den ekvivalenta vindmodellen skulle beskriva den momentana vindhastighetsminskningen på ett realistiskt sätt, är det tveksamt om de kvasi-stationära antagandena i BEM-modellen verkligen kan tänkas gälla vid de momenta ändringarna i vindhastighet. [21] menar att ett mer realistiskt scenario är att kraftminskningar är något förskjutet i tiden och något mindre till storleken, än vad BEM-modellen gör gällande.

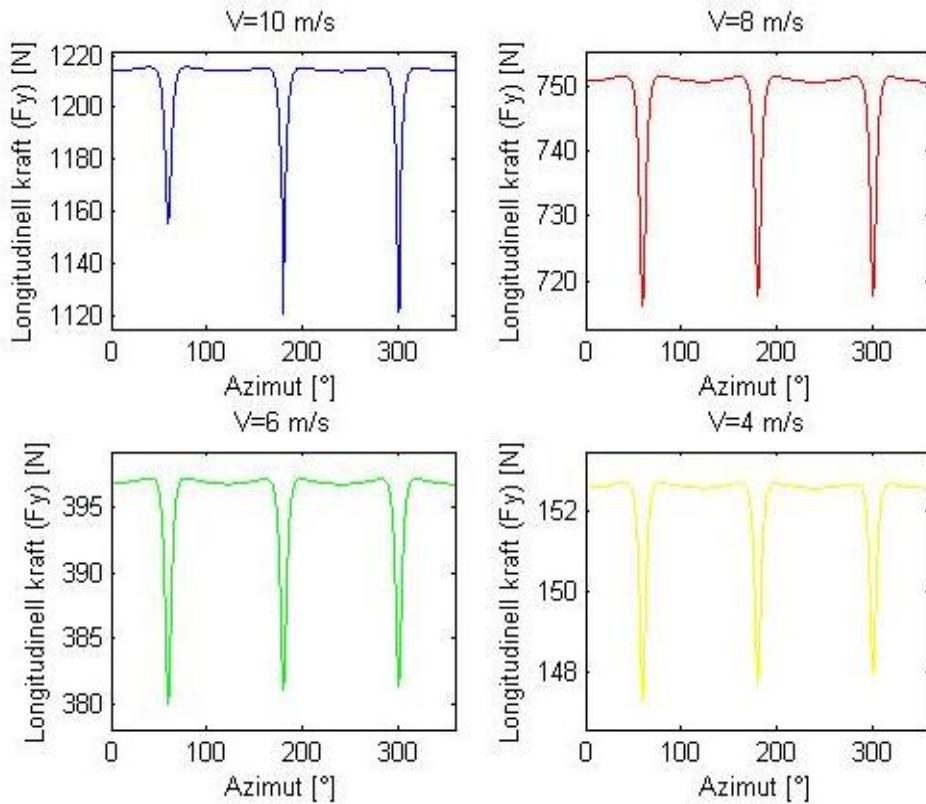
Även impulsers frekvensberoende går att uttrycka med hjälp av diskreta Fourier-transformationer och kraftspektran, vilket visas nedan i figur 35. Impulsen ger upphov till tydliga krafter i 3p-frekvensen och dess högre heltalsmultiplar. Se avsnitt 3.4.2 och stycket ovan för en diskussion om resultatens trovärdighet.



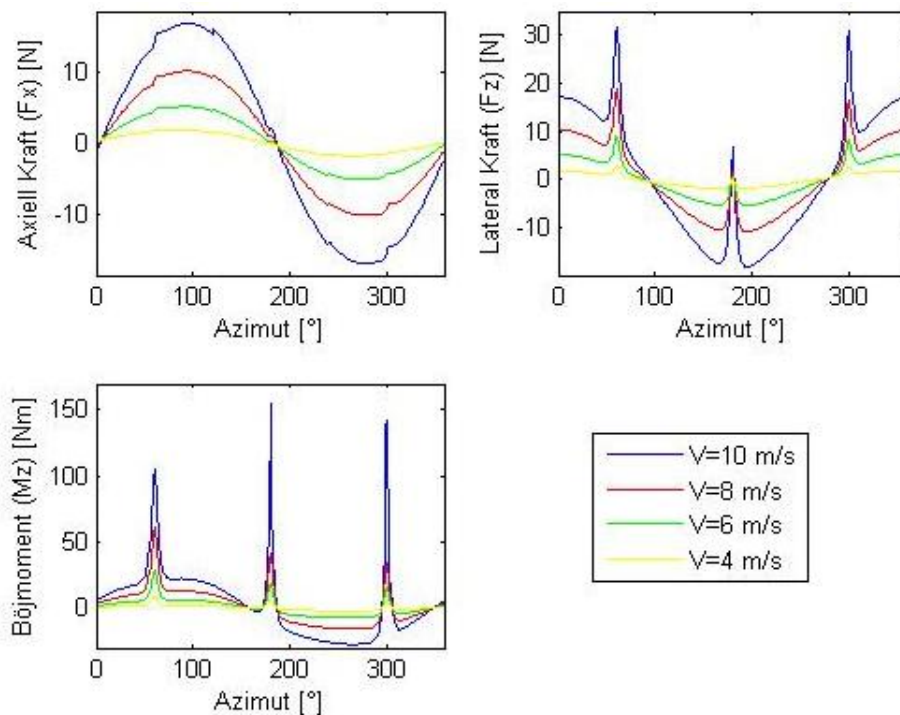
Figur 35: Kraftspektra för den longitudinella kraften på grund av torrdämning.

4.1.5 Total kraft

Den totala aerodynamiska obalansen erhålls genom att den ekvivalenta vind-modellen simuleras mot en rotor med ett givet fel. Superposition mellan krafterna från den aerodynamiska obalansen och massobalansen ger de totala krafterna. Rotorns antas ha följande imperfektioner; massobalans enligt G16, vinkligningsfel av rotorbladen enligt $\varphi_A = -0.25^\circ$, $\varphi_B = 0.5^\circ$, samt $\varphi_C = -0.5^\circ$. De totala krafterna och momenten blir då enligt figurer 36 och 37 nedan.



Figur 36: Total longitudinell kraft.

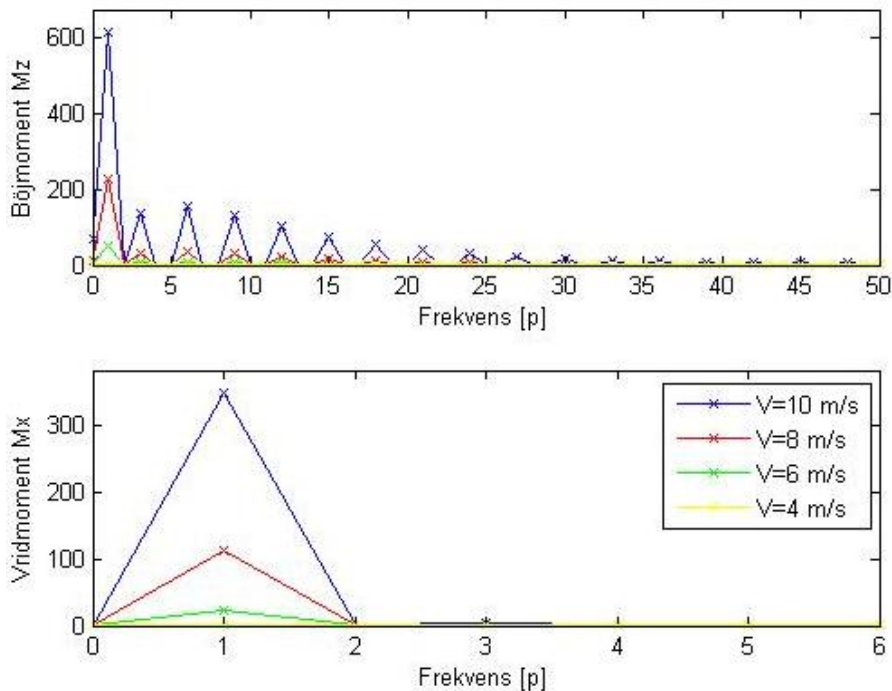


Figur 37: Totala krafter och moment.

