



DEPARTMENT OF CONSTRUCTION SCIENCES

DIVISION OF STRUCTURAL MECHANICS

ISRN LUTVDG/TVSM--14/5194--SE (1-124) | ISSN 0281-6679 MASTER'S DISSERTATION

DYNAMISK UNDERSÖKNING AV BAGERS BRO I MALMÖ

Finita elementanalys och modala mätningar

CHRISTIN CLAUSÉN och VICTOR INGEMANSSON

Supervisors: **PER-ERIK AUSTRELL**, Assoc. prof. and **ANDERS SJÖSTRÖM**, MSc; Div. of Structural Mechanics, LTH, Lund and **TORE NILSSON**, Brosys AB, Malmö. Examiner: Professor **ROBERTO CROCETTI**, Div. of Structural Engineering, LTH, Lund.

> Copyright © 2014 Division of Structural Mechanics Faculty of Engineering (LTH), Lund University, Sweden. Printed by Media-Tryck LU, Lund, Sweden, September 2014 (*Pl*).

For information, address: Div. of Structural Mechanics, LTH, Lund University, Box 118, SE-221 00 Lund, Sweden. Homepage: http://www.byggmek.lth.se

Förord

Detta examensarbete utfördes på avdelningen för Byggnadsmekanik vid Lunds Tekniska Högskola i Lund samt på Brosys AB i Malmö under perioden september 2013 till februari 2014.

Idén till examensarbetet kom från en kurs i strukturdynamik vid Lunds Tekniska Högskola som vår handledare, Per-Erik Austrell, är ansvarig för. Tack Per-Erik för att du invigt oss i detta ämne och sedan stöttat oss genom examensarbetets berg- och dalbana.

Vi vill passa på att tacka ytterligare några personer utan vars hjälp detta hade kunnat sluta hur som helst. Anders Sjöström vid avdelningen för Byggnadsmekanik som har tagit sig tid trots att han inte haft tid, Shashank Chauhan från Brüel & Kjær som lärt oss allt vi kan om efterbehandling av mätdata samt Anders Olsen och Driton Sabelaj från Vibratec som gjorde det möjligt att genomföra mätningar med låsta dämpare.

Vi vill också tacka Anders Aldefors från NCC och Per Carlsson från Malmö kommun som låtit oss hållas på "deras" bro, Johan Kölfors och alla andra på Scanscot för utmärkt BRIGADE/Plus-support och Kent Persson från avdelningen för Byggnadsmekanik som gett oss expertråd om FE-modellering.

Sist men absolut inte minst vill vi tacka Tore Nilsson och alla andra på Brosys kontor som hjälpt oss att hålla humöret uppe och sett till att kaffet aldrig sinat.

Med detta eldprov avslutar vi civilingenjörsutbildningen i väg-och vatten vid Lunds Tekniska Högskola och vill passa på att tacka våra kursare för en spännande och lärorik era som nu går mot sitt slut. Tack också till våra nära och kära för att ni stått ut med oss under denna intensiva period.

Christin Clausén

Victor Ingemansson

Abstract

Over the last years there has been a trend to design more slim and lightweight pedestrian bridges in order to give them an aesthetically pleasing appearance. Lightweight bridges often have problems with vibrations since their natural frequencies become low and tend to coincide with the walking frequency of the pedestrians, which can cause resonance. The accelerations in a light bridge will also be higher than in a heavier one if the resonance frequency is the same. Because of these problems dynamic analyses of pedestrian bridges become more important. Often finite element models are used, for which it is of great importance that they represent the reality with reasonable accuracy.

In this report a case study is performed regarding the dynamic characteristics of Bagers bro, a pedestrian bridge in Malmö, Sweden. The study includes finite element analysis and modal measurements. The aim is to create a finite element model that behaves as much as possible in the same way as the measurements and to investigate what may cause the differences. Furthermore there are two tuned mass dampers installed on the bridge. Part of the work regards the dynamic effect of these artificial dampers on the entire structure.

The measurements are performed using a method called Operational Modal Analysis (OMA). With this method only the output signals are measured which means that the bridge does not need to be closed during the measurements and the natural loads, such as pedestrians and wind, can be used as the only excitation.

When comparing the eigenfrequencies obtained from the finite element model with the ones from the measurements, relatively big differences are found for the first and second mode. In order to investigate what may cause this deviation a parameter study is performed. This study indicates that the differences may occur due to frictional forces in the supports which cause a restraint in certain degrees of freedom in the real bridge where the finite element model is able to move without restriction. This results in a higher stiffness in the entire bridge which gives higher eigenvalues. The total mass of the bridge also has a big impact on the eigenfrequencies and there is a slight but not negligible uncertainty in the mass properties of the bridge.

When the mode shapes obtained from the measurements and the finite element method are compared, a good match is found for all the vertical and torsional modes. Regarding the horizontal modes on the other hand, much less conformance is found which probably comes from the fact that too few accelerometers were used in the horizontal direction during the measurements.

In order to examine the influence of the tuned mass dampers on the behavior of the bridge the measurements are performed for two cases, when the dampers are active as well as when they are blocked. Those measurements show that, as expected, there is a significant increase of the damping in the mode that the damper is tuned for.

Sammanfattning

De senaste åren har trenden gått mot att mer fokus ligger på estetik då gångbroar utformas. Detta medför att man gärna väljer en lättare och slankare typ av konstruktion. Broar som är lätta och slanka är ofta känsliga för vibrationer. Detta beror delvis på att broarnas egenfrekvenser ligger i närheten av gångtrafikanternas frekvens, vilket kan leda till att resonans uppstår, men också på att accelerationerna i bron blir större då den är lätt. Problemen med vibrationer i gångbroar gör att utredningar av broarnas dynamiska beteende blir allt viktigare. Beräkningar med hjälp av finita elementmetoden används i allt större utsträckning och djupare kunskaper om hur väl modellerna stämmer överrens med verkligheten är av stort intresse.

I denna rapport utreds de dynamiska egenskaperna i form av egenfrekvenser, modformer och dämpning för gång- och cykelbron Bagers bro, belägen i Malmö. Utredningen görs med hjälp av finita elementanalys samt modala mätningar. Syftet är bland annat att bygga en finita elementmodell som stämmer så väl överens med mätresultaten som möjligt och att utreda vad skillnader mellan modell och mätningar kan bero på. På bron har två aktiva dämpare installerats. En del av arbetet består av att identifiera hur dessa dämpare påverkar brons dynamik.

Mätningarna görs med en metod som kallas Operational Modal Analysis (OMA) som bygger på att endast utsignalerna är kända vilket medför att brons normala trafik kan användas som excitationskälla.

Vid jämförelse mellan egenfrekvenserna från finita elementmodellen och mätningarna konstateras relativt stora avvikelser för första och andra moden. För att undersöka vad som kan orsaka dessa skillnader utförs en parameterstudie av finita elementmodellen. Parameterstudien visar att skillnaden kan bero på att det förekommer friktion i brons stöd vilket gör att frihetsgrader som är fria att röra sig i modellen inte är det i verkligheten. Detta ökar brons styvhet och ger högre egenvärden. Brons massa har också stor inverkan på egenfrekvenserna och det föreligger begränsad men ej försumbar osäkerhet kring brons faktiska massa.

När modformerna från mätningarna och finita elementmodellen jämförs kan man konstatera god överenstämmelse för de vertikala moderna och vridmoden. För de horisontella moderna uppvisas inte lika god överensstämmelse vilket troligtvis beror på att för få accelerometrar som kan registrera horisontella rörelser användes vid mätningarna.

För att identifiera de aktiva dämparnas inverkan på brons dynamik utförs mätningar både då dämparna är låsta och då de är aktiva. Utifrån resultatet från dessa mätningar kan man konstatera att dämpningen som förväntat ökar markant för den mod som dämparen är inställd för.

Innehållsförteckning

1. Introduktion	1
1.1 Bakgrund	1
1.2 Fallstudie Bagers bro	1
1.3 Syfte	2
1.4 Avgränsningar	3
1.5 Tillvägagångssätt	3
1.6 Disposition	4
2. Teoretisk bakgrund	5
2.1 Strukturdynamik	5
2.1.1 Rörelseekvationen för SDOF-system	5
2.1.2 Lösning av rörelseekvationen för SDOF-system	6
2.1.3 MDOF-system och egenvärdesproblemet	8
2.1.4 Sammanfattning	9
2.2 Dämpning	10
2.2.1 Dämpning i strukturen	10
2.2.2 Modifiering av strukturens dämpning	10
2.2.3 Tuned Mass Dampers	11
2.3 Laster från fotgängare	15
3. Operational Modal Analysis (OMA)	17
3.1 Mätning med OMA-teknik	17
3.2 Analys av mätdata	19
4. Validering av modformer	21
4.1 Modal Assurance Criterion (MAC)	21
5. Styrande dokument	23
5.1 Krav enligt Eurokod	23
5.2 Specifika krav för Bagers bro	24
6. Bagers bro	25
6.1 Beskrivning av bron	25
6.2 Tidigare utredningar av brons dynamiska egenskaper	27
6.2.1 Examensarbete	27
6.2.2 Mätningar utförda av Vibratec	27

7. Finita elementmodell	29
7.1 Metod	29
7.1.1 Geometri	29
7.1.2 Material och sektioner	30
7.1.3 Randvillkor	31
7.1.4 Aktiv dämpning, TMD	31
7.2 Resultat för låst TMD	32
7.3 Resultat för aktiv TMD	35
7.4 Sammanfattning	35
8. Mätningar	37
8.1 Metod	37
8.1.1 Material	37
8.1.2 Mätuppställning	38
8.1.3 Förberedelser inför mätningarna	41
8.1.4 Utförande av mätningar med låst TMD	41
8.1.5 Utförande av mätningar med aktiv TMD	43
8.1.6 Efterbehandling av mätdatan	43
8.2 Resultat från mätningar med aktiv TMD	44
8.2.1 Diskussion	45
8.3 Resultat från mätningar med låst TMD	48
8.3.1 Diskussion	48
8.4 Jämförelse av mätningar med aktiv TMD och låst TMD	49
8.4.1 Teoretisk jämförelse mellan system med inkopplad TMD och låst TMD	52
8.5 Sammanfattning	54
9. Jämförelse mellan FEM-modell och mätresultat	57
9.1 Jämförelse av modformer med hjälp av MAC	57
9.1.2 Metod	57
9.1.3 Resultat och diskussion	57
9.2 Jämförelse av egenfrekvenser: Parameterstudie	61
9.2.1 Ursprunglig modell	61
9.2.2 Upplagsvillkor	62
9.2.3 Massa	67
9.2.4 Styvhet, E-modul	69

9.2.5 Finare elementindelning	69
9.2.6 Geometri	69
9.2.7 Slutsatser parameterstudie	72
9.3 Sammanfattning	73
10. Accelerationer	75
10.2 Mätningar	76
10.2.1 Accelerationer från mätningar med låst TMD	76
10.2.2 Accelerationer från mätningar med aktiv TMD	77
10.2.3 Diskussion	79
10.3 Finita elementmodell	80
10.3.1 Dynamisk lastmodell	80
10.3.2 Beräkning i BRIGADE/Plus	81
10.3.3 Diskussion	82
10.4 Sammanfattning	83
11. Slutsatser	85
11.1 Sammanfattning och slutsatser	85
11.2 Framtida arbeten	86
Bilaga 1 Strukturdynamik	91
1.1 Rörelseekvationen för SDOF-system	93
1.2 Lösning av rörelseekvationen för SDOF-system	94
1.3 Egenvärdesproblemet för MDOF-system utan dämpning	96
1.4 Lösning av rörelseekvationen för MDOF-system med dämpning	97
1.5 Ekvivalent viskös dämpning	99
1.6 Dämpningsmatrisen	101
Bilaga 2 Beräkningar	103
2.1 Icke strukturell massa	103
2.1.1 Yttre HEB-balkar	103
2.1.2 Mittersta HEB-balken	104
2.1.3 Yttre balkarna i fackverket	104
2.2 Styvhetsuppskattning	106
2.2.1 Tröghetsmoment deltvärsnitt	107
2.2.2 Tyngdpunkt	107

2.2.3 Totalt tröghetsmoment	107
2.2.4 Uppskattad styvhetsberäkning	107
2.1.5 Modellens styvhet	108
2.1.6 Sammanfattning	108
2.3 Beräkning av brons första egenfrekvens	108
Bilaga 3 Dämparnas placering	103
Bilaga 4 Resultat mätningar	104
4.1 Mätning med aktiv TMD	111
4.1.1 Egenfrekvenser	111
4.1.2 Dämpning	112
4.2 Mätningar med låst TMD	112
4.2.1 Egenfrekvenser	112
4.2.2 Dämpning	113
Bilaga 5 Modvektorer	107
5.1 Nodnumrering	115
5.2 Modvektor 1	115
5.3 Modvektor 2	116
Bilaga 6 Ritningar	109
Ritningsförteckning	117

Notationer

Förkortningar

- EFDD "Enhanced Frequency Domain Decomposition," metod för analys av mätdata
- FDD "Frequency Domain Decomposition", metod för analys av mätdata
- FEM Finita elementmetoden "Finite Element Method"
- MDOF flera frihetsgrader (Multi degree of freedom)
- SDOF en frihetsgrad (Single degree of freedom)
- TMD "Tuned Mass Damper", typ av aktiv dämpare
- OMA "Operational Modal Analysis", en mätteknik
- SSI "Stochastic Subspace Identification Method," metod för analys av mätdata
- MAC "Modal Assurance Criterion, " statistisk metod för att jämföra modformer

Latinska bokstäver

- *c* dämpningskonstant
- *c* dämpningsmatris
- *d* densitet av fotgängare
- *F* godtycklig kraft
- F_i amplitud för komplex beteckning av F, frihetsgrad j
- f frekvens
- f_n egenfrekvens
- *f_{opt}* optimerad egenfrekvens för TMD
- f_v Vertikal egenfrekvens för mod av intresse vid beräkning av fotgängarlast
- k styvhetskoefficient, fjäderstyvhet
- **k** styvhetsmatris
- *m* massa
- **m** massmatris
- *n* antal personer som befinner sig på bron
- p(t) yttre kraft
- p(t) vector av yttre krafter
- p_0 amplitud för yttre kraft, p(t)
- q_v Jämnt utbredd last i vertikalled från fotgängare
- R_d responsfaktor, deformation
- t tid
- U_i amplitud för komplex beteckning av u, frihetsgrad j
- *u* deformation
- *ù* hastighet
- *ü* acceleration
- u_0 amplitud av deformation, u
- $(u_{st})_0$ kvasi-statisk deformation orsakad av p_0
 - **u** förskjutningsvektor

Grekiska bokstäver

- kvot av vinkelfrekvenser β
- masskvot γ
- dämpningskvot ζ
- optimerad dämpningskvot för TMD ζ_{opt}
- fasvinkel φ
- n:te egenmoden $\boldsymbol{\phi}_n$
- modvektor, referens a, mod n
- $oldsymbol{\phi}_{an} \ oldsymbol{\phi}^H$ Transponat av modvektorns komplexa konjugat (Hermitian)
- faktor som tar hänsyn till risken för resonans vid beräkning av . Ψ fotgängarlast
- kvot mellan vinkelfrekvens och egenfrekvens Ω
- vinkelfrekvens ω
- egenfrekvens ω_n

Kapitel 1

Introduktion

1.1 Bakgrund

Det finns en trend de senaste åren att utforma gångbroar så att de blir mer estetiskt tilltalande och tekniskt optimerade. Detta innebär ofta att konstruktionerna blir slankare och lättare, vilket i sin tur medför att de blir känsligare för den typ av dynamiska laster som genereras av gångtrafikanter [1]. Utredningar av de dynamiska egenskaperna för gångbroar får därför en allt viktigare roll. Beräkningar med hjälp av finita elementmetoden används i allt större utsträckning och djupare kunskaper om hur väl modellerna stämmer överrens med verkligheten är av stort intresse.

Vibrationer utgör oftast ingen fara för strukturen i sig och kraven för vibrationerna klassas därför som komfortkrav. Vibrationerna uppstår oftast på grund av gångtrafikanterna själva men kan också genereras av vinden. Lätta och slanka konstruktioner tenderar att ha låga egenfrekvenser som ligger i närheten av gångfrekvensen från fotgängare, vilket kan leda till resonans i bron. Ett annat problem med lätta konstruktioner är att accelerationerna i bron blir större än för tyngre konstruktioner.

Ett känt exempel på en gångbro med vibrationsproblem är Millennium bridge i London. Millennium bridge är en typ av hängbro med en största spännvidd på 144 m. Vid öppningen av Millennium bridge i juni år 2000 började bron svänga horisontellt i takt med fotgängarnas rörelser vilket gjorde att människorna på bron kände stort obehag. Man tvingades stänga bron för att åtgärda vibrationsproblemen, vilka löstes genom att installera aktiva dämpare [2].

Operational Modal Analysis (OMA) är en relativt ny metod för mätning av broars dynamiska egenskaper. Metoden bygger på att endast utdatan är känd medan indatan, excitationen, är okänd. Det ger OMA stora fördelar eftersom mätningarna kan göras under tiden bron är i bruk och den normala trafiken kan användas som excitation vilket gör att mätningarna blir relativt enkla och billiga att utföra.

1.2 Fallstudie Bagers bro

Detta examensarbete fördjupar sig i de dynamiska egenskaperna för en gångbro i Malmö kallad Bagers bro. Bron stod färdig 2012 och är en nyckeldel i det gång- och cykelstråk som önskas mellan centralstationen och det snabbt växande området Västra Hamnen.

Det bärande systemet är ett tredimensionellt fackverk av rörprofiler i stål. Den speciella designen med ett krökt fackverk i såväl vertikal- som horisontalplan går i samma stil som Västra Hamnens största landmärke, Turning Torso.

Redan under projekteringen konstaderades att strukturen var känslig för vibrationer vilket åtgärdades genom installation av två stycken aktiva dämpare.

1.3 Syfte

Rapporten syftar till att undersöka de dynamiska egenskaperna för Bagers bro med hjälp av finita elementprogrammet BRIGADE/Plus samt genom modala mätningar på den faktiska strukturen. En del i arbetet är att undersöka hur de aktiva dämparna påverkar brons dynamik. Ett annat syfte är att testa OMA-tekniken och ta reda på hur den fungerar för mätningar av gångbroars dynamiska egenskaper.

Arbetet kan delas upp i fem olika huvuddelar:

Finita elementmodell. Syftet med denna del är att göra en så detaljerad modell som möjligt så att modellen kan användas för att ta fram brons dynamiska egenskaper, det vill säga i första hand egenfrekvenser och modformer. Målet är att dessa egenskaper ska stämma väl överrens med de uppmätta egenskaperna.

Mätningar. Syftet med denna del är delvis att sammanställa hur OMA tekniken fungerar. Vad är viktigt att tänka på när man utför mätningar? Vad har denna teknik för fördelar respektive nackdelar? En annan viktig del är att praktiskt utföra mätningarna och ta fram de dynamiska egenskaperna för bron, det vill säga dess egenfrekvenser, modformer och dämpning. Målet är att ta fram värden som kan användas för jämförelser med finita elementmodellen och som representerar hur bron beter sig i verkligheten.

Jämförelse mellan mätningar med låst dämpare och aktiv dämpare. Denna del syftar till att ta reda på hur dämparna påverkar brons dynamiska egenskaper. Förändras egenfrekvenserna när dämparna är aktiva? Hur förändras den samlade dämpningen för bro och dämpare när dämparna är aktiva?

Jämförelse mellan finita elementmodell och mätningar. Hur väl stämmer de modala parametrarna från finita elementmodellen med de som tagits fram genom mätningar? Vilka är skillnaderna och vad beror de på? Kan finita elementmodellen förbättras på något sätt för att ge värden som ligger närmare uppmätta värden?

Accelerationer som uppstår i bron. Accelerationer används ofta som ett mått på hur stora vibrationerna i gångbroar är. Hur stora accelerationer uppstår i denna bro vid normal användning? Hur påverkar de aktiva dämparna accelerationerna?

1.4 Avgränsningar

Detta arbete utreder de dynamiska egenskaperna för en specifik bro. Då bron i fråga har en geometri som inte är vanligt förekommande för gångbroar blir resultaten specifika för just denna bro. Dock kan metoderna som beskrivs användas för andra broar och erfarenheter från detta arbete kan vara till nytta i andra fall.

Undersökningen av svängningsmoderna begränsas till de sex första eftersom det är dessa som i första hand påverkas av laster från gångtrafikanter. Mätningarna planeras för att i första hand registrera de vertikala moderna, dels för att den mod som ligger närmast gångfrekvensen är en vertikal mod och dels för att tillgången till accelerometrar som kan registrera horisontella rörelser är begränsad.

Vidare ligger fokus i arbetet på att bestämma brons modala egenskaper såsom egenfrekvens, modformer och dämpning. Mätningarna planeras för att i första hand bestämma dessa egenskaper. Detta gör att excitationen inte är optimal för att göra jämförelser mellan uppmätta accelerationer från olika mätningar. För att få jämförbara accelerationer krävs fler mätningar, vilket inte prioriteras.

1.5 Tillvägagångssätt

Bron modelleras i finita elementprogrammet BRIGADE/Plus. Geometrin modelleras utifrån ritningar och byggs upp av balkelement. Två modeller görs, en där dämparna är aktiva och en där endast dämparnas massa tas med för att simulera dämparna i låst läge. En egenvärdesanalys genomförs för att beräkna modformer och egenfrekvenser.

Mätningar med OMA-tekniken utförs på bron både då dämparna är låsta och då de är aktiva. Under mätningen då dämparna är låsta stängs bron av och exciteras endast av författarna själva. Mätningen då dämparna är aktiva utförs medan bron är öppen för trafik.

Utifrån efterbehandling av den insamlade mätdatan identifieras egenfrekvenser, modformer och dämpning för bron.

Resultatet från mätningarna med låsta dämpare och aktiva dämpare jämförs för att försöka identifiera hur dämparna påverkar brons dynamiska egenskaper.

Egenfrekvenser och modformer från mätningar och finita elementanalys jämförs. Skillnaderna dokumenteras och ett försök görs att förklara varför dessa skillnader uppstår genom en parameterstudie.

Uppmätta accelerationer analyseras och jämförs mot komfortkrav från Eurokod och specifika krav för Bagers bro. I finita elementmodellen utförs ett frekvenssvep för att utvärdera accelerationerna vid resonans för ett specifikt lastfall.

1.6 Disposition

Rapportens första del, Kapitel 2 *Teoretisk bakgrund* behandlar delar ur strukturdynamiken såsom rörelseekvationen, resonans och egenvärdesproblemet. Kapitlet fortsätter sedan med en del om dämpning, i strukturen såväl som artificiell aktiv dämpning, varefter det avslutas med att behandla laster som uppkommer av fotgängare.

I Kapitel 3 *Operational Modal Analysis* beskrivs den använda mätmetoden. Kapitlet beskriver bland annat saker som är viktiga att tänka på när man planerar sin mätning och avslutas med en kort inblick i efterbehandlingen av mätdatan.

Kapitel 4 *Validering av modformer* förklarar kort en metod som kallas "Modal Assurance Criterion" och som används för att jämföra och identifiera modformer.

Kapitel 5 *Styrande dokument* går igenom de krav och rekommendationer för vibrationer i gångbroar som finns i Eurokod och i anbudshandlingarna för Bagers bro.

I Kapitel 6 *Bagers Bro* ges en beskrivning av den bro som valts till fallstudien. Kapitlet sammanfattar också resultat från tidigare dynamiska undersökningar som gjorts av bron.

Kapitel 7 *Finita elementmodell* redogör för hur bron implementerades i BRIGADE/Plus samt för resultaten från egenvärdesanalysen.

I kapitel 8 *Mätningar* redovisas utförande och resultat från mätningarna. Här diskuteras även resultatens rimlighet och hur pålitliga värdena är. Kapitlet avslutas med en jämförelse mellan resultaten från mätningen med aktiv dämpare och låst dämpare.

I kapitel 9 *Jämförelse mellan FEM-modell och mätningar* jämförs som namnet antyder egenfrekvenserna och modformerna från FEM-modellen och mätningarna. Kapitlet avslutas med en parameterstudie som försöka förklara skillnaderna i resultatet mellan FEM-modell och mätningar.

I kapitel 10 *Accelerationer* presenteras först de uppmätta accelerationerna. Därefter beskrivs hur ett frekvenssvep utförts i BRIGADE/Plus och vilka accelerationer detta resulterade i.

Rapporten avslutas med kapitel 11 Slutsatser.

I bilagorna finns en noggrannare beskrivning av bakomliggande strukturdynamik, handberäkningar till stöd för finita elementmodellen samt ritningar över bron.

Kapitel 2

Teoretisk bakgrund

Detta kapitel syftar till att ge en teoretisk bakgrund för de dynamiska problem som kan uppstå i gångbroar. Kapitlet börjar med ett avsnitt om strukturdynamik där begrepp som rörelseekvationen, resonans och egenvärdesproblemet tas upp. Kapitlet fortsätter sedan med att beskriva vad dämpning är och hur dämpningen påverkar brons vibrationer. Här beskrivs också bakgrunden för hur aktiva dämpare av typen "Tuned Mass Dampers" fungerar och påverkar brons dynamik. Kapitlet avslutas med att ge en inblick i laster från fotgängare och varför fotgängare kan ge upphov till vibrationer i broar.

2.1 Strukturdynamik

Detta kapitel sammanfattar den teoretiska bakgrunden för hur en struktur svarar på en dynamisk last genom att gå igenom utvalda delar från strukturdynamiken. En mer djupgående teoretisk bakgrund kan läsas i bilaga 1 *Strukturdynamik*.

2.1.1 Rörelseekvationen för SDOF-system

Ett centralt begrepp i studierna av dynamik är rörelseekvationen. Rörelseekvationen beskriver som namnet antyder strukturens rörelser. I detta kapitel beskrivs ett SDOF-system vilket står för Single Degree of Freedom, det vill säga ett system med endast en frihetsgrad.

För en enkel struktur bestående av en massa, m, och en fjäder med styvhet k exciterad av en tidsberoende last p(t), se figur 2.1, ges rörelseekvationen enligt [3] av

$$m\ddot{u} + ku = p(t) \tag{2.1}$$



Figur 2.1 SDOF-system för struktur bestående av massa och fjäder.

Detta system är en idealisering då alla verkliga material innehåller en viss grad av dämpning. Införande av viskös dämpning i systemet från figur 2.1 ger den så kallade Kelvinmodellen, se figur 2.2.



