



LUND
UNIVERSITY



KOMFORT HOS GÅNG- OCH CYKELBROAR

JULIUS ÅKERBLOM och FREDRIK RADLERT

Structural
Mechanics

Master's Dissertation

DEPARTMENT OF CONSTRUCTION SCIENCES
DIVISION OF STRUCTURAL MECHANICS

ISRN LUTVDG/TVSM--15/5204--SE (1-73) | ISSN 0281-6679

MASTER'S DISSERTATION

KOMFORT HOS GÅNG- OCH CYKELBROAR

JULIUS ÅKERBLOM och FREDRIK RADLERT

Supervisors: **PER-ERIK AUSTRELL**, Associate Professor, Div. of Structural Mechanics, LTH,
together with **OLA BENGTSSON** and **THOMAS KAMRAD**, Centerlöf & Holmberg AB.

Examiner: Professor **ROBERTO CROCETTI**, Div. of Structural Engineering, LTH.

Copyright © 2015 Division of Structural Mechanics
Faculty of Engineering (LTH), Lund University, Sweden.
Printed by Media-Tryck LU, Lund, Sweden, June 2015 (PI).

For information, address:
Div. of Structural Mechanics, LTH, Lund University, Box 118, SE-221 00 Lund, Sweden.
Homepage: <http://www.byggmek.lth.se>

Förord

Detta examensarbete avslutar våra fem år på civilingenjörsutbildningen väg & vatten på LTH. Examensarbetet skrevs under våren 2015 vid avdelningen för byggnadsmekanik i samarbete med Centerlöf & Holmberg AB i Malmö.

Vi skulle först och främst vilja tacka våra handledare, Ola Bengtsson och Thomas Kamrad på Centerlöf & Holmberg som under tiden för examensarbetet ställt upp med handledning när detta behövts.

Ett stort tack vill vi även rikta till vår handledare Per-Erik Austrell, samt Anders Sjöström som varit till stor hjälp då vi utförde mätningarna, båda vid avdelningen för byggnadsmekanik vid LTH.

Malmö, juni 2015

Julius Åkerblom & Fredrik Radlert

Sammanfattning

Då en gång- och cykelbro dimensioneras i brottgränstillståndet kan relativt slanka konstruktioner erhållas. De slanka konstruktionerna kan resultera i oönskade dynamiska effekter i form av vibrationer, som inte nödvändigtvis påverkar bron negativt ur en strukturell synpunkt men som däremot kan upplevas som obehagliga. Om vibrationsfenomenet blir ett återkommande problem i en bro kan åtgärder, som till exempel installation av dämpare, behöva vidtas. Åtgärder, som ofta kan bli väldigt dyra och tekniskt komplicerade. Det är därför av stor vikt att komfort kan säkerställas i projekteringsstadiet. God komfort erhålles genom att begränsa accelerationer av brobanan.

Det är av stor vikt att rimliga lastmodeller väljs för att korrekt kunna bedöma komfortnivån. Insikt i hur bron väntas brukas under sin livstid är därför angeläget. Risk finns alltid för en hög trafiktäthet vid enstaka tillfällen. Dock är den vanligaste trafiken för flertalet gång- och cykelbroar ett fåtal personer som passerar samtidigt, vilket skall hållas i åtanke vid ett lastmodellval.

Dämpning är en parameter som, då rekommenderade materialdämpningsvärden används för analys, kommer att underskattas grovt för Knislingebron, en fritt upplagd stålfackverksbro av rörprofiler. Mätvärden visar att beläggningen ökar systemets dämpning markant. Detta är ett viktigt konstaterande, eftersom komfortanalyser till stor del bygger på analys av resonansfrekvenser, där dämpningens inverkan på systemets respons är stor.

Vid ett förfarande då rimliga lastmodeller väljs och dämpningsvärden erhållna från mätningar används kan en Knislingebro med spännvidder upp till och med 40 meter som dimensionerats i brottgränstillståndet fortfarande uppfylla höga komfortkrav.

Abstract

When a pedestrian bridge is designed in the ultimate limit state relatively slender structures are often obtained. These slender structures might result in undesired dynamic effects, such as vertical vibrations. However the vibrations that occur will not necessarily effect the bridge negatively from at structural point of view although they might be experienced as uncomfortable. If these problems keep occurring frequently there might be motive to take action to reduce the vibrations. This can often become very expensive and technically complex. Hence, it is of great importance to ensure the comfort of the bridge in the design state.

The choice of load models is an important aspect in order to receive a bridge of reasonable dimensions for a given level of comfort. Hence, one must be able to determine the magnitude of pedestrian traffic, as well at present time as in fifty years. There is always the possibility of occasional very dense traffic, although for many bridges the most common number of pedestrians is restricted to a handful at a time, which should be taken into account when load models are considered.

The critical damping ratio is as difficult to determine as important when designing for the dynamic effects in comfort analysis, since the analysis mainly considers resonance frequencies. In some cases, one might take into consideration the possibility of measuring the damping ratio of a second bridge of reference in order to receive realistic values.

However, when reasonable load models and material damping ratios in accordance with measured values are chosen, the bridge from Knislinge, designed in the ultimate limit state, is able to sustain a high level of comfort for reasonably large bridge spans.

Innehåll

| | |
|--|-----------|
| FÖRORD | 1 |
| SAMMANFATTNING | 2 |
| ABSTRACT | 3 |
| 1. INLEDNING | 1 |
| 1.1. BAKGRUND | 1 |
| 1.2. MÅLSÄTTNING | 1 |
| 1.3. AVGRÄNSNINGAR | 2 |
| 1.4. TILLVÄGAGÅNGSSÄTT | 2 |
| 1.5. DISPOSITION | 2 |
| 2. STRUKTURDYNAMIK | 4 |
| 2.1. TERMINOLOGI | 4 |
| 2.2. RÖRELSEEKVATIONEN | 5 |
| 2.3. EGENFREKVENSER OCH EGENMODER | 6 |
| 2.3.1. Egenfrekvenser | 6 |
| 2.3.2. Egenmoder | 7 |
| 2.3.3. Förenklning till SDOF-system | 8 |
| 2.4. RESONANS | 8 |
| 2.5. DÄMPNING | 10 |
| 2.6. RESPONS BEROENDE PÅ LASTFREKVENSN | 14 |
| 3. LASTMODELLER & KOMFORT | 16 |
| 3.1. KOMFORTNIVÅER | 17 |
| 3.1.1. Sétra | 17 |
| 3.1.2. Eurokod | 17 |
| 3.2. LASTMODELLER | 18 |
| 3.2.1. Last från en enskild fotgängare | 18 |
| 3.2.2. Sétra | 20 |
| 3.2.3. Eurokod | 23 |
| 4. FALLSTUDIE | 24 |
| 4.1. KNISLINGEBRON | 24 |
| 4.2. FINITA ELEMENTMODELL | 26 |
| 4.2.1. Implementering av lastmodeller | 26 |
| 4.2.2. Egenfrekvenser från FE-modellerna | 27 |
| 4.3. ANALYTISK VERIFIERING | 30 |
| 4.3.1. Egenfrekvenser | 30 |
| 4.4. MÄTNINGAR | 35 |
| 4.4.1. FE-modell | 35 |
| 4.4.2. Modal analys | 36 |
| 4.4.3. Nyquist-Shannon | 36 |
| 4.4.4. Mätuppställning | 36 |
| 4.4.5. Mätresultat | 38 |
| 4.4.6. Felkällor | 42 |
| 4.5. ACCELERATIONER FE-MODELL | 43 |
| 4.5.1. Enligt Sétra | 43 |
| 4.5.2. Enligt Eurokod | 46 |
| 4.6. ACCELERATIONER FRÅN SDOF-SYSTEM | 54 |
| 4.6.1. Sétra | 54 |
| 4.6.2. Eurokod | 55 |
| 5. DISKUSSION OCH SLUTSATSER | 56 |
| FRAMTIDA ARBETE | 58 |
| 6. REFERENSER | 59 |