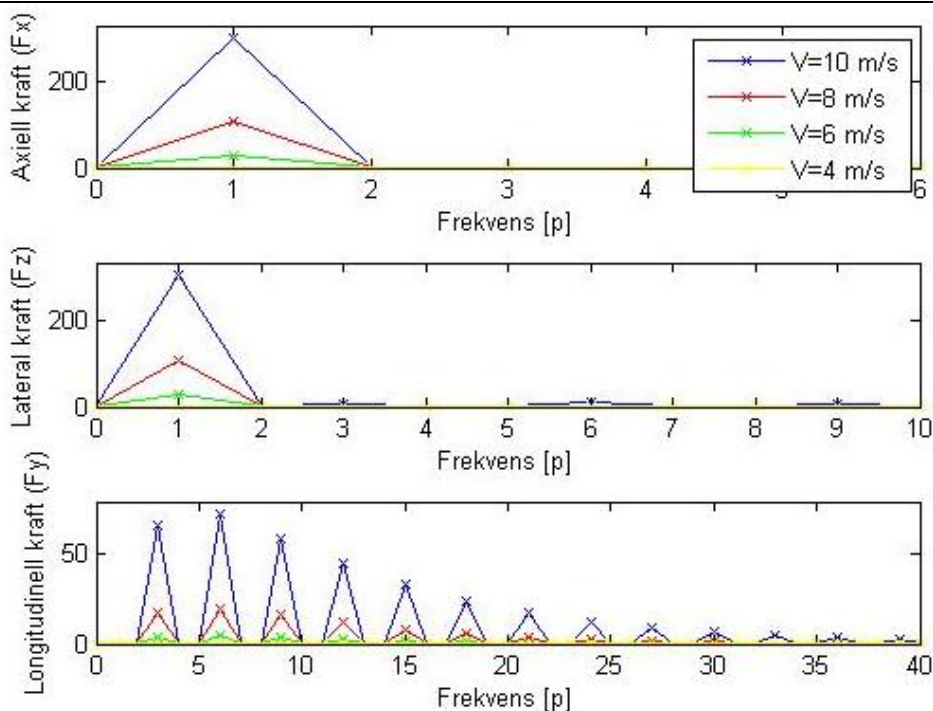
Strukturodynamisk simulering av ett byggnadsmonterat vindkraftverk

Vad gäller axiella och laterala krafter är massobalansen dominerande för den totala kraften. För de krafter och moment som uppkommer på grund av torndämning spelar vinklingsfelet av ett rotorblad relativt stor. Eftersom kraftverket vid 10 m/s opererar vid sin nominella vindhastighet är en stor del av de innersta rotorsegmenten utsatta för *stall*. Vinklingsfelet av rotorblad *B* (vilket passerar tornet vid azimut 60°) vrider rotorbladet mot vinden. Då bladet vrids in mot vinden minskar infallsvinkeln. Då vindhastigheten momentant minskar ökar risken för *stall*, vilket leder till minskad lyftkraft. Rotorblad har en mer gynnsam vinkel, vilket leder till att en mindre del av rotorbladet har ett separerat vindflöde kring sig. Detta tar sig i uttryck i en minskad kastkraftsminskning. (Eftersom kraftverket är tänkt att reglera kraftproduktionen med hjälp av *stall*-fenomenet är emellertid inte heller ett sådant vinklingsfel önskvärt).

Nedan redovisas kraftspektran för de uppkomna krafterna och momenten.



Figur 38: Momentens kraftspektra.


Figur 39: Kraftspektra för krafterna.

Eftersom rotorfrekvensen varierar mellan 70-250 rpm, kan de frekvensintervall inom vilka krafterna och momenten för givna riktningar verkar bestämmas. Med hjälp av ovanstående kraftspektran kan följande läsas ut:

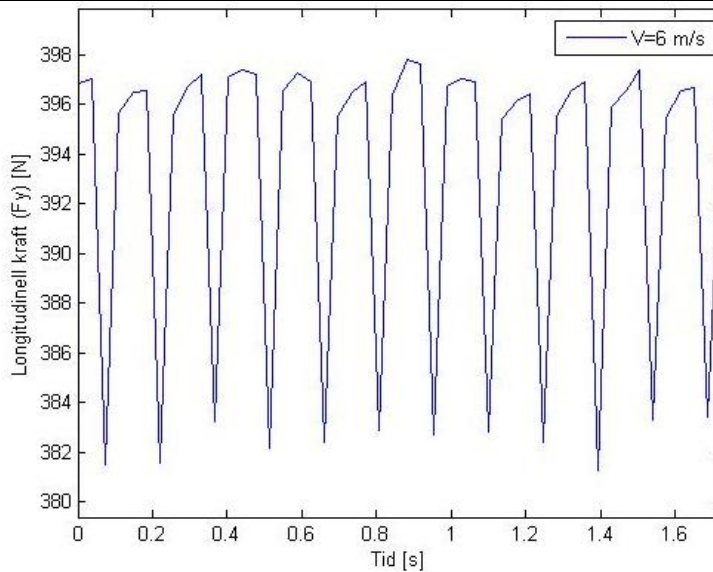
Kraft/Moment [N]/[Nm]	Frekvensintervall [Hz]
F_x	1,17 – 4,17
F_y	$N \cdot 3,5 - N \cdot 12,5$
F_z	1,17 – 4,17
M_x	1,17 – 4,17
M_z	1,17 – 4,17 , samt $N \cdot 3,5 - N \cdot 12,5$

Tabell 3: frekvensintervall för krafter och moment.

Det finns sålunda inga ”glapp” i de excitationer som förekommer, eftersom rotorfrekvenser varierar i ett så pass stort spann.

4.1.6 Kraft till följd slumpmässiga vindhastighetsförändringar

Som det diskuterats i avsnitt 3.4.3, så befinner något av rotorblad framför tornet var fjärde tidsinstans på grund av det lilla antalet punkter som kunde simuleras i modellen. I figur 40 nedan visas den longitudinella kraften vid en vindhastighet om 6 m/s och vinklingsfel av rotorbladen enligt ovan. Notera också att figuren visar kastkraften så som tornetoppen upplever den under fyra varv.



Figur 40: Longitudinell kraft på grund torndämning och turbulens.

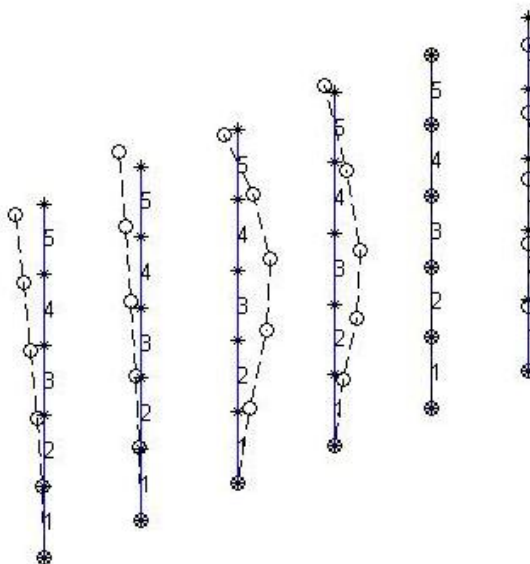
Av figuren framgår det ändå tydligt att medan den turbulenta vinden ger variationer i kastkrafter kring 1 N , ger torndämningen upphov till kraftvariationer i storleksordningen 12 – 14 N . Torndämningens påverkan på exciteringen av vibratationer överstiger således kraftigt den fluktuerande vindens påverkan.

4.2 Modalanalys

Nedan visas resultaten av modalanalysen, både för fast inspänt kraftverk och uppställt på flytande fundament.