Figur 2.2 SDOF-system för struktur bestående av massa, fjäder och dämpare.

Rörelseekvationen för detta system ges enligt [3] av

 $m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \tag{2.2}$

Viskös dämpning är det vanligaste sättet att modellera dämpning och är relativt enkelt att hantera matematiskt [3]. Viskös dämpning behandlas djupare i bilaga 1 *Strukturdynamik*.

2.1.2 Lösning av rörelseekvationen för SDOF-system

Ett system som exciteras av en harmonisk last kommer efter tillräcklig tid att svänga i ett stationärt tillstånd (så kallat Steady-state). I figur 2.3 visas hur systemets rörelse inledningsvis kan beskrivas med två separata rörelser där den fria svängningen dämpas ut med tiden.



Figur 2.3 Rörelseekvationens totala lösning tillsammans med dess steady-state-lösning. [3, fig. 3.2.1].

För ett dämpat system innebär det att enbart den stationära lösningen återstår efter viss tid vilket gör att en rad förenklingar kan göras. Då systemet påverkas av en harmonisk last, $p(t) = p_0 \sin(\omega t)$, kan den stationära lösningen enligt [3] skrivas som

$$u(t) = u_0 \sin(\omega t - \phi) = \frac{p_0}{k} R_d \sin(\omega t - \phi)$$
(2.3)

där u_0 är deformationens amplitud, ω är den harmoniska lastens vinkelfrekvens, ϕ är fasvinkeln mellan last och deformation, p_0 är den harmoniska lastens amplitud och R_d är responsfaktorn för deformation vilken enligt [3] defineras som:

$$R_d = \frac{u_0}{(u_{st})_0} = \frac{1}{\sqrt{[1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2]^2 + [2\zeta(\frac{\omega}{\omega_n})]^2}}$$
(2.4)

där ζ är dämpningskvoten och ω_n betecknar systemets egenfrekvens vilken definieras enligt [3] som

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f_n \tag{2.5}$$

Då den exciterande kraftens frekvens närmar sig systemets egenfrekvens, $\omega \cong \omega_n$, ger ekv. (2.4) att

$$R_d \cong \frac{1}{2\zeta} \operatorname{och} u_0 = \frac{(u_{st})_0}{2\zeta}$$
(2.6)

Detta fenomen kallas resonans och innebär att systemets amplitud beror på dämpningen. Resonansfenomenet kan åskådliggöras i ett så kallat frekvens-responsdiagram. Ett exempel på ett sådant diagram visas i figur 2.4 där R_d plottas mot $\frac{\omega}{\omega_n}$. Om systemets dämpning går mot noll går amplituden mot oändligheten vid resonansfrekvensen. Något som är värt att notera är att en kraft med liten amplitud och en frekvens som ligger närmare systemets egenfrekvens kan ge större utslag jämfört med en kraft med större amplitud om kraftens frekvens ligger längre ifrån systemets egenfrekvens.





För mer detaljerad beskrivning av lösningen av rörelseekvationen hänvisas till bilaga 1 *Strukturdynamik*.

2.1.3 MDOF-system och egenvärdesproblemet

MDOF står för Multiple Degrees of Freedom och inkluderar således flera frihetsgrader. En bro är en komplex struktur och betraktas oftast som ett MDOF-system. Rörelseekvationen vid fri vibration för ett MDOF-system utan dämpning beskrivs enligt [3] som

$$m\ddot{u} + ku = 0 \tag{2.7}$$

Med $\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{\phi}_n(A_n cos \omega_n t + B_n sin \omega_n t) \text{ kan } (2.7) \text{ skrivas om som}$

$$[\boldsymbol{k} - \omega_n^2 \boldsymbol{m}] \boldsymbol{\phi}_n = \boldsymbol{0} \tag{2.8}$$

Ekv. (2.8) har en icke-trivial lösning om

$$det[\mathbf{k} - \omega_n^2 \mathbf{m}] = 0 \tag{2.9}$$

Ekv. (2.9) kallas för den karakteristiska ekvationen och genom att lösa den får man ut systemets egenfrekvenser, ω_n , och dess motsvarande modformer, ϕ_n . Egenfrekvenserna har stor betydelse för gångbroars dynamik. Då systemet utsätts för en last med frekvens i närheten av en egenfrekvens kan resonans uppstå och amplituderna för systemets rörelser blir väldigt stora. Precis som för ett SDOF-system styrs amplituden då endast av systemets dämpning, jämför med ekv. (2.6). Gångbroar kan få stora problem med vibrationer då någon av brons egenfrekvenser sammanfaller med eller ligger nära gångfrekvensen för fotgängare. Modformerna representerar systemets deformationsform vid motsvarande egenfrekvens.

I verkligheten har alla strukturer någon form av dämpning. För ett dämpat MDOF-system som påverkas av en tidsberoende yttre last blir rörelseekvationen enligt [3]

$$\boldsymbol{m}\ddot{\boldsymbol{u}} + \boldsymbol{c}\dot{\boldsymbol{u}} + \boldsymbol{k}\boldsymbol{u} = \boldsymbol{p}(t) \tag{2.10}$$

Dämpningen har väldigt liten inverkan på egenfrekvenser och modformer. Dämpningen påverkar egenfrekvensen nämnvärt endast då dämpningskvoten överstiger 20 % vilket är mycket ovanligt för en struktur [3]. Därför kan man i de flesta praktiska fall anta att modformerna och egenfrekvenserna är desamma för det dämpade systemet som för det odämpade systemet.

För odämpade system har modformerna den viktiga egenskapen att alla former som bron kan anta kan byggas upp som linjärkombinationer av moder. Detta gör att deformationerna kan approximeras som linjärkombinationer av modformerna. En vanligt förkommande metod för att lösa rörelseekvationen för MDOF-system kallas klassisk modalanalys och bygger på att deformationerna approximeras som linjärkombinationer av modformerna. Eftersom dämpningen i de flesta fall har liten inverkan på modformerna kan denna metod ofta användas även för dämpade system. Mer om detta finns att läsa i Bilaga 1 *Strukturdynamik*.

2.1.4 Sammanfattning

Sammanfattningsvis är de viktigaste parametrarna för att kunna utföra en modal analys egenfrekvenserna, modformerna och dämpningskvoten.

Egenfrekvenser och modformer påverkas främst av systemets massa och styvhet. Ökad massa ger lägre egenfrekvenser medan ökad styvhet ger högre egenfrekvenser. Eftersom man i gångbroar oftast eftersträvar en högre egenfrekvens är det strukturens styvhet man vill öka. Ett problem med detta är att när man gör åtgärder för att öka styvheten ökar i de flesta fall även massan. Detta innebär ofta att effekterna tar ut varandra [1].

Strukturens dämpning påverkar vibrationerna i en gångbro i hög grad eftersom det är dämpningen som styr hur stora amplituderna blir vid resonans.

När en gångbro har problem med vibrationer kan man antingen flytta egenfrekvenserna, dvs förändra kvoten k/m för att undvika resonans från gångtrafikanter, öka massan för att begränsa accelerationerna, eller påverka systemets dämpning för att begränsa vibrationerna. Det senare behandlas vidare i kapitel 2.2 *Dämpning*.

2.2 Dämpning

Detta kapitel syftar till att förklara vad dämpning i en struktur är samt hur den påverkar strukturens vibrationer. Kapitlet behandlar också hur avstämd dämpning i form av en "Tuned mass damper" fungerar.

2.2.1 Dämpning i strukturen

Dämpning kallas det fenomen som orsakar att amplituden i ett svängande system avtar med tiden. I ett rent teoretiskt fritt vibrerande system svänger strukturen med konstant amplitud över tid. Detta kan dock aldrig uppnås i praktiken då energiförluster alltid gör sig gällande.

Dämpningen i en struktur kan bero på ett flertal mekanismer. I en kontrollerad laborationsmiljö uppkommer huvudsakligen energiförlusterna av termiska förluster vid upprepad elastisk töjning samt av inre friktion vid deformation av en kropp. I en verklig struktur å andra sidan tillkommer exempelvis friktion mot icke-bärande element, friktion i knutpunkter, öppning och stängning av mikrosprickor i betong med mera [3].

2.2.2 Modifiering av strukturens dämpning

Dämpningen för en struktur är som tidigare nämnt direkt kopplad till amplituden för deformationen vid resonans, ekv.(2.6). Ökad dämpning i strukturen ger lägre amplituder vid resonans och på så sätt kan vibrationerna i strukturen begränsas.

Att öka strukturens dämpning är möjligt i designstadiet genom att till exempel välja vilket material brodäcket ska utföras i. Exempel på rekommendationer för dämpningskvoter för strukturer av olika material visas i tabell 2.1 nedan.

	Kritisk dämpningskvot	
Däcktyp	Min-värde	Medelvärde
Armerad betong	0,8 %	1,3 %
Förspänd betong	0,5 %	1,0 %
Metall	0,2 %	0,4 %
Mix	0,3 %	0,6 %
Trä	1,5 %	3,0 %

Tabell 2.1 Erfarenhetsvärden för dämpningskonstanter vid olika däcktyper

Ref: [1, tab.1.3]

Man kan även styra dämpningen genom att välja olika typer av infästningar, till exempel för en stålstruktur kan man välja mekaniska infästningar som generellt ger högre dämpning än svetsade [1].

För befintliga strukturer är dessa typer av lösningar inte möjliga och då kan man behöva använda sig av avstämd dämpning, till exempel Tuned Mass Dampers. Detta kan också vara fallet då valet av design är begränsad på grund av olika krav från beställare och arkitekter.

2.2.3 Tuned Mass Dampers

En Tuned Mass Damper (TMD) består av en massa som hängs upp på stålfjädrar samt en viskös dämpare. TMD:n monteras på brobanan i en punkt där den mod man vill dämpa ut ger störst utslag. Med rätt design svänger massan i motsatt riktning relativt strukturens rörelse. På så sätt dämpas strukturen för rörelser i den mod som TMD:n är inställd för genom att krafter i motsatt riktning uppstår och medför att energi bortförs från systemet. I figur 2.5 visas ett exempel på hur en TMD för dämpning av vertikala moder kan se ut.



Figur 2.5 Exempel på utformning av en TMD för dämpning av vertikala moder. [4, fig. 1]

TMD:n kan ses som ett SDOF-system med massa, fjäderstyvhet och dämpning. Detta SDOFsystem kopplas på strukturen som också förenklat kan ses som ett SDOF-system. För att ta reda på vilka egenskaper som är optimala för strukturen kan man betrakta systemet som två kombinerade SDOF-system där strukturen är ett system med massa, fjäder och en viskös dämpning och TMD: n är ett annat SDOF-system. Tillsammans bildar de ett nytt system med nya modala egenskaper. Det kombinerade systemet med struktur och dämpare visas schematiskt i figur 2.6 nedan.



Figur 2.6 Schematisk figur över ett kombinerat system med en struktur, index 1, och en TMD, index 2.

Teoretiskt kan man ta fram egenskaperna för systemet genom att lösa dess rörelseekvation, ekv. (2.10). För systemet i figur 2.6 kan rörelseekvationen, ekv. (2.10), formuleras som ett ekvationssystem enligt

$$\begin{cases} m_1 \ddot{u}_1 + k_1 u_1 + c_1 \dot{u}_1 - k_2 (u_2 - u_1) - c_2 (\dot{u}_2 - \dot{u}_1) = F(t) \\ m_2 \ddot{u}_2 - k_2 (u_2 - u_1) - c_2 (\dot{u}_2 - \dot{u}_1) = 0 \end{cases}$$
(2.11)

Genom att införa komplex beteckning där man antar att

$$u(t) = U_j e^{i\omega t}$$
 och $F(t) = F_j e^{i\omega t}$

kan man skriva om (2.11) som

$$\begin{cases} [-\omega^2 m_1 + i\omega(c_1 + c_2) + (k_1 + k_2)]U_1 + [-i\omega c_2 - k_2]U_2 = F_1 \\ [-i\omega c_2 - k_2]U_2 + [-\omega^2 m_2 + i\omega c_2 + k_2]U_2 = 0 \end{cases}$$
(2.12)

Enligt [5] införs följande dimensionslösa parametrar

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_1} \tag{2.13}$$

$$\beta = \frac{\omega_2}{\omega_1} \tag{2.14}$$

$$\gamma = \frac{m_2}{m_1} \tag{2.15}$$

$$\zeta_1 = \frac{c_1}{2m_1\omega_1} \operatorname{och} \zeta_2 = \frac{c_2}{2m_2\omega_2}$$
(2.16)

Där
$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \operatorname{och} \omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}$$
 (2.17)

Med hjälp av dessa parametrar kan (2.12) skrivas om som

$$\begin{cases} -\Omega^{2} + 2i\Omega(\zeta_{1} + \beta\gamma\zeta_{2}) + (1 - \beta^{2}\gamma)]U_{1} + [-2i\Omega\beta\gamma\zeta_{2} - \beta^{2}\gamma]U_{2} = F_{1} \\ [-2i\Omega\beta\gamma\zeta_{2} - \beta^{2}\gamma]U_{2} + [-\Omega^{2}\gamma + 2i\Omega\beta\gamma\zeta_{2} + \beta^{2}\gamma]U_{2} = 0 \end{cases}$$
(2.18)

Ekvation (2.18) är nu ett ekvationssystem som beror av parametrarna i ekv. (2.13-2.17). Genom att variera parametrarna i ekv. (2.13-2.17) kan lösningen av ekv (2.18) optimeras för att ställa in TMD:n så bra som möjligt.

Det man vill åstadkomma när man installerar en TMD är att dämpa ut en av strukturens resonansfrekvenser så att strukturens responsamplitud blir så låg som möjligt. Teoretiskt sett sker detta då TMD:ns egenfrekvens sammanfaller med den egenfrekvens man vill dämpa ut från strukturen det vill säga att $\omega_1 = \omega_2$ i ekv. (2.17), vilket ger $\beta = 1$, ekv. (2.14). För att demonstrera TMD:ns effekt antas att systemet representeras av ett SDOF-system. I figur 2.7 visas ett frekvens-responsdiagram för strukturens SDOF-system där responsen i form av deformationer avsätts mot frekvensen. Man kan tydligt se en topp vid systemets resonansfrekvens. I figur 2.8 visas ett frekvens-responsdiagram för det kombinerade systemet bestående av strukturen och TMD:n. Där kan man se att toppen vid det ursprungliga systemets resonansfrekvens har delats i två nya toppar och att amplituderna för dessa toppar är betydligt lägre än amplituden för SDOF-systemets resonansfrekvens.



Figur 2.7 Frekvens-responsdiagram för en struktur representerat av ett SDOF-system.



Figur 2.8 Frekvens-respons diagram för ett kombinerat system (struktur och TMD), heldragen linje, samt för enbart strukturen, punkt-streckad linje.

Som man kan se i ekv. (2.18) är det dock inte bara TMD:ns egenfrekvens som spelar in. Även dämpningen för TMD:n och systemet, ekv. (2.16) samt masskvoten mellan TMD:n och systemet, ekv. (2.15) påverkar hur det kombinerade systemet beter sig.

När en TMD ska designas måste frekvensen som man vill dämpa ut, TMD:ns rörliga massa samt TMD:ns dämpningskvot bestämmas på ett optimalt sätt. Ett sätt att optimera dämpning och frekvensinställning presenteras i [5], se ekvation (2.19) och (2.20). Dessa ekvationer bortser från strukturens dämpning och är endast giltiga vid harmonisk excitation.

$$f_{opt} = \frac{f_1}{1 + m_2/m_1} \tag{2.19}$$

$$\zeta_{opt} = \sqrt{\frac{3m_2/m_1}{8(1+m_2/m_1)^3}} \tag{2.20}$$

Där f_1 är strukturens egenfrekvens, m_1 är strukturens massa och m_2 är TMD:ns rörliga massa.

Enligt en parameterstudie [5] bör TMD:n ställas in för en frekvens som är lite lägre än f_{opt} eftersom systemet då är mer robust mot avvikelser från strukturens egentliga egenfrekvens på grund av till exempel temperaturvariationer, förändringar i massa eller avvikelser då egenfrekvensen för systemet beräknades. [5] anser också att dämpningen för TMD:n bör väljas lite högre än det framräknade optimala värdet för att motverka att TMD:n rör sig för mycket och för att säkerställa funktionen hos den viskösa delen då den utsätts för variationer i temperatur och luftfuktighet.

Kvoten mellan massorna för TMD:n och strukturen, γ , får inte vara för liten. En masskvot mindre än 0,025 resulterar i att bandet av frekvenser där TMD:n verkar blir väldigt smalt. Det gör också att rörelserna mellan strukturen och TMD:ns massa blir väldigt stora [6].

2.3 Laster från fotgängare

Detta kapitel syftar till att ge en inblick i hur fotgängare påverkar en bro och vilka problem det kan ge upphov till.

Experimentella mätningar av lasten från fotgängare har visat att de ger upphov till en periodisk last där frekvensen är en viktig parameter [1]. Med frekvens menas då antalet steg per sekund. Enligt [1] har frekvensen från fotgängare kunnat uppskattas enligt tabell 2.2 nedan.

Tabell 2.2 Frekvensintervall för gång och löpning

Belastning	Speciella egenskaper	Frekvensområde [Hz]
Gång	Kontinuerlig kontakt med marken	1,6 till 2,4
Löpning	Diskontinuerlig kontakt med marken	2,0 till 3,5
XZ.,11 E4 . 1	4 47	

Källa: [1, tab. 1.1]

Vidare delas lasten normalt upp i de tre komponenterna vertikalt, transversellt respektive longitudinellt. Frekvensen för vertikal och longitudinell belastning sammanfaller med gångfrekvensen medan den transversella lasten har halva frekvensen eftersom två steg krävs för att fullborda en lastcykel [1].

Oftast är det inte bara en fotgängare som går på bron, speciellt inte om gångbron är belägen i stadsmiljö. När flera personer befinner sig på bron samtidigt blir förhållandet komplicerat att beskriva matematiskt. Detta beror på att alla fotgängare påverkar bron med olika parametrar såsom massa, frekvens och hastighet. De rör sig också i olika fas eftersom de går upp på bron vid olika tillfällen och från olika håll. Även psykologiska effekter spelar in eftersom människor tenderar att anpassa sin gångstil till hur människor runtomkring beter sig och hur bron under dem rör sig. Det finns flera olika modeller för hur man ska ta hänsyn till att flera personer rör sig på bron samtidigt. [1] förespråkar en modell som tagits fram med hjälp av statistik från ett antal tester. Med denna modell beräknar man ett ekvivalent antal fotgängare vars laster man sedan placerar ut på bron med hjälp av riktlinjer om amplitudens tecken.

Som man kan se i tabell 2.2 ligger gångfrekvensen omkring 2 Hz. Man kan därför misstänka att det finns risk för resonans då bron man är intresserad av har en egenfrekvens som ligger i närheten av 2 Hz. Då flera fotgängare befinner sig på en bro samtidigt blir det lite mer komplicerat och andra fenomen som till exempel att fotgängarna synkroniseras med varandra eller med bron spelar in. Ett sådant fenomen kallas "lock-in" och innebär att fotgängarna börjar röra sig i samma frekvens som varandra men också i samma frekvens som bron. "Lock-in" uppmärksammades i samband med öppnandet av Millenium Bridge i London [7] och kommer inte att diskuteras vidare i denna rapport.

Kapitel 3

Operational Modal Analysis (OMA)

3.1 Mätning med OMA-teknik

Operational Modal Analysis (OMA) är en mätmetod för modal analys där endast utsignalerna mäts och indatan är okänd. Detta innebär att man inte behöver någon artificiell excitationskälla såsom en shaker eller hammare för att kunna uppskatta de modala egenskaperna såsom egenfrekvens, modformer och dämpning. Vid mätning på broar kan man använda den normala trafiken eller vindlasten som excitation, vilket gör att bron inte behöver stängas av under mätningarna.

Eftersom excitationen inte är känd resulterar OMA-tekniken i modformer som är oskalade. Skalade modformer är nödvändiga vid mer avancerade applikationer av modalanalys. Ett annat problem med OMA-tekniken är att harmonisk excitation från exempelvis roterande maskiner kan ge upphov till problem i analysen [8].

För att kunna göra en bra uppskattning av modformerna i analysen av mätdatan krävs att excitationen är bredbandig. Detta kan till exempel vara personer som går över bron, en bil som kör över bron eller vinden. Det viktiga är att strukturen belastas slumpmässigt över tiden och att alla moder man är intresserad av sätts igång av belastningen [9]. Oftast kan alltså den "vanliga" trafiken användas som excitationskälla men det finns vissa fall då det inte lämpar sig. Ett exempel på detta är tågtrafik vilket inte kan räknas som bredbandig excitationskälla och det kan bli problem att bestämma strukturens naturliga beteende eftersom påverkan från lasten är så stor att det tar över och tvingar in bron i en rörelse som inte är dess naturliga [10]. Ett sätt att kontrollera att lasten verkligen är bredbandig är att göra en preliminär mätning och sedan ta fram "Singular value of the spectral density matrix" för mätdatan vilket visas i en så kallad SVD-plot se exempel figur 3.1. Om excitationen är bredbandig ser man att samtliga linjer ligger väl samlade i en enda grupp. Om excitationen inte är bredbandig blir en linje dominerande och de övriga linjerna ligger samlade nära noll [9]. En preliminär mätning kan också vara bra att göra för att kontrollera så att den excitationskälla man vill använda är tillräcklig för att sätta igång de moder man är intresserad av.



Figur 3.1 Exempel på SVD-plot, "Singular value of spectral density matrix", för en mätning. I denna figur kan man se att alla linjer är samlade i en grupp vilket tyder på att excitationen vid mätningen var bredbandig.

För att kunna fånga upp de modformer man är intresserad av är det viktigt att planera accelerometerplaceringen och antalet accelerometrar noga. Det är en fördel att göra någon typ av finita elementberäkning av strukturen innan man börjar planera mätningen så att man har en uppfattning om hur modformerna ser ut och var noderna kan ligga. Det finns inga speciella riktlinjer för hur många accelerometrar som behövs för en viss bro men det beror på hur bra upplösning man vill ha på modformerna, hur många moder man är intresserad av samt strukturens storlek. Om man inte är intresserad av modformerna utan bara strukturens egenfrekvenser och dess dämpning kan en accelerometer räcka. Mätutrustningen är ofta kostsam och därför är det inte ovanligt att mätningen delas upp i serier där några accelerometrar flyttas mellan olika punkter och några så kallade referenser behålls på samma punkt under alla mätserier. Dessa referenspunkter måste väljas med omsorg så att man ser till att de exciteras för alla moder man är intresserad av. Detta är extra viktigt då man misstänker att det kan finnas moder som ligger väldigt nära varandra [9].

En annan viktig faktor för att få bra mätdata är att insamlingen av mätdata sker under tillräckligt lång tid. En tumregel för detta är att mäta under minst 1000-2000 gånger periodtiden för den lägsta egenfrekvensen av intresse angett i sekunder [10]. Man måste även bestämma vilken frekvens man vill samla in mätdatan med. En riktlinje här är att välja en lite högre insamlingsfrekvens än den högsta egenfrekvens som man är intresserad av och sedan decimera mätserien i efterhand [11].

3.2 Analys av mätdata

Det finns många olika tekniker för att anlysera mätdata och ta fram modformer, egenfrekvenser och dämpning då man använder OMA. Exempel på tekniker som använder sig av frekvensdomänen är Frequency Domain Decomposition (FDD) och Enhanced Frequency Domain Decomposition (EFDD) som är en vidareutveckling av FDD [12]. En annan metod är Stochastic Subspace Identification Method (SSI) vilken endast använder sig av tids-domänen för att ta fram de modala parametrarna. Denna teknik bygger på att en parametrisk modell anpassas till tidsdatan som samlats in från accelerometrarna. Målet är att välja ett antal parametrar till sin modell så att skillnaden mellan den teoretiska modellen och den mätta signalen blir så liten som möjligt. Om för få parametrar väljs kan de dynamiska egenskaperna inte modelleras på ett korrekt sätt medan om för många parametrar väljs blir de statistiska osäkerheterna i modellen stora. Det är därför viktigt att välja en modell med lagom många parametrar [13]. Den matematiska och statistiska teorin för SSI tas ej upp i denna rapport men den förklaras bland annat av [14]. En sammanställning av de olika teknikerna som används vid OMA har gjorts av [8].
Kapitel 4

Validering av modformer

4.1 Modal Assurance Criterion (MAC)

Modal Assurance Criterion, förkortat MAC, är en metod som ger en statistisk indikation på precision (vilket i detta fall innebär "grad av linjäritet") mellan modformer. MAC kan användas till att jämföra modvektorer som tagits fram med olika beräkningsmetoder eller som tagits fram från mätserier där excitationskällan varit placerad på olika ställen. Ett annat vanligt användningsområde för MAC är vid jämförelse mellan modvektorer från en finita elementmodell och från modala mätningar. MAC definieras enligt [15] som:

$$MAC_{cdr} = \frac{\left|\phi_{bn}^{H}\phi_{an}\right|^{2}}{\phi_{bn}^{H}\phi_{bn}\phi_{an}^{H}\phi_{an}}$$
(4.1)

där ϕ_{bn} och ϕ_{an} är modvektorn för referens med benämning a respektive b, mod n. Beteckningen ϕ^{H} innebär transponatet av modvektorns komplexa konjugat (hermitian).

MAC-värdet är en skalär som kan variera mellan ett och noll och ger ett mått på överensstämmelse mellan modformerna. MAC-värdet visar dock inte om mätningarna innehåller systematiska fel vilket innebär att MAC-värdet inte ger något mått på hur väl de moder man jämför stämmer överrens med "verkligheten."

Om MAC-värdet blir nära 1,0 visar det att överensstämmelsen mellan modformerna är hög men det behöver inte betyda att de är rätt. Att modformerna har hög överensstämmelse kan också bero på att de mätts på fel sätt, tillexempel att för få mätpunkter använts. Det kan också bero på att någon annan excitationskälla än den som avsetts har påverkat modformerna under mätningarna eller att de består av koherent brus, vilket kan inträffa om den modvektor som används som referens består av brus eller är ett resultat av systematiska fel. Man måste därför försäkra sig om att inget av de ovan nämnda fallen har inträffat innan man kan dra slutsatsen att de modformer man jämfört är samma mod med olika skalning [15].

Om MAC-värdet är noll eller nära noll visar det att överensstämmelsen mellan modvektorena är liten och i bästa fall att modvektorerna tillhör två linjärt oberoende moder. Men även här kan MAC-värdet bero på andra orsaker till exempel att systemet inte är stationärt, vilket kan bero på olinjäriteter i systemet. Det kan också bero på att det finns brus i modvektorn, vilket kan inträffa om det finns mycket brus i mätdatan, eller att uppskattningen av modformerna inte är giltig [15].