| | |
|---|-----------|
| 7. APPENDIX | 60 |
| 7.1. STRUKTURDYNAMIK | 60 |
| 7.1.1. Rörelseekvationen | 60 |
| 7.1.2. Egenfrekvenser | 61 |
| 7.1.3. Resonans | 63 |
| 7.1.4. Egenmoder | 63 |
| 7.1.5. Dämpning | 64 |
| 7.1.6. Parametrar för accelerationspåverkan | 65 |
| 7.1.7. Accelerationer i resonans | 67 |

1. Inledning

1.1. Bakgrund

Då en gång- och cykelbro dimensioneras i brottgränstillståndet kan relativt slanka konstruktioner erhållas. De slanka konstruktionerna kan resultera i oönskade dynamiska effekter i form av vibrationer, som inte nödvändigtvis påverkar bron negativt ur en strukturell synpunkt men som däremot kan upplevas som obehagliga. Om vibrationsfenomenet blir ett återkommande problem i en bro kan åtgärder behöva vidtas, åtgärder som ofta kan bli väldigt dyra och tekniskt komplicerade. Det är därför av stor vikt att komfort kan säkerställas i projekteringsstadiet.

Att modellera brons dynamiska beteende är emellertid inte helt okomplicerat. Problematiken grundar sig delvis i själva lastmodelleringen, hur trafikanterna påverkar bron dynamiskt. En rimlig modell bör inte bara ta hänsyn till hur många trafikanter som väntas befinna sig på bron samtidigt, utan även med vilken frekvens som trafikanternas stegnedssättning sker. Denna frekvens är förstås individuell och beror på faktorer som gånghastighet och allmänt gångbeteende, och även om en generell gångfrekvens kan bestämmas från vilken enbart mindre avvikelser sker från person till person måste även hänsyn tas till fäsförskjutning mellan olika trafikanters stegnedssättning.

En annan svårighet är att bestämma när en bro inte anses komfortabel. Hur en bro upplevs är högst subjektivt och är därför svårt att kvantifiera för en generell gångtrafikant. För att säkerställa en god komfort finns rekommendationer för maximal acceleration av brobanan, med gränsvärden som inte bör överstigas någonstans på bron. Sådana rekommendationer är föreslagna i de Europagemensamma Eurokoderna, med olika gränsvärden beroende på vilken riktning som bron accelererar.

Andra institutioner föreslår emellertid andra rekommenderade accelerationsgränser. En sådan är Sétra, ett departement inom väg- och brobyggnad samt trafiksäkerhet i Frankrike. Dessa föreslår i en rapport [1] en komfortnivå beroende på hur bron brukas, där beställaren kan specificera olika komfortkrav med avseende på accelerationer exempelvis vid ett normalt brukande kontra vid speciella evenemang, såsom motionslopp eller broinvigning, där fler människor än normalt förväntas nyttja bron och kraven på komfort inte behöver vara lika höga.

För att beställaren av en bro ska få en produkt med god komfort som samtidigt inte är överdimensionerad krävs en del kunskap inom dynamik hos densamme. Saknas kunskap finns risken att komfortproblematiken antingen under- eller överskattas.

1.2. Målsättning

Rapporten syftar till att på ett pedagogiskt sätt beskriva och förklara de fenomen som innefattas av komfortproblematiken så att en beställare får en lättare uppgift i att precisera krav på konstruktionen. Vidare utförs en fallstudie av en särskild gång- och cykelbro, Knislingebron (se kapitel 0) där den dynamiska responsen i bron undersöks och hur denna respons påverkas av faktorer såsom spannlängd, fackverkshöjd och beläggningstjocklek.

Studien syftar även till att utvärdera de publikationer som gjorts i ämnet med tillhörande rekommendationer gällande komfortnivåer och lastmodeller och dessas inverkan på brons utformning.

Rapporten har som mål att bringa klarhet i följande frågeställningar.

- Vid vilka spannlängder uppstår problematiken? D.v.s. när är brottngränstillståndet inte längre avgörande för brons dimensioner?
- Vad är en rimlig lastmodell?
- Är enkla handberäkningsmetoder ett alternativ till det mer tidsödande arbetet som ligger i att upprätta och analysera en datormodell?
- Är materialdämpningsparametrar som återfinns i diverse publikationer realistiska för Knislingebron?

1.3. Avgränsningar

Arbetet innefattar analys av broar med sex olika spannlängder från 20 till 45 meter, med intervall om 5 meter. Studien begränsar sig till att enbart hantera accelerationer i vertikalled, och därmed inte accelerationer lateralt eller longitudinellt. Detta eftersom bron har en betydande styvhet i dessa riktningar och därmed osannolik att excitera. Argumentation kring detta sker i kapitel 4.1. För att täcka in rekommendationer från såväl Eurokod som Sétra analyseras första och andra böjmoden.

Den eventuella styvhet som systemet tillskansar sig från gångbaneplåt och beläggning tros vara försumbar och bortses därför ifrån. Detsamma gäller med räcknet som är monterat på fackverkets diagonaler, där styvhetsbidraget försummas men däremot egentyngden inkluderas i modellen.

De dynamiska lastfall som används vid analysen begränsar sig till de som beskrivs i Eurokod och Sétra.

1.4. Tillvägagångssätt

Broarna, med spannlängder från 20-45 m modelleras i finita element programmet Sofistik. Systemet byggs upp med balkelement och parametreras så att indata likt exempelvis fackverkshöjd enkelt kan ändras för att möjliggöra en jämförelse av broarnas olika beskaftenheter inverkan på den dynamiska responsen. Dämpningen implementeras modalt.

Broarna belastas med dynamiska laster, dels enligt de relativt vaga lastfallen i Eurokod och dels enligt Sétra. För respektive bro görs egenvärdesanalyser och efterföljande dynamiska analyser. Resultat jämförs därefter mot de olika publikationernas rekommendationer gällande krav på komfort.

Mätningar utförs på fysiska broar. Detta för att kvalitetssäkra utdata från beräkningsmodellerna samt för att erhålla dämpningsparametrar.

För att stämma av modellen görs handberäkningar av de olika broarna. Dessa beräkningsmodeller möjliggörs genom förenklade tvärsnitt.

1.5. Disposition

Första avsnittet i rapporten, Kapitel 2. *Strukturdynamik* syftar till att på ett mycket grundläggande, pedagogiskt och icke-matematiskt sätt beskriva fenomenen som komfortproblematiken grundar sig på.