4.2.1 Stumt infäst kraftverk

En modalanalys utförs på tornet där det modelleras som fast inspänt. I figur 41 nedan visas de sex första egenmoderna.



Figur 41: Eigenmoder för fast inspänt kraftverk.

Med hjälp av figuren kan följande tabell tas fram.

Eigenmod	Frekvens [Hz]
1:a lateral utböjning	7,57
1: longitudinell utböjning	7,61
2:a lateral utböjning	59,90
2:a longitudinell utböjning	60,75
1:a vridning	81,83
1:a axiell förskjutning	95,88

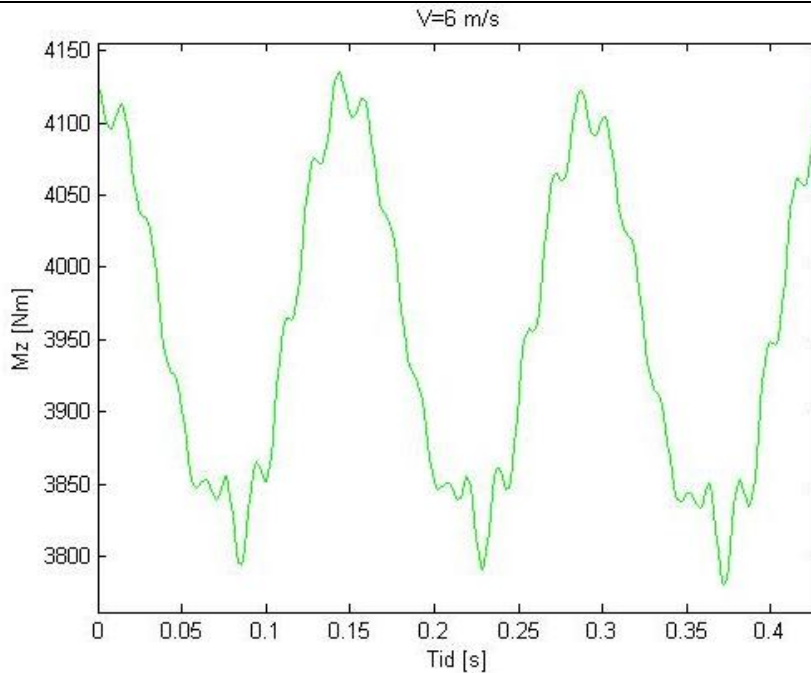
Tabell 4: Eigenmoder och egenfrekvenser för ett fast inspänt kraftverk.

Det går då att direkt se den första egenfrekvensen för den longitudinella utböjningen är i det intervall i vilken den longitudinella kraften och böjmomenten kring z-axeln verkar. Dessa excitationer har samma frekvens som egenfrekvensen vid en vindhastighet om 6,4 m/s.

Att en excitation träffar en egenfrekvens är en konsekvens av att rotern tillåts rotera inom ett så pass stort intervall. Antagligen är det tänkt att den ökade elproduktionen som en rotor med variabel frekvens, ska väga upp den extra kostnaden för den dyrare konstruktionen som måste klara större utmattningslast. För stora vindkraftverk är det vanligt att låta tornet ha en egenfrekvens som ligger väl under det varvtal med vilken kraftverket ska operera [15].

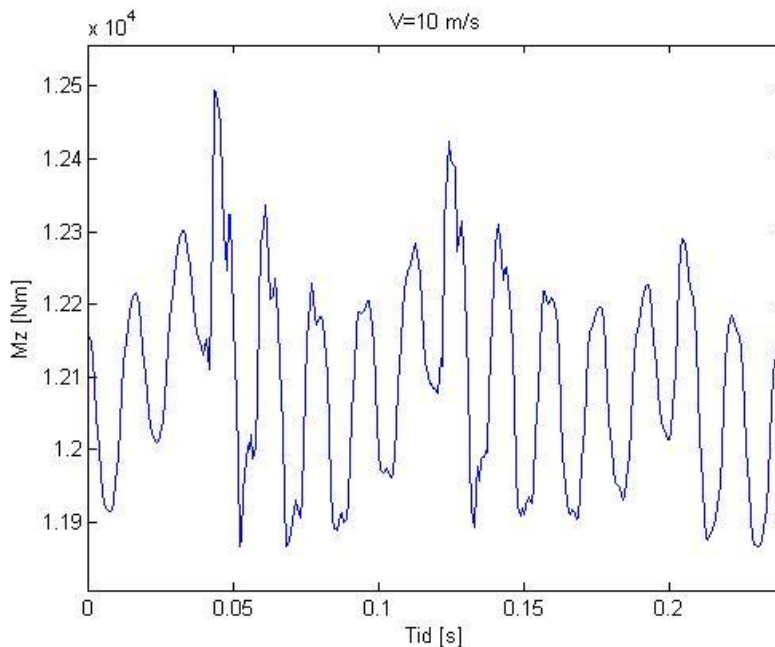
4.3 Stumt infäst kraftverk

Nedan visas de reaktionskrafter och reaktionsmoment som uppkommer i kraftverkets infästning. Som modalanalysen visar träffar frekvensen för böjmomentet kring z-axeln tornets egenfrekvens, vilket ger upphov till stora variationer av reaktionskrafterna.



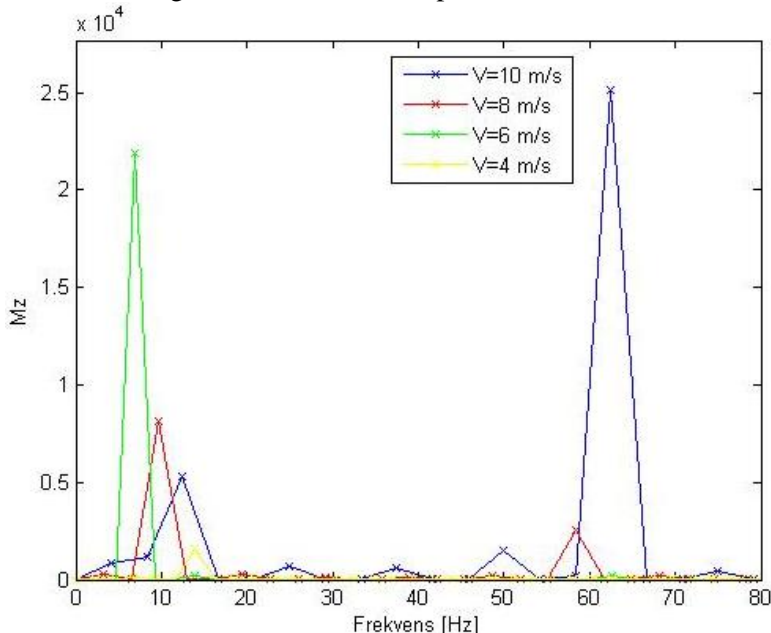
Figur 42: Böjmoment kring z-axeln vid vindhastighet 6 m/s.

Vad som inte direkt kunde utläsas av modalanalysen var att för en vindhastighet om 10 m/s exciterar de impulsliknande aerodynamiska oblandserna, som torrdämningen ger upphov till, tornets andra longitudinella utböjning. Detta visas i figur 43 och 44 nedan.



Figur 43: Böjmoment kring z-axeln vid vindhastigheten 10 m/s.