MAC-värdena presenteras ofta i en matris där den ena modellens moder presenteras på första raden och den andra modellens moder presenteras i första kolonnen. Matrisen innehåller sedan MAC-värden enligt (4.1) mellan de olika modellerna. I diagonalen visas MAC-värdet för de moder som ska motsvara varandra i respektive modell. Detta innebär att man vill att de diagonala termerna ska vara så nära 1,0 som möjligt och att de övriga termerna ska vara små, nära noll.

Kapitel 5

Styrande dokument

De krav som finns för vibrationer i gång- och cykelbroar är av typen komfortkrav och kontrolleras i bruksgränstillståndet.

Gällande för broar i Sverige är Eurokod. Byggherren kan välja att ange ytterligare krav i anbudshandlingarna. I vissa länder finns tillägg till Eurokod, så kallade nationella annex (NA), där kraven för vibrationer i gång- och cykelbroar ibland specificeras ytterligare. I Sverige finns dock inte något sådant.

5.1 Krav enligt Eurokod

Enligt [16] gäller följande rekommendationer för största accelerationer för en godtycklig del av brobanan i m/s²:

- 0,7 för vertikala svängningar
- 0,2 för horisontella svängningar vid normal användning
- 0,4 för horisontella svängningar vid exceptionell trängsel

Dessa komfortkriterier bör kontrolleras om egenfrekvensen är mindre än 5 Hz för vertikala svängningar och mindre än 2,5 Hz för horisontella laterala svängningar samt torsions-svängningar.

Eurokod ger inga anvisningar om hur beräkningarna ska utföras och vilken lastmodell som ska användas. Dock finns några riktvärden för frekvenser från gångtrafikanter angivna i [17]. Där anges att fotgängare vid normal gång kan påverka bron med en frekvens på 1-3 Hz i vertikalled samt 0,5-1,5 Hz i horisontalled. Det står även att löpare kan påverka bron med ca 3 Hz.

I [18] finns ett funktionskrav som säger att "För gång- och cykelbroar med alltför stora svängningar, som kan ge försämrad användarkomfort, bör åtgärder vidtas för att minimera dessa genom att utforma bron med en lämplig egenfrekvens eller att utrusta den med lämpliga dämpningsanordningar."

5.2 Specifika krav för Bagers bro

För Bagers bro har byggherren i anbudshandlingarna angett krav utöver de som finns i Eurokod. Enligt [19] är dessa krav:

- Den lägsta vertikala egenfrekvensen ska överstiga 3,5 Hz
- Den vertikala accelerationen får högst vara 0,5 m/s 2

Kapitel 6

Bagers bro

Detta kapitel syftar till att beskriva gång- och cykelbron som studeras i rapporten. Den valda bron heter Bagers bro och är belägen i centrala Malmö. Här beskrivs brons geometri och material. Kapitlet går också igenom vilka tidigare dynamiska utredningar som gjorts för Bagers bro samt resultaten från dessa.

6.1 Beskrivning av bron

Bagers bro är en gång- och cykelbro över Suellshamnen vid börshuset i centrala Malmö. Bron är 2,4 meter bred med ett fritt spann på 37 meter. Bron består av ett tredimensionellt fackverk vars höjd är relativt liten jämfört med spännvidden, endast 1,5 m som mest. En slankare konstruktion har lägre egenfrekvenser på grund av sin lägre böjstyvhet vilket gör den känslig för vibrationer. Ritningar över bron finns i bilaga 6.

Det tredimensionella fackverket består av balkar med rörprofiler av stål. Två parallella balkar med större diameter löper longitudinellt längs vardera sidan av brobanan. En tredje longitudinell balk med samma dimension går längst ned i konstruktionen, se figur 6.1. Dessa tre balkar kröker både i plan och elevation och mellan dem är ett fackverk av raka stänger med mindre dimension uppspända.



Den undre balken delas i två närmast stöd och går ihop med de övre longitudinella balkarna 0,5 meter Figur 6.1 Sektion av Bagers bro från stöd. Detta gör att fackverkets höjd varierar mellan noll vid stöd och 1,5 meter vid mitten.

De tre longitudinella balkarna har diametern 323,9 mm och en tjocklek som varierar mellan 16-25 mm. De tvärgående fackverksstängerna är rörprofiler med diameter 168,3 mm och tjocklek 8-16 mm.

Allt stål i bron, förutom räcket, är av stålkvalité S355. Räcket är utfört i stålkvalité S235. Knutpunkterna i fackverket är svetsade.

Brobanan består av tvärgående plank gjorda av en återvunnen plast som heter G9 Rustik. Dessa är fastskruvade på längsgående balkar av HEB100-profil som i sin tur vilar på fackverket.



Figur 6.2 Vy av Bagers bro

Ungefär mitt på bron är två aktiva dämpare monterade, så kallade "Tuned Mass Dampers" i fortsättningen refererade till som TMD. Deras placering framgår av bilaga 3. Enligt Anders Olsen (mailkontakt 13-10-24), Vibratec, består de av en massa på 340 kg vardera som är placerade ovanpå fjädrar med styvhet 88 kN/m. Fjädrarna sitter i sin tur fast i en ram som skruvats fast under HEB-balkarna under brobanan. Mellan massa och ram är även viskösa dämpare kopplade med en dämpning på 1,39 kNs/m. För skiss av TMD se figur 6.3.

Dämparna uppges verka inom frekvensintervallet 1,6 Hz till 2,15 Hz och är stämda för egenfrekvensen 1,81 Hz.

Den totala massan för en TMD är ungefär 420 kg



Figur 6.3 Tuned Mass Damper (TMD). Källa: [20, ritn. D110414]

6.2 Tidigare utredningar av brons dynamiska egenskaper

De dynamiska egenskaperna för Bagers bro har tidigare utretts i ett examensarbete [19] som utfördes innan bron byggdes. Vibratec som levererade dämparna utförde också mätningar på bron innan och efter dämparna installerades för att kunna ställa in dem för rätt frekvens. Här sammanfattas resultaten från ovan nämnda utredningar.

6.2.1 Examensarbete

[19] har i sitt examensarbete använt sig av programmet MIDAS där en egenfrekvensanalys och en tidshistorieanalys för några olika lastfall utförts.

Modellen består av fackverket modellerat som balkelement med en total massa på 28,4 ton. Värt att notera är att densiteten 7698 kg/m³ har använts för stålet, till skillnad från i denna rapport där den högre densiteten 7850 kg/m³ använts, se tabell 7.1. Räcke, brodäck och HEB-balkar är inlagda som punktmassor i knutpunkterna i modellen. Brodäcket antas vara av trä med en densitet på 460 kg/m³.

De resulterande egenvärdena presenteras i tabell 6.1 nedan.

Tabell 6.1	Resulterande	egenfrekvenser	från	tidigare	utfört	examensarbete.
1000000000	1100111101011010	0.0000000000000000000000000000000000000	J			0110111011001100010

Mod	1	2	3	4	5
Egenfrekvens [Hz]	1,97	3,82	8,07	9,60	12,04
Välle: [10 teh $($ 1]					

Källa: [19, tab. 6.1]

Tidshistorieanalysen utfördes med två olika lastfall varav det ena implementerades både som en statisk last och en dynamisk last. Den högsta accelerationen från första lastmodellen uppgick i vertikalled till 3,61 m/s² och för den andra lastmodellen till 5,23 m/s². I [19] påpekas att den andra lastmodellen är konservativ och att resultaten från de dynamiska analyserna är osäkra.

6.2.2 Mätningar utförda av Vibratec

Enligt Anders Olsen (mailkontakt 13-10-24), Vibratec, utfördes mätningar med låst TMD och med aktiv TMD. Vid mätningen med låst TMD uppmättes den lägsta egenfrekvensen till 1,85 Hz med en dämpningskvot på 1,5 %. Vid mätningen där TMD:erna var aktiva anger man att toppen vid 1,85 Hz i frekvens-responsdiagrammet delades och att dämpningen ökade till 9 %.

Kapitel 7

Finita elementmodell

Finita elementmetoden (FEM) används för att göra en egenvärdesanalys av bron. Bron har modellerats i programmet BRIGADE/Plus som är ett FEM-program inriktat mot brokonstruktion. I detta kapitel redovisas hur modellen gjorts och vad de resulterande egenfrekvenserna och modformerna blev.

7.1 Metod

Analysen består av en egenvärdesberäkning av de 6 första moderna, vilket resulterar i egenfrekvenser och motsvarande utböjningsform. Detta genomfördes tidigt för att underlätta planeringen av mätningarna samt efter mätningarna för att förfina modellen och jämföra med mätningarna.

När man genomför en egenvärdesanalys i BRIGADE/Plus tas ingen hänsyn till strukturens dämpning eftersom man löser egenvärdesproblemet, ekvation (2.15), för ett odämpat system. En verklig struktur har alltid någon form av dämpning. Dämpningen har dock oftast väldigt liten effekt på egenfrekvenser och modformer så i de flesta fall blir skillnaden mot verkligheten liten om dämpningen ignoreras.



Figur 7.1 Modellen i BRIGADE/Plus

7.1.1 Geometri

Bron modellerades med balkelement genom att systemlinjer för hela det primära bärverket ritades upp och tilldelades respektive tvärsnittsektion.

Ritningar, se bilaga 6, erhölls från NCC som byggt bron. Med hjälp av programmet AutoCAD togs koordinater fram för knutpunkter som sedan kunde knytas samman med kommandot "spline" i BRIGADE/Plus. De longitudinella balkarna blir därigenom approximerade med ett tredjegradspolynom.

Viss avvikelse mellan ritningar och verklighet upptäcktes då bron modellerades. En sådan avvikelse är att dämparnas verkliga placering inte stämmer överens med ritningarna, se bilaga 3. Detta kunde relativt enkelt åtgärdas i modellen eftersom det verkliga läget för dämparna kunde mätas upp på bron med någorlunda stor noggrannhet. En annan avvikelse är att anslutningen för enskilda balkar i fackverket inte stämmer överens med ritningen. Det exakta läget för balkarnas anslutningar i fackverket har inte kunnat bestämmas eftersom det inte går att komma åt att mäta från brons undersida. Istället har modellen byggts konsekvent efter ritningarna då anslutningarnas exakta placering bedömts ha försumbar betydelse för egenvärdesanalysen.

Utöver systemlinjer för det tredimensionella fackverket modellerades även de tre HEBbalkarna. Broräcket och brodäcket antogs påverka egenfrekvensanalysen marginellt och modellerades därför som icke strukturella massor utspridda längs de longitudinella balkarna. Vikten av räcket samt plankorna som utgör brodäcket uppskattades utifrån dimensioner från ritningarna och densiteter från tillverkare och erfarenhetsvärden, se bilaga 2 *Beräkningar*. Övrig massa på bron, såsom exempelvis belysningsramp och skyddsfärg, ansågs försumbar.

Balkelementen i fackverket har gemensamma noder i knutpunkterna vilket innebär att de är fast inspända i varandra. HEB-balkarna är i verkligheten fastskruvade ovanpå fackverket. För att modellera deras infästningar lades tvång (constraints) som kopplar frihetsgraderna i de noder där HEB-balkarna i verkligheten är fastskruvade till motsvarande noder i fackverket. Denna typ av tvång liknar mer en svetsad infästning än en skruvad infästning som det i verkligheten är. Infästningarna av HEB-balkarna blir därför lite styvare än vad de är i verkligheten.

De två punktmassorna som representerar dämparna i sitt inaktiverade tillstånd placerades i noder på HEB-balkarna då det är dessa som dämparna i verkligheten är infästa i.

7.1.2 Material och sektioner

I detta avsnitt redogörs för vilka material som förekommer i bron och hur de modellerats i BRIGADE/Plus.

Stål

Samtliga bärande element utgörs av isotropt och elastiskt stål S355J2. Materialparametrar som använts vid modelleringen framgår av tabell 7.1 nedan.

Tabell 7.1 Materialegenskaper för konstruktionsstål

Elasticitetsmodul	210 GPa
Densitet	7850 kg/m ³
Poissons tal	0,3

Plast

Brobanan består av plankor gjorda av återvunnen plast. Typen heter G9 Rustik och har enligt [19] egenskaper enligt tabell 7.2

Tabell 7.2 Materialegenskaper för G9 Rustik

Elasticitetsmodul	1,2 GPa
Densitet	960 kg/m ³

Sektioner

Balktvärsnitten varierar i olika sektioner av modellen enligt ritningarna, se bilaga 6.

7.1.3 Randvillkor

Något som har stor betydelse för strukturens styvhet och därmed även dess egenfrekvenser är hur upplagen modelleras.

Bron är upplagd på två stöd i var ände. Lagren är av typen TOBE Potbearing, se bilaga 6, och har ett lager av teflon. Teflonet gör att friktionen i lagret minskar och upplagsvillkoren blir därmed relativt väldefinierade. Stöden i innerkurvan är utsatta för drag på grund av brons böjning i horisontalplanet. De dragutsatta stöden förstärkts med extra dragstag som en säkerhetsåtgärd. Eventuell inverkan från dragstagen på det dynamiska beteendet har försummats.

Upplagen idealiseras i modellen till att vara helt friktionslösa och grundläggningen oändligt styv. Upplagsvillkoren som används i modellen visas i figur 7.2 nedan. I figuren anges vilka frihetsgrader som är låsta (x, y respektive z). Randvillkorens koordinatsystem följer brons riktning vid det västra brofästet. Vid det östra brofästet följer randvillkoren samma riktning som vid det västra, det vill säga att randvillkoren vid det östra brofästet inte följer brons riktning, se figur 7.2. För upplagsdetaljer se även bilaga 6 ritning BRO-24.6-304. Inga rotationsfrihetsgrader är låsta i modellen.



Figur 7.2 Upplagsvillkor för FEM-modell

7.1.4 Aktiv dämpning, TMD

Bron är försedd med två stycken aktiva dämpare men vid modelleringen förenklas de till en enda som placeras mittemellan de ursprungliga två. Detta görs för att det kan uppstå problem i modellen om de två dämparna inte svänger i fas. Som tidigare nämnts tas ingen hänsyn till dämpning i egenfrekvensanalysen. Därmed hade TMD:n kunnat modelleras som ett fjäderelement och en massa där den viskösa delen utelämnas. Dock görs andra typer av analyser i kapitel 10 *Accelerationer* där dämpningen har betydelse och därför implementerades TMD:n med den viskösa delen direkt i modellen.

Dämparen i modellen består av ett element med kombinerad fjäder och viskös dämpare samt en punktmassa. Dämparna har i verkligheten en total massa på 840 kg varav 680 kg är vibrerande. Således placeras 680 kg som en punktmassa i fjädern medan resten placeras som punktmassor på HEB-balkarna där dämparna i verkligheten är infästa.

Dämparna är i verkligheten stämda för 1,81 Hz. Vår modell har dock egenfrekvensen 1,53 Hz vilket gör att dämparen inte kommer få någon effekt om TMD:n stäms för frekvensen 1,81 Hz. Dämparen i modellen modifieras därför till att vara stämd för 1,53 Hz. Detta görs genom att en ny fjäderstyvhet beräknas enligt nedan.

Dämparna kan förenklas med ett SDOF-system som består av en fjäder och en vibrerande massa, se figur 7.3. Fjäderstyvheten för detta system är k = 88000 N och den totala massan m = 680 kg, se kapitel 6 *Bagers bro*. Egenfrekvensen, *f*, för detta system ges av ekvation (2.5)

$$2 \cdot \pi \cdot f = \sqrt{\frac{k}{m}} \to f = 1,81 \, Hz$$



Om frekvensen istället anges till f = 1,53 Hz kan k lösas ut ur ekvationen enligt nedan Figur 7.3 SDOF-

$$k = m \cdot (2 \cdot \pi \cdot f)^2 = 680 \cdot (2 \cdot \pi \cdot 1,53)^2 = 63000 \, N/m$$

I modellen ges fjädern styvheten k = 63000 N/m tillsammans med den viskösa dämpningen 1387 Ns/m som angetts av tillverkaren. Den nedre punkten på TMD:n där punktmassan är placerad begränsas med randvillkor så att den endast kan röra sig vertikalt. Den övre punkten delar nod med bron och kommer följa dess rörelse i den gemensamma noden.

7.2 Resultat för låst TMD

I detta avsnitt redovisas egenfrekvenser och modformer från egenvärdesanalysen i BRIGADE/Plus. Vid analys av en gångbro är det framför allt frekvenser under 5 Hz som är viktigast eftersom det är där gångfrekvensen och därmed lasten på bron normalt ligger. I denna analys inkluderas även högre moder för att kunna göra en bredare jämförelse med mätningarna och validera vår FE-modell. Vid mätningarna begränsas antalet moder av mätuppställningen då det krävs högre upplösning, dvs fler mätpunkter, för att registrera modformer av högre grad. Därför har de sex första moderna analyseras vilket är upp till ca 15 Hz.

Först redovisas resultaten från modellen där de aktiva dämparna endast är inkluderade som punktmassor. Detta motsvarar situationen då dämparna är låsta i transportläge så att massan finns där, men den kan inte vibrera. I nästa avsnitt, 7.3, ges en sammanställning över vad det får för effekt på resultatet då dämparen är aktiv.

Modformerna och egenfrekvenserna från egenvärdesanalysen med låst TMD redovisas i figur 7.4 till 7.9 nedan.

Mod 1



Figur 7.4 Första moden rör sig vertikalt och har egenfrekvensen 1,53 Hz.



Figur 7.5 Andra moden rör sig horisontellt och har egenfrekvensen 3,09 Hz.

Mod 3



Figur 7.6 Tredje moden är den andra vertikala och har egenfrekvensen 6,28 Hz.



Figur 7.7 Fjärde moden är första vridmoden med egenfrekvensen 9,13 Hz.



Figur 7.8 Femte moden är den andra horisontella med egenfrekvensen 10,40 Hz.



Figur 7.9 Sjätte moden är den tredje vertikala med egenfrekvensen 12,25 Hz.

7.3 Resultat för aktiv TMD

Om dämparen är korrekt stämd kommer den att effektivt dämpa ut just den frekvens som den är stämd för. Eftersom dämparen är inställd på första egenfrekvensen kommer den moden dämpas ut vilket delar resonanstoppen i frekvensdomänen i två toppar. Detta tolkar BRIGADE/Plus som att två nya moder uppkommit eftersom det nu är där som den högsta responsen uppmäts. Utböjningsformen för båda moderna är fortfarande densamma.

Första vertikala moden på 1,53 Hz delas då i två med frekvenserna 1,42 respektive 1,68 Hz.

Dämparen är konstruerad för att endast verka i första moden varför den får marginell effekt på de högre moderna, se sammanfattning nedan.

7.4 Sammanfattning

I tabell 7.3 nedan sammanfattas resultatet från egenvärdesanalysen med låst och aktiv TMD för de sex första moderna.

	Egenfrekvens (Hz)	Egenfrekvenser (Hz)
Modform	Låst TMD	Aktiv TMD
Vortikal	1.52	1,42
vertikai	1,55	1,68
Horisontell	3,09	3,15
Vertikal	6,28	6,29
Vrid	9,13	9,16
Horisontell	10,40	10,40
Vertikal	12,25	12,40

Tabell 7.3 Sammanfattning av egenfrekvenser för modell med respektive utan TMD

Kapitel 8

Mätningar

I detta kapitel beskrivs metoden för mätningarna samt resultaten från efterbehandlingen av mätdatan. Kvaliteten på mätdatan och osäkerheter i resultaten från efterbehandlingen diskuteras. Kapitlet avslutas med en jämförelse av resultaten från mätningar med aktiv TMD och med låst TMD.

8.1 Metod

Den mätmetod som använts kallas Operational Modal Analysis, OMA, och innebär att accelerometerrespons mäts för en last som är okänd men som triggar samtliga moder.

Mätningarna har gjorts i två omgångar eftersom det under efterbehandlingen av mätdatan från första mätningen framkom att den höll för låg kvalitet på flera punkter.

De huvudsakliga fel som gjorts under första mätningen listas nedan:

- Två av accelerometrarna som använts gick ej att kalibrera och gav extremt brusigt resultat. De positioner där dessa accelerometrar suttit fick helt uteslutas vid efterbehandlingen vilket har lett till allt för låg upplösning för att kunna dra några slutsatser om modformer
- Var och en av mätningarna har gjorts under för kort tid för att få tydliga resultat. Data har också samlats in onödigt ofta, det vill säga med onödigt hög frekvens. Detta gör att resultatfilerna blir stora och svåra att hantera i efterbehandlingsprogrammen, utan att ge någon ytterligare information.
- Flera av mätningarna som gjorts hade för låg excitation för att accelerometrarna skulle kunna registrera något. Antingen hade det behövts kraftfullare belastning eller accelerometrar med högre sensitivitet.

Detta innebär inte att alla resultat var helt oanvändbara, utan främst att modformerna blev svåra att utvärdera.

Den första mätningen har genomförts mitt på dagen 13 november 2013 då bron var avstängd för allmänheten. Temperaturen var ca 8 grader, växlande molnighet, ingen nederbörd och vindhastighet mellan ca 2-7 m/s.

Den andra mätningen har genomförts den 18 december på förmiddagen mellan kl 9-12. Bron var ej avstängd och vädret var mulet men uppehåll, ca 5 grader, vindstilla.

8.1.1 Material

• Accelerometrar

Tillverkare: Brüel & Kjær

Antal: 6 st (5 st första mätningen och 3 st andra mätningen)

Total har använts 4 st enaxiella accelerometrar och 2 st treaxiella accelerometrar. Sensitiviteten för de enaxiella var ca $0,001 \text{ V/ms}^{-2}$ och för de treaxiella ca $0,01 \text{ V/ms}^{-2}$.

• Front ends

Hårdvara som använts för att samla in data. 2 st av typen LAN XI med plats för totalt 10 accelerometrar Tillverkare: Brüel & Kjær Nr. 3160 med 4 kanaler för output och 2 för input, endast output-kanalerna användes Nr. 3050 med 6 kanaler för output

• Programvara

PULSE LabShop version 17.0 från Brüel & Kjær.

• Övrigt Switch Cisco, ethernetkablar, förlängningssladdar till accelerometrar, clips, lim.

8.1.2 Mätuppställning

Mätpunkterna har bestämts utifrån resultat från en preliminär modell av bron gjord i BRIGADE/ Plus. Mätpunkterna har begränsats till viss del av det material som fanns att tillgå. Placeringen av mätpunkterna för de båda mätningarna visas i figur 8.1 nedan.



Figur 8.1 Mätpunkter

Val av referenspunkter och övrig uppställning har fastställts efter råd från Brüel & Kjær. Vid första mätningen har två mätuppställningar gjorts och tre accelerometrar använts som referenser. Vid andra mätningen har tre mätuppställningar gjorts med en accelerometer som referens. Referensen placerades då i punkt 3 eftersom den rör sig i samtliga modformer. I Tabell 8.1 och tabell 8.2 nedan åskådliggörs placeringen av accelerometrarna samt vilka accelerometrar som fungerar som referenser för mätsekvenserna vid första respektive andra mätningen. Vid första mätningen har sladdarna skarvats till vissa accelerometrar. En front end har placerats invid referenspunkten medan den andra flyttats mellan mätuppställningarna för att undvika skarvsladdar till accelerometrarna vid andra mätningen.

Accelerometertyp	Mätpunkt	Mätuppställning	Front end	
Treaxiell (x,y,z)	1	1 och 2	LAN-XI 3160	Referens
Treaxiell (x,y,z)	4	1	LAN-XI 3160	
	6	2	LAN-XI 3160	
Enaxiell (z)	5	1 och 2	LAN-XI 3050	Referens
Enaxiell (z)	2	1	LAN-XI 3050	
	3	2	LAN-XI 3050	
Enaxiell (z)	7	1 och 2	LAN-XI 3050	Referens

Tabell 8.1 Accelerometerplacering för första mätningen

$T_{-1} = 1100$ A = -1	1		
Ι ΠΠΡΗ Κ / ΑΓΓΡΙΡΥΠΗΡΙΡΥ	nincerino	via anara	mannoph
ruben 0.2 meeterometer	pracering	via anara	mannigen

Accelerometertyp	Mätpunkt	Mätuppställning	Front end	
Treaxiell (x,y,z)	3	1, 2 och 3	LAN-XI 3160	Referens
Treaxiell (x,y,z)	1	1	LAN-XI 3050	
	4	2	LAN-XI 3050	
	6	3	LAN-XI 3050	
Enaxiell (z)	2	1	LAN-XI 3050	
	5	2	LAN-XI 3050	
	7	3	LAN-XI 3050	

Accelerometrarnas placering på bron

All hantering av mätutrustningen har gjorts från brobanan varför placeringen begränsats av vad som gick att nå därifrån.

För att fånga de vertikala rörelserna har de enaxiella accelerometrarna placerats på en yta som var så nära horisontell som möjligt. De treaxiella kunde placeras mera godtyckligt och har således satts direkt på den longitudinella balken på ett sådant sätt att z-riktningen var lodrät, se figur 8.2 och 8.4. De 1-axiella har istället placerats på undersidan av den plåt som sitter direkt ovanför den longitudinella balken och som räcket är infäst i, se figur 8.2 och 8.3. Notera att denna yta inte är horisontell utan har samma lutning som brobanan.



Figur 8.2 Accelerometrarnas placering i en sektion av bron



Figur 8.3 Enaxiell accelerometer monteras på bron



Figur 8.4 Treaxiell accelerometer monterad på en av brons longitudinella balkar.

8.1.3 Förberedelser inför mätningarna

Dagen innan mätningarna har de clips som använts vid mättillfället för att sätta fast accelerometrarna monterats på bron. Detta har gjorts med vattenfast lim, vilket innebär att de exakta positionerna finns kvar även efter mätningarna för att möjliggöra kompletterande mätningar i samma punkter. En enkel provmätning har genomförts då clipsen var monterade för att kontrollera mätuppställningens funktionalitet.

Provmätningar har även genomförts i kontorsmiljö under dagarna innan mätningen med syftet att bekanta sig med utrustningens såväl mjukvara som hårdvara. Provmätningar görs med fördel på en enkel och välbekant konstruktion för att försäkra sig om att utrustningen ger rimliga resultat. Inför första mätningen har testmätningar gjorts på en struktur vars dynamiska egenskaper inte var kända och därför har man bara kunnat avgöra om accelerometrarana gav utslag, inte om resultaten var rimliga.