Kapitel 3 redogör för lastmodeller och komfortkrav som de två publikationerna Sétra och Eurokod erbjuder gällande komfort för gång- och cykelbroar.

Kapitel 4 innefattar hela fallstudien för Knislingebron. I kapitlet ingår FE-modeller med beräkningar, analytiska modeller med beräkningar samt mätningar.

Kapitel 5 omfattar slutsats med förslag till framtida arbete.

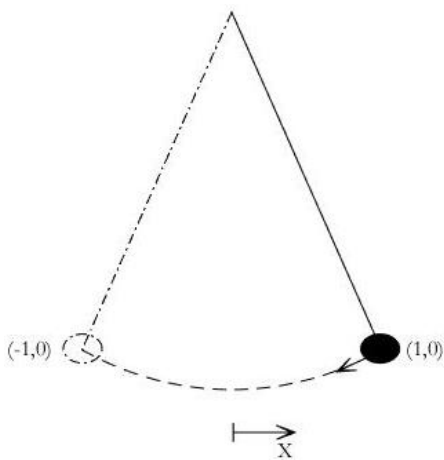
2. Strukturdynamik

Detta kapitel har som syfte att på ett icke-matematiskt och grundläggande sätt beskriva de fenomen som komfortproblematiken grundar sig på. Om intresse finns för den teoretiska bakgrunden för respektive fenomen återfinns dessa i appendix kapitel 7.1.

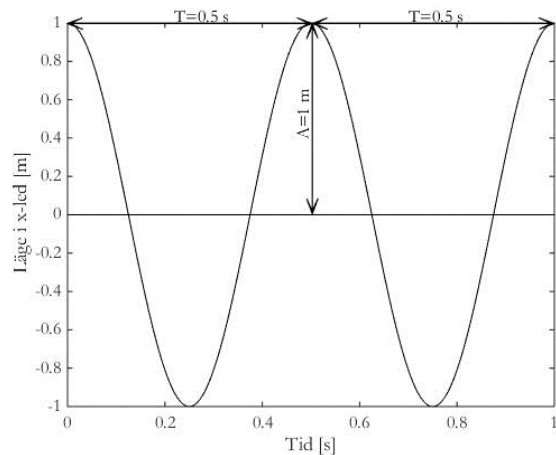
2.1. Terminologi

För att kunna ta del av innehållet i efterföljande kapitel följer här en kort redogörelse för delar av terminologin inom strukturdynamiken.

Period – Den tid det tar för en svängande kropp att återgå till ett givet läge. Pendeln i Figur 1 nedan pendlar mellan läge $(1,0)$ och $(-1,0)$. Läget för massan i x-led som funktion av tiden är inritad i Figur 2. Perioden, vilken i det aktuella exemplet är en halv sekund, $T=0.5$ s, är markerad i Figur 2.



Figur 1 - Pendel



Figur 2 - Läge för pendel i x-led som funktion av tiden

Frekvens – Antalet perioder som ett system svänger per sekund. Detsamma som inversen av perioden. Frekvens anges i enheten Hz (1/s). Pendeln i Figur 1 ovan svänger alltså med en frekvens på 2 Hz.

Vinkelfrekvens - Antalet radianer som ett system svänger per sekund. Betecknas oftast med den grekiska bokstaven ω (omega). Erhålls analogt från frekvensen genom $\omega = 2\pi f$. Pendeln har alltså en vinkelfrekvens på $\omega=4\pi$ rad/s.

Amplitud – Differensen mellan en harmonisk funktions maximala värde och dess jämviktsläge. I pendlexemplet ovan är amplituden markerad i Figur 2, $A=1$ m.

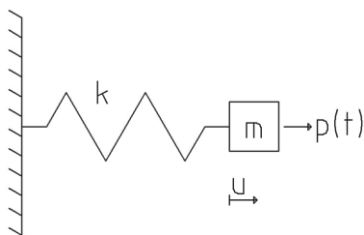
Fribetsgrad – Koordinat som används för att beskriva ett fysikaliskt systems läge. Pendeln i Figur 1 ovan kan beskrivas med en frihetsgrad, nämligen en lägeskoordinat i x-led.

2.2. Rörelseekvationen

I klassisk strukturmekanik analyseras system utifrån villkoret att statisk jämvikt gäller. Detta innebär att systemet löses på premissen att accelerationerna hos det aktuella bärverket är små och därför kan försummas. För system vars benägenhet att försättas i rörelse är betydande är denna approximation emellertid inte aktuell. Accelerationer av ingående massor med tillhörande krafter måste beaktas vid lösningen av sådana system.

Rörelseekvationen används för att beräkna de accelerationer som framkommer då ett givet system belastas. För en mer ingående teoretisk beskrivning utav hur denna ekvation löses hänvisas det återigen till appendix kapitel 7.1. Nedan beskrivs rörelseekvationen för ett enkelt system med en frihetsgrad.

För att komma fram till rörelseekvationen studeras ett enkelfrihetsgradssystem (SDOF-system), bestående av en massa kopplad till en fjäder, se Figur 3. Massan utsätts för en extern last, P som är en funktion av tiden. Vidare förutsätts att ingen energi försvinner från systemet p.g.a. exempelvis friktion.

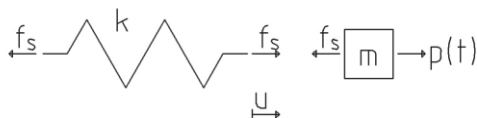


Figur 3 - SDOF-system

De ingående kvantiteterna är:

- Fjäderkonstanten(fjäderstyvheten) k (N/m)
- Förskjutningen u (m)
- Den yttre kraften $P(t)$ (N)
- Massan m (kg)

De ingående elementen, massa och fjäder, friläggs enligt Figur 4 så att en horisontell kraftjämvikt kan studeras.



Figur 4 - Friläggning av SDOF-systemet

Kraftjämvikt kring den frilagda fjädern ger fjäderkraften enligt:

$$f_s = ku \quad (2.1.1)$$

Används Newtons andra rörelselag på den frilagda massan erhålls följande samband:

$$P(t) - f_s = m\ddot{u} \quad (2.1.2)$$

där \ddot{u} är accelerationen.

Genom att ersätta fjäderkraften, f_s i ekvation (2.1.2) med ekvation (2.1.1) erhålls rörelseekvationen enligt:

$$m\ddot{u} + ku = P(t) \tag{2.1.3}$$

Massan och fjäderkonstanten i (2.1.3) är konstanta över tiden. Såväl accelerationen som förskjutningen och lasten är dock funktioner av tiden, och kommer att anta olika värden beroende på var i tidsrymden som systemet betraktas.

Rörelseekvationen kan även studeras i flera frihetsgrader, en teoretisk härledning för detta återfinns i appendix i kapitel 7.1.1.