Då de aerodynamiska kraften vid 10 m/s är relativt stora, blir systemets respons också relativt kraftig, vilket tydligt framgår av kraftspektrat nedan. För lägre vindhastigheter reagerar systemet främst genom att exciteras i 3p-harmonin,

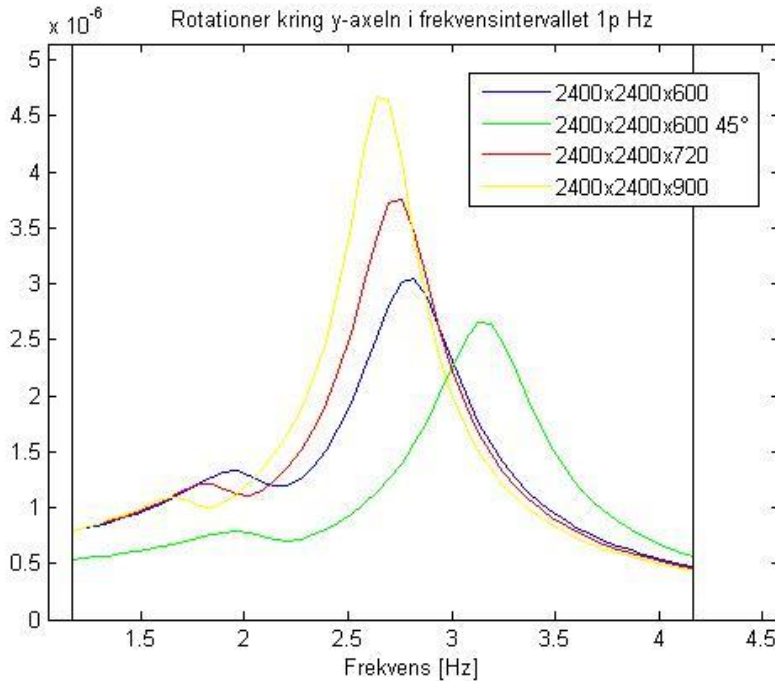


Figur 44: Kraftspektra för böjmomentet kring z-axeln vid olika vindhastigheter.

4.4 Frekvenssvav

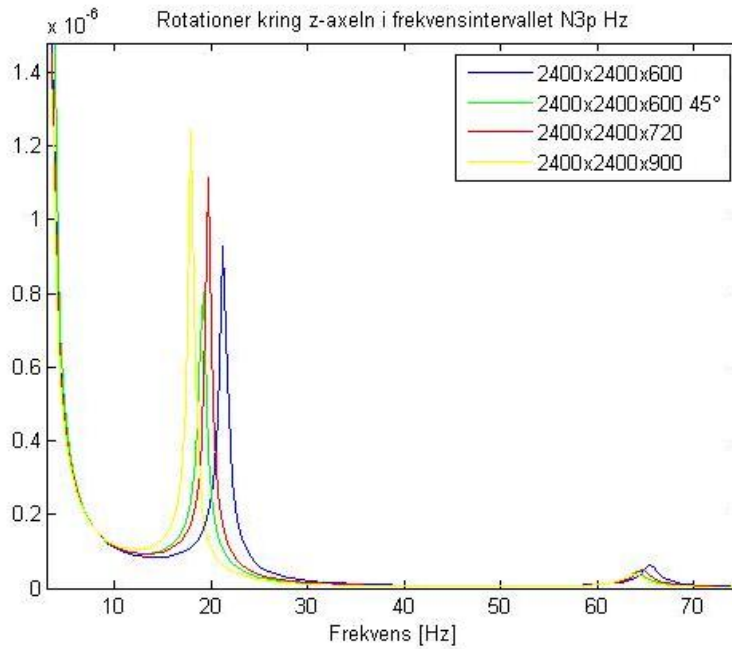
Bjälklaget anses vara styvare för translationer och vridningar i sitt plan. Böjmomenten och axiella krafter i kraftverken är sålunda vad som kan påverka bjälklaget mest. De axiella krafterna är däremot inte beroende av tornets stora längd (krafterna som verkar i torn topp är lika stora som krafterna som verkar i på fundamentet), varför en utredning av dessa krafter är av mindre intresse än de klart större böjmomenten. I figurerna nedan visas massa-fjäder-systemets frekvensberoende.

I figur 45 visas hur frekvensberoendet, för rotationerna kring y-axeln i fundamentet, ändras då fundamentets höjd ökas. Excitationerna som roterar fundamentet på detta sätt har frekvens $1p$, vilket i detta fall är 1,2-4,2 Hz. Notera att frekvensberoendet påverkas av vridningen av kraftverket gentemot fundamentet. Alla fundamenthöjder leder till dynamiska vars responstoppar ligger inom excitationernas frekvensintervall.



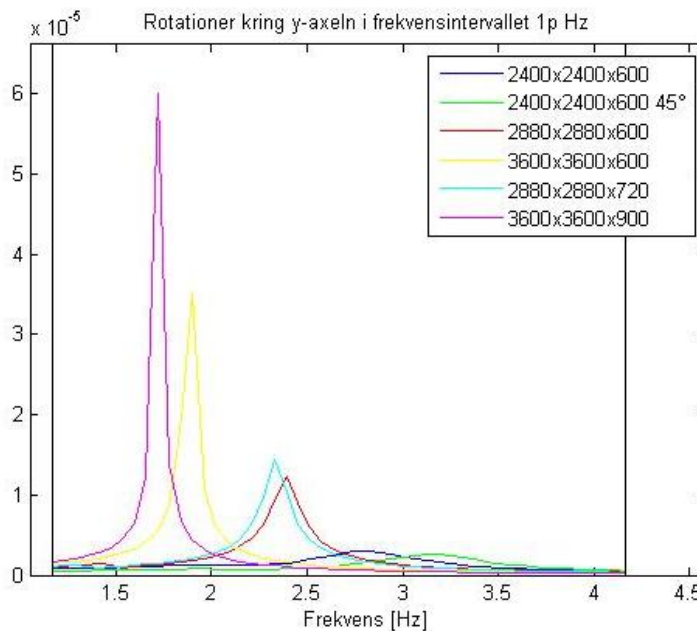
Figur 45: Frekvensberoendet (för rotationer kring y-axeln i fundamentet) påverkan av fundamenthöjden

I figur 46 visas hur frekvensberoendet, för rotationerna kring i z-axeln i fundamentet, ändras då fundamentets höjd ökas. Excitationerna som roterar fundamentet på detta sätt har frekvensen $N3p$, vilket i detta fall är innebär att den lägsta excitationfrekvensen är 3,5 Hz. Notera att frekvensberoendet påverkas av vridningen av kraftverket gentemot fundamentet. Alla fundamenthöjder leder till systemet som har en första egenmod för rotationer kring z-axeln, vilken ligger under den lägsta excitationfrekvensen. Emellertid har alla dynamiska system också en excitationstopp kring 20 Hz, en frekvens som kommer att exciteras av olika vindhastigheters högre heltalsmultiplar av $3p$ -frekvensen.

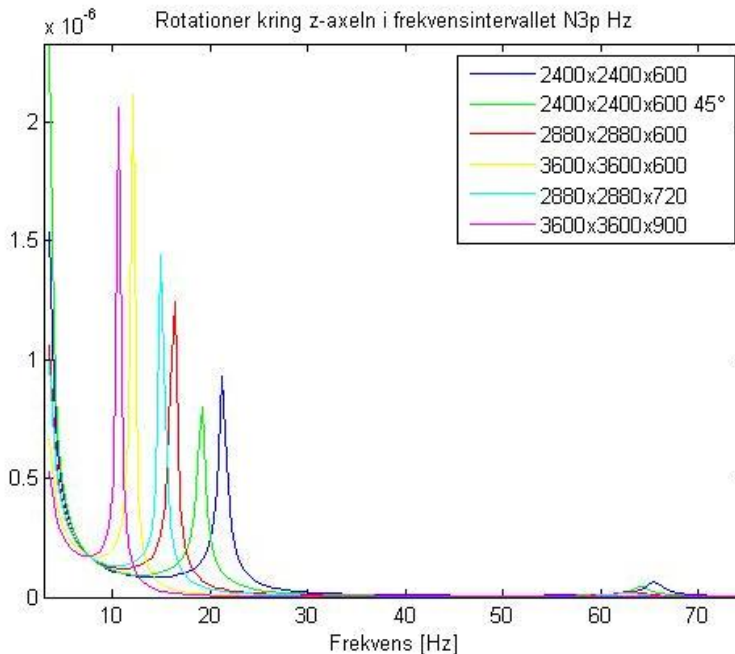


Figur 46: Frekvensberoendet (för rotationer kring z-axeln i fundamentet) påverkan av fundamenthöjden

Om bredden på fundamentet, eller både bredd och höjd på fundamentet, varierar blir resultaten som visas i figurerna nedan.