Gällande mjukvaran har ett mätprojekt förberetts i PULSE LabShop med geometri, mätuppställning etc i god tid innan den riktiga mätningen. I mätprojektet har också accelerometrarnas lutning förts in. På grund av problem med mjukvaran har inte detta mätprojekt kunnat användas vid den första mätningen. Istället har ett projekt satts upp från grunden där endast rådatan från accelerometrarna samlats in och sedan behandlats i OMAprogramvara i efterhand. Detta har gjort att geometrin för mätobjektet inte kunnat ritas upp grafiskt utan har matats in manuellt i en typ av textfil. Vid den andra mätningen har mätprojektet som förberetts i PULSE LabShop använts.

8.1.4 Utförande av mätningar med låst TMD

Dessa mätningar har utförts med de förutsättningar som kallats första mätningen i tidigare avsnitt. Bron har varit avstängd under mätningarna. Då bron stängts av har sladdar dragits och accelerometrar monterats enligt uppställningen redovisad i figur 8.1 och tabell 8.2 ovan. Sladdar har tejpats noga mot bron för att minimera risken för att vibrationer som kan

registreras av accelerometern skall uppkomma i sladden. Innan mätningarna påbörjats har TMD:erna låsts vilket beskrivs nedan.

Som excitation vid mätningarna har några olika varianter använts: enbart vind, författarna har gått på bron var för sig samt att båda författarna gått på bron samtidigt. Att någon gått på bron innebär att denna person gått i normalt tempo utan någon särskild takt eller rytm fram och tillbaks över bron längs olika slumpvisa linjer.

Mättiden har varierat, men som längst har mätningarna pågått under 5 minuter. Då 3 mätningar gjorts för första uppställningen har accelerometrarna flyttats till andra uppställningen och ytterligare 2 mätningar gjorts. Alltså har totalt 5 mätningar (setups) gjorts men på grund av att en mätning i första uppställningen gjorts med endast vind som excitation har den inte gett något utslag och fått strykas. Således har de kvarvarande fyra mätningarna kunnat kombineras till totalt fyra kompletta uppsättningar av mätdata (data sets).

Samplingsfrekvensen var 65536 Hz.

Låsning av TMD

Dämparna består av en vibrerande massa över en ram som fixerats till bron. I de fyrkantiga dämparna finns ett hål i varje hörn som går genom både massan och ramen. Där har det suttit bultar under transport och montage för att låsa rörelserna i TMD:n genom att fixera massan till ramen, kallat transportsäkring i figur 8.5 nedan.



Figur 8.5 Komponenterna i de aktiva dämparna som är monterad på bron. Källa: [20, fig. 1]

Under mätningarna åstadkoms samma sak genom att placera totalt åtta gängstavar, en i varje hörn på de två dämparna. Plankorna i brobanan ovanför dämparna skruvades loss och lyftes åt sidan så att dämparna blev lättåtkomliga. Gängstavarna drogs genom både den vibrerande massan och den ram som sitter fast i bron. Med en mutter på var sida låstes massan så att den inte längre kunde röra sig i förhållande till ramen se figur 8.6. När dämparna blockerats lades plankorna tillbaks löst ovanpå så att man kunde gå obehindrat. Då mätningar gjorts för båda uppställningarna lossades åter gängstavarna och plankorna i brobanan kunde skruvas på plats igen.



Figur 8.6 Gängstavar dras genom den vibrerande massan och ramen för att låsa TMDn

8.1.5 Utförande av mätningar med aktiv TMD

Mätningar med inkopplad TMD har skett vid två tillfällen. Vid det ena tillfället med förutsättningar som för första mätningen, se figur 8.1 och tabell 8.1. Bron har vid detta tillfälle varit avstängd och excitationen varit densamma som beskrivits i kapitlet "Utförande av mätningar med TMD låst." Mätdatan från dessa mätningar har som tidigare nämnts inte varit av tillräckligt hög kvalitet och därför har det i fortsättningen fokuserats på den andra mätningen.

Under den andra mätningen har dämparna varit aktiva och bron inte varit avstängd för trafik vilket inneburit att den exciterats av såväl de båda författarna som av sporadiska fotgängare och cyklister. Uppställning och accelerometerplacering ges av figur 8.1 och tabell 8.2. Samplingsfrekvensen har satts till 4096 Hz, och mättiden till 1088 sekunder, det vill säga ca 18 minuter. Två sådana mätningar har gjorts för varje uppställning, alltså har totalt 6 mätningar (setups) genomförts vilket innebär att de kunnat kombineras till totalt 8 st kompletta uppsättningar av mätdata (data sets).

8.1.6 Efterbehandling av mätdatan

Mätdatan har efterbehandlats med hjälp av programmet Operational Modal Analysis från Brüel & Kjær. Mätdatan har först analyserats med EFDD-tekniken för att få en första uppfattning om vilka moder som kunnat förväntas. Efter det har en noggrannare analys gjorts med hjälp av två SSI-tekniker. Modformerna för alla framtagna moder har analyserats grafiskt för att se om de representerat rimliga moder. Moder som inte ansetts ha en rimlig utböjningsform har plockats bort. Moder med orimlig modform kan till exempel ha uppstått på grund av att de består av mycket brus som programmet inte kunnat skilja ut från de verkliga moderna.

8.2 Resultat från mätningar med aktiv TMD

Nedan presenteras de uppmätta egenfrekvenserna och tillhörande dämpning då dämparna var aktiva, se tabell 8.3. Värdena i tabellen är medelvärden av de värden som tagits fram vid efterbehandlingen i Operational Modal Analysis för de mätserier som samlades in under andra mätningen. Som mest användes åtta mätserier för att bilda medelvärdena. För vissa frekvenser har färre mätserier använts eftersom denna mod då inte kunnat säkerställas i alla mätserier. I de flesta fallen har värdena uppskattats med metoden SSI- UPC Merged Data Sets men för vissa fall har andra metoder använts då moden inte hittats med denna metod.

Mod nr.	Typ av mod	Egenfrekvens [Hz]	Dämpning [%]
1	Vertikal	1,84 ¹	2,51 ¹
2	Horisontell	5,05 ²	$2,80^2$
3	Vertikal	6,82 ¹	0,401
4	Vrid	9,70 ¹	0,56 ¹
5	Horisontell	10,02 ³	1,87 ³
6	Vertikal	13,95 ¹	0,651

Tabell 8.3 Resultat egenfrekvenser och dämpning från mätning med aktiva dämpare

I figurerna 8.7- 8.12 nedan visas modformerna som tagits fram med Operational Modal Analysis.

¹ Medelvärde av värden från SSI- UPC Merged data sets för alla åtta kombinationer

² Medelvärde av värden från EFDD för fyra utvalda kombinationer

³ Medelvärde av värden från SSI- UPC Merged data sets för sex kombinationer. Två värden bortvalda, då egenfrekvenserna för dessa moder avviker från övriga egenfrekvenser samt att dess modformerna inte kan anses ha en rimlig form.



8.2.1 Diskussion

Alla moderna får lägst osäkerhet då de uppskattas med SSI-UPC Merged Data Sets. Vissa modformer hittas inte med denna teknik och för andra kan det vara större skillnader i egenfrekvens då man använder olika tekniker.

Mod 1

Mod 1 hittas av alla metoderna men värden på egenfrekvensen har relativt stor spridning, från 1,79 Hz med EFDD tekniken till 1,86 med SSI-UPC-tekniken. Modformen skiljer sig inte mycket mellan de olika metoderna. Däremot beter sig referenspunkten lite märkligt, vilket är svårt att se i figur 8.7 men som är tydligt då modens svängningar animeras. Den ser ut att hela tiden vara lite ur fas jämfört med de andra punkterna och i varje svängning nå sin maximala

utböjning lite senare än de andra. Detta är inte ett rimligt beteende för bron. Något som skulle kunna orsaka detta är om den berörda accelerometerns orientering är fel. Detta har dock kontrollerats noggrant och olika lutningar för accelerometerns respektive axlar har testats utan att komma tillrätta med det avvikande beteendet. Dock ger det ingen signifikant inverkan vid jämförelsen av modformer som görs i kapitel 9 varför ingen mer tid har lagts på att utreda uppkomsten av detta fel.

Mod 2

Mod 2 är svår att hitta med alla teknikerna, vilket man kan misstänka redan när man studerar mätdatan i Operational Modal Analysis i en så kallad SVD-plot, se figur 8.13. Utslaget som ses vid 5 Hz för den översta grafen är varken hög eller smal och således inte särskilt väl definierad. Med EFDD tekniken hittas den automatiskt men programmet ger varningar för att osäkerheten är stor. Med tekniken SSI- UPC hittas den som en så kallad "noise mode" och osäkerheterna blir även här stora. Egenfrekvensen uppskattas till omkring 5,05 Hz med EFDD tekniken och till ungefär 4,9 Hz med SSI tekniken.

Mod 2 är en horisontell mod och då accelerometrarna inte placerats på ett optimalt sätt för att fånga upp de horisontala moderna är det osäkra resultatet inte förvånande. Det är endast fyra punkter på bron där horisontala rörelser kan registreras, varav tre av dessa punkter är belägna på samma sida av bron.



Figur 8.13 Mod 2 (5,05 Hz) i en SVD-plot över mätdata från Operational Modal Analysis.

Mod 3

Mod 3 kan identifieras med alla teknikerna och det är liten skillnad på de framtagna egenfrekvenserna och modformerna för de olika teknikerna.

Mod 4

Mod 4 kan identifieras med alla teknikerna. Egenfrekvenserna skiljer sig något beroende på vilken teknik som används men modformerna stämmer väl överrens.

Mod 5

Mod 5 hittas inte med EFDD-tekniken. När man använder de båda SSI-metoderna hittas den oftast men för vissa mätserier kan den inte identifieras. Egenfrekvensen varierar mellan 9,903 Hz och 10,09 Hz för de olika SSI-teknikerna. Modformerna får lite lägre MAC-värden då man jämför de båda SSI-teknikerna med varandra än de flesta andra moderna, omkring 0,97.

Mod 5 ligger väldigt nära mod 4 och troligtvis är det därför den är så svår att hitta, se figur 8.14. En annan anledning till att mod 5 är svår att identifiera kan vara att det är en horisontal mod och som nämnt tidigare är accelerometrarnas placering inte optimal för att identifiera horisontella moder.



Figur 8.14 Modmarkeringar för mod 4 (9,7 Hz) och mod 5 (10,2 Hz) i SVD-plot av mätdatan från Operationa Modal Analysis.

Mod 6

Mod 6 kan identifieras med alla teknikerna och det är liten skillnad på de framtagna egenfrekvenserna och modformerna för de olika teknikerna.

8.3 Resultat från mätningar med låst TMD

I tabell 8.4 nedan visas de resulterande egenfrekvenserna och motsvarande dämpning från mätningarna med låst TMD. Värdena är medelvärden från fyra mätserier för alla moder utom den andra, vilken bara kunde hittas i en mätserie. Alla värdena är framtagna med metoden SSI-UPC Merged Data Sets.

Mod nr.	Typ av mod	Egenfrekvens [Hz]	Dämpning [%]
1	Vertikal	1,85 ⁴	0,964
2	Horisontell	4,89 ⁵	4,12 ⁵
3	Vertikal	6,81 ⁴	1,76 ⁴
4	Vrid	9,654	0,634
5	Horisontell	9,95 ⁴	2,094
6	Vertikal	13,73 ⁴	0,994

Tabell 8.4 Resultat egenfrekvenser och dämpning från mätning med låsta dämpare.

8.3.1 Diskussion

I början av detta kapitel listas några misstag som gjordes vid denna mätning. Detta föranledde att mätpunkter fick strykas i efterhand så att endast fyra noder kvarstod att analysera. På grund av detta är det svårt att avgöra om moderna är trovärdiga genom att titta på en animering av dessa. För att säkerställa att rätt moder valts ut görs en jämförelse mellan denna mätning med få noder och andra mätningar där modformerna har kunnat säkerställas genom att beakta animeringar från mätningar med aktiv TMD i programmet PULSE Reflex från Brüel & Kjær. Ett exempel på MAC-värden för en sådan jämförelse visas i tabell 8.5 nedan.

Tabell 8. 5 CrossMAC för jämförelse mellan mätning med dämparen inkopplad och låst. Mätningen då dämparen var aktiv innehåller fler frihetsgrader än mätningen då dämparen var låst.

		Låst TMD						
	Egenfrekvens [Hz]	1,802 Vertikal	4,889 Horisontell	6,812 Vertikal	9,672 Vrid	10,019 Horisontell	13,746 Vertikal	
	1,834 Vertikal	0,974	0,271	0,202	0,239	0,071	0,010	
B	5,047 Horisontell	0,312	0,961	0,013	0,457	0,017	0,101	
	6,822 Vertikal	0,210	0,010	0,997	0,048	0,055	0,229	
ctiv	9,702 Vrid	0,192	0,444	0,059	0,995	0,019	0,307	
V	10,089 Horisontell	0,086	0,023	0,039	0,033	0,964	0,071	
	13,943 Vertikal	0,002	0,155	0,210	0,299	0,023	0,997	

⁴ Medelvärde av värden från SSI- UPC Merged data sets för alla fyra kombinationer

⁵ Värde från SSI- UPC Merged data sets. Endast hittad i en mätning

I tabell 8.5 kan man se att MAC-värdena i diagonalen ligger nära 1,0 vilket innebär att de har hög grad av överenstämmelse. Däremot kan man se att många av de värden som ligger utanför diagonalen och gärna ska vara nära noll har fått relativt höga värden. Detta beror troligtvis på att för få mätpunkter använts vid mätningen med låst TMD. Moderna kan på grund av detta likna moder från mätningen med fler mätpunkter utan att de behöver vara samma mod. Tecken på att för få mätpunkter använts kan man också se genom att beräkna ett så kallat AutoMAC. I ett AutoMAC jämförs moderna från samma mätning. Ett exempel på ett AutoMAC för en av mätningarna utan dämpare visas i tabell 8.6.

Tabell 8. 6 AutoMAC för en av mätningarna med låst dämpare. MAC- värdena beräknas utifrån en jämförelse mellan moderna i en och samma mätning.

	Egenfrekvens [Hz]	1,802 Vertikal	4,889 Horisontell	6,812 Vertikal	9,672 Vrid	10,019 Horisontell	13,746 Vertikal
	1,802 Vertikal	1,000	0,242	0,219	0,198	0,079	0,005
D	4,889 Horisontell	0,242	1,000	0,010	0,443	0,028	0,139
IM	6,812 Vertikal	0,219	0,010	1,000	0,045	0,049	0,227
åst '	9,672 Vrid	0,198	0,443	0,045	1,000	0,020	0,278
Ľ	10,019 Horisontell	0,079	0,028	0,049	0,020	1,000	0,028
	13,746 Vertikal	0,005	0,139	0,227	0,278	0,028	1,000

Låst TMD

I tabell 8.6 kan man se att när en mod jämförs med sig själv i diagonalen så blir värdet 1,0 eftersom de jämförda moderna är identiska. Däremot är termerna utanför diagonalen inte tillräckligt nära noll för att man ska kunna säga att de är oberoende, precis som i tabell 8.5 ovan. Detta är ett tecken på att för få noder använts i mätningen vilket gör att det inte med säkerhet går att skilja moderna i samma mätning åt.

Sammantaget kan man konstatera att moderna från mätningarna med låst TMD är mycket osäkrare än mätningarna med inkopplad TMD som innehöll fler mätpunkter. Vi vill dock ändå påstå att vi har kunnat identifiera de sex första moderna från mätningarna med låst TMD även om de innehåller osäkerheter.

I mätningarna som utfördes av Vibratec, se kapitel 6 *Bagers bro*, uppmättes den första egenfrekvensen när TMD:n var låst till 1,85 Hz vilket är samma värde som konstaterats i denna mätning.

8.4 Jämförelse av mätningar med aktiv TMD och låst TMD

Skillnaderna mellan fallet då dämparen är låst och fallet då den är aktiv är inte så tydliga. Vad gäller egenfrekvenserna kan man se att de ändrar sig med mindre än 1 % för alla moder utom mod 2 som ändras med 3,2 %. Mod två har dock bara kunnat hittas i en av mätserierna för fallet då dämparen är låst vilket gör att det är svårt att avgöra om värdet är representativt. Detta är ett förväntat resultat eftersom egenfrekvenserna enligt teorin inte bör flytta sig. Den enda egenfrekvens som enligt teorin flyttas något är den första egenfrekvensen som dämparen är stämd för eftersom den bör delas. Detta diskuteras senare i kapitlet.

Modformerna verkar enligt resonemanget i kapitlet ovan stämma väl överens även om vissa osäkerheter uppstår på grund av att för få mätpunkter användes vid mätningarna med låst TMD. Även detta är ett väntat resultat eftersom modformerna teoretisk sett bör vara desamma.

I figur 8.15 och 8.16 visas "Magnitude of spectral densities" för en mätning utan TMD respektive med TMD. Graferna är ett mått på energin i systemet, men eftersom mätningarna gjorts med okänd last och de inte haft samma referenspunkt kan man inte säga något om det absoluta energiinnehållet. Däremot kan man jämföra formen på graferna vilket ger information om dämpningen. Om man jämför figur 8.15 med figur 8.16 kan man se att första toppen i det fall då dämparen är inkopplad är lite bredare jämfört med då den är låst, vilket tyder på ökad dämpning för den moden.



Figur 8.15 "Magnitude of Auto spectral densities" för en accelerometer från mätningen med låst TMD. Accelerometern är en referens som är belägen i en fjärdedel av brons spann, norra sidan, punkt 1 i figur 8.1.



Figur 8.16 "Magnitude of Cross spectral densities" för en accelerometer i z-led från mätningen med aktiv TMD. Accelerometern är inte en referns och är belägen i en fjärdedel av brons spann, norra sidan, punkt 1 i figur 8.1.

Den ökade dämpningen för första moden kan man även se om man jämför värdena i tabell 8.3 med de i tabell 8.4. Enligt värdena i tabell 8.3 och 8.4 skulle dämpningen för första moden ha ökat med 1,55 procentenheter, från 0,96 % till 2.51 %, då dämparen är aktiv jämfört med när den är låst. Man kan dock även se att dämpningen för de övriga moderna skulle minskat då dämparen var aktiv. Att dämpningen i de övriga moderna skulle minska känns inte fullt rimligt och troligtvis beror viss del av variationerna i dämpningen på fel i mätningen, till exempel att mätningarna med dämparen låst utfördes under för kort tidsperiod. Dock är det inte orimligt att dämpningen i första moden ökar markant även om det procentuella värdet på ökningen inte bör ses som absolut på grund av ovan nämnda osäkerheter i mätningarna.

I mätningarna som utfördes av Vibratec, se kapitel 6 *Bagers bro*, uppmättes dämpningen för den första egenfrekvensen till 9 % då dämparen var aktiv och till 1,5 % då dämparen var låst. Detta motsvarar en ökning på hela 7,5 procentenheter vilket är mycket mer än vad som uppmätts här. Det är svårt att säga varför dämpningen då TMD:n är aktiv blir så mycket högre i Vibratecs mätningar än i våra eftersom det är okänt vilken metod som använts för att uppskatta dämpningen. Uppskattning av dämpning från mätningar är relativt osäkert och stora avvikelser kan förekomma mellan olika metoder. Dock kan man även i deras mätningar konstatera att dämpningen ökar markant för första moden då TMD:n kopplas in.

Teoretiskt sett borde första toppen dela sig då dämparen är aktiv. I mätningarna som utfördes av Vibratec, se kapitel 6 *Bagers bro*, anger man också att den första egenfrekvensen delades. Detta kan man inte tydligt se i datan från dessa mätningar, se figur 8.17. Anledningen till detta kan vara att frekvensen som dämparen är stämd för inte är exakt samma som brons egenfrekvens, vilket i praktiken är mycket troligt. Brons egenfrekvens ändras bland annat på grund av temperaturskillnader och beroende på hur mycket massa som befinner sig på bron, exempelvis från gångtrafikanter.



Figur 8.17 Första moden (1,84 Hz) från en av mätningarna med aktiv TMD.

8.4.1 Teoretisk jämförelse mellan system med inkopplad TMD och låst TMD

En jämförelse hur systemet teoretiskt beter sig gjordes där bron approximerades som ett SDOF-system. Frekvens-responsdiagrammet för bron, representerad av ett SDOF-system, samt det kombinerade systemet med bro och dämpare visas i figur 8.18 respektive 8.19. Egenfrekvensen för bron och dess dämpning hämtades från mätningen då dämparen är låst, 1,85 Hz se tabell 8.5. Dämpningen för bron antogs vara samma som dämpningen för den första egenfrekvensen. Massan erhölls från FEM-modellen till 44479 kg där även dämparnas massa är inkluderad. I figur 8.18 nedan har massan för hela bron använts som massa i SDOF-systemet. I figur 8.19 har istället brons halva massa använts som massa i SDOF-systemet. Detta motsvarar en så kallad effektiv massa som för en fritt upplagd balk belastad med en punktlast är ungefär halva massan [22]. Parametrarna för dämparen valdes utifrån uppgifter från tillverkaren, se kapitel 6 Bagers bro. Dämparens egenfrekvens sattes till 1,81 Hz, massan till 680 kg och dämpningskvoten till 9 %.



Figur 8.18 Respons i bron i form av deformation mot frekvens, punktstreckad linje, och det kombinerade systemet med bro och dämpare, heldragen linje. Brons hela massa, 44479 kg, använd.

I figur 8.18 ser man att delningen av första egenfrekvensen inte är så tydlig. Detta beror till viss del på att TMD:ns egenfrekvens inte sammanfaller med brons egenfrekvens men till största del på att TMD:ns massa är så liten i jämförelse med brons massa. Om masskvoten ökas blir delningen av toppen tydligare och de nya topparna mer separerade, vilket man kan se i figur 8.19. Masskvoten mellan bro och dämpare med förutsättningar enligt figur 1.18 beräknas till 0,015. Det rekommenderade minimivärdet för masskvot mellan bro och dämpare enligt [6] är 0,025, se kapitel 2.2.3 *Tuned Mass Dampers*. En låg masskvot leder till att frekvensbandet som TMD:n verkar inom blir väldigt smalt samt att rörelserna för TMD:n relativt bron kan bli stora.



Figur 8. 19 Respons i bron plottat som deformation mot frekvens, punktstreckad linje, och det kombinerade systemet med bro och dämpare, heldragen linje. Brons halva massa, 22240 kg, använd.

Masskvoten då förutsättningar enligt figur 8.19 använts är 0,031. I figur 8.19 kan man se att delningen av resonanstoppen är tydligare än i figur 8.18. Delningen av toppen är dock fortfarande relativt liten och kan vara svår att upptäcka i data från mätningar.

Både i figur 8.18 och 8.19 sänks amplituden för deformationerna kraftigt då dämparen kopplas in, vilket är TMD:ns viktigaste funktion i praktiken. I figur 8.19 blir resonanstopparna lite högre än i figur 8.18 eftersom brons massa är lägre.

Amplituden vid resonans beror till största del på dämpningkvoterna för både TMD:n och bron. Eftersom mättekniken OMA använts är lasten vid mätningarna okänd. Därför kan ingen jämförelse mellan amplituder då TMD:n är låst respektive aktiv göras. För att utvärdera hur responsamplituden förändras och på så sätt även dämpningens inverkan hade det bästa sättet varit att excitera bron med en shaker och skapa ett frekvenssvep. På grund av begränsning i tid och tillgång till en sådan excitationskälla har denna typ av undersökningar inte utförts i detta arbete.

8.5 Sammanfattning

Alla sex modformer och egenfrekvenser från mätningarna med aktiv TMD kan bestämmas med god trovärdighet i efterbehandling med undantag för mod 2 (5,05 Hz). Bestämningen av mod 2 är mer osäker eftersom den inte hittas i alla mätserier och endast går att identifiera med

EFDD-tekniken och inte med någon av de mer avancerade SSI-teknikerna. Värdet för den andra egenfrekvensen och modformen är därför lite osäkrare än för de andra moderna.

Bestämningen av egenfrekvenser och modformer från mätningarna med låst TMD innehåller stora osäkerheter. Detta beror dels på att mätningarna utfördes under för kort tid vilket medför att mätdatan blir av dålig kvalitet. Det beror också på att det inte finns mätdata i nog många punkter och därför blir upplösningen av modformerna så dålig att man inte kan avgöra om de är relevanta moder genom att visualisera dem. Genom att göra jämförelser med modformerna från mätningarna med aktiv TMD har moderna ändå kunnat bestämmas. Dock är värdena för egenfrekvenser och modformer betydligt osäkrare än från mätningarna med aktiv TMD.

Vid jämförelser av mätdatan från mätningarna med låst TMD och aktiv TMD kan man se att första toppen då TMD:n är aktiv är bredare än då TMD:n är låst. Detta tyder på att dämpningen av första moden blir större då TMD:n är aktiv. När man jämför värdena på dämpningen för den första egenfrekvensen från de båda mätningarna visar dessa på att dämpningen skulle ha stigit med 1,55 procentenheter från 0,96 % till 2,51 % när TMD:n är aktiv. Resultaten från mätningarna med låst TMD innehåller dock stora osäker som måste beaktas när dessa tolkas.

Man kan inte se någon tydlig delning av första moden när man studerar mätdatan från mätningarna med aktiv TMD. Detta kan bland annat bero på att TMD:ns egenfrekvens inte är stämd exakt efter brons egenfrekvens eftersom brons egenfrekvens varierar något samt att TMD:ns massa är liten i förhållande till brons massa.
Kapitel 9

Jämförelse mellan FEM-modell och mätresultat

Detta kapitel syftar till att beskriva hur väl BRIGADE/Plus-modellen stämmer överens med mätresultaten med avseende på egenfrekvenser och modformer. I kapitlet diskuteras vilka skillnader som finns och varför dessa skillnader uppstår. Kapitlet består av två delar där den första fokuserar på att göra en kvantitativ jämförelse av modformerna och i den andra utförs en parameterstudie för att försöka kartlägga vilka parametrar i FEM-modellen som ger störst inverkan på egenfrekvenserna.

9.1 Jämförelse av modformer med hjälp av MAC

MAC står för Modal Assurance Criterion och är det verktyg som kan användas för att jämföra hur väl modformer överensstämmer. Den teoretiska bakgrunden för MAC och mer information om hur MAC-värdena ska tolkas återfinns i kapitel 4 *Validering av modformer*.