2.3. Egenfrekvenser och egenmoder

2.3.1. Egenfrekvenser

Egenfrekvenser är enkelt uttryckt de frekvenser med vilka ett system tenderar att vilja svänga. För att exemplifiera detta kan en gunga beaktas. Ett barn placerat i gungan skjuts på av en förälder, varefter vederbörande slutar att skjuta på och låter gungan svänga fritt. Perioden som gungan då svänger med kommer att vara konstant över tiden, och motsvarande frekvens är gungans egenfrekvens. Systemet har alltså en frekvens som detta naturligt svänger i. Egenfrekvensen för gungsystemet, vilket för övrigt är helt analogt med pendelsystemet i kapitel 2.1, erhålls approximativt enligt:

$$f_n \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}} \tag{2.2.1}$$

Där L är gungans längd och g är gravitationskonstanten. Det kan konstateras att amplituden med vilken gungan svängt då föräldern slutade skjuta på gungan inte har någon betydelse för systemets egenfrekvens, utan kommer vara densamma oavsett hur mycket energi som systemet tillförts. Vidare kan det konstateras, att ifall ingen energi försvinner till värme i gungans upphängning eller p.g.a. luftmotståndet kommer gungan att fortsätta svänga i all oändlighet. Huruvida detta annars närvarande energisvinn, även kallat *dämpning*, påverkar systemets egenfrekvens diskuteras i kapitel 2.5.

Liksom gungan innehar samtliga system med en möjlighet att oscillera denna egenhet kallad egenfrekvens, även om det inte alltid är lika tydligt som i analogin med gungan. En balk, ett bjälklag, en skyskrapa eller en bro – samtliga dessa system svänger naturligt i givna frekvenser. Det som skiljer dessa från gungan är antalet frihetsgrader. Det enkelfrihetsgradiga gungsystemet har enbart en egenfrekvens till skillnad från exempelvis en bro som har ett oändligt antal frihetsgrader. Det ter sig då som så, att antalet egenfrekvenser som ett system besitter är detsamma som antalet frihetsgrader. En bro, som kan beskrivas av ett oändligt antal frihetsgrader, innehar således ett oändligt antal egenfrekvenser. Varje egenfrekvens är kopplad till en given svängningsform, en så kallad *modform*, vilka beskrivs vidare i nästkommande kapitel. Ett oändligt antal egenfrekvenser innebär alltså att bron har ett oändligt antal naturliga svängningsformer.

Oftast är dock enbart ett fåtal av egenfrekvenserna av intresse vid en dynamisk analys, och då i allmänhet de lägre egenfrekvenserna.

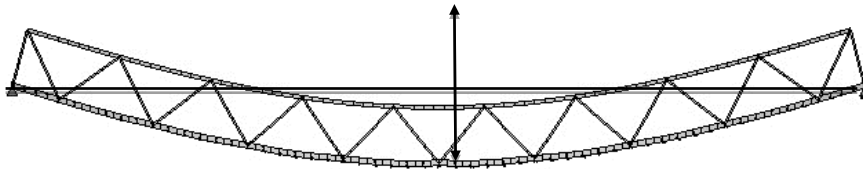
Egenfrekvenser är en ytterst viktig egenskap inom strukturdynamiken. Drivs ett system i dess egenfrekvens uppstår resonans, ett fenomen som diskuteras vidare i kapitel 2.4.

2.3.2. Egenmoder

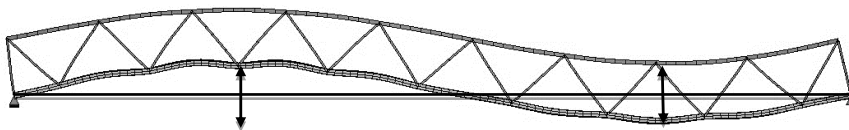
Varje egenfrekvens har en motsvarande egenmod, en slags förskjutningsform som systemet vibrerar med. Gungan som diskuterats i egenfrekvenskapitlet har som tidigare nämnts bara en frihetsgrad och därmed bara en egenfrekvens med en tillhörande egenmod. Modformen för gungan är helt enkelt den pendelform som systemet följer. System med flera frihetsgrader har dock flera egenfrekvenser med tillhörande modformer. Det tvåfrihetsgradiga systemet i Figur 74 i appendix kan ju exempelvis svänga i såväl den vertikala fjädern som längs den horisontella.

Två olika modformer för Knislingebron illustreras i Figur 5 & Figur 6 nedan. Dessa figurer visar bron i en vy från sidan (tvärbalkarna löper alltså in i pappret). Bron vibrerar kring den heldragna linjen som spänner mellan upplagen i enlighet med de pilar som är inritade i respektive bild. Den första bilden är bronns *första vertikala böjmod* och den andra bilden visar bronns *andra vertikala böjmod*.

Var och en av dessa egenmoder motsvarar en viss egenfrekvens. Detta innebär, att om bron exempelvis drivs med en last vars frekvens stämmer överens med den första vertikala böjmodens egenfrekvens så vibrerar bron enligt Figur 5. Detsamma gäller även för den andra böjmoden. Här inser man dock, att lasten måste vara fasförskjuten mellan den vänstra och den högra halvan av bron för att åstadkomma den givna modformen för den andra böjmoden.

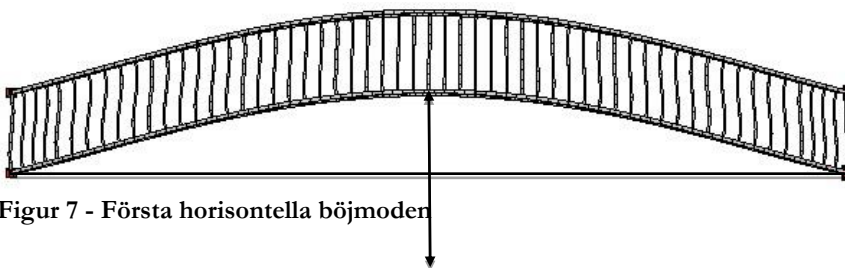


Figur 5 - Första vertikala böjmoden

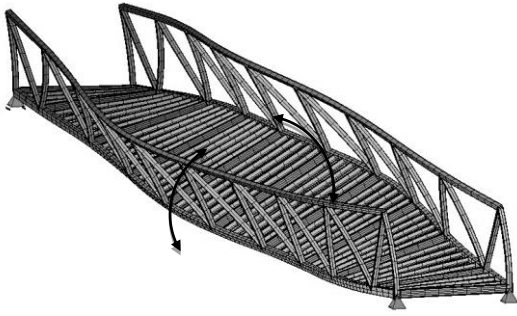


Figur 6 - Andra vertikala böjmoden

Det är dessa ovan givna modformer som kommer att studeras i denna rapport. Det finns emellertid andra modformer som skulle kunna vara intressanta vid beaktandet av komfort. Bron kan nämligen även svänga i en böjform ut ur planet likt Figur 7, där bron visas från en vy ovanifrån, eller rotera kring en längsgående axel som i Figur 8. Dessa moder är den *första horisontella böjmoden* samt den *första vridmoden*. Anledningen till att dessa moder förbises diskuteras vidare i kapitel 4.1.