Figur 47: Frekvensberoendet (för rotationer kring y-axeln i fundamentet) påverkan av fundamentets dimensioner



Figur 48: Frekvensberoendet (för rotationer kring z-axeln i fundamentet) påverkan av fundamentets dimensioner

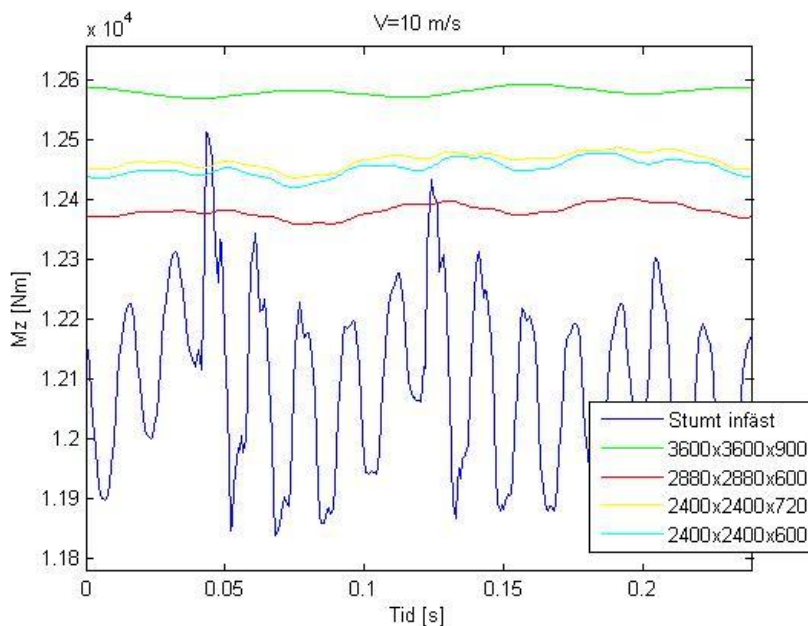
Resultaten av frekvensvepen som visas ovan är i viss mån vilseledande, då dessa beräkningar inte tar hänsyn till att krafterna som verkar i torntopp blir högre vid högre frekvenser (inte på grund av de högre frekvenserna, utan på grund av högre vindhastigheter ger både högre frekvenser och större krafter). Visserligen verkar det som om fundamentet med dimensionen 2400x2400x600 mm är relativt väl dimensionerat för rotationer kring y-axeln, men då bortses det ifrån att de laterala krafter som exciterar systemet vid denna frekvens är större än krafterna som verkar vid frekvensen 1,7 Hz. Vidare är det tydligt att ett flytande fundament oavsett dimension, på ett bra sätt kan eliminera de relativt höga excitationerna kring 60 Hz.

4.5 Kraftverk infäst i flytande fundament

Resultaten i avsnitt 4.3 och 4.4 föranleder att den dynamiska responsen för hur ett par olika dynamiska system beter sig vid ett par olika vindhastigheter. De dimensioner på fundament som utreds är 2400x2400x600, 2400x2400x720, 2880x2880x600, samt 3600x3600x900 mm.

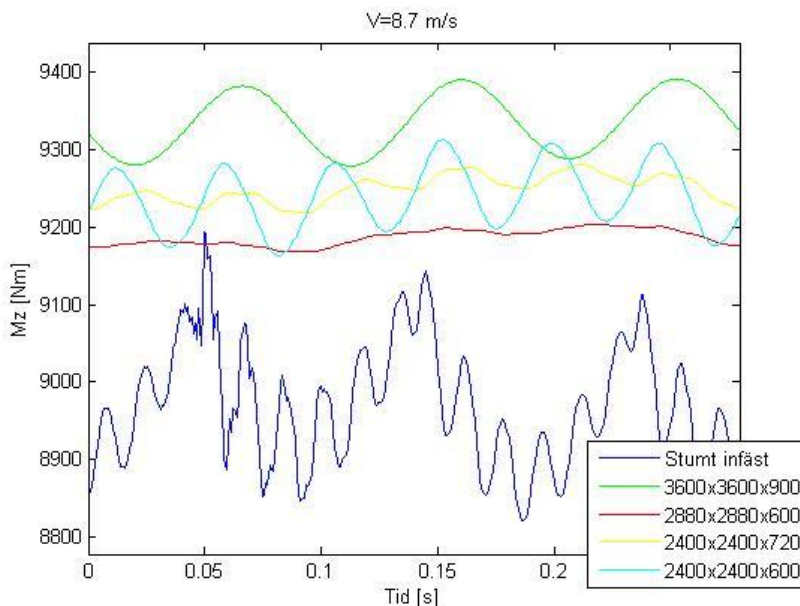
4.5.1 Böjmoment kring z-axeln

De stumt infästa kraftverket exciterades kraftigt i sin andra egenmod för longitudinell utböjning vid vindhastigheten 10 m/s, varför det är intressant att utreda hur flytande fundament kan isolera dessa vibrationer. Figur 49 visar att isoleringen för dessa relativt högfrekventa vibrationer är god, vilket också beräkningar med frekvensvepet tydde på.