9.1.2 Metod

Jämförelserna av modformer mellan FEM-modellen och mätningarna gjordes i programmet PULSE Reflex. Resultatfiler som innehåller egenmoder från FEM-programmet BRIGADE/Plus respektive mätbehandlingsprogrammet Operational Modal Analysis läses in i PULSE Reflex. Där görs först en jämförelse mellan de båda modellernas geometri där tre referenspunkter i de båda geometrierna anpassas till varandra. Sedan jämförs noderna i modellen från mätningen med noderna i modellen från BRIGADE/Plus och paras ihop med de noder som ligger närmast för att få två jämförbara modeller. När modellerna anpassats till varandra kan jämförelser mellan modformerna göras visuellt, där man ser hur de rör sig i förhållande till varandra, och med hjälp av att programmet beräknar MAC-värden.

9.1.3 Resultat och diskussion

MAC-värden har tagits fram för en jämförelse mellan en av mätserierna och FEM-modellen, se tabell 9.1. TMD:n är inte modellerad i FEM-modellen. Mätserien kommer från en mätning där TMD:n var aktiv eftersom det var i dessa mätserier som modformerna kunde bestämmas med störst säkerhet.

		Mätning					
	Egenfrekvens [Hz]	1,834 Vertikal	5,047 Horisontell	6,822 Vertikal	9,702 Vrid	10,089 Horisontell	13,943 Vertikal
FEM-modell	1,531 Vertikal	0,915	0,278	0,041	0,066	0,016	0,011
	3,094 Horisontell	0,020	0,435	0,001	0,010	0,002	0,001
	6,283 Vertikal	0,031	0,020	0,977	0,005	0,040	0,016
	9,129 Vrid	0,076	0,044	0,050	0,960	0,033	0,096
	10,398 Horisontell	0,013	0,012	0,008	0,007	0,506	0,001
	12,253 Vertikal	0,022	0,048	0,008	0,163	0,070	0,927

Tabell 9.1 MAC-värden för jämförelse mellan BRIGADE/Plus modell utan TMD och mätserie med aktiv TMD.

Ett värde nära noll innebär i bästa fall att modformerna är helt oberoende av varandra och kommer från olika moder. Ett värde nära 1,0 (värden ner till 0,9 accepteras) kan betyda att modformerna stämmer väl överens och att de tillhör samma mod (se kapitel 4 *Validering av modformer* för mer information om hur värdena ska tolkas). De värden i tabellen som avviker signifikant från noll har markerats i avvikande färg. Som man kan se i tabell 9.1 stämmer modformerna väl överens mellan mätning och FEM-modell för de vertikala moderna och vridmoden. Däremot är MAC-värdena för de horisontella moderna väldigt låga, för låga för att man med säkerhet ska kunna säga att de är samma mod. Detta kan bero på att den horisontella rörelsen endast har mätts på norra sidan av bron samt i en punkt på den södra sidan.

Då MAC-värdena i tabell 9.1 togs fram användes en FEM-modell där dämparen inte var implementerad. Eftersom dämparen var aktiv när mätdatat samlades in gjordes också en jämförelse med en FEM-modell där dämparen lagts till. Detta gör att första egenmoden från modellen delas i två egenfrekvenser. Modformerna för dessa två egenfrekvenser är väldigt lika modformen för den första egenfrekvensen från modellen utan dämpare. MAC-värdena från jämförelsen mellan en FEM-modell med TMD och mätningar med aktiv TMD visas i tabell 9.2 nedan.

		Mätning								
	Egenfrekvens [Hz]	1,834 Vertikal	5,047 Horisontell	6,822 Vertikal	9,702 Vrid	10,089 Horisontell				
	1,418 Vertikal	0,921	0,289	0,041	0,065	0,016				
lell	1,678 Vertikal	0,910	0,267	0,041	0,066	0,016				
mod	3,149 Horisontell	0,020	0,434	0,001	0,010	0,002				
M-I	6,285 Vertikal	0,030	0,019	0,977	0,005	0,040				
FE	9,159 Vrid	0,080	0,044	0,050	0,961	0,033				
	10,403 Horisontell	0,014	0,012	0,008	0,008	0,508				

Tabell 9.2 MAC-värden för jämförelse mellan FEM- modell med TMD och mätserie med aktiv TMD.

I tabell 9.2 kan man se att de båda första egenfrekvenserna från FEM-modellen som motsvarar delningen av den första egenfrekvensen har hög grad av överensstämmelse med den första moden från mätningarna. Detta kan ses som en indikation på att de två första moderna från BRIGADE/Plus-modellen är varianter av den första moden. I övrigt är det inte mycket som skiljer resultatet i tabell 9.2 från resultatet i tabell 9.1. Detta är väntat eftersom det bara är den första moden som påverkas av TMD:n i FEM-modellen. Sammantaget visar resultaten i tabell 9.2 att det går bra att använda FEM-modellen utan TMD för att jämföra modformerna med mätningarna som utfördes då TMD:n var aktiv.

I figur 9.1 och figur 9.2 visas mod 2, (5,047 Hz respektive 3,094 Hz) i sina två extremlägen. I figurerna visas både den odeformerade geometrin för FEM-modellen, den deformerade geometrin för FEM-modellen samt den deformerade geometrin från mätningarna. Observera att FEM-modellen och mätmodellen rör sig i motsatt fas. I dessa figurer kan man se att norra sidan av bron (överst i bild) svänger ut på samma sätt i mätmodellen som i FEM-modellen medan brons södra sida bara rör sig vertikalt i mätmodellen förutom i en punkt där en treaxiell accelerometer varit placerad under mätningarna.



Figur 9.1 Mod två i ett av sina extremlägen. Den nedre blå tjockare geometrin representerar FEM-modellens rörelse medan den övre blå tunnare geometrin visar bron i odeformerat läge. Den olikfärgade översta geometrin visar mätmodellens rörelser.



Figur 9.2 Mod två i det andra av sina extremlägen.

Eftersom det saknas information om de horisontella rörelserna på den södra sidan av bron görs en jämförelse där endast den norra sidan inkluderas i jämförelsen. Detta innebär att modformerna jämförs enbart i de tre punkter som motsvarar läget för tre treaxiella accelerometrar i mätningen.

MAC-värdena för jämförelse mellan den förenklade FEM-modellen och mätningarna visas i tabell 9.3 nedan.

Mätning 1,834 5,047 6,822 9,702 10,089 13,943 Egenfrekvens [Hz] Vertikal Horisontell Vertikal Vrid Horisontell Vertikal 0,971 1,531 Vertikal 0,244 0,001 0,737 0,020 0,425 FEM-modell 3.094 Horisontell 0,018 0,719 0,000 0,171 0,005 0,056 6,283 Vertikal 0,005 0,008 0,964 0,010 0,409 0,001 9,129 Vrid 0,779 0,608 0,000 0,972 0,018 0,194 10,398 Horisontell 0,000 0,006 0,160 0,002 0,809 0,001 12,253 Vertikal 0,436 0,424 0,067 0,285 0.099 0,880

Tabell 9.3 MAC-värden för jämförelse mellan FEM-modell utan TMD samt förenklad geometri och mätningar med aktiv TMD.

I tabell 9.3 kan man se att överensstämmelsen för de horisontella moderna (5,047/3,094 Hz samt 10,089/10,398 Hz) har ökat betydligt. Dock är modellen för odetaljerad för att man ska kunna se skillnad på mod 1 (1,834/1,531 Hz) vilket är en vertikal mod samt mod 4 (9,702/9,129 Hz) vilket är en vridmod.

9.2 Jämförelse av egenfrekvenser: Parameterstudie

Som man kan se i tabell 9.4 är skillnaderna i egenfrekvens stora när man jämför värdena från mätningen med aktiv TMD och FEM-modellen. Detta avsnitt syftar till att kartlägga vad som kan orsaka dessa skillnader i egenfrekvenser.

I princip är det bara massa och styvhet som inverkar på egenvärdena, men styvheten i sin tur påverkas av en rad faktorer så som upplagsvillkor och geometri.

Ett antal olika parametrar varieras i modellen för att ge en uppfattning om vad som har stor respektive liten betydelse för den modala analysen. Tillvägagångssättet är att jämföra egenfrekvenser för olika modeller både mot varandra och mot mätresultaten. Resultaten från mätningarna betraktas här som sanningen, det vill säga det verkliga värdet på respektive frekvens.

9.2.1 Ursprunglig modell

Den modell som utgås från vid jämförelserna är den odämpade som är redovisad i kapitel 7 *Finita elementmodell*. Upplagen är idealiserade enligt figur 7.1 och de antas vara friktionsfria i de frihetsgrader som bron tillåts röra sig i. De aktiva dämparna är modellerade som punktmassor.

Egenfrekvenserna från FEM-modellen jämförs med mätningen med aktiv TMD eftersom resultaten från denna mätning är säkrare än från mätningen med låst TMD.

Modform	Mätning [Hz]	Ursprunglig modell [Hz]	Procentuell avvikelse
Vertikal	1,84	1,53	-17
Horisontell	5,05	3,09	-38
Vertikal	6,82	6,28	-8
Vrid	9,70	9,13	-6
Horisontell	10,02	10,40	4
Vertikal	13,95	12,25	-12

Tabell 9.4 Jämförelse av egenfrekvenser mellan mätning och ursprunglig modell

Som man kan se i tabell 9.4 är de procentuella avvikelserna störst för den första och andra moden. Dessa moder är de som ligger närmast gångfrekvensen och därför är det viktigt att egenfrekvenserna från FEM-modellen stämmer väl överens med de verkliga värdena. De avvikelser som konstaterats i tabell 9.4 för de första två moderna är för stora för att kunna accepteras i de flesta praktiska tillämpningar.

9.2.2 Upplagsvillkor

Upplagsvillkoren har stor påverkan på det dynamiska beteendet men är också svåra att modellera korrekt. I fallet Bagers bro är upplagen väldefinierade eftersom den är upplagd på så kallade "pot bearings" med teflonlager för att minimera friktionen. När man sätter randvillkor i modellen låter man vissa frihetsgrader röra sig helt obehindrat medan man i andra frihetsgrader låser rörelser fullständigt. Så är dock inte fallet i verkligheten eftersom det alltid finns friktion som hindrar den fria rörelsen. Upplagen är heller inte oändligt styva utan en viss fjädring finns alltid i där beroende på hur grundläggningen ser ut.

Eftersom friktionskrafter är olinjära är de besvärliga att hantera i en finita elementmodell. Fjädring i upplagen beror av grundläggningen som inte kan förutspås utan någon form av mätning. Några enklare variationer av upplagsvillkoren testas nedan för att ändå få en uppfattning om vad oklarheterna i de fysiska upplagen får för effekt.

Upplagsvillkor 1

I upplagsvillkor 1 låses ytterligare en frihetsgrad jämfört med den ursprungliga modellen. Den frihetsgrad som låses är x-led vid det nordvästra upplaget, se figur 9.3. Resultaten från egenfrekvensanalysen med detta upplagsvillkor presenteras i tabell 9.5.



Figur 9.3 Förhindrade frihetsgrader enligt upplagsvillkor 1

	Procentuell avvikelse från				
Modform	Ursprunglig modell	Mätning			
Vertikal	7	-11			
Horisontell	54	-4			
Vertikal	0	-8			
Vrid	0	-6			
Horisontell	8	12			
Vertikal	1	-11			

Tabell 9.5 Jämförelse av egenfrekvenser mellan modifierad modell och ursprunglig modell respektive mätning för upplagsvillkor 1.

Vid det västra brofästet var bron låst i alla frihetsgrader i det ena upplaget och endast vertikalt i det andra. Med denna korrigering låses den longitudinella riktningen även för det andra upplaget vid västra brofästet. Detta kan ses som en liten förändring av randvillkoren men den har stort genomslag i egenfrekvenserna.

Syftet med upplagsvillkor 1 är att införa lite mer tvång i konstruktionen vilket skulle kunna ge liknande effekt som lite friktion i alla stöd och frihetsgrader ger i verkligheten.

Genom att studera de procentuella avvikelserna i tabell 9.5 kan man konstatera att denna åtgärd ger egenfrekvenser som ligger närmre eller lika nära verkligheten för alla moder utom mod 5. Vid jämförelser med den ursprungliga modellen upptäcker man att den mod som förändrats mest är mod 2, vilket är en horisontell mod. Detta är inte förvånande eftersom när man förhindrar den longitudinella rörelsen i båda upplagen på en sida, blir bron fast inspänd där med hänsyn till rotation i horisontalplanet.

Skillnaden i egenfrekvens för mod 2 (den första horisontella) i den ursprungliga modellen jämfört med mätningen är mycket stor. När detta upplagsvillkor införs blir skillnaden betydligt mindre samtidigt som de andra moderna inte förändras så mycket. Detta kan tyda på att brons upplag inte är helt fria från friktion och att ett visst tvång uppstår i konstruktionen som förhindrar främst den horisontella rörelsen. Dock ska det uppmätta värdet för mod 2 beaktas med viss försiktighet eftersom bestämningen av denna mod innehåller osäkerheter, se kapitel 8 *Mätningar*.

Upplagsvillkor 2

I upplagsvillkor 2 behålls låsningen av x-led i det nordvästra upplaget från upplagsvillkor 1 samtidigt som ännu en frihetsgrad låses i det nordöstra upplaget. I det nordöstra upplaget låses y-led, se figur 9.4. Resultaten från egenfrekvensanalysen med detta upplagsvillkor presenteras i tabell 9.6.



Figur 9.4 Förhindrade frihetsgrader enligt upplagsvillkor 2

Tabell 9. 6 Jämförelse av egenfrekvenser mellan modifierad modell och ursprunglig modell respektive mätning

	Procentuell avvikelse från				
Modform	Ursprunglig modell	Mätning			
Vertikal	7	-11			
Horisontell	79	10			
Vertikal	0	-8			
Vrid	3	-3			
Horisontell	12	16			
Vertikal	1	-11			

Med utgångspunkt från upplagsvillkor 1 begränsas ytterligare en frihetsgrad, y-riktningen vid det nordöstra upplaget. Detta är inget stort ingrepp eftersom bron redan är låst i y-led vid det sydöstra upplaget, dock begränsar det brons möjlighet att rotera i horisontalplanet vid det östra landfästet. Detta ger i likhet med upplagsvillkor 1 störst påverkan på de horisontala moderna. Dock blir de procentuella avvikelserna från mätningarna större från upplagsvillkor 2 än från upplagsvillkor 1.

Upplagsvillkor 3

I upplagsvillkor låses y-riktningen i både det nordvästra och det nordöstra stödet, se figur 9.5. Resultaten från egenfrekvensanalysen med detta upplagsvillkor presenteras i tabell 9.7.



Figur 9.5 Förhindrade frihetsgrader enligt upplagsvillkor 3

	Procentuell avvikelse från				
Modform	Ursprunglig modell	Mätning			
Vertikal	3	-14			
Horisontell	25	-23			
Vertikal	0	-8			
Vrid	1	-5			
Horisontell	6	10			
Vertikal	0	-12			

Tabell 9.7 Jämförelse av egenfrekvenser mellan modifierad modell och ursprunglig modell respektive mätning

Jämfört med villkor 1 och 2 är detta tänkt att vara en mildare påverkan av ursprungsmodellen. Även detta upplagsvillkor påverkar mod 2, den första horisontella moden mest. Ändringen är dock inte lika stor som när upplagsvillkor 1 och 2 användes. Villkor 3 ger heller inte någon större förbättring av första moden.

Upplagsvillkor 4

I detta upplagsvillkor låses de båda östra upplagen i x-riktningen, se figur 9.6. Resultaten från egenfrekvensanalysen med detta upplagsvillkor presenteras i tabell 9.8.



Figur 9.6 Förhindrade frihetsgrader enligt upplagsvillkor 4

Tabell 9.8 Jämförelse av egenfrekvenser mellan modifierad modell och ursprunglig modell respektive mätning

	Procentuell avvikelse från				
Modform	Ursprunglig modell	Mätning			
Vertikal	14	-5			
Horisontell	129	42			
Vertikal	-3	-10			
Vrid	5	-1			
Horisontell	18	22			
Vertikal	2	-10			

Detta upplagsvillkor är ett försök att påverka den första vertikala moden. Enda stället bron tillåts röra sig i x-led är vid det nordvästra stödet. Detta gör visserligen att första egenfrekvensen närmar sig mätvärdet men de horisontella moderna blir kraftigt påverkade vilket gör att det känns som en allt för orimlig begränsning.

Upplagsvillkor 5

I upplagsvillkor 5 låses alla frihetsgrader i alla upplagen, se figur 9.7. Resultaten från egenfrekvensanalysen med detta upplagsvillkor presenteras i tabell 9.9.



Figur 9.7 Förhindrade frihetsgrader enligt upplagsvillkor 5.

Tabell 9.9 Jämförelse av egenfrekvenser mellan modifierad modell och ursprunglig modell respektive mätning.

	Procentuell avvikelse från				
Modform	Ursprunglig modell	Mätning			
Vertikal	21	1			
Horisontell	286	139			
Vertikal	0	-8			
Vrid	-9	-15			
Horisontell	-	-			
Vertikal	2	-10			

Detta upplagsvillkor skapar stort tvång i konstruktionen. Första vertikala moden stämmer då bra med mätningarna men övriga moder blir kraftigt påverkade såväl vad gäller frekvens som modform. De dyker upp i olika ordning och somliga av de högre moderna är svåra att överhuvudtaget identifiera varför tabellen ovan lämnats blank på dessa platser.

Fjäder vid upplag

Grundläggningen har ofta ett visst elastiskt beteende och kan fjädra lite grann vid varierande belastning. Bron är grundlagd på pålar på ena sidan och upplagd på en vägg till ett parkeringsgarage som byggdes samtidigt som bron på andra sidan. Om ett eller flera stöd fjädrar märkbart skulle detta påverka dynamiken för hela bron. För att undersöka detta närmre placerades en fjäder under ett av stöden. Först kontrollerades upplagskraften i stödet och fjäderkonstanten kunde sedan anpassas så att en sättning på ungefär 1 cm ger samma reaktionskraft. Fjädern placerades under sydvästra stödet och verkade lodrätt. Longitudinell och transversell rörelse förblev låst för bron i denna punkt. Alltså har nu tillåtits en lodrät rörelse i detta stöd om ca ± 1 cm, övrigt är oförändrat från den ursprungliga modellen. Resultatet visas i tabell 9.10.

	Procentuell avvikelse från				
Modform	Ursprunglig modell	Mätning			
Vertikal	3	-19			
Horisontell	0	-38			
Vertikal	-3	-11			
Vrid	0	-6			
Horisontell	0	4			
Vertikal	-5	-16			
Vrid	-2	-9			

Tabell 9.10 Jämförelse av egenfrekvenser mellan modifierad modell och ursprunglig modell respektive mätning

Detta visar på en liten påverkan på de vertikala moderna och helt försumbar för övriga. Detta är inte förvånande eftersom fjädern endast verkar vertikalt. Dock sänker denna åtgärd styvheten för bron vilket alltså sänker egenfrekvenserna som redan innan är för låga.

Vidare är 1 cm en kraftig sättning som inte är särskilt rimlig. Analysen genomfördes även med en högre fjäderstyvhet som motsvarar en nedböjning på ca 3 mm. Påverkan blev då försumbart liten för samtliga moder.

9.2.3 Massa

Mer massa ger lägre egenfrekvenser. I detta avsnitt undersöks hur olika val av massa påverkar resultatet.

Massan för fackverket beräknas automatiskt i BRIGADE/Plus genom att densitet och tvärsnitt tilldelas den uppritade geometrin, se kapitel 7 *Finita elementmodell*. Massan från den geometri som inte är uppritad i modellen (räcke och brodäck) är noggrant uppskattad genom att beräkna volymer för samtliga dessa element med utgångspunkt från ritningarna, se bilaga 2 *Beräkningar*. Denna massa placeras som ickestrukturell massa längs de balkar där respektive last förs ned.

Varje balk i fackverket går hela vägen in till respektive knutpunkt. Detta innebär att modellen räknar med för mycket massa där. Detta har kompenserats för genom att dra ifrån motsvarande massa från de ickestrukturella massor som ligger utspridda längs de longitudinella balkarna där knutpunkterna ansluter, se bilaga 2 *Beräkningar*.

Modellens totala vikt är 44 479 kg.

10 % lägre massa

En analys gjordes där densiteten för samtliga material sänktes med 10 %, alltså sänktes totalvikten med 10 % till 40 031 kg. Resultatet presenteras i tabell 9.11.

Tabell 9.11	Jämförelse	av egenfrekvenser	· mellan	modifierad	modell	och ursprungli	g modell
respektive 1	nätning						

	Procentuell avvikelse från				
Modform	Ursprunglig modell	Mätning			
Vertikal	5	-12			
Horisontell	5	-35			
Vertikal	5	-3			
Vrid	5	-1			
Horisontell	5	10			
Vertikal	5	-7			

Detta påverkar alla moder lika mycket och höjer dem vilket gör att det generellt blir närmre mätvärdena. Brons dimensioner samt densitet för brodäck är säkra parametrar. Däremot är densiteten för stålet osäkrare eftersom inga uppgifter finns om den så ett antagande har fått göras.

Trädäck

Massan kan enkelt påverkas under projekteringen genom olika materialval. I tabellen nedan har densiteten för plasten i brodäcket bytts ut mot densiteten för konstruktionsvirke och massan av de aktiva dämparna har plockats bort. Detta sänker totalvikten för bron till 38 648 kg. Resultatet visas i tabell 9.12.

Tabell 9.12 Jämförelse av egenfrekvenser mellan modifierad modell och ursprunglig modell respektive mätning

	Procentuell avvikelse från				
Modform	Ursprunglig modell	Mätning			
Vertikal	9	-9			
Horisontell	9	-32			
Vertikal	6	-2			
Vrid	5	-1			
Horisontell	8	12			
Vertikal	8	-5			
Vrid	4	-3			

Totala massan har minskats med ungefär 13 % vilket innebär att frekvenserna påverkas på ett liknande sätt som då samtlig massa sänktes med 10 %. Dock påverkas här massfördelningen i modellen vilket förklarar varför olika moder påverkas olika mycket.

Detta visar på hur stor inverkan materialval kan ha på de dynamiska egenskaperna.

9.2.4 Styvhet, E-modul

Elasticitetsmodulen för stålet testas här ökas med 10 %. Resultatet visas i tabell 9.13.

Tabell 9.13 Jämförelse av egenfrekvenser mellan modifierad modell och ursprunglig respektive mätning.

	Procentuell avvikelse från	
Modform	Ursprunglig modell	Mätning
Vertikal	5	-13
Horisontell	5	-35
Vertikal	5	-3
Vrid	5	-1
Horisontell	5	9
Vertikal	5	-8
Vrid	5	-2

Högre E-modul ger högre styvhet för hela konstruktionen vilket medför att egenfrekvenserna höjs. Påverkan blir i stort sett samma som då man minskar massan med samma procentenhet.

Modellen kördes även med halverad massa respektive dubblerad E-modul. Detta gav 41 % högre egenfrekvenser jämfört med den ursprungliga modellen för båda fallen.

Elasticitetsmodulen för stålet innehåller inga märkbara osäkerheter så detta test är inte realistiskt utan visar bara att materialstyvheten har ungefär lika stor effekt på egenfrekvenserna som massan. Den styvhet som är mer relevant är den strukturella, alltså styvheten i knutpunkter och kopplingar mellan element. Detta är dock svårare att variera och någon sådan jämförelse har ej gjorts.

9.2.5 Finare elementindelning

Det går att påverka hur noggrant programmet räknar vid analysen på bekostnad av tidsåtgången. I ursprungsmodellen används den approximativa elementstorleken 0,1 meter. Den ändras här till 0,01 meter vilket inte ger någon inverkan på resultatet.

9.2.6 Geometri

Vid modellerandet görs hela tiden förenklingar och antaganden eftersom det är allt för tidskrävande att göra en exakt modell. I detta avsnitt presenteras hur resultatet påverkas då några av dessa förenklingar i geometrin varieras.

Dämparplacering

De aktiva dämparnas exakta position stämmer inte med ritningarna men har uppskattats genom att mäta på bron, se bilaga 3. De två dämparna är infästa i HEB-balkarna i fyra punkter vardera.

För att få en känsla för hur stor betydelse sådana här förenklingar har för egenvärdesanalysen testades en modell där all massa från de aktiva dämparna placerades i en enda punkt mittemellan de två dämparna. Detta resulterade i att ingen frekvens påverkades mer än $\pm 0,5$ %.

Fler bärande element

I den ursprungliga modellen är det endast fackverket och HEB-balkarna som bidrar till bärigheten. I verkligheten skulle även räcke och andra sekundära element kunna ge mer styvhet till konstruktionen.

Då räcket och plankorna i brodäcket inkluderades i modellen visade det sig ha försumbar effekt på egenfrekvenserna, dock är räcket infäst i en L-profil som i sin tur är fastsvetsat i den longitudinella balken vilket har viss effekt. L-profilens läge och utformning visas i figur 9.7. I tabell nedan visas resultatet då L-profilen inkluderades i modellen. Vikten för densamma subtraherades från de icke-strukturella massorna varför totalvikten förblev opåverkad. Resultatet visas i tabell 9.14.



Figur 9.7 L-profilens läge sett i en sektion av bron.

Tabell 9.14 Jämförelse av ege	enfrekvenser mell	an modifierad mo	odell och ursprunglig
respektive mätning			

	Procentuell avvikelse från	
Modform	Ursprunglig modell	Mätning
Vertikal	5	-12
Horisontell	9	-33
Vertikal	8	0
Vrid	9	2
Horisontell	4	9
Vertikal	9	-5

Eftersom styvheten ökas stiger samtliga egenfrekvenser. Dock har L-profilen i modellen antagits vara oändligt styvt fäst mot den longitudinella balken medan den i verkligheten sitter fast i vertikala plattor som är några centimeter höga och placerade med ungefär en meters

mellanrum. L-profilen i modellen är således styvare än vad den är i verkligheten. Detsamma gäller HEB-balkarna som i modellen är kontinuerliga över hela bron och oändligt styvt fästa mot fackverket medan de i verkligheten är skruvade mot fackverket och förmodligen inte kontinuerliga över hela bron.

Större knutpunkter

Knutpunkterna, dvs noderna i fackverket, utgörs i modellen av punkter där systemlinjer möts medan det i verkligheten är ett större område där rörstängerna möts eftersom alla stänger har en diameter. I modellen räknas stängernas längd från knutpunkt till knutpunkt, men om man skulle anta att området runt där systemlinjerna möts är mycket styvare innebär det att längden för varje fackverksstång egentligen skall reduceras med några decimeter vilket ger en styvare konstruktion i sin helhet. För att få en fingervisning om vad effekten blir på egenfrekvenserna görs en förenklad beräkning nedan där stånglängden minskas med 10 %.