Figur 7 - Första horisontella böjmoden



Figur 8 - Första vridmoden

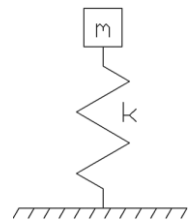
2.3.3. Förenkling till SDOF-system

Då enbart en vibrationsmod är av intresse vid dynamisk analys kan en förenkling göras till ett enkelfrihetsgradigt system, SDOF-system. För att exemplifiera detta studeras en fritt upplagd bro på två stöd, se Figur 9. Pondera att egenfrekvensen för systemets *första böjmod* är av intresse, samt att balken har en böjstyvhets k i denna riktning samt en massa m .



Figur 9 – Första böjmoden för bro upplagd på två stöd

Detta system kan idealiseras till en massa m kopplat till en fjäder med en till balkens böjstyvhets motsvarande styvhet k , se Figur 10.



Figur 10 - SDOF-system av bron

Egenvinkelfrekvensen detta system beskrivs av:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.2.2)$$

Denna egenvinkelfrekvens härleds i appendix kapitel 7.1.2. Egenvinkelfrekvensen ökar alltså med ökande styvhet och minskar med ökande massa. Styvheten är i sin tur proportionerlig till bronns tröghetsmoment I kring den givna böjningsaxeln, vilken för ett rektangulärt tvärsnitt beskrivs av:

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad (2.2.3)$$

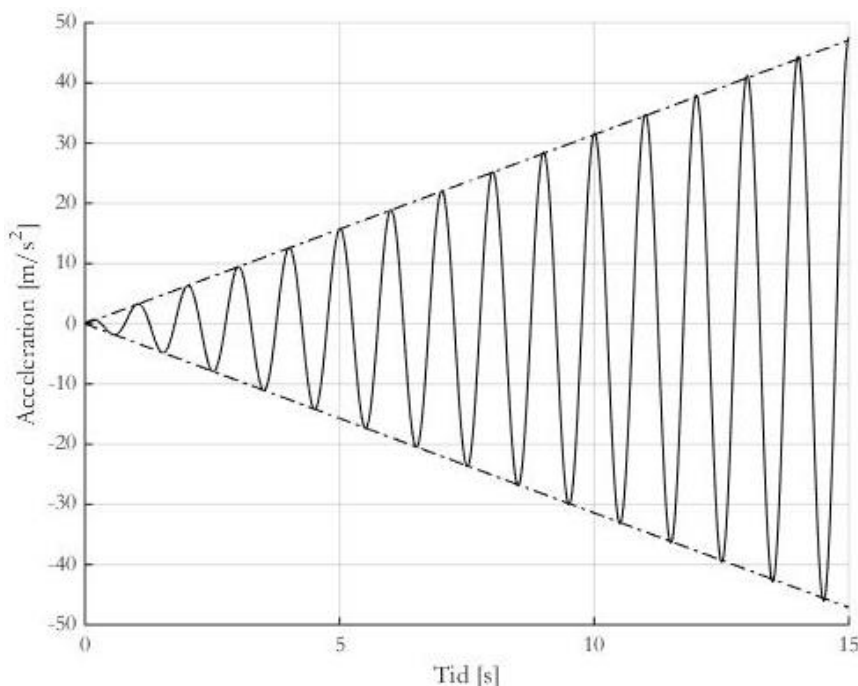
Brotvärsnittets höjd h kommer alltså att ha en stor inverkan på egenfrekvensen för den första vertikala böjmoden.

2.4. Resonans

För att förklara resonansproblematiken görs en återgång till analogin med gungan i kapitel 2.2. Där har det konstaterats att gungan naturligt svänger med en given frekvens, systemets

egenfrekvens. Ifall en yttre last, exempelvis en förälder som skjuter på gungan, belastar gungan med en extern last av samma frekvens som gungans egenfrekvens kommer gungans amplitud att öka för varje period som systemet svänger. Detta åstadkoms exempelvis då föräldern konsekvent puttast på gungan då den befinner sig i sitt högsta läge. Fenomenet kallas för resonans, där en sträng ökning av systemets amplitud sker i tiden till följd av att den yttre lastens frekvens överensstämmer med systemets egenfrekvens. En drastisk ökning av responsen, rörelsen, hos systemet sker i just denna lastfrekvens. Övriga lastfrekvenser, över eller under den gällande egenfrekvensen, leder till en avsevärt mindre respons. Om systemet inte förlorar någon energi till värme eller luftmotstånd kommer amplituden hos systemet gå mot oändligheten med tiden.

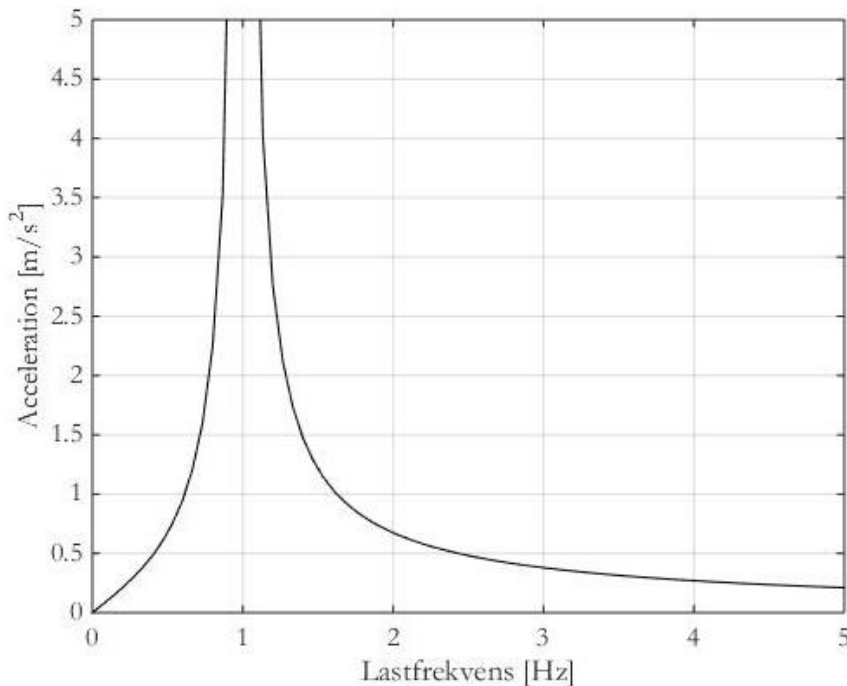
Figur 11 nedan visar accelerationsfortplantningen i tiden vid resonans. Systemet i figuren lastas med en periodisk last av samma frekvens som dess egenfrekvens, 1 Hz. Vidare är systemet helt dämpningslöst, d.v.s. ingen energi försvinner till exempelvis värme. Då tiden går mot oändligheten går också accelerationen mot oändligheten.



Figur 11 - Resonans för system med egenfrekvens vid 1 Hz

För att på ett kanske ännu tydligare sätt visa hur denna drastiska accelerationsökning fungerar kan responsen i systemet studeras i frekvensdomänen istället. Detta innebär helt enkelt att accelerationerna i systemet studeras med lastfrekvensen på x-axeln istället för tiden, där accelerationen är beräknad efter lång tid.

En illustration av samma system som i Figur 11 ovan har sammanställts i Figur 12 nedan. I denna kan man tydligt se, att då lastfrekvensen närmar sig systemets egenfrekvens på 1 Hz så ökar accelerationen kraftigt, och går mot oändligheten precis vid 1 Hz. Om lastens frekvens är över eller under given egenfrekvens blir responsen av betydligt mindre magnitud.