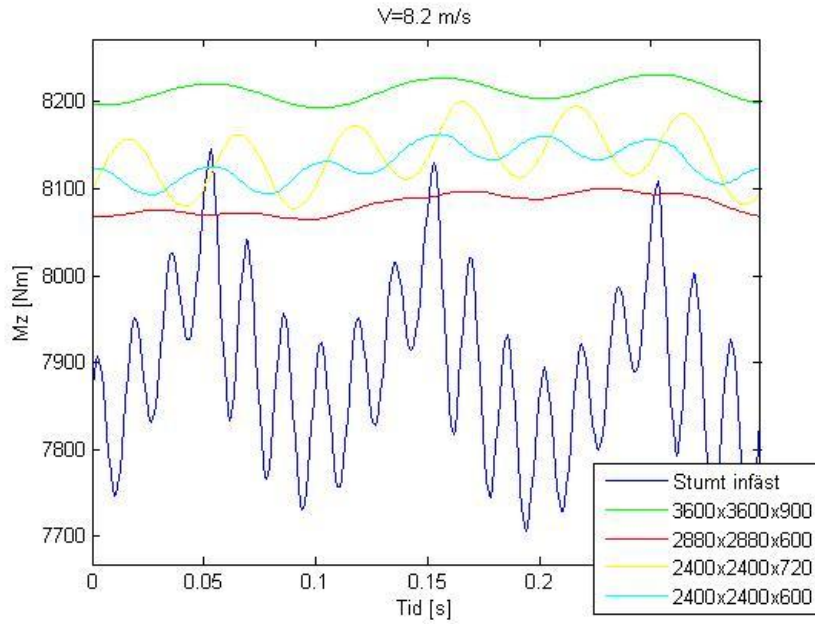


Figur 49: Böjmoment kring z-axeln i fundamentet vid vindhastigheten 10 m/s

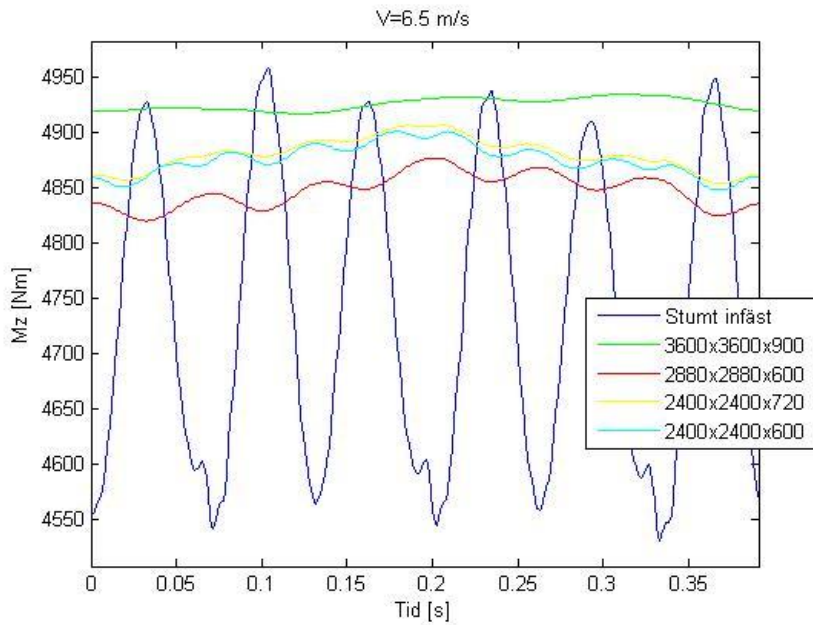
Resultaten i figur 46 och 48 tyder på fundamentens olika responser vid vindhastigheter om 8,7 m/s, 8,2 m/s, 6,5 m/s, samt 3,5 m/s är intressanta analysera närmare. Dels så exciteras någon av fundamenten i en egenmod, och dels så är det intressant att se hur ett fundament reagerar vid vindhastigheter som inte träffar systemets egenfrekvens.



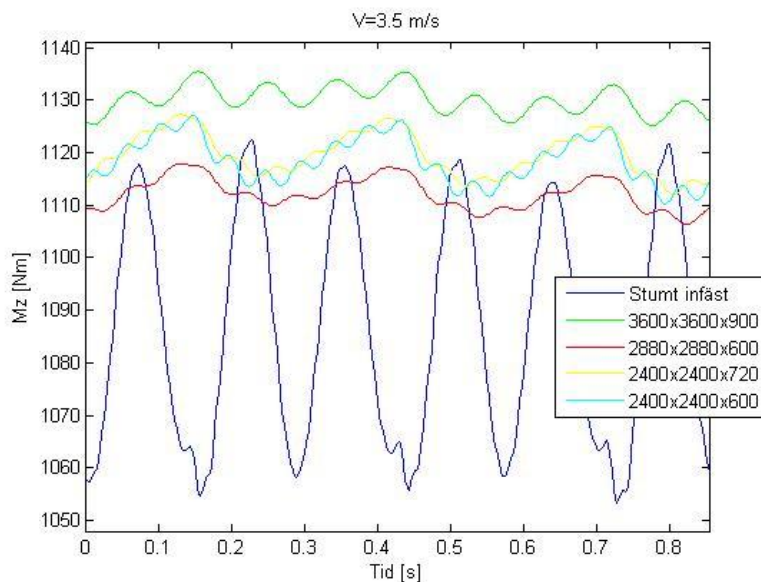
Figur 50: Böjmoment kring z-axeln i fundamentet vid vindhastigheten 8,7 m/s



Figur 51: Böjmoment kring z-axeln i fundamentet vid vindhastigheten 8,2 m/s



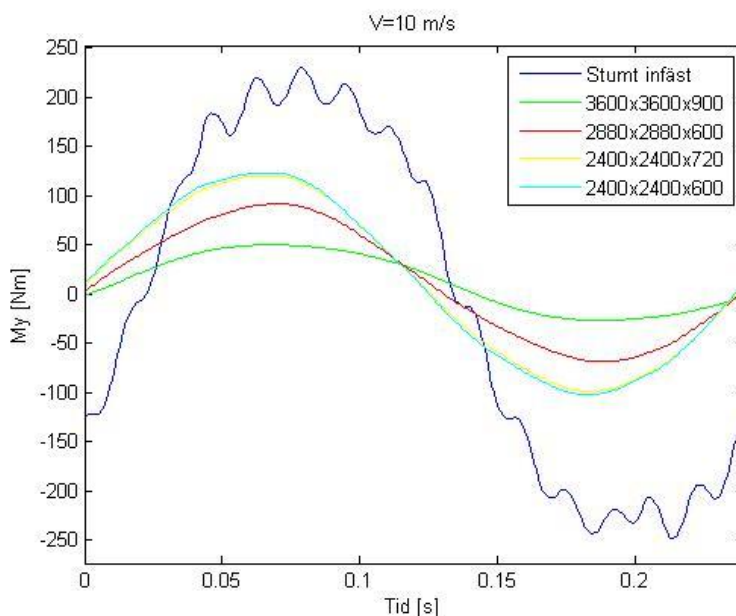
Figur 52: Böjmoment kring z-axeln i fundamentet vid vindhastigheten 6,5 m/s



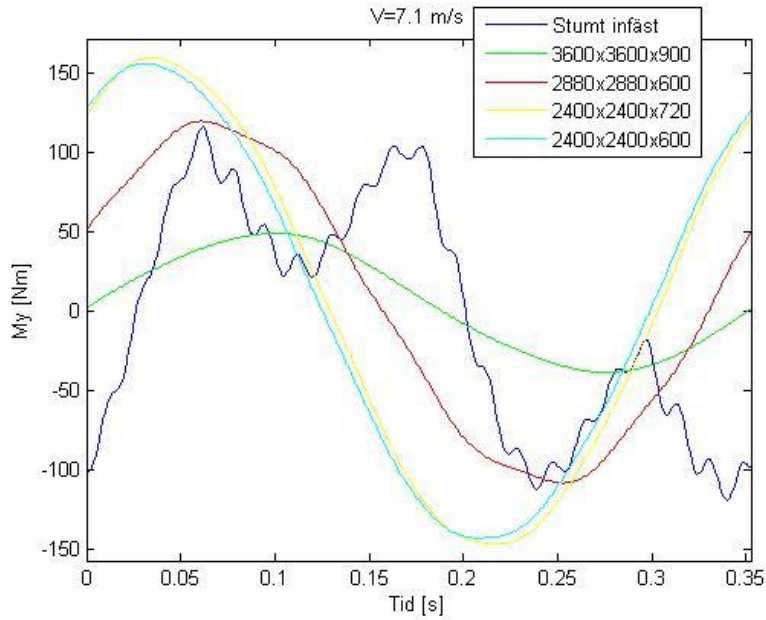
Figur 53: Böjmoment kring z-axeln i fundamentet vid vindhastigheten 3,5 m/s

4.5.2 Böjmoment kring y-axel

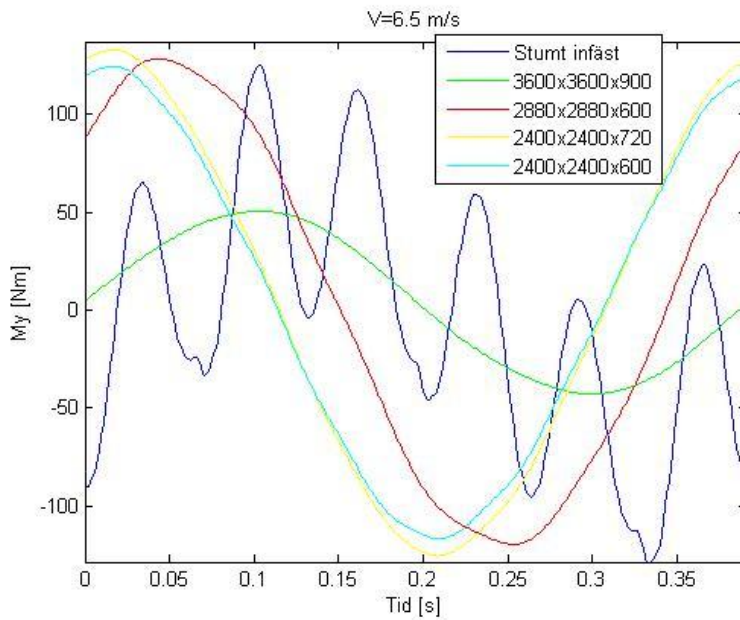
För att studera böjmomenten kring den andra axeln i fundamentets plan ,y-axeln, är det lämpligare att titta på strukturens respons vid ett par andra vindhastigheter än i föregående avsnitt. Dessa vindhastigheter är 10 m/s, 7,1 m/s, 6,5 m/s, samt 4,7 m/s.