Utgångspunkten är styvheten k, vilken ges av elasticitetsmodulen, E, tröghetsmomentet, I, samt längden på elementet, L.

$$k = \frac{EI}{L^3}$$

Genom att göra längden 10 % kortare erhålls k*

$$k^* = \frac{EI}{(0,9\cdot L)^3} = \frac{1}{0,9^3} \cdot \frac{EI}{L^3} = \frac{1}{0,9^3} \cdot k$$

Egenfrekvensen ges enligt ekv (2.5)

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Då *k* ersätts av k^* erhålls f_n^*

$$f_n^* = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{0,9^3}} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1}{0,9^3}} \cdot f_n = 1,17f_n$$

Detta innebär alltså att egenfrekvenserna blir 17 % högre.

	Procentuell avvikelse från	
Modform	Ursprunglig modell	Mätning
Vertikal	17	-3
Horisontell	17	-28
Vertikal	17	8
Vrid	17	10
Horisontell	17	21
Vertikal	17	3

9.2.7 Slutsatser parameterstudie

Upplagsvillkoren visar sig som väntat ha stor inverkan på egenfrekvenserna. Allra störst effekt fås då upplagen förhindras att röra sig i x-led. Den andra moden (första horisontella) förändras mest då rörelser i x-led förhindras. Egenfrekvensen för den andra moden stiger då och närmar sig värdet som mätts upp. Även den första egenfrekvensen höjs något men det skiljer fortfarande 11 % mot det uppmätta värdet. Om flera upplag förhindras att röra sig i x-led blir förändringen stor även för de andra moderna. Den första egenfrekvensen stiger och närmar sig det uppmätta värdet men de övriga moderna förändras också mycket och skillnaderna mot de mätta värdena för dessa moder blir mycket stora.

När upplagen förhindras att röra sig i y-led blir förändringen av egenfrekvenserna liten. Det är fortfarande den andra moden som förändras mest men dess egenvärde är fortfarande långt ifrån det uppmätta värdet.

Utifrån studien av upplagsvillkoren känns det rimligt att anta att det finns någon slags tvångskraft eller friktion i brons stöd som gör att rörelsen i x-led inte är helt obehindrad. Detta kan vara en av anledningarna till att egenfrekvenserna från modellen skiljer så mycket från de uppmätta.

Varken friktion eller förspänning på grund av temperaturvariationer kan modelleras direkt i FEM-modellen. För att få med dessa effekter måste andra parametrar i modellen modifieras. Förhoppningsvis kan parametrar såsom upplagsvillkor ändras på ett sådant sätt att effekten av dem liknar effekten från friktion och förspänning.

Studierna där densiteten förändrades visar att massan har stor betydelse för egenfrekvenserna. Minskad massa ger högre egenfrekvenser men det krävs en ganska kraftig minskning av massan för att första och andra egenfrekvensen ska börja närma sig de uppmätta värdena. Då massan minskades med 10 % avvek den första moden fortfarande med 12 % och den andra moden med 35 % från de uppmätta värdena. Massan är dessutom relativt välkänd eftersom alla dimensioner på bron är kända. Densiteten för plasten i brodäcket och massan av dämparna har erhållits ur dokument från respektive tillverkare och borde således vara tillförlitliga, medan stålets densitet är antagen enligt standardvärdet för konstruktionsstål, 7850 kg/m³, och skulle således kunna orsaka en viss avvikelse. Eventuell inverkan från denna avvikelse antas vara relativt liten. Tyvärr finns ingen uppgift om vad bron väger i verkligheten.

Tillskottet till styvheten från icke-bärande element är liten. Då L-profilen modellerades minskade skillnaden från mätvärdena till 12 % för den första moden och 33 % för den andra moden. Implementeringen av L-profilen tillförde dock mer styvhet än den borde göra i verkligheten så dessa värden är överskattade. I övrigt är styvheten relativt väldefinierad eftersom materialens E-modul är känd och brons geometri anses vara noggrant implementerad i modellen. Om fler delar av brons geometri inkluderas i modellen påverkas också massfördelningen vilket skulle kunna ge en liten inverkan. Någon noggrann studie av detta

har inte gjorts, men som nämnts tidigare verkade det inte ge någon signifikant påverkan då exempelvis räcket inkluderades i modellen varken vad gäller styvhet eller massfördelning.

Något som inte undersökts i parameterstudien är hur modellen påverkats av att modellera balkarna i fackverket med andra typer av element. I denna modell består de av balkelement men om man vill göra en riktigt noggrann modell skulle skalelement eller solider kunna användas, dock på bekostnad av större tidsåtgång. Detta borde inte kunna göra så stora skillnader i egenfrekvenserna att de hade kommit upp till värdena från mätningarna.

Värt att nämna är att det under projekteringen av bron gjorts en egenvärdesanalys med hjälp av FEM-programmet MIDAS enligt [18]. Där är första egenfrekvensen angiven till 1,98 Hz vilket alltså är betydligt högre än vad som erhållits vid denna analys. Stora skillnader finns dock mellan modellerna som förklarar mycket av avvikelsen. Framförallt innehåller MIDAS-modellen betydligt mindre massa (endast 28400 kg) eftersom den slutgiltiga designen inte var bestämd. Det har räknats med ett trädäck istället för plast, inga dämpare finns med samt av någon anledning har stålets densitet angivits till 7698 kg/m³. Detta höjer egenfrekvenserna markant, se tabell 6.1 i Kapitel 6 *Bagers bro*.

9.3 Sammanfattning

I jämförelsen mellan modformerna från FEM-modellen och mätningarna konstateras att de vertikala moderna (1,834/1,531 Hz, 6,822/6,283 Hz samt 13,943/12,253 Hz) och vridmoden (9,702/9,129 Hz) stämmer väl överens och får höga MAC-värden. För de horisontella moderna (5,047/3,094 Hz samt 10,089/10,398 Hz) är överenstämmelsen sämre. Detta beror på att inte tillräckligt många accelerometrar som kan fånga horisontella rörelser användes vid mätningarna. De horisontella rörelserna har endast mätts i tre punkter på norra sidan av bron och i en punkt på den södra sidan. Då jämförelsen gjordes med en förenklad FEM-modell, där jämförelsen endast tar hänsyn till de tre punkter på norra sidan bron där de horisontella rörelserna mättes, blir MAC-värdena högre för de horisontella moderna. Dock blir upplösningen så pass dålig att det är svårt att skilja den första vertikala moden från den fjärde moden som är första vridmoden och dessa resultat kan inte anses vara fullt pålitliga.

Skillnaderna i egenfrekvens mellan mätningarna och den ursprungliga FEM-modellen är relativt stor, framförallt för de första två moderna. För den första moden uppgår den procentuella skillnaden till 17 % och för den andra moden till 38 %. För de andra moderna är den procentuella avvikelsen mindre.

En parameterstudie gjordes för att försöka kartlägga vilka parmetrar i FEM-modellen som påverkar egenfrekvenserna och hur de påverkas. De flesta modifieringar som testades i parameterstudien hade någon grad av inverkan på resultatet vilket belyser hur svårt det är att få en helt korrekt modell. Svaret till vad som orsakar skillnaden mellan det som mätts och det som beräknats är förmodligen en kombination av flera av de parametrar som redovisats.

Utifrån resultatet av parameterstudien är det troligt att viss friktion uppkommer i upplagen och att de inte fullt ut tillåter fri rörelse i de frihetsgrader som föreskrivits som fria i modellen.

Friktion tillför styvhet till bron vilket ger högre egenvärden. Styvheten kan också öka då temperaturen varierar eftersom detta ger upphov till viss förspänning i bron om den inte är fri att röra sig.

Vidare är det troligt att alla delar av konstruktionen tillför någon form av styvhet och därmed höjer egenfrekvenserna jämfört med att bara placeras som en död massa. Massan har också stor betydelse och eftersom det inte finns uppgift på vad bron väger i verkligheten är det svårt att säga hur stor avvikelsen kan vara och vad det ger för inverkan på dynamiken.

Kapitel 10

Accelerationer

Detta kapitel redogör för hur stora accelerationer man kan vänta sig på bron och ger en bild av hur kraftiga vibrationer som fotgängare utsätts för på bron under normal användning.

Anledningen till att man gör en dynamisk analys är att de som skall använda bron kan uppleva kraftiga vibrationer som obehagliga. De dynamiska analyserna utförs oftast då man sett att brons egenfrekvenser ligger nära gångtrafikanternas frekvens och man vill undersöka brons dynamiska beteende noggrannare. I Eurokod såväl som i anbudshandlingarna för Bagers bro har man valt att ange de högsta tillåtna accelerationerna för att på så vis begränsa vibrationerna. Enligt [19] anger anbudshandlingarna att de vertikala accelerationerna inte får överstiga 0,5 m/s² vilket är ett hårdare krav än det som ges i Eurokod [16] där de vertikala accelerationerna begränsas till 0,7 m/s².

När bron är byggd kan man kontrollera accelerationerna genom mätningar. Vid sådana mätningar planeras excitationen noggrant för att ge representativa värden på accelerationerna. Om dämpare installeras på bron görs likvärdiga tester före och efter att dämparna monterats. Eftersom kontroll av brons accelerationer inte ingår i huvudsyftet för denna rapport har mätningarna inte planerats med avseende på att utvärdera accelerationerna. Framförallt är inte excitationen känd och samma excitation har inte använts vid de olika mätningarna. Detta gör att man inte kan göra direkta jämförelser mellan fallet då dämparen är låst och då den är aktiv. Mätdatat ger dock ändå en fingervisning om hur stora accelerationer som kan uppstå i bron vid normal användning.

Kapitlet börjar med att presentera accelerationerna som registrerades vid ett urval av mätningarna varefter resultaten diskuteras med avseende på komfortkrav och skillnader mellan mätningarna då dämparen var aktiv och då den var låst. Sedan följer ett avsnitt om den dynamiska analysen som utförts i BRIGADE/Plus.

Kapitlet behandlar endast vertikala accelerationer då det är den första vertikala moden som ligger närmast gångfrekvensen och därför bör det vara mest sannolikt att resonans uppstår för denna mod. Dämparna är också installerade för att i första hand dämpa ut den första vertikala moden.

10.2 Mätningar

10.2.1 Accelerationer från mätningar med låst TMD

I figurerna 10.1 och 10.2 nedan presenteras tidsserier från två av accelerometrarna som användes vid mätningarna då TMD:n var låst. Excitationen bestod av att en av författarna gick över bron i ena fallet och att båda författarna gick över bron i det andra. På grund av att några accelerationsvärden plockades bort från mätdatat fanns ett begränsat antal punkter att välja på. Till exempel finns inga mätserier där accelerationen mäts i mitten av brons spann då bron exciteras av båda författarna. Det finns heller inget mätdata från punkten i mitten av spannet på den södra sidan där de högsta accelerationerna bör uppkomma.



Figur 10.1 Accelerationer i z-led mot tid från en accelerometer belägen i mitten av brons spann, norra sidan. Excitation från en av författarna. Mätningen skedde under cirka 5 minuter.

I figur 10.1 kan man se två stycken smala toppar, en nära 150 s och en nära 300 s. Dessa toppar anses vara brus eller någon annan form av mätfel och ger inte representativa värden för accelerationen. Den maximala accelerationen i mitten av bron då en person går över den blir därför omkring 0,25 m/s² då dämparen är låst.



Figur 10.2 Accelerationer i z-led mot tid för en accelerometer belägen i brons fjärdedelspunkt på norra sidan närmast Bagers plats. Excitation från båda författarna. Mätningen skedde under cirka 3 minuter.

I figur 10.2 kan man se att accelerationerna blir betydligt högre då två personer går på bron jämfört med när en person går på bron. Den högsta accelerationen som uppmättes under de tre minuter som mätningen pågick var 0,53 m/s². Bron överstiger alltså komfortkravet i anbudshandlingarna då endast två personer går på den när TMD:n är låst. Dock sker det endast under en kort period av de tre minuter som mätningen pågick. Accelerationerna i figur 10.2 mättes i fjärdedelspunkten av bron och om man antar att bron exciteras av gångtrafikanterna i sin första mod bör accelerationerna i fjärdedelpunkten vara mindre än i en punkt på mitten av bron. Man kan därför anta att om mätdata funnits för en av mätpunkterna i mitten av bron så hade de visat på ännu större accelerationer.

10.2.2 Accelerationer från mätningar med aktiv TMD

Från denna mätning finns tidsdata för alla mätpunkterna som användes på bron. I figurerna nedan visas accelerationerna i de punkter som visades från mätningarna med låst TMD, det vill säga på mitten av bron på den norra sidan samt i fjärdedelspunkten närmast Bagers plats på den norra sidan. Accelerationerna från mätningarna med aktiv TMD visas också för punkten i mitten av spannet på den södra sidan eftersom det är där de största accelerationerna bör uppkomma då bron exciteras i sin första mod. Under mätningarna med aktiv TMD var bron öppen för trafik så excitationen varierar och antalet trafikanter som befinner sig på bron samtidigt är inte känt. Under mätningarna passerade gångtrafikanter, cyklister samt gångtrafikanter med barnvagnar och hundar. Under alla mätningarna gick också de båda författarna över bron så den var aldrig obelastad. Mätningarna med aktiv TMD utfördes under längre tid än mätningarna med låst TMD, ungefär 18 minuter. I figur 10.3- 10.5 visas accelerationen över tiden för de tre punkterna beskrivna ovan under några utvalda mättillfällen.



Figur 10.3 Accelerationer i z-led mot tid från en accelerometer belägen i mitten av brons spann, norra sidan. Bron öppen för trafik. Mätningen skedde under cirka 18 minuter. Andra mätuppställningen.

I figur 10.3 kan man se att accelerationerna under största delen av tiden ligger under komfortkravet på $0,5 \text{ m/s}^2$ från anbudhandlingarna. Den högsta accelerationen uppmäts vid tiden 650 s då den uppgår till $0,54 \text{ m/s}^2$. Detta värde förekommer dock under en väldigt kort tidsperiod. Accelerationerna i figur 10.3 är mätta i samma punkt som accelerationerna i figur 10.1 med låst TMD.



Figur 10.4 Accelerationer i z-led mot tid för en accelerometer belägen i brons fjärdedelspunkt på norra sidan närmast Bagers plats. Bron öppen för trafik. Mätningen skedde under cirka 18 minuter. Tredje mätuppställningen.

I figur 10.4 kan man se att accelerationerna i brons fjärdedelspunkt klarar kravet i anbudshandlingarna under hela mätningen. Den högsta accelerationen uppkommer vid slutet av mätningen och uppgår till -0,47 m/s². Accelerationerna i figur 10.4 är mätta i samma punkt som accelerationerna i figur 10.2 med låst TMD.



Figur 10.5 Accelerationer i z-led mot tid från en accelerometer belägen i mitten av brons spann, södra sidan. Bron öppen för trafik. Mätningen skedde under cirka 18 minuter. Andra mätuppställningen.

Accelerationerna som visas i figur 10.5 kommer från den punkt på bron som bör ha högst accelerationer då bron exciteras i första moden. Här kan man se att accelerationerna med god marginal håller sig under kravet från anbudshandlingarna förutom vid en topp som inträffar vid 650 s. Vid denna topp uppgår accelerationen till -1,61 m/s^s vilket är det högsta värde för vertikal acceleration som uppmätts på bron. Denna topp är relativt bred och det ligger andra höga värden runtomkring så den kan inte bortförklaras som brus eller andra mätfel. En annan sak som underbygger att det är ett värde som bör beaktas är att figur 10.3 visar accelerationen från samma mättillfälle, det vill säga med samma excitation, för en annan punkt och även där kan en liknande topp ses vid samma tid. Toppen beror därför troligtvis på att en speciell excitation har inträffat vid tidpunkten 650 s. Till exempel att någon hoppat på mitten av bron. Generellt sett kan man se att accelerationerna i figur 10.5 som förväntat är lite högre än accelerationerna som mättes i de andra punkterna, jämför med figur 10.3 och 10.4.

10.2.3 Diskussion

Man skulle vilja jämföra resultaten från mätningarna då TMD:n var låst med resultaten från mätningarna då TMD:n var aktiv. Problemet med detta är att excitationen inte var densamma vid de båda mättillfällena. Det man kan se är att accelerationerna i figur 10.2 från fallet med låst TMD är i samma storleksordning som accelerationerna i figur 10.4 från fallet med aktiva dämpare, vilka är mätta i samma punkt. Detta skulle kunna tolkas som att dämparna inte har någon signifikant effekt, men en rad osäkerheter föreligger. Accelerationerna från figur 10.2

är mätta då två personer gick på bron medan accelerationerna i figur 10.4 kommer från en mätning där två personer hela tiden gick på bron medan andra trafikanter passerande. Generellt är det därför troligt att lasten åtminstone stundtals är högre i det dämpade fallet, men accelerationerna i figur 10.4 är trots det generellt inte högre än i det odämpade fallet, vilket indikerar att TMD:n har en dämpande effekt för de vertikala accelerationerna. Dock är underlaget från mätningarna inte tillräckligt stort och mätningarna tillräckligt noggrant utförda för att TMD:ns effekt på accelerationerna ska kunna kvantifieras.

Samma resonemang som ovan kan föras i en jämförelse mellan figur 10.1 och 10.3. I figur 10.1 exciteras dock bron bara av en gångtrafikant och generellt sett är accelerationerna lite lägre än i figur 10.3 där bron exciteras av flera personer. Skillnaderna i acceleration är dock inte så stor och man kan tänka sig att om bron exciterats av flera personer då TMD:n var låst hade accelerationerna blivit betydligt större än då TMD:n var aktiv.

Kravet från anbudshandlingarna som säger att den vertikala accelerationen inte får vara högre än 0,5 m/s² överstegs under mätningarna i flera fall trots att det var relativt få personer på bron. Dock överstigs kravet under väldigt korta tidsperioder vilket gör att det troligtvis inte blir märkbart för gångtrafikanterna. Anledningen att dessa höga toppar i accelerationsresponsen uppkommer beror troligtvis på att lasten var oregelbunden. Den belastades inte bara av normal gång utan utsattes även för exempelvis hopp som ger hög lastamplitud under kort tid. Kravet i Eurokod som säger att accelerationerna inte får vara högre än 0,7 m/s² överskreds endast under en av mätningarna och då i en topp under kort tid.

En viktig del när vibrationer i gångbroar diskuteras är hur användarna uppfattar bron. Brukarnas uppfattning om hur bron upplevs är inte alltid detsamma som uppmätts eller räknats fram eftersom det är ett subjektivt mått. I detta examensarbete har inga strukturerade undersökningar om hur bron upplevs utförs. Däremot har författarna själva gått på bron både då dämparen var låst och då den var aktiv. Deras subjektiva uppfattning är att bron rör sig mer då dämparna var låsta än när de var aktiva. Vibrationerna är märkbara även då dämparna är aktiva. Speciellt då man står still medan andra trafikanter passerar. Dock tycker inte någon av författarna att vibrationerna upplevs som otäcka eller obehagliga i den omfattning att det stör brukandet av bron. Detta är som sagt inga vetenskapliga resultat utan ska endast ses som en subjektiv bedömning från två personer.

10.3 Finita elementmodell

I detta avsnitt beräknas accelerationerna i BRIGADE/Plus utifrån ett lastfall i bruksgränstillståndet som omfattar en större folkmängd som belastar bron med en harmonisk last. Ett frekvenssvep görs över de lägre frekvenserna och steady-state-responsen beräknas i accelerationer. Den dynamiska analysen utförs med metoden *Steady-state dynamics, Direct*.

10.3.1 Dynamisk lastmodell

I Eurokod finns rekommenderade värden för maximala accelerationer, se kapitel 5 *Styrande dokument*. Dock finns det inga riktlinjer för hur accelerationerna skall beräknas, utan det lastfall som används i detta kapitel kommer från en rapport av franska transportdepartementet Sétra [1]. Dessa lastfall delas in i olika klasser beroende på hur tungt belastad bron är. För

Bagers bro är det rimligt att anta klass II eftersom den är placerad centralt i en större stad, det vill säga kan vid enskilda tillfällen vara belastad över hela sin längd. Dock är den inte tillräckligt trafikerad för att uppfylla klass I som innebär att den regelbundet är belastad av en tätt packad folkmassa. Endast vertikal last för första moden beräknas eftersom övriga moder ligger utanför det "farliga" frekvensintervallet.

Beräkning av lasten från fotgängare

Lasten, q_v , som beräknas är jämnt utbredd över hela brons gångyta och ges enligt [1] av:

$$q_{v} = d \cdot 280 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_{v} \cdot t) \cdot 10, 8 \cdot \sqrt{\frac{\zeta}{n}} \cdot \Psi$$
(10.1)

Där

 $d = 0.8 \text{ (personer)/m}^2$ $f_v = 1.53 \text{ Hz}$ för första moden $\zeta = 0.025 \text{ uppmätt värde för första moden}$ n = 73 (personer) $\Psi = 1.0 \text{ eftersom det ger värsta fallet och för$ <math>1.02 Hz

 $\Psi = 1,0$ eftersom det ger värsta fallet och för att första egenfrekvensen enligt mätningarna är 1,83 Hz vilket ligger inom det mest riskfyllda frekvensintervallet.

Ovanstående parametrar insatta i ekvation (10.1) ger

$$q_v = 44,8\cos(9,6t) N/m^2$$

Lasten placeras som en linjelast över den mittersta HEB-balken genom att multiplicera med brons bredd, 2,4 meter. Den beräknade lasten motsvarar enbart den dynamiska delen av belastningen. För att ta hänsyn till den statiska lasten placeras ickestrukturell massa längs samma balk motsvarande 70 kg per person.

Att sätta antalet personer på bron till 73 stycken kan anses mycket i en stad som Malmö. Detta lastfall får ses som ett extremfall som kan inträffa exempelvis då något evenemang hållits i de närbelägna lokalerna Malmö Live och en folkmassa ska ta sig tillbaka in till centrum eller till centralstationen.

10.3.2 Beräkning i BRIGADE/Plus

Som nämnts används en metod som direkt beräknar respons i respektive frihetsgrad. Det är det mest exakta tillvägagångssättet men också det minst effektiva sett till beräkningskapacitet. Ofta görs en förenklad modal beräkning, där deformationerna approximeras som linjärkombinationer av utvalda modformer på ett sätt som liknar metoden klassisk modal analys beskriven i bilaga 1 *Strukturdynamik*. Detta kräver betydligt mindre beräkningskapacitet men resultatet blir inte lika exakt. Speciellt kan stora skillnader uppstå om strukturen innehåller materialdämpning. I denna modell är TMD:n implementerad och som beskrivits i kapitel 7 *Finita elementmetod* modelleras den med ett kombinerat fjäderelement som innehåller både styvhet och viskös dämpning. Den viskösa delen av TMD:n har stor inverkan på systemets responsamplitud. Med den modbaserade beräknings-modellen tas ingen hänsyn till den viskösa delen och responsen för systemet beter sig som om TMD:n bara består av en fjäder och en massa. Därför används metoden som beräknar direkt respons.

Resultat

Det är viktigt att den aktiva dämparen är stämd för rätt frekvens. Folkmassan i lastmodellen tillför en betydande massa vilket inte påverkar accelerationerna men som däremot sänker egenfrekvenserna. Figur 10.6 nedan visar ett frekvens-responsdiagram där responsen mäts i accelerationer för frekvenser mellan 1-2 Hz för två olika situationer. Dels då TMD:n är stämd för den aktuella egenfrekvensen med massa från 73 personer, 1,45 Hz, men också för fallet då den är stämd för fallet utan folk på bron, 1,53 Hz. Ingen annan dämpning än från TMD:n är inkluderad i denna beräkning.



Figur 10.6 Accelerationsrespons i en punkt belägen mitt på bron, norra sidan. Analysen utfördes i steady-state för harmonisk belastning av folkmassa över hela bron.

10.3.3 Diskussion

Från figur 10.6 kan man se att accelerationen då dämparen är stämd för 1,53 Hz uppgår till 0,3 m/s² och då dämparen är stämd för 1,45 Hz till 0,2 m/s². Detta kan tyckas lågt när man jämför med accelerationerna som uppmättes då TMD:n var aktiv. Speciellt med tanke på att resultatet från BRIGADE/Plus ska motsvara en last från 73 personer som går på bron samtidigt samt att själva bron saknar dämpning i FEM-modellen. Vid mätningarna befann sig bara ett fåtal personer på bron och strukturen har någon form av dämpning, om än inte så hög.

Om man studerar resultaten från mätningarna med aktiv TMD för en punkt i mitten av brons spann, norra sidan, figur 10.3, kan man dock se att accelerationen håller sig under $0,3 \text{ m/s}^2$ den största delen av tiden. Högre accelerationer uppstår endast i toppar med korta tidsintervall.

En förklaring till att resultatet från mätningarna visar högre toppar än accelerationerna från modellen kan vara lastens utformning. Vid mätningarna förekom det inte bara fotgängare utan även cyklister och barnvagnar. Fotgängarna exciterade dessutom inte bron bara genom att gå utan löpning korta sträckor och hopp förekom. Dessa excitationer skulle kunna ge högre amplituder än en harmonisk last från normal gång. Andra bidragande faktorer till att resultaten från FEM-modellen skiljer sig från mätningarna är att lasten vid mätningarna inte är harmonisk och att alla accelerationer från mätningen troligvis inte mätts då systemet nått steady-state.

För att kunna göra en bättre jämförelse mellan mätningar och modell måste lasten vara välkänd, till exempel genom att ett förutbestämt antal personer får gå i ett bestämt tempo eller i takt. För den typen av mätningar lämpar sig dock inte OMA-tekniken särskilt väl eftersom man då vill att lasten ska vara bredbandig, vilket innebär att personerna helst ska röra sig i olika takt och tempo. OMA-tekniken är dock ett bra alternativ om man bara vill ha en uppfattning om hur stora accelerationer som kan uppstå i bron under normal trafik.