Figur 12 - Maximala accelerationer vid olika lastfrekvenser

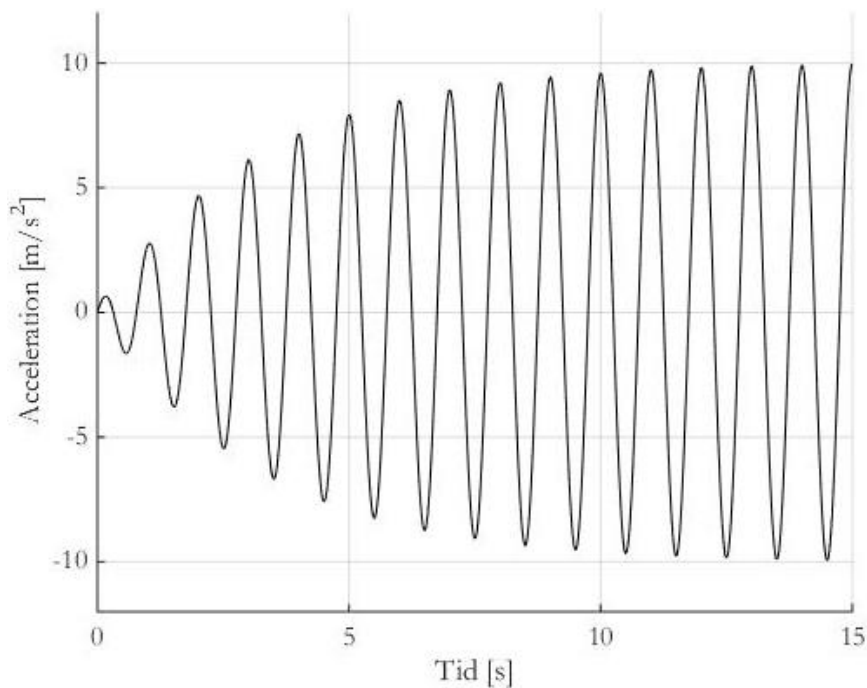
2.5. Dämpning

Vissa delar av den energi som tillförs ett system via belastning kommer att försvinna som värme snarare än rörelse, systemet *dämpas*. Energisvinnet kan härstamma från en rad olika mekanismer. En del energi försvinner till friktion inom materialstrukturen hos de ingående materialen. Friktion uppstår även i anslutningarna mellan elementen i konstruktionen, såsom ett skruvförband eller ett lager där värme utvecklas. Mikrosprickor som öppnas och stängs bidrar också till dämpningen för strukturen [2].

Snarare än att behandla varje enskild mekanisms bidrag till dämpningen sammanvägs istället dämpningen från samtliga mekanismer till ett och samma dämpningsvärde för hela strukturen. Detta dämpningsvärde benämns ofta *kritisk dämpningskvot* eller bara *dämpningskvot* och betecknas oftast i litteraturen med den grekiska bokstaven ξ . Desto högre dämpningskvot, desto högre andel av den tillförda rörelseenergin omvandlas till värme vilket ger lägre maximala accelerationer hos systemet. Då dämpningen inkluderas beskrivs rörelseekvationen för det enkelfrihetsgradiga systemet i Figur 3 enligt:

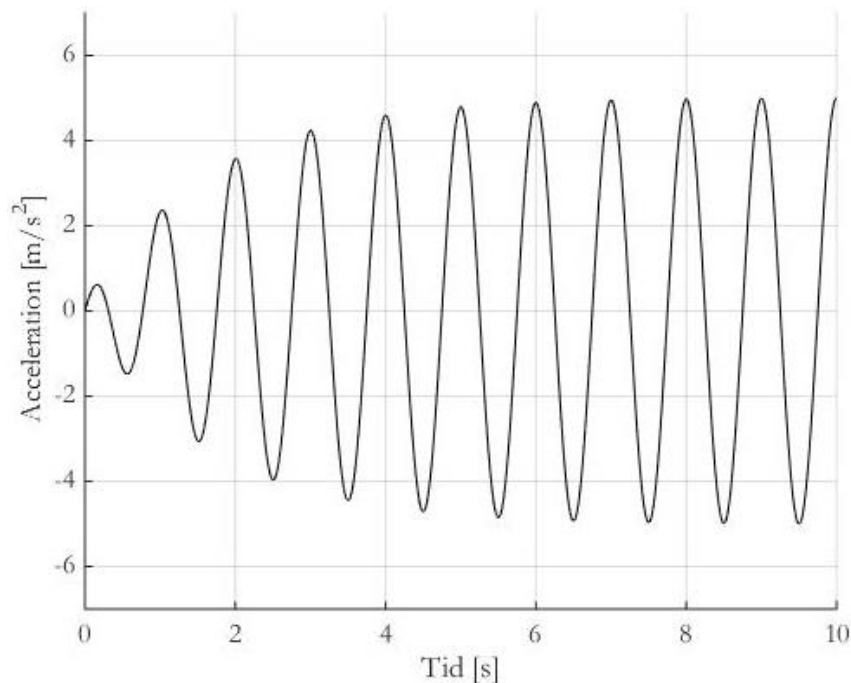
$$m\ddot{u} + ku + 2m\omega_n\xi\dot{u} = P(t) \quad (2.4.1)$$

För att visa dämpningens inverkan på accelerationerna görs en återgång till samma system som i Figur 11, med en ständigt pådrivande last i systemets resonansfrekvens fast nu med en kritisk dämpningskvot på 5 %, se Figur 13. Dämpningen minskar ökningen av accelerationen över perioderna och efter cirka tio sekunders belastning ökar inte längre amplituden på accelerationen, systemet befinner sig då i *steady-state*.



Figur 13 - Accelerationsutbredning hos ett dämpat system

Dämpningens storlek påverkar även hur fort steady-state uppnås i systemet. I Figur 14 drivs samma system som i Figur 13 i resonans, fast med en kritisk dämpningskvot på 10 %. Maximala accelerationer uppnås då efter enbart fem sekunder.