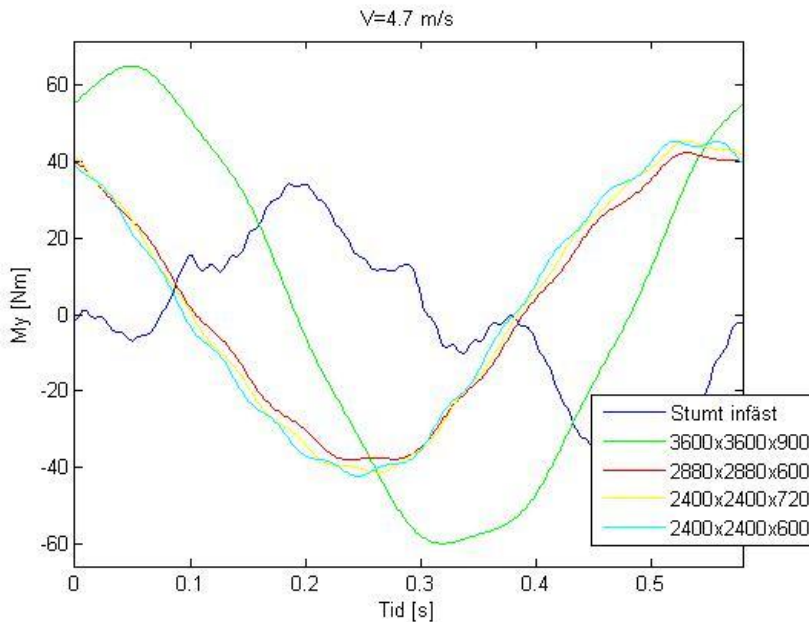
Figur 54: Böjmoment kring y-axeln i fundamentet vid vindhastigheten 10 m/s



Figur 55: Böjmoment kring y-axeln i fundamentet vid vindhastigheten 7,1 m/s



Figur 56: Böjmoment kring y-axeln i fundamentet vid vindhastigheten 6,5 m/s



Figur 57: Böjmoment kring y-axeln i fundamentet vid vindhastigheten 4,7 m/s

4.6 Icke-stationär respons

Då vindflödet som passerar genom rotorns svepta area är så mycket mer beroende av rotorbladens azimut än av de stokastisk varierande fluktationerna kommer den icke stationära responsen inte skilja sig mycket från den stationära responsen. Detta gäller framförallt för att rotorns svepta area är så pass liten att den spatiella variationen är så pass liten. För stora vindkraftverk är det troligt att den periodiska och icke-stationära responsen skiljer sig mer än i denna uppsats. Vidare är den icke-stationära responsen inte heller särskilt intressant, eftersom resultaten ovan redan visar att ett massa-fjädersystem kan isolera de högfrekventa vibrationerna. Notera att vad gäller utmattningshållfasthet och kraftgenerering är det högst relevant att ta hänsyn till den turbulenta vinden [16].

4.7 Optimering

Av resultaten framgår det att det går att minska vibrationerna med ett flytande fundament i jämförelse med ett fast inspänt fundament. Vidare minskar ett flytande fundament också frekvenserna med vilka böjmomenten verkar på bjälklaget. Frågan är emellertid om det nog. Då strukturen utsätts för excitationer med samma frekvens som dess egenfrekvens, blir momenten på bjälklagen stora. Det ska däremot nämnas att vindhastigheterna fluktuerar och att den vindhastighet som ger upphov till just egenfrekvenser förekommer relativt sällan.

Strukturen har svårare att isolera de väldigt lågfrekventa excitationerna kring y-axeln (<5 Hz). Det mest problematiska med dessa excitationer är emellertid att de verkar med relativt lika storlek vid alla vindhastigheter. Dessa excitationer är alltså i praktiken hela tiden förekommande.

Struktur-dynamisk simulering av ett byggnadsmonterat vindkraftverk

Av resultaten ovan framgår det att ju större fundament, desto mindre blir den dynamiska responsen. Det beror på att stor massa och stort yttröghetsmoment, kräver större krafter och moment för att få systemet i rörelse. Som nämnts ovan, är också krafterna och momenten vid de större fundamentens egenfrekvenser, mindre än vid de mindre fundamentens egenfrekvenser. Det verkar också ha mindre betydelse hur fundamentet blir större, fundament med ökad höjd alternativt bredd får likvärdiga egenskaper. Det borde sålunda vara så att det mest optimala fundament är det största fundament som bjälklaget kan ta last ifrån.

5 Slutsats

Litteraturstudien visar att det som är problematiskt med att vibrationsisolera horisontalaxlade vindkraftverk, är att dessa kräver relativt styva infästningar. Detta krav minskar möjligheten att isolera bort oönskade vibrationer, eftersom vibrationsisolering utgår ifrån att skapa tillräckligt elastiska infästningar.

Resultaten visar att ett horisontalaxlat kraftverk med variabel rotorfrekvens ger upphov till både lågfrekventa och högfrekventa excitationer. Dessa excitationer gör det olämpligt att använda stumma infästningar om kraftverken ska byggnadsmonteras. Resultaten visar vidare att ett massa-fjäder-system på ett effektivt sätt kan isolera de högfrekventa vibrationer som den impulsliknande torndämpningen ger upphov till. Emellertid har detta massa-fjäder-system svårt att hantera de lågfrekventa krafterna som massobalansen och vinklångfelen av rotorbladen ger upphov. Givet att rotationen i fundamentet begränsas kommer massa-fjäder-systemet ha egenfrekvenser i samma intervall som de exciterande krafterna. Den varierande rotorfrekvensen gör även att det inte finns ett "glapp" i exciteringsfrekvenserna, till vilket massa-fjäder-system skulle kunna anpassas.

Horisontalaxlade kraftverk med varierande rotorfrekvenser är olämpliga att byggnadsmontera på grund av svårigheten att isolera de lågfrekventa excitationerna. Ett kraftverk med ett givet varvtal skulle vara att föredra ur vibrationsperspektiv, då exciteringsfrekvenserna dels inte skulle variera och dels skulle 1p-harmonin vara högre. Ett aber med fasta rotorfrekvenser är att sådana kraftverk är mindre effektiva för andra vindhastigheter än deras nominella vindhastighet. Då vindregimen i urbana miljöer och kring byggnader redan är långt ifrån optimala för vindkraft, är effektiva kraftverk essentiellt för att få ekonomi i projektet.

Ska en infästning av ett kraftverk med varierande rotorfrekvens ändå utföras, ska fundamentet få en så stor dimension som bjälklag klarar av att ta last ifrån.