I figur 10.6 kan man också se att frekvensen som dämparen stäms för har stor inverkan på hur stor amplituden blir vid resonans. Amplituden för den första moden ökar från 0,2 m/s² då dämparen är stämd för exakt den första egenfrekvensen som bron har när 73 personer befinner sig på den, till 0,3 m/s² då dämparen är stämd för brons första egenfrekvens då den är obelastad. Detta motsvarar att en skillnad på ungefär 5 % i frekvensen som dämparen stäms för kan ge så mycket som 0,1 m/s² eller 50 % ökning i acceleration. Systemets respons beror förutom TMD:ns egenfrekvens även på dämpningen både i TMD:n och bron samt skillnaden i massa mellan TMD och bro så man kan inte dra några exakta slutsatser av detta resultat. Man kan dock konstatera att TMD:ns egenfrekvens har stor inverkan på accelerationerna och att marginalerna i frekvens är små när man ska bestämma vilken frekvens TMD:n ska stämmas för. Tillexempel hade den ursprungliga BRIGADE/Plus modellen inte kunnat användas för att beräkna vilken frekvens en ny TMD ska stämmas för. Om brons dämpare stämts för frekvensen 1,53 Hz hade den troligtvis inte gett någon inverkan alls på den första moden som mätts till 1,85 Hz.

10.4 Sammanfattning

Mätningarna av brons accelerationer visar att gränsvärdet från anbudshandlingen på 0,5 m/s² överträds under korta tidsintervall både då dämparna var låsta och när de var aktiva. Detta sker under korta intervall och är troligtvis inte märkbart för en person som befinner sig på bron. Att det blir höga accelerationer även då TMD:n var aktiv borde inte vara något stort problem eftersom det rör sig om så korta tidsintervall. Accelerationstopparna kan exempelvis bero på att lasten är oregelbunden och att det förekommer toppar i lasten som tar några sekunder för TMD:n att dämpa ut. Accelerationerna överstiger begräsningen i Eurokod under en av mätningarna under kort tid.

Det är svårt att göra direkta jämförelser mellan mätningen med låst TMD och mätningen med aktiv TMD. Detta beror på att excitationen varierade mycket mellan de två mättillfällena och vid mätningen med aktiv TMD är excitationen delvis okänd. Man kan dock se en trend som tyder på att accelerationerna blir mindre då TMD:n är aktiv.

Accelerationerna från beräkningen i BRIGADE/Plus är låga om man jämför med mätningarna med aktiv TMD. Detta beror troligtvis på att lasten vid mätningarna skiljer sig avsevärt från

den som lagts in i FEM-modellen. I FEM-modellen kommer alla värden från en antagen harmonisk last i steady-state medan det i mätningarna finns stora oregelbundenheter.

Accelerationerna från BRIGADE/Plus togs fram med två olika dämparinställningar. I den ena beräkningen har man kompenserat för massan från personerna på bron genom att beräkna den nya egenfrekvensen och stämma TMD:n efter denna. I den andra beräkningen var TMD:n stämd efter egenfrekvensen för bron då den är obelastad. De maximala accelerationerna från dessa två beräkningar skiljer sig så mycket som 0,1 m/s². Detta visar att frekvensen som dämparen är stämd för har stor inverkan på hur stora accelerationerna blir och hur viktigt det är att TMD:n är rätt inställd för att ge önskad effekt.

Kapitel 11

Slutsatser

I detta kapitel sammanfattas de viktigaste resultaten och slutsatserna som tagits fram i rapporten. I slutet av kapitlet ges förslag på framtida arbeten.

11.1 Sammanfattning och slutsatser

OMA är en mätmetod för modal analys där endast utsignalerna mäts medan indatan är okänd. Detta innebär att man ofta kan använda sig av brons normala trafik som excitationskälla vilket gör att bron inte behöver stängas av. En nackdel med OMA- tekniken är att lasten inte är känd. Detta gör bland annat att värdet på responsamplituder från olika mätningar inte kan jämföras, vilket medför att man inte kan utvärdera TMD:ns effekt på responsamplituden på ett tillfredsställande sätt. En annan begränsning till följd av att lasten inte är känd är att modformerna blir oskalade.

När man planerar en mätning med OMA-tekniken måste man förvissa sig om att excitationen man tänker använda sig av är bredbandig. Exempel på bredbandig excitation är personer som går, bilar som kör och vind. Accelerometrarnas placering och antal måste planeras noggrant. Ju bättre upplösning av modformerna man vill ha och ju fler modformer man vill fånga, desto fler accelerometrar krävs. Mätningarna kan delas upp i flera mätserier där minst en accelerometer fungerar som referens och behålls i samma position medan de andra accelerometrarna flyttas mellan serierna. Referensaccelerometerns position måste då väljas så att bron rör sig i denna punkt för alla moder man är intresserad av. Mätningarna måste även ske under tillräckligt lång tid, ungefär 1000-2000 gånger den periodtid man är intresserad av.

Vid efterbehandlingen av mätdatan hittas alla de sex första egenmoderna. Resultaten från mätningarna med aktiv TMD är säkrare än resultaten från mätningarna med låst TMD. Detta beror bland annat på att mätningarna med låst TMD utfördes under för kort tid och att data från ett antal accelerometrar plockades bort. De vertikala moderna och vridmoden har identifierats med stor säkerhet medan större osäkerheter föreligger vid identifieringen av de horisontella moderna. Detta beror på att ett begränsat antal accelerometrar som kan registrera horisontella rörelser användes vid mätningarna.

Vid jämförelse mellan mätningar med aktiv och låst TMD kan man konstatera att dämpningen för systemet ökar för första moden med aktiv TMD. TMD:n är inställd för 1,81 Hz och brons första egenfrekvens mättes till 1,84 Hz. Man kan inte se någon tydlig delning av första egenfrekvensen vilket kan bero på att frekvensen som TMD:n är inställd för inte samanfaller exakt med brons första egenfrekvens och att masskvoten mellan TMD och bro är liten.

FEM-modellen gjordes i programmet BRIGADE/Plus. I modellen implementeras alla bärande delar som balkelement medan de icke bärande delarna såsom broräcke och brodäck modellerades som icke-strukturella massor. Bron modellerades både med och utan aktiv dämpning.

Jämförelser mellan resultat från mätningarna och FEM-modellen gjordes med avseende på egenfrekvenser och modformer. Vad gäller modformerna gjordes jämförelserna med hjälp av Modal Assurance Criterion (MAC). För de vertikala moderna och vridmoden är överensstämmelsen god mellan modformerna från mätningarna och FEM-modellen, alla MAC-värden överstiger 0,9. Vad gäller de horisontella moderna är MAC-värdena för låga för att man med säkerhet ska kunna säga att de representerar samma mod. Detta beror på att upplösningen av modformerna från mätningen är dålig då endast ett fåtal accelerometrar som kan mäta horisontella rörelser användes.

I jämförelsen av egenfrekvenserna visar det sig att det är stora skillnader mellan värdena från mätningarna och FEM-modellen för den första och andra moden. Generellt sett ligger egenfrekvenserna från FEM-modellen lägre än de uppmätta. För första moden ligger egenfrekvensen från FEM-modellen 17 % under och för den andra moden ligger egenfrekvensen 38 % under. För de högre moderna är avvikelsen betydligt mindre. För att ta reda på varför FEM-modellen och mätningarna skiljer sig så mycket åt gjordes en parameterstudie. Parameterstudien visade att det troligtvis förekommer friktion i brons stöd som gör att de frihetsgrader som föreskrivits som fria i modellen i verkligheten inte tillåter fri rörelse. Detta tillför styvhet till bron och skulle kunna vara en förklaring till att egenvärdena i mätningen ligger högre än i modellen. Massan har också stor inverkan på egenfrekvenserna och viss osäkerhet föreligger då brons verkliga vikt är okänd. Det är en nackdel med finita elementmetoden att det är tidskrävande att göra en bra modell samt att det även med en bra modell förekommer osäkerheter då man inte kan vara säker på hur exempelvis upplagen beter sig i verkligheten. En finita elementmodell lämpar sig väl för att få en översiktlig bild av brons dynamiska egenskaper i ett tidigt skede. Då nogrannare analyser krävs, tillexempel för att ställa in en TMD, är det lämpligare att använda sig av mätningar.

Mätningarna av accelerationerna i bron visar att de ligger under gränsvärdet från anbudshandlingarna största delen av tiden, förutom vid några korta intervall där toppar som överstiger 0,5 m/s² uppträder. Kravet från Eurokod överträds vid en av mätningarna under kort tid. Eftersom excitationen vid mätningarna var okänd kan man inte göra direkta jämförelser mellan mätningarna med låst TMD och aktiv TMD. Accelerationer som tagits fram med finita elementmodellen är lägre än accelerationerna från mätningarna. Anledningen till detta kan vara att excitationen vid mätningarna skiljer sig avsevärt från lasten som användes i modellen. Beräkningarna av accelerationerna för finita elementmodellen gjordes för två olika inställningar av TMD:n. Resultaten visar att frekvensen som dämparen ställs in för påverkar accelerationsresponsen i hög grad.

11.2 Framtida arbeten

I detta examensarbete har värden för dämpningskvoter i de olika moderna mätts upp. Dock har ingen djupare undersökning gjorts om hur dessa på bästa sätt implementeras i FEMmodellen. I BRIGADE/Plus kan dämpning läggas in på flera olika sätt beroende på vilken beräkningsmetod som används. När man använder direkt analys kan dämpningen endast läggas in i materialet som strukturdämpning eller som Rayleigh-dämpning. När man använder modal analys kan man lägga in dämpning genom att lägga in olika dämpning för olika moder. Dock tar inte den modala analysen hänsyn till viskös dämpning i TMD:n. Det skulle vara intressant att göra en utredning om vilken beräkningsmodell som lämpar sig bäst för modal analys av bron och på vilket sätt dämpningen ska implementeras på bästa sätt.

En annan intressant fråga är hur lasten från fotgängarna ska implementeras. I litteraturen finns många olika mer och mindre komplexa lastmodeller beskrivna. Ett förslag kan vara att testa några enklare lastmodeller och jämföra dem med några mer avancerade för att se hur stora skillnaderna blir och i vilka fall det är nödvändigt att använda mer avancerade modeller. För en sådan studie hade det dock rekommenderats att välja en enkel och väldefinierad bro så att mer tid kan läggas på analysen av lastmodellerna än på själva modelleringen av bron.

Vibrationer i gångbroar är till stora delar ett subjektivt begrepp. Det finns exempel på broar som haft låga egenfrekvenser men där brukarna inte upplevt något obehag och tvärtom att broar som uppfyllt komfortkraven upplevts som obehagliga av brukarna. Det hade därför varit intressant att göra en undersökning av hur personerna som använder bron upplever den.

Som nämnts i rapporten kan responsamplituden från mätningarna med aktiv respektive låst TMD inte jämföras då excitationen inte är känd. Det hade varit intressant att ytterligare undersöka TMD:ns effekt genom att använda en annan typ av mätmetod där exsempelvis en shaker kan användas som excitationskälla.

I detta arbete jämförs inte heller OMA-tekniken med andra mätmetoder. Ett förslag på fortsatta arbeten är att göra mätningar med olika mättekniker på en välkänd struktur för att kartlägga vilka mättekniker som lämpar sig bäst beroende på vilka analyser man vill göra samt utreda de olika mätteknikernas föredelar respektive nackdelar.

Referenser

[1]	The Technical Department for Transport, Roads and Bridges Engineering and Road Safety- Sétra, <i>Footbridges- Assessment of vibrational behavior of footbridges under</i> <i>pedestrian loading</i> , 0644A- ISRN: EQ-SETRA06-ED17FR+ENG, 2006. [Online]. Tillgänglig: http://www.satra.development.durable.gouv.fr/technical.guides
	<u>a4240.html</u> . [Hämtad: 28 januari, 2014]
[2]	T. Fitzpatrick, P. Dallard, S. Le Bourva, A. Low, R. Ridsdill Smith, M.Willford, <i>Linking London: The Millennium Bridge</i> . London: The Royal Academy of Engineering, 2001.
[3]	A. K. Chopra, <i>Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering</i> . New Jersey: Prentice- Hall, 1995.
[4]	Vibratec Akustikprodukter, Tuned mass damper- low frequency absorber. Datablad.
[5]	C.Meinhardt, <i>Application of tuned mass dampers for bridge decks</i> . Essen: Gerb Vibration Control Systems, 2009.[Online]. Tillgänglig: www.gerb.com [Hämtad: 6 december, 2013].
[6]	MAURER, <i>Tuned Mass Dampers</i> .[Online]. Tillgänglig: <u>http://www.maurer.co.uk</u> [Hämtad: 6 december, 2013].
[7]	P. Dallard, T. Fitzpatrick, A. Flint, A. Low, R. Ridsdill Smith, M. Willford, M. Roche, "London Millennium Bridge: Pedestrian induced lateral vibration", <i>Journal of bridge</i> <i>engineering</i> , nr. 6, s. 412-417, 2001.
[8]	M. H. Masjedian, M. Keshmiri, "A review on operational modal analysis researches: classification of methods and applications. <i>Proceedings of the 3rd IOMAC, International</i> <i>Operational Modal Analysis Conference, 4:e-6:e Maj, Portonovo (Ancona)</i> , Italien: 2009. s. 707-718,
[9]	R. Brincker, P. Andersen, "Operational Modal Analysis Tutorial". <i>Measurement and Analysis of Vibration Symposium</i> , Helsingborg, Sverige, augusti 5 – oktober 5, 2007.
[10]	R. Cantieni, "Application of Ambient Vibration Testing in Practice (Operational Modal Analysis)". <i>DETAILS EU-RFCS Research Project Final Workshop</i> , Lucca, Italien, December 9-11, s. 118-132, 2009. Tillgänglig: rci dynamics, <u>http://www.rcidynamics.ch</u> . [Hämtad: 9 Januari, 2014].
[11]	Operational Modal Analysis, Release 5.4."Operational Modal Analysis" <i>Operational Modal Analysis Online Help.</i> Structural Vibration Solutions A/S, 1999-2011.
[12]	Brüel & Kjær . "Product data: Operational Modal Analysis Type 7760, Batch Processing Option BZ-8527", <i>Brüel & Kjaer</i> . [Online]. Tillgänglig: <u>http://bksv.se</u> . [Hämtad: 10 Oktober, 2013].
[13]	Operational Modal Analysis, Release 5.4."Stochastic Subspace Identification (SSI)" Operational Modal Analysis Online Help. Structural Vibration Solutions A/S, 1999-2011.

[14]	P. Andersen, "Identification of Civil Engineering Structures using Vector ARMA Models". PhD [Avhandling]. Aalborg: Aalborg University, Department of Mechanical Engineering, 1997. [Online]. Tillgänglig: Research Database of Aalborg University (VBN).
[15]	R.J Allemang. "The Modal Assurance Criterion- Twenty Years of Use and Abuse," <i>Sound an vibration</i> , augusti, 2003. [Online]. Tillgänglig: Sound and vibration, <u>http://www.sandv.com/downloads/0308alle.pdf</u> . [Hämtad: 29 januari, 2014].
[16]	European Committee for Standardization, "Eurokod: Grundläggande dimensioneringsregler för bärverk", <i>Bilaga A2: Tillämpning för broar</i> , EN 1990:2002 sv, 2002.
[17]	European Committee for Standardization, "Eurokod 1: Laster på bärverk- Del 2: Trafiklaster på broar", EN 1991-2:2003 Sv, 2003.
[18]	European Committee for Standardization, "Eurokod 3: Dimensionering av stålkonstruktioner- Del 2: Broar", EN 1993-2:2006 Sv, 2006.
[19]	K. Dichmann Christiansen, "Stibro i Malmø Havn", Masteruppsats, Danmarks Tekniske Universitet, 2011.
[20]	Vibratec Akustikprodukter, <i>Tuned mass dampers</i> . Installations och underhållsmanual, dokument: 118197-5040, rev.01, 2012.
[21]	G9. "G9 Rustik," Generelle Matriale Egenskaper.Produktblad
[22]	J. M. Biggs, Inroduction to structural dynamics. New York: McGraw-Hill, 1964.

Bilaga 1 Strukturdynamik

Notationer

Förkortningar

MDOF flera frihetsgrader (Multi degrees of freedom) SDOF En frihetsgrad (Single degree of freedom)

Latinska bokstäver

- *A* godtycklig konstant
- A_n godtycklig konstant, mod n
- *B* godtycklig konstant
- *C* godtycklig konstant
- *c* dämpningskonstant
- C diagonal dämpningsmatris, bestående av C_n
- c dämpningsmatris
- C_n generaliserad dämpning, mod n
- *D* godtycklig konstant
- *F* godtycklig kraft
- *f*_d dämpningskraft, strukturell dämpning
- f frekvens
- f_n egenfrekvens
- *K* diagonal dämpningsmatris
- k styvhetskoefficient, fjäderstyvhet
- **k** styvhetsmatris
- M diagonal massmatris, bestående av M_n
- M_n generaliserd massa, mod n
- m massa
- **m** massmatris
- P(t) vektor bestående av $p_n(t)$
- p(t) yttre kraft
- p(t) vector av yttre krafter
- $p_n(t)$ generaliserd kraft, mod n
- p_0 amplitud för yttre kraft, p(t)
- $q_n(t)$ n:te modala koordinaten
- *q* vector av modala koordinater
- R_d responsfaktor, deformation
- t tid

- *u* deformation
- *ù* hastighet
- *ü* acceleration
- *u_h* homogen lösning
- u_p partikulär lösning
- u_0 amplitud av deformation, u
- $(u_{st})_0$ statisk deformation orsakad av p_0
 - **u** deformationsvektor

Grekiska bokstäver

- α parameter för Rayleigh-dämpning
- β parameter för Rayleigh-dämpning
- ζ dämpningskvot
- ζ_n dämpningskvot för n:te moden
- ζ_{eq} ekvivalent viskös dämpningskvot
- η dämpningskonstant
- v komplext egenvärde
- ϕ fasvinkel
- ϕ_n n:te egenmoden
- $\boldsymbol{\phi}_n^T$ transponat av n:te egenmoden
- ω vinkelfrekvens
- ω_n egenfrekvens
- ω_D dämpad egenfrekvens
1.1 Rörelseekvationen för SDOF-system

Grundläggande vid studier av hur en massa rör sig är att härleda en rörelseekvation. Denna ekvation grundar sig på Newtons andra lag

$$F = m\ddot{u} \tag{2.1}$$

vilken säger att summan av de krafter som massan påverkas av är lika med massan själv multiplicerat med dess acceleration. Kraften består av yttre pålagd kraft samt svar från strukturen som massan är en del av vilken uttrycks som styvheten i systemet gånger förskjutningen av den aktuella massan.

För en enkel struktur bestående av en massa, m, och en fjäder med styvhet k exciterad av en tidsberoende last p(t), se figur 2.1, ges rörelseekvationen efter insättning av krafterna i ekv. (2.1) enligt [3]

$$m\ddot{u} + ku = p(t) \tag{2.2}$$



Figur 2. 5 SDOF-system för struktur bestående av massa och fjäder.

Detta system är en idealisering då alla verkliga material innehåller en viss grad av dämpning. Inkludering av viskös dämpning i systemet från figur 2.1 ger den så kallade Kelvinmodellen, se figur 2.2.



Figur 2. 6 SDOF-system för struktur bestående av massa, fjäder och dämpare.

Till skillnad från fjädern beror kraften från den viskösa dämparen av hastigheten istället för förskjutningen. Rörelseekvationen för detta system ges således av [3]

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \tag{2.3}$$

Viskös dämpning är det vanligaste sättet att modellera dämpning och är relativt enkelt att hanter matematiskt [3]. Viskös dämpning behandlas djupare i kapitel 1.5 *Ekvivalent viskös dämpning*.

1.2 Lösning av rörelseekvationen för SDOF-system

Genom att dividera ekv. (2.3) med m och införa följande parametrar

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f_n \tag{2.4}$$

samt

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}} = \frac{c}{2m\omega_n} \tag{2.5}$$

Kan ekv. (2.3) skrivas om till

$$\ddot{u} + 2\zeta \omega_n \dot{u} + \omega_n^2 u = p(t)/m \tag{2.6}$$

För en harmonisk last, $p(t) = p_0 sin\omega t$, och med en initial förskjutning u = u(0) samt begynnelsehastighet $\dot{u} = \dot{u}(0)$ blir lösningen för systemet enligt [3]

$$u(t) = u_h(t) + u_p(t)$$
 (2.7)

 $u_h(t)$ är den homogena lösningen vilken representeras av systemets respons på fri vibration.

$$u_h(t) = e^{-\zeta \omega_n t} (A \cos \omega_D t + B \sin \omega_D t)$$
(2.8)

$$\text{Där }\omega_D = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \tag{2.9}$$

och konstanterna A och B bestäms utifrån begynnelsevillkoren.

 $u_p(t)$ är den partikulära lösningen vilken ges av

$$u_p(t) = Csin\omega t + Dcos\omega t \tag{2.10}$$

där

$$C = \frac{p_0}{k} \frac{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2}{[1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2]^2 + [2\zeta(\frac{\omega}{\omega_n})]^2} \text{ och } D = \frac{p_0}{k} \frac{-2\zeta(\frac{\omega}{\omega_n})}{[1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2]^2 + [2\zeta(\frac{\omega}{\omega_n})]^2}$$
(2.11)

Den sammansatta lösningen är en kombination av ekv. (2.8) och ekv. (2.10)

$$u(t) = \underbrace{\frac{e^{-\zeta \omega_n t} (A \cos \omega_D t + B \sin \omega_D t)}{transient} + \underbrace{\frac{C \sin \omega t + D \cos \omega t}{steady \, state}}_{(2.12)}$$

I figur 2.3 visas den totala lösningen ekv. (2.12) och den partikulära, steady- state lösningen, ekv. (2.8), plottade mot varandra. Man kan tydligt se att för ett dämpat system är det bara steady-state lösningen som återstår efter viss tid.



Figur 2. 7 Rörelseekvationens totala lösning plottat mot dess steady-state lösning. [3, fig. 3.2.1].

Steady-state lösningen ekv. (2.10) kan enligt [3] också skrivas på formen

$$u(t) = u_0 \sin(\omega t - \phi) = \frac{p_0}{k} R_d \sin(\omega t - \phi)$$
(2.13)

Där
$$u_0 = \sqrt{C^2 + D^2}$$
 och $\phi = \tan^{-1}(-\frac{D}{c})$ samt (2.14)

$$R_d = \frac{u_0}{(u_{st})_0} = \frac{1}{\sqrt{[1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2]^2 + [2\zeta(\frac{\omega}{\omega_n})]^2}}$$
(2.15)

Då den exciterande kraftens frekvens närmar sig systemets egenfrekvens, $\omega \cong \omega_n$, ger ekv. (2.15) att

$$R_d \cong \frac{1}{2\zeta} \operatorname{och} u_0 = \frac{(u_{st})_0}{2\zeta}$$
(2.16)

Detta fenomen kallas resonans och innebär att systemets amplitud beror på dämpningen. Resonansfenomenet kan åskådliggöras i ett så kallat frekvens- responsdiagram. Ett exempel på ett sådant diagram visas i figur 2.4 där R_d plottas mot $\frac{\omega}{\omega_n}$. Om systemets dämpning går mot noll går amplituden mot oändligheten. Något som är värt att notera är att en kraft med liten amplitud och en frekvens som ligger närmare systemets egenfrekvens kan ge större utslag för systemets responsamplitud än en kraft med större amplitud om kraftens egenfrekvens ligger längre ifrån systemets egenfrekvens.





1.3 Egenvärdesproblemet för MDOF-system utan dämpning

En bro kan betraktas som ett MDOF-system. Rörelseekvationen vid fri vibration för ett MDOF-system utan dämpning beskrivs enligt [3] som

(2.17)

$$m\ddot{u} + ku = 0$$

Med $\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{\phi}_n(A_n cos \omega_n t + B_n sin \omega_n t) \text{ kan } (2.17) \text{ skrivas om som}$

$$[\boldsymbol{k} - \omega_n^2 \boldsymbol{m}] \boldsymbol{\phi}_n = \boldsymbol{0} \tag{2.18}$$

Ekv. (2.18) har en icke-trivial lösning om

$$det[\mathbf{k} - \omega_n^2 \mathbf{m}] = 0 \tag{2.19}$$

Ekv. (2.19) kallas för den karaktäristiska ekvationen och genom att lösa den får man ut systemets egenfrekvenser, ω_n , och dess motsvarande modformer, ϕ_n . Egenfrekvenserna har en stor betydelse inom dynamiken eftersom då systemet utsätts för en last med frekvens i närheten av en egenfrekvens blir amplituderna för systemets rörelser väldigt stora. Gångbroar får därför stora problem med vibrationer då någon av brons egenfrekvenser sammanfaller med

eller ligger nära gångfrekvensen från fotgängare. Modformerna representerar systemets deformationsform vid motsvarande egenfrekvens. Modformerna har den viktiga egenskapen att alla former som bron kan anta kan byggas upp av linjärkombinationer av dessa. Detta gör att deformationerna kan skrivas om till linjärkombinationer av modformerna enligt [3]

$$\boldsymbol{u}(t) = \sum_{1}^{N} q_i(t) \boldsymbol{\phi}_i, \qquad (2.20)$$

$$\operatorname{med} q_i(t) = A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t \tag{2.21}$$

Modformsvektorerna är även ortogonala med egenskaperna

$$\boldsymbol{\phi}_n^T \boldsymbol{m} \boldsymbol{\phi}_r = 0 \text{ och } \boldsymbol{\phi}_n^T \boldsymbol{k} \boldsymbol{\phi}_r = 0$$
(2.22)

detta gör att de kan normaliseras med avseende på ${\bf m}$

$$\boldsymbol{\phi}_n^T \boldsymbol{m} \boldsymbol{\phi}_n = 1 \text{ och } \boldsymbol{\phi}_n^T \boldsymbol{k} \boldsymbol{\phi}_n = \omega_n^2$$
(2.23)

Modal expansion

Rörelseekvationen kan nu lösas med en metod som kallas Modal expansion och som bygger på de ovan nämnda egenskaperna för modformsvektorerna. Med antagandet att

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{\phi} \boldsymbol{q} \tag{2.24}$$

kan rörelseekvationen (2.17) skrivas om på formen

$$M\ddot{q} + Kq = 0 \tag{2.25}$$

där
$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{\phi}^T \boldsymbol{m} \boldsymbol{\phi}$$
 och $\boldsymbol{K} = \boldsymbol{\phi}^T \boldsymbol{k} \boldsymbol{\phi}$ (2.26)

Systemet kan nu lösas genom att först lösa (2.25) och sedan lösa ut deformationerna med hjälp av (2.24).