Figur 14 - Accelerationsutbredning hos dämpat system

Att beräkna dämpningskvoten för en given konstruktion är i det närmaste omöjligt. I tabellen nedan redovisas rekommenderade kritiska dämpningskvoter för gång- och cykelbroar av olika material enligt [3].

| | Dämpningskvot ξ | |
|-----------------------------|---------------------|------------|
| | Minimum | Medelvärde |
| Armerad betong | 0.008 | 0.013 |
| Spännarmerad betong | 0.005 | 0.010 |
| Samverkansbro (stål-betong) | 0.003 | 0.006 |
| Stål | 0.002 | 0.004 |

Tabell 1 - Kritisk dämpningskvot för olika material enligt [3]

De angivna värdena kan underskatta den verkliga dämpningen hos en konstruktion avsevärt, eftersom hänsyn enbart tagits till dämpning som härrör från själva materialet. Dessutom blir dämpningskvoten svår att uppskatta då bron består av en kombination av flera olika material. [9] föreslår istället, att dämpningskvoten summeras ur de tre beskaffenheterna materialdämpning, strukturdämpning och dämpning i brolager. Rekommenderade bidrag till bronns totala dämpningskvot enligt [9] för beskaffenheter motsvarande de hos Knislingebron återfinns i Tabell 2 - Tabell 4.

| | Materialdämpning ξ | |
|------|------------------------|------------|
| | Intervall | Medelvärde |
| Stål | 0.0013-0.0029 | 0.0021 |

Tabell 2 – Materialdämpning enligt [9]

| | Strukturdämpning ξ | |
|---------------------|------------------------|------------|
| | Intervall | Medelvärde |
| Stål- & asfaltsbana | 0.0032-0.0048 | 0.004 |

Tabell 3 – Strukturdämpning enligt [9]

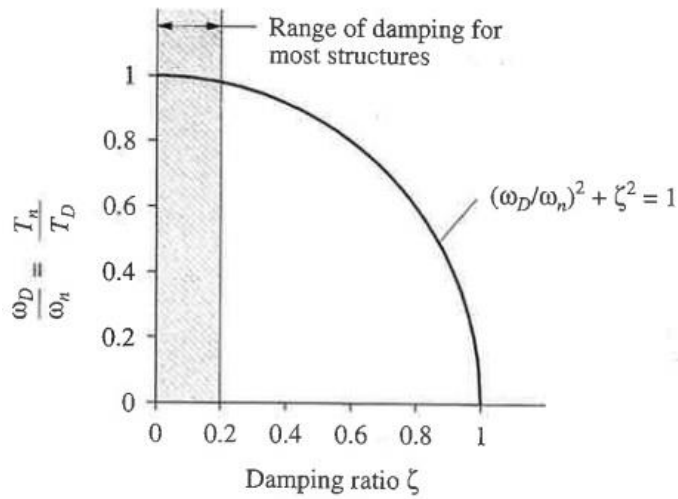
| | Dämpning vid upplag ξ | |
|---------------|---------------------------|------------|
| | Intervall | Medelvärde |
| Stålglidlager | 0.0019-0.0029 | 0.0024 |

Tabell 4 – Dämpning vid lager enligt [9]

Enligt [9] skulle alltså en bro likt Knislingebron ha en medeldämpningskvot på cirka 0.85%, med ett undre värde på 0.64% och ett övre på 1.06%.

Alternativet till de i litteraturen föreskrivna materialdämpningsvärdena är att mäta dämpningen hos en befintlig konstruktion, vilket också har gjorts för Knislingebron. En utförlig beskrivning av mätningförfarandet samt resultaten från mätningarna går att läsa i kapitel 4.4.

Systemets dämpning kommer att i viss mån påverka dess egenfrekvenser. Desto större dämpningskvot konstruktionen har, desto större differens erhålls mellan egenfrekvenser beräknade med respektive utan dämpningen inkluderad. För den absoluta merparten av konstruktioner kommer denna inverkan vara extremt liten och därför försumbar. Figur 15 nedan åskådliggör dämpningens inverkan på systemets egenfrekvenser [2].



Figur 15 - Dämpningskvotens inverkan på egenfrekvenser

För dämpningskvoter under 20 % blir denna differens väldigt liten. Så höga dämpningskvoter som 20 % är ovanliga bland konstruktioner, varför dämpningen kan försummas vid beräkning av egenfrekvenserna.

2.6. Respons beroende på lastfrekvens

Beroende på om frekvensen av den externa lasten ligger under, i närheten av eller över någon av ett givet systems egenfrekvenser kommer systemets *styvhet*, *dämpningskvot* och *massa* ha olika stor effekt på dess maximala accelerationer och dynamiska förskjutning.

För att studera förskjutningen av ett enfrihetsgradigt system i *steady-state* kan en s.k. dynamisk responsfaktor erhållas ur rörelseekvationen. Denna faktor beskriver förskjutningens amplitud beroende på systemets styvhet k , massa m , dämpning c samt lastens amplitud P_0 och vinkelfrekvens ω (se ekvation 2.5.1). Den teoretiska härledningen av ekvationen återfinns i kapitel 7.1.6 i appendix.

$$u_0 = \frac{P_0}{\sqrt{(k-\omega^2 m)^2 + \omega^2 c^2}} = \frac{P_0}{\sqrt{k^2 - 2k\omega^2 m + \omega^4 m^2 + \omega^2 c^2}} \quad (2.5.1)$$

Från ekvation (2.5.1) kan följande tre slutsatser dras för hur de tre parametrarna styvhet, dämpning, samt massa påverkar amplituden av förskjutningen i steady-state vid olika lastfrekvenser.

- När lastfrekvensen är mycket mindre än systemets egenfrekvens, d.v.s. då ω är väldigt liten är termerna ω^2 och ω^4 väldigt nära noll. Förskjutningens amplitud blir då approximativt:

$$u_0 \approx \frac{P_0}{k} \quad (2.5.2)$$

Styvheten är alltså den dominerande parametern för förskjutningens amplitud vid låga lastfrekvenser. Ifall lastfrekvensen är precis lika med noll (statisk last) erhålls förskjutningen ur det statiska systemet, $u_0 = \frac{P_0}{k}$

- När lastfrekvensen är mycket större än egenfrekvensen, $\omega \gg \omega_n$, innebär detta ω^4 är dominerande i nämnaren i (2.5.1). Amplituden blir då approximativt:

$$u_0 \approx \frac{P_0}{\omega^2 m} \quad (2.5.3)$$

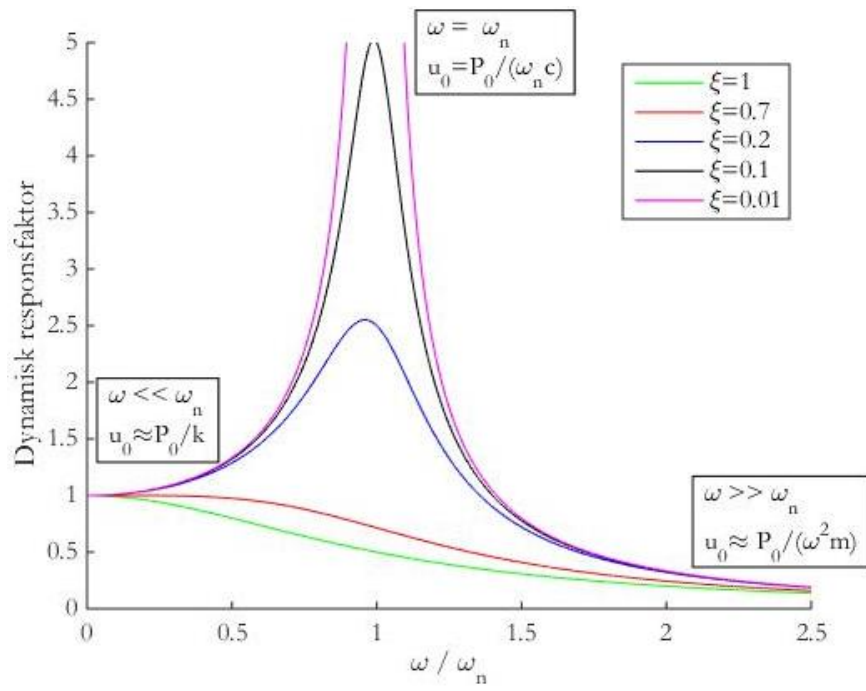
Massan är alltså den dominerande parametern för förskjutningens amplitud vid höga lastfrekvenser.