6 Referenser

- [1] A. Ahlström. *Aerolelastic. Simulation of Wind Turbines Dynamics*. Doktorsavhandling, KTH, 2005.
- [2] *Ampair 6000x5.5 Owners' Manual*. Ampair, 2009.
- [3] J. Cace, E. ter Horst, K. Syngellakis, M. Niel, P. Clement, R. Heppener, E. Peirano. *Catalogue of European Urban Wind Turbine Manufactures*. Winuer, 2007.
- [4] J. Cace, E. ter Horst, K. Syngellakis, M. Niel, P. Clement, R. Heppener, E. Peirano. *Urban Wind Turbines – Guidelines for Small Wind Turbines in the Built Environment*. Winuer, 2007.
- [5] *CALFEM – A Finite Element Toolbox*. Institutionen för byggnadsmekanik, LTH, 1999.
- [6] A.K. Chopra. *Dynamics of Structures*. Prentice Hall, New Jersey, 2001
- [7] S. Christianson, M. Olenmark. *Urban Vindkraft – Dagens kunskapsläge*. Examensarbete, LTH, 2009.
- [8] J.R Conell. *The Spectrum of Wind Speed Fluctuations Encountered by a Rotating Blade of an Energy Conversion System*. Solar Energy, Vol. 29, No. 5, 1982.
- [9] C. Crawford, L. Stack. *Optimal Rotors for Distributed Wind Turbines*. 28th ASME Wind Energy Symposium; 47th AIAA Aerospace Science Meeting and Exhibition, 2009.
- [10] D. Dolan, P Lehn. *Simulation Model of Wind Turbine 3p Torque Oscillations due to Wind Shear and Tower Shadow*. IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 21, No. 3, 2006.
- [11] A.G Dutton, J.A. Halliday, M J Blanch. *The Feasibility of Building-Mounted/Integrated Wind Turbines (BUWTs): Achieving their potential for carbon emissions reductions*. Energy Research Unit, CCLRC, 2005
- [12] H.H El-Tamaly, M.A.A. Wahab, A.H. Kasem. *Simulation of Directly Grid-Connected Wind Turbines for Voltage Fluctuation Evaluation*. International Journal of Applied Engineering Research, Vol. 2, No. 1, 2007.
- [13] R. Gasch, J. Twele. *Wind Power Plants – Fundamentals, Design, Construction and Operation*. SolarPraxis AG, Berlin, 2002
- [14] M.H. Hansen. *Aeroelastic Instability Problems for Wind Turbines*. Wind Energy, 10:551-577, 2007.
- [15] E. Hau. *Wind Turbines – Fundamentals, Technologies, Application and Economics*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 2000.
- [16] J.L. Humar. *Dynamics of Structures*.
- [17] P.K. Hindu, I.M. Cohen. *Fluid Mechanics*. Elsevier Academic Press, San Diego, 2004.
- [18] G. Ingram. *Wind Turbine Blade Analysis using the Blade Element Momentum Method*. 2005. Tillgänglig på <http://www.dur.ac.uk/g.l.ingram>.
- [19] L. Kari. *Structure-Borne Sound properties of Vibration Isolators*. Doktorsavhandling, KTH, 1998.

- [20] *Keep the Blades Turning – Condition Monitoring of Wind Turbines*. Prüftechnik, Ismanning, 2010.
- [21] J.G Leishman. *Challenges in Modeling the Unsteady Aerodynamics of Wind Turbines*. Wind Energy, 5:85-132, 2002.
- [22] P.J. Murtagh, B. Basu, B.M. Broderick. *Along-wind Response of a Wind Turbine Tower with Blade Coupling Subjected Rotationally Sampled Loading*. Engineering Structures, 27:1209-1219, 2005
- [23] J. Niebsch, R. Ramlau, T. Nguyen. *Mass and Aerodynamic Imbalance Estimates of Wind Turbines*. Energies, 3:696-710, 2010.
- [24] K. Ohde, M. Melsheimer, A. Grunwald, J. Liersch. *Effect of Aerodynamic Rotor Imbalances on Energy Yield and Operating Life*. Deutsche Windguard Dynamics, Berlin.
- [25] P. Sörensen, A. Hansen, P.A.C. Rosas. *Wind Models for Simulation of Power Fluctuations from Wind Farms*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 90:1381-1402, 2002.
- [26] *Trelleborg Industrial Produktkatalog*, 2003.
- [27] P.S Veers. *Three-Dimensional Wind Simulation*. Sandia National Laboratories, 1988.
- [28] *Warwick Wind Trials*. Encraft, 2008.
- [29] L. Åkerlöf. *Byggnadsakustik – En Praktisk Handbok*. Svensk Byggtjänst, 2001.

Appendix 1 – Elementmatriser 3-d balk

Styvhetsmaris och massmatris för ett 3-d balkelemen

$$\bar{\mathbf{K}}_{blk}^e = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_{\bar{z}}}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_{\bar{z}}}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_{\bar{z}}}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_{\bar{z}}}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_{\bar{y}}}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_{\bar{y}}}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_{\bar{y}}}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_{\bar{y}}}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_{\bar{y}}}{L^2} & 0 & \frac{4EI_{\bar{y}}}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_{\bar{y}}}{L^2} & 0 & \frac{2EI_{\bar{y}}}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_{\bar{z}}}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_{\bar{z}}}{L} & 0 & -\frac{6EI_{\bar{z}}}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_{\bar{z}}}{L} \\ -k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_{\bar{z}}}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_{\bar{z}}}{L^2} & 0 & \frac{12EI_{\bar{z}}}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_{\bar{z}}}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_{\bar{y}}}{L^3} & 0 & \frac{6EI_{\bar{y}}}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_{\bar{y}}}{L^3} & 0 & \frac{6EI_{\bar{y}}}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_{\bar{y}}}{L^2} & 0 & \frac{2EI_{\bar{y}}}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_{\bar{y}}}{L^2} & 0 & \frac{4EI_{\bar{y}}}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_{\bar{z}}}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_{\bar{z}}}{L} & 0 & -\frac{6EI_{\bar{z}}}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_{\bar{z}}}{L} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{M}}_{blk}^e = \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & 22L & 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & -13L \\ 0 & 0 & 156 & 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 54 & 0 & 13L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 140J/A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70J/A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -22L & 0 & 4L^2 & 0 & 0 & 0 & -13L & 0 & -3L^2 & 0 \\ 0 & 22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 & 0 & 13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & 13L & 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & -22L \\ 0 & 0 & 54 & 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & 156 & 0 & 22L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 70J/A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 140J/A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13L & 0 & -3L^2 & 0 & 0 & 0 & 22L & 0 & 4L^2 & 0 \\ 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 & 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{m_e}{420}$$

Appendix 2 – Variabellista

- σ' - rotorns lokala soliditet [-]
 a – induktionsfaktor [-], vindskjuvningskonstant [-], translationer frihetsgrader [m]
 A - rotorns svepta area [m²]
 a' – induktionsfaktor [-]
 B – rotorbladelementets bredd [m]
 b_{fund} – fundamentets bredd [m]
 C - Dämpningsmatris
 C – kraftkoefficienter [-]
 c – kordalängd [m]
 D – aerodynamisk dragkraft på rotorblad [N]
 f – frekvens [Hz]
 F – kraft [N]
 F_N – normalkraft [N]
 F_T – tangentiell kraft [N]
 G – PSD-funktion [-]
 H – rotorns höjd över marken [m]
 h_{fund} – fundamentets höjd [m]
 I – tröghetsmoment [kgm²]
 k – fjäderkonstant [N/m]
 \mathbf{K} – styvhetsmatris
 L – aerodynamisk lyftkraft på rotorblad [N]
 l – avstånd [m]
 m – massa [kg]
 M – moment [Nm]
 \mathbf{M} - tröghetsmatris
 P - kraft som kraftverket producerar [W]
 p – lufttryck kring rotorblad [N/m²]
 Q – spetsförlustfaktor [-]
 r – bladelements lokala avstånd till rotornav [m]
 R – rotorns radie [m], resultant av aerodynamiska krafter [N]
 \mathbf{r}_F – reaktionskrafter [N]
 \mathbf{r}_M – reaktionsmoment [Nm]
 t – tid [s]
 T - vridmoment [Nm]
 v_w, U_∞ – ostörd vindhastighet långt uppströms [m/s]
 V, v – vindhastighet [m/s]
 W – relativ vindhastighet [m/s]
 θ – lokal vridningsvinkel av rotorblad [°], rotorbladets azimut [°], slumpmässig fasvinkel [°]
 ω – kölluftens vinkelhastighet [rad/s], cirkulär egenfrekvens [rad/s]
 Ω - rotorns vinkelhastighet [rad/s]
 Φ - egenmod [-]

Struktur-dynamisk simulering av ett byggnadsmonterat vindkraftverk

α – relativa vindens infallsvinkel mot rotorbladet [$^{\circ}$], rotationer av frihetsgrader [rad]

λ - löptal [-]

ξ – dämpningsratio [-]

ρ – densitet [kg/m^3]

ϕ - vinkel relativa vinden och rotorns plan [$^{\circ}$]