Då systemet belastas av en yttre dynamisk last blir motsvarigheten till ekv. (2.17) enligt [3]

$$m\ddot{u} + ku = p(t) \tag{2.27}$$

För deformationerna görs samma antagande som för fri vibration, ekv. (2.24), och varje element för den harmoniska lasten kan skrivas om som

$$p_n(t) = \boldsymbol{\phi}_n^T \boldsymbol{p}(t) \tag{2.28}$$

Ekv. (2.27) kan nu skrivas om på motsvarande sätt som ekvation (2.25)

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{q} = \boldsymbol{P}(t) \tag{2.29}$$

Där P(t) består av elementen $p_n(t)$ enligt ekv. (2.28), Moch K enligt (2.26).

1.4 Lösning av rörelseekvationen för MDOF-system med dämpning

För ett dämpat MDOF-system blir rörelseekvationen enligt [3]

$$\boldsymbol{m}\ddot{\boldsymbol{u}} + \boldsymbol{c}\dot{\boldsymbol{u}} + \boldsymbol{k}\boldsymbol{u} = \boldsymbol{0} \tag{2.30}$$

Dämpningsmatrisen, **c**, antas i många fall vara diagonaliserbar, så kallad klassisk dämpning. Detta antagande görs i de flesta fall och är motiverat om energiförlusten i systemet är liten och moderna är väl separerade [1]. Att anta klassisk dämpning är fördelaktigt eftersom rörelseekvationen och den modala analysen då kan utföras på ett sätt som är analogt med hur man behandlar det odämpade fallet med Modal expansion. Det vill säga att man först löser ut egenfrekvenser och egenmoder för fallet med fri vibration, ekv (2.19). Sedan görs antagandet att deformationerna är linjärkombinationer av modformerna enligt ekv. (2.24) varefter ekv. (2.30) transformeras till formen

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = 0 \tag{2.31}$$

$$\operatorname{där} \boldsymbol{C} = \boldsymbol{\phi}^T \boldsymbol{c} \boldsymbol{\phi} \tag{2.32}$$

samt M och K enligt ekv. (2.26)

Ekv. (2.31) består nu av N antal okopplade ekvationer som kan skrivas på standardformen

$$\ddot{q}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 = 0 \tag{2.33}$$

Med
$$\zeta_n = \frac{C_n}{2M_n \omega_n}$$
 (2.34)

där C_n och M_n är de diagonala elementen i matris C, ekv. (2.32), respektive M, ekv. (2.26).

Med hjälp av (2.34) kan man alltså bestämma dämpningsmatrisen om dämpningskvoterna, ζ_n är kända.

Då systemet belastas med en yttre dynamisk last blir motsvarigheten till (2.30) enligt [3]

$$\boldsymbol{m}\boldsymbol{\ddot{u}} + \boldsymbol{c}\boldsymbol{\dot{u}} + \boldsymbol{k}\boldsymbol{u} = \boldsymbol{p}(t) \tag{2.35}$$

På samma sätt som för systemet utan dämpning kan deformationen approximeras med ekv. (2.24) och ekv. (2.31) skrivas om på formen

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{q} = \boldsymbol{P}(t) \tag{2.36}$$

Med \boldsymbol{M} och \boldsymbol{K} enligt ekv. (2.26), \boldsymbol{C} enligt (2.32) och $\boldsymbol{P}(t)$ enligt (2.28)

Denna metod för att lösa rörelseekvationen kallas för klassisk modal analys. Klassisk modal analys kan tillämpas på många strukturer men om strukturen består av flera mindre system med olika dämpning är det en mindre lämplig metod. Rörelserna för en sådan struktur kan inte beskrivas av modformerna för det odämpade systemet och man måste istället använda sig av en metod som tar hänsyn till komplexa egenvärden och tillhörande modformer. För ett system med dämpning blir egenvärdesproblemet med dämpning enligt [3]

$$(v^2 \boldsymbol{m} + v \boldsymbol{c} + \boldsymbol{k}) \boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{0} \tag{2.37}$$

Lösning av ekv. (2.37) resulterar i egenvärden och tillhörande modformer på komplex form för system med dämpningskvot mindre än ett. Dessa komplexa egenvärden och modformer kan skilja sig markant från egenvärden och modformer som beräknats för systemet utan dämpning om systemets dämpning inte kan anses vara klassisk. Om systemets dämpning inte är klassisk kan man inte använda klassisk modal analys för att lösa rörelseekvationen.

1.5 Ekvivalent viskös dämpning

Ett vanligt sätt att idealisera dämpningen är att använda sig av en så kallad "ekvivalent viskös dämpning". Detta innebär att man approximerar strukturens samlade dämpning med en viskös dämpare som motsvarar en kraft som är proportionell mot hastigheten och en dämpningskonstant, c. Approximationen med en ekvivalent viskös dämpare är endast giltig för relativt små amplituder då strukturen befinner sig inom det elastiska området [3]. Användningen av viskös dämpning är praktiskt eftersom det innebär att rörelseekvationen blir linjär och på så sätt kan den lösas analytiskt. Den viskösa dämpningskonstanten c anpassas så den motsvarar strukturens samlade dämpning. På grund av att dämpningen beror på många olika mekanismer kan dämpningskonstanten inte tas fram direkt på samma sätt som styvhetsmatrisen eller massmatrisen. Detta beror på att dämpningen inte enbart består av strukturens geometri och material utan av många olika mekanismer som inte går att beskriva matematiskt. Dämpningskonstanten måste utvärderas utifrån tester, exempelvis genom att observera hur amplituden avtar med tiden vid fri vibration eller genom att studera hur strukturen svarar på en forcerad vibration [3].

Ett sätt att ta fram dämpningskvoten experimentellt är att belasta strukturen med en harmonisk last som inte behöver vara känd och ta fram en frekvens- responskurva. Dämpningskvoten kan tas fram med hjälp av ekv. (2.38) och definitioner enligt figur 2.5.

$$\zeta = \frac{f_b - f_a}{2f_n} \tag{2.38}$$

Denna metod kallas för half power bandwidth.



Figur 2. 9 Definitioner för "half power bandwidth".[3, fig. 3.4.1].

För MDOF-system betraktar man ofta dämpningskvoterna som en egenskap för varje enskild mod. För varje mod bestäms en ekvivalent viskös dämpningskvot så att den representerar energin som försvinner då systemet vibrerar i just den specifika moden analogt med hur man uppskattar dämpningskvoterna för ett SDOF-system [3].

Vid viskös dämpning beror dämpningen av egenfrekvensen. Man har dock upptäckt genom experiment att dämpningskvoten ofta är oberoende av frekvensen, det vill säga $\zeta_j \approx \zeta$, konstant för alla moder, se figur 2.6. Detta kallas för *rate- independent linear damping* eller *strukturell dämpning*. Strukturell dämpning kan beskrivas av en kraft som är proportionell mot hastigheten men omvänt proportionell mot frekvensen [3].

$$f_d = \frac{\eta k}{\omega} \dot{u} \tag{2.39}$$

Där k är strukturens styvhet och η är en dämpningskonstant. Strukturell dämpning kan approximeras som ekvivalent viskös dämpning genom att en ekvivalent dämpningskvot tas fram

$$\zeta_{eq} = \frac{\eta}{2} \tag{2.40}$$

Denna approximation överensstämmer med den exakta lösningen för harmonisk excitation då $\omega = \omega_n$ och kan enligt [3] anses stämma tillräckligt väl överens för ett stort antal frekvenser.



Figur 2. 10 Energi som leds bort från systemet vid viskös dämpning samt "rate- independent damping" mot frekvens.[3, fig. 3.10.1]

1.6 Dämpningsmatrisen

Som tidigare nämnts är det en fördel om dämpningsmatrisen är av typen klassisk dämpning. Klassisk dämpning innebär att dämpningsmatrisen är diagonaliserbar med modformsvektorerna, det vill säga att ekvation (2.32) ger upphov till en diagonal matris.

Ett sätt att skapa en klassik dämpningsmatris är att använda sig av så kallad Rayleigh dämpning [3].

$$\boldsymbol{c} = \alpha \boldsymbol{m} + \beta \boldsymbol{k} \tag{2.41}$$

Konstanterna α och β anpassas till experimentell data för dämpningskvoterna. De kan antingen bestämmas genom att använda två olika dämpningkvoter från två olika moder genom att lösa ett ekvationssytem där förhållandet mellan konstanterna och dämpningskvoten i varje mod ges av.

$$\zeta_n = \frac{\alpha}{2} \frac{1}{\omega_n} + \frac{\beta}{2} \omega_n \tag{2.42}$$

Om de experimentellt framtagana dämpningskvoterna är samma oavsett mod, $\zeta_n \approx \zeta$, kan ekvation (2.42) förenklas till

$$\alpha = \zeta \frac{2\omega_i \omega_j}{\omega_i + \omega_j} \operatorname{och} \beta = \zeta \frac{2}{\omega_i + \omega_j}$$
(2.43)

Dämpningskvoterna för alla andra moder varierar då enligt ekvation (2.42) vilket visas i figur 2.7.



Figur 2.11 Dämpningskvotens variation med frekvensen enligt Rayleigh dämpning.[3, fig.11.4.2]

Ett annat sätt att konstruera en klassisk dämpningsmatris är att använda sig av ekv. (2.34). Detta låter sig göras om man experimentellt har tagit fram värden för dämpningskvoten för respektive mod. Genom att ta fram de diagonala elementen i matris C, ekvation (2.32), kan man ta fram den klassiska dämpningsmatrisen, c, genom att invertera modformsvektorerna.

Bilaga 2

Beräkningar

Nedan redovisas beräkningarna för hur massan av räcke och brodäck har uppskattats till de ickestrukturella massorna i modellen, samt en enkel överslagsberäkning av styvheten för att bedöma rimligheten i FEM-modellen.

2.1 Icke strukturell massa

Tyngden av de icke bärande elementen förs ned till de longitudinella balkarna, totalt fem stycken, tre HEB-balkar i mitten samt de två yttersta rörprofilerna i fackverket.



Figur 4 Sektion av bron

Densiteten för plasten i brodäcket är enligt tillverkare angivet till

 $\rho_{plast} = 0.96 \ g/cm^3 = 960 \ kg/m^3$

2.1.1 Yttre HEB-balkar

Lasten på dessa består enbart av plastplanken i brodäcket. Det ligger en longitudinell planka ovanpå varje HEB-balk och de tar dessutom last från 0,6 meters bredd av själva brobanan.



Figur 2 Massa som förs ned till de yttre HEB-balkarna



Figur 3 Tvärsnitt plastplank i brobana

a) $0,06 \cdot 0,197 \cdot 960 = 11,35 \ kg/m$

b) $0,06 \cdot 0,6 \cdot 960 = 34,56 \, kg/m$

Totalt, *a* + *b*: 11,35 + 34,56 = 45,91 *kg/m*

2.1.2 Mittersta HEB-balken

Skillnaden mot de yttre HEB-balkarna är att den mittersta istället tar last från 0,62 meters bredd av brobanan.

a + b: 11,35 + 0,62 · 0,06 · 960 = 47,06 kg/m

2.1.3 Yttre balkarna i fackverket

Lasten på dessa består av tre delar: Plastplanken i brodäcket, räcket samt L-profilen som räcket är infäst i.

Plastplank

Rörprofilerna tar last från 0,31 meter.

 $11,35 + 0,31 \cdot 0,06 \cdot 960 = 33,81 \, kg/m$

Räcket

Mått framgår av figur 4 och densiteten antas till 7850 kg/m³.



Figur 4 Principskiss räcke

Avståndet mellan de vertikala stängerna är 0,1 meter vilket innebär att det är 10 st/m.

Vertikala stänger: $0,008^2 \cdot 1, 2 \cdot 10 \cdot 7850 = 18,94 \ kg/m$

Horisontell stång: $\left(\frac{0,0337^2 - 0,0272^2}{4}\right)\pi \cdot 7850 = 2,44 \ kg/m$

Totalt räcke: 18,94 + 2,44 = 21,38 kg/m

L-profil

Mått framgår av figur 5.



Figur 5 Principskiss L-profil

Vikt L-profil: $(0,17 \cdot 0,01 + 0,19 \cdot 0,02) \cdot 7850 = 43,175 \ kg/m$

Totalt

Totalvikten att lägga till de yttre balkarna ges av:

 $33,81 + 21,38 + 43,175 = 98,365 \ kg/m$

Avdrag för knutpunkter

Eftersom samtliga balkelementen har fullt tvärsnitt hela vägen in till där systemlinjerna möts räknar modellen med för mycket massa där. Detta kompenseras för genom att dra ifrån vikt från den icke strukturella massan som beräknades till de yttre balkarna i fackverket. Den extra massan som skall kompenseras för finns visserligen endast i fackverkets knutpunkter, men eftersom knutpunkterna sitter tätt och jämnt spridda över hela brons längd borde det inte vara

en för grov förenkling att dra av motsvarande massa från den jämnt utspridda över motsvarande balk.

Varje rör som ansluter mot en longitudinell balk slutar i modellen i mitten av röret medan det i verkligheten är svetsat mot utsidan av röret. I modellen är balkarna alltså ungefär en radie (323,9 mm) för långa.

För varje tvärbalk i en knutpunkt tillförs således den longitudinella balken för mycket vikt enligt nedan:

$$\frac{0,3239}{2} \cdot \frac{0,168,3^2 - 0,1533^2}{4} \cdot \pi \cdot 7850 = 4,8 \ kg/st$$

Antalet tvärbalkar som ansluter mot var och en av de övre balkarna är 88 st. Mot den undre balken ansluter 68 st varav hälften kompenseras för i vardera övre balk. Där den undre balken delats i två ansluter 6 st på vardera sidan som också kompenseras för i respektive övre balk. Det totala antalet tvärbalkar som skall kompenseras för i varje övre longitudinell balk är således: 88 + 34 + 6 + 6 = 134 st

Lasten per meter över den 37 meter långa bron blir då

$$\frac{134 \cdot 4,8}{37} = 17,38 \, kg/m$$

Slutgiltiga massan på de övrelongitudinella balkarna blir därmed

$$98,365 - 17,38 = 80,985 \ kg/m$$

2.2 Styvhetsuppskattning

En grov uppskattning av vad man kan vänta sig för styvhet i konstruktionen är bra att göra för att bekräfta modellen.

Bron är ett fritt upplagt fackverk med tre longitudinella balkar som tar merparten av lasten. Höjden på fackverket är 1,5 meter på mitten och 0,0 meter vid stöd. Vidare svänger bron i horisontalplanet såväl som vertikalt. Nedan följer en mycket förenklad beräkning av styvheten, EI, för en rak, fritt upplagd balk med konstant EI som alltså är en grovt förenklad modell av bron. Höjden på den förenklade modellen antas till 1,5 meter.

Tvärsnittet som räknas på visas i figur 6.



Figur 6 Sektion av förenklad bro

2.2.1 Tröghetsmoment deltvärsnitt

Tröghetsmomenten för övre respektive undre balk ges av

$$I_{\ddot{o}vre} = \frac{\pi}{64} (0,3239^4 - 0,2919^4) = 1,839 \cdot 10^{-4} m^4$$

$$I_{undre} = \frac{\pi}{64} (0,3239^4 - 0,2839^4) = 2,214 \cdot 10^{-4} m^4$$

2.2.2 Tyngdpunkt

Tyngdpunktens läge x (figur 6) ges av

$$x \cdot A_{tot} = 1.5 \cdot A_{undre} \to x = \frac{1.5 \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot (0.3239^2 - 0.2839^2)\right)}{A_{tot}} = 0.572 \, m$$

2.2.3 Totalt tröghetsmoment

Totala tröghetsmomentet erhålls med hjälp av Steiners sats.

$$I_{tot} = (I_{\ddot{o}vre} + A_{\ddot{o}vre} \cdot x^2) \cdot 2 + (I_{undre} + A_{undre} \cdot (1, 5 - x)^2)$$

= $\left(1,839 \cdot 10^{-4} + \frac{\pi}{4}(0,3239^2 - 0,2919^2) \cdot 0,572^2\right) \cdot 2 + \left(2,214 \cdot 10^{-4} + \frac{\pi}{4}(0,3239^2 - 0,2839^2) \cdot (1,0 - 0,572)^2\right) = 0,027 \, m^4$

2.2.4 Uppskattad styvhetsberäkning

$$EI_{beräknad} = 0,027 \cdot 210 \cdot 10^9 = 5,7 \cdot 10^9 Nm^2$$

2.1.5 Modellens styvhet

Styvheten från FEM-modellen uppskattas genom att placera en punktlast på P=1 kN mitt på bron. Nedböjningen för denna last blir $v_{max}=0,36$ mm. Från balktabeller erhålls ett samband mellan nedböjning och styvhet för en fritt upplagd balk med längden L=38 meter:

$$v_{max} = \frac{PL^3}{48EI} \rightarrow EI = \frac{PL^3}{48v_{max}} = 3.2 \cdot 10^9 Nm^2$$

2.1.6 Sammanfattning

Modellens styvhet $EI_{modell} = 3,2 \cdot 10^9 Nm^2$ skall jämföras med $EI_{beräknad} = 5,7 \cdot 10^9 Nm^2$. Den beräknade styvheten är högre, men med tanke på hur approximativ beräkningen är så är det inget orimligt resultat.

2.3 Beräkning av brons första egenfrekvens

För att ytterligare validera modellens resultat beräknas även den första egenfrekvensen analytiskt.

Enligt [1] kan den första vertikala egenfrekvensen för en fritt upplagd balk beräknas som

$$f_1 = \frac{1^2 \pi}{2L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho S}}$$

Där *L* är balkens längd, är balkens styvhet och ρS är balkens linjära densitet inklusive linjär densitet från fotgängare på bron.

Bron approximeras som en fritt upplagd balk med längden L = 38, böjstyvhet enligt beräkningen ovan $EI = 3,2 \cdot 10^9 Nm^2$ och massan, M = 44479 kg. Den linjära styvheten beräknas för bron i obelstat läge och blir då

$$\rho S = m = \frac{M}{L} = \frac{44479}{38} = 1170,5 \ kg/m$$

Med dessa värden kan den första vertikala egenfrekvensen beräknas

$$f_1 = \frac{1^2 \pi}{2 \cdot 38^2} \sqrt{\frac{3.2 \cdot 10^9}{1170.5}} = 1.8 \, Hz$$

En första vertikal egenfrekvens på 1,8 Hz ska jämföras med 1,53 Hz som fåtts från modellen. Med tanke på alla förenklingar som gjorts i beräkningen kan detta värde anses fullt rimligt.

Bilaga 3 Dämparnas placering



Bilaga 4

Resultat mätningar

Värden som används för medelvärdesbildning samt dess standardavvikelser.

4.1 Mätning med aktiv TMD

Mod 1 SSI-UPC Merged Data Sets		Mod 2 EFDD		Mod 3 SSI-UPC Merged Data Sets	
Egenfrekvens	Std.	Egenfrekvens	Std.	Egenfrekvens	Std.
[Hz]	avvikelse	[Hz]	avvikelse	[Hz]	avvikelse
	[Hz]		[Hz]		[Hz]
1,818	0.00108	5,041	0.02286	6,814	0.0004651
1,841	0.00705	5,049	0.03009	6,817	0.0004089
1,841	0.0008278			6,817	0.001118
1,850	0.008121			6,819	0.0005135
1,831	0.000849	5,049	0.01009	6,818	0.0006607
1,833	0.0009125	5,057	0.01709	6,819	0.0004693
1,834	0.0004568			6,817	0.0004353
1,847	0.0004653			6,820	0.000242

4.1.1 Egenfrekvenser

Mod 4 SSI-UPC Merged Data Sets		Mod 5 SSI-UPC Merged Data Sets		Mod 6 SSI-UPC Merged Data Sets	
Egenfrekvens	Std.	Egenfrekvens	Std.	Egenfrekvens	Std.
[Hz]	avvikelse	[Hz]	avvikelse	[Hz]	avvikelse
	[Hz]		[Hz]		[Hz]
9,696	0.001433	9,903	0.01009	13,94	0.0002151
9,707	0.0006752	10,090	0.0002946	13,94	0.0003709
9,697	0.0009986	10,070	0.002377	13,96	0.0004653
9,705	0.0009332	10,080	0.0003726	13,95	0.0002809
9,694	0.002102			13,93	0.000197
9,702	0.00112	10,000	0.005503	13,94	0.0002648
9,687	0.001614			13,94	0.001453
9,693	0.0007927	10,000	0.003975	13,96	0.0005699

4.1.2 Dämpning

Mod 1 SSI-UPC Merged Data Sets		Mod 2 EFDD		Mod 3 SSI-UPC Merged Data Sets	
Dämpning		Dämpning	Std.	Dämpning	
[%]	Std.	[%]	avvikelse	[%]	Std.
	avvikelse [%]		[%]		avvikelse [%]
2,849	0.02065	2,752	0.3479	0,3234	0.009572
2,553	0.06364	2,719	0.2942	0,3875	0.004708
2,510	0.04091			0,3722	0.006287
2,147	0.08293			0,3977	0.006557
2,749	0.05239	2,792	0.3019	0,4071	0.009642
1,856	0.07544	2,847	0.1954	0,4375	0.005101
3,313	0.06175			0,4373	0.008867
2,123	0.09034			0,4475	0.004304

Mod 4 SSI-UPC Merged Data Sets		Mod 5 SSI-UPC Merged Data Sets		Mod 6 SSI-UPC Merged Data Sets	
Dämpning	Std.	Dämpning	Dämpning	Dämpning	Std.
[%]	avvikelse [%]	[%]	[%]	[%]	avvikelse [%]
0,5342	0.0071	2,729	0.08793	0,663	0.006144
0,4848	0.01076	1,569	0.02886	0,6858	0.004694
0,5615	0.02253	1,895	0.03381	0,5858	0.004585
0,5462	0.01162	1,693	0.02966	0,6196	0.004365
0,5302	0.01321			0,6625	0.00621
0,4995	0.009697	1,697	0.1276	0,7128	0.005066
0,6579	0.01175			0,6154	0.01004
0,6757	0.007928	1,631	0.01904	0,6882	0.005488

4.2 Mätningar med låst TMD

4.2.1 Egenfrekvenser

Mod 1 SSI-UPC Merged Data Sets		Mod 2 SSI-UPC Merged Data Sets		Mod 3 SSI-UPC Merged Data Sets	
Egenfrekvens [Hz]	Std. avvikelse [Hz]	Egenfrekvens [Hz]	Std. avvikelse [Hz]	Egenfrekvens [Hz]	Std. avvikelse [Hz]
1,827	0.0004846			6,822	0.001599
1,802	0.004227	4,893	0.001309	6,812	0.0002532
1,910	0.0007298			6,776	0.004428
1,868	0.00211			6,835	0.001962

Mod 4 SSI-UPC Merged Data		Mod 5 SSI-UPC Merged Data		Mod 6 SSI-UPC Merged Data	
Egenfrekvens [Hz]	Std. avvikelse	Egenfrekvens [Hz]	Std. avvikelse	Egenfrekvens [Hz]	Std. avvikelse
9,617	[Hz] 0.00423	9,893	[Hz] 0.0009739	13,760	[Hz] 0.004282
9,673	0.0007875	10,020	0.0004402	13,750	0.0003929
9,673	0.001486	9,976	0.001134	13,710	0.001387
9,623	0.00648	9,917	0.01518	13,710	0.003345

4.2.2 Dämpning

Mod 1 SSI-UPC Merged Data Sets		Mod 2 SSI-UPC Merged Data Sets		Mod 3 SSI-UPC Merged Data Sets	
Dämpning [%]	Std. avvikelse [%]	Dämpning [%]	Std. avvikelse [%]	Dämpning [%]	Std. avvikelse [%]
0,744	0.02792			2,434	0.08191
1,622	0.4918	4,118	0.06503	0,3277	0.009924
0,935	0.06101			1,777	0.1347
0,532	0.2543			2,494	0.06534

Mod 4 SSI-UPC Merged Data Sets		Mod 5 SSI-UPC Merged Data Sets		Mod 6 SSI-UPC Merged Data Sets	
Dämpning	Std.	Dämpning	Dämpning	Dämpning	Std.
[%]	avvikelse [%]	[%]	[%]	[%]	avvikelse [%]
0,8646	0.04771	2,215	0.03831	1,099	0.03743
0,5601	0.0178	1,827	0.02001	0,876	0.009645
0,3526	0.02688	2,156	0.08975	0,7359	0.02525
0,7366	0.05173	2,167	0.1326	1,268	0.1945

Bilaga 5

Modvektorer

Exempel på modvektorer från mätning med aktiv TMD.

5.1 Nodnumrering



5.2 Modvektor 1

Mod 1, första vertikala, f=1,83 Hz, framtagen med SSI-UPC Merged Data Sets

Eigenvalue: -0.236363 + 11.526200i

Nod	X-led	Y-led	Z-led
nummer			
1	0	0	0
2	-0.0314 - 0.0032i	0.0017 + 0.0002i	0.3830 + 0.0396i
4	0.0069 + 0.0014i	0.0011 + 0.0002i	0.5028 + 0.1018i
6	0.0278 + 0.0046i	0.0098 + 0.0016i	0.3512 + 0.0576i
7	0	0	0
8	0	0	0
9	-0.0280 + 0.0060i	0.0541 - 0.0174i	0.2224 - 0.0403i
11	-0.0366 + 0.0089i	0.1033 - 0.0231i	0.3185 - 0.0488i
13	-0.0099 + 0.0032i	0.0612 - 0.0167i	0.2488 - 0.0532i
14	0	0	0
15	-0.0475 + 0.0124i	0.0902 - 0.0243i	0.4471 - 0.0927i

5.3 Modvektor 2

Mod 2, första horisontella, f=5,05 Hz, framtagen med EFDD

Eigenvalue: -0.862704 + 31.714300i

Nod	X-led	Y-led	Z-led
nummer			
1	0	0	0
2	-0.0108 + 0.0023i	0.0006 - 0.0001i	0.1316 - 0.0281i
4	0.0034 - 0.0008i	0.0005 - 0.0001i	0.2487 - 0.0556i
6	0.0132 - 0.0028i	0.0047 - 0.0010i	0.1671 - 0.0352i
7	0	0	0
8	0	0	0
9	-0.0165 + 0.0017i	-0.2613 - 0.0354i	0.3317 + 0.0064i
11	0.0025 + 0.0048i	-0.3334 - 0.0458i	0.5139 - 0.0125i
13	0.0539 + 0.0039i	-0.2531 - 0.0321i	0.3406 + 0.0016i
14	0	0	0
15	0.0343 + 0.0103i	-0.2750 - 0.0439i	0.2489 - 0.0725i

Bilaga 6 Ritningar

Ritningsförteckning

BRO-24.0-001 Sammanställningsritning
BRO-24.6-301 Details I
BRO-24.6-302 Details II
BRO-24.6 303 Details III
BRO-24.6-304 Bearings









_