- När lastfrekvensen är precis densamma som egenfrekvensen, $\omega = \omega_n$, blir systemets amplitud:

$$u_0 = \frac{P_0}{\omega_n c} \quad (2.5.4)$$

Dämpningen är alltså den dominerande parametern för amplitudens storlek då systemet drivs i dess resonansfrekvens.

Den dynamiska responsfaktorn är uppritad i Figur 16 som funktion av kvoten mellan lastfrekvens och egenfrekvens för ett enfrihetsgradigt system med olika dämpningskvoter. Kvoten mellan lastens amplitud och systemets styvhet är satt till 1.



Figur 16 - Dynamisk respons

3. Lastmodeller & komfort

I detta kapitel sammanfattas de förutsättningar som en beställare bör beskriva i underlaget till sin bro gällande komfortkrav och trafiktäthet. I nästkommande kapitel sammanfattas *rekommenderade* komfortnivåer och lastmodeller enligt Eurokod respektive Sétra.

Vilka lastmodeller som väljs torde vara avhängt hur bron förväntas att brukas under dess livslängd. Många gång- och cykelbroar trafikeras inte med mer än en handfull personer varje timme, och utsätts väldigt sällan om någonsin för stora och ihållande grupper av passerande människor. Andra broar kan normalt ha en liknande lastförutsättning med sporadiska trafikanter, men utsätts några gånger varje timme för större grupper av människor då den exempelvis återfinns i anslutning till kollektivtrafik. Broar i centrala delar av större städer kan tänkas ha stora och ihållande passager av grupper av trafikanter, och förväntas kanske även att någon gång passeras av motionslopp eller koordinerade aktiviteter såsom parader. Det är därför sunt att fastställa möjliga trafiktätheter för den specifika bron snarare än att knyta sig till mer generella lastmodeller, då det helt enkelt inte är rimligt att använda samma lastmodeller i centrala Stockholm som i en förort till Eslöv.

Komfortnivåer preciseras i termer av maximala accelerationer. Gränsvärden för vertikala accelerationer fastställs, vilka inte får överskridas någonstans på brobanan. Det är självfallet svårt att förhålla sig till accelerationsnivåer och hur dessa upplevs, varför viss försiktighet krävs inför de gränser som rekommenderas av Sétra respektive Eurokod.

Det kan vara fördelaktigt att precisera olika komfortnivåer för olika lastfall. En bro som samtliga dagar om året enbart passeras av ett fåtal personer varje timme, snarare än på en dag varje år då ett motionslopp går av stapeln kan delas upp i just dessa två lastfall vad gäller komfortnivå. En hög grad av komfort eftersträvas då vid det vardagliga brukandet, men tillåts vara något lägre då aktiviteten genomförs. En sådan differentiering föreslås av [1].

Det är inte en omöjlighet att vandaler kan få för sig att försöka sätta bron i resonans genom koordinerade upphopp, vilket i sofliga slanka konstruktioner kan ge väldigt stora accelerationer. Ett sådant lastfall är givetvis möjligt att etablera. Huruvida ett sådant lastfall bör tillskrivas något som helst mått av komfort kan dock diskuteras. Detta kanske snarare ett fall för dimensionering i brottgränstillståndet.

3.1. Komfortnivåer

Här sammanfattas Eurokods och Sétra rekommendationer gällande accelerationsgränsvärden för komfort, vilka inte får överskridas någonstans på brobanan.

3.1.1. Sétra

Sétra [1] beskriver fyra olika nivåer av komfort.

- Intervall 1 – God komfort, accelerationer kan knappt uppfattas av fotgängarna
- Intervall 2 – Medelgod komfort, accelerationer kan uppfattas av fotgängarna
- Intervall 3 – Låg komfort, accelerationer kan uppfattas av fotgängare men anses fortfarande som acceptabla.
- Intervall 4 – Ej acceptabla accelerationer.

De olika accelerationsintervallen definieras enligt Tabell 5 nedan.

| Komfortnivåer | $0 \leq a_n \leq 0.5$ | $0.5 \leq a_n \leq 1$ | $1 \leq a_n \leq 2.5$ | $a_n > 2.5$ |
|---------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-------------|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |
| 4 | | | | |

Tabell 5 - Komfortnivåer enligt Sétra, accelerationer i m/s^2

3.1.2. Eurokod

Eurokod beskriver endast ett kriterium för god komfort vid vertikala vibrationer. Gränsvärdet som ställs för när komforten hos bron anses som god är satt till $0.7 m/s^2$ [6].

3.2. Lastmodeller

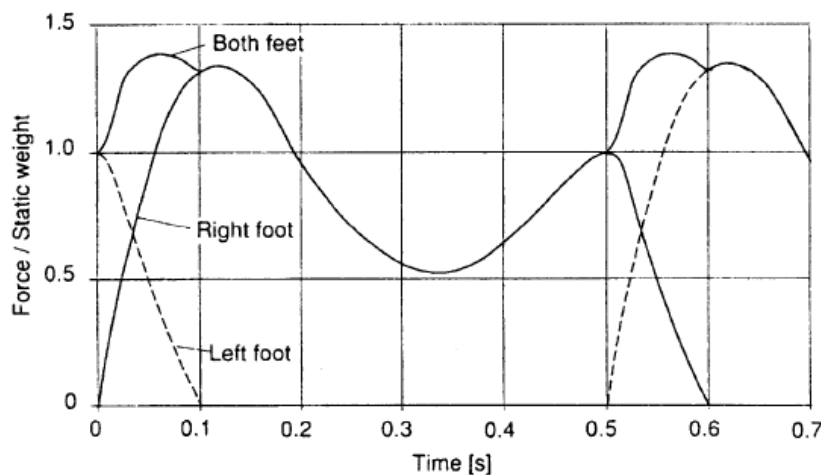
I detta kapitel beskrivs de lastmodeller som föreslås av Sétra och Eurokod. Först beskrivs dock hur en enskild trafikant påverkar bron dynamiskt i vertikalled.

3.2.1. Last från en enskild fotgängare

För att en rimlig lastmodell ska kunna etableras måste först och främst lastpåverkan från en ensam gångtrafikant utvärderas. Denna last påverkas av en rad faktorer, såsom massan av given fotgängare, dess stegfrekvens och allmänt gångbeteende. En generell lastmodell är dock nödvändig för att kunna upprätta lastmodellerna.

Det är en betydande skillnad mellan en trafikant som går och en som springer. Gångbeteendet av en trafikant i normal gång karakteriseras av att den alltid har en fot i marken, d.v.s. den främre foten tar i marken innan den bakre lyfter. Detta gäller inte hos en löpande trafikant, som under givna tider inte har någon fot i marken. Vad som för en trafikant anses vara en normal gångfrekvens varierar något, dock marginellt, beroende på vilken litteratur som anammas. En medelfrekvens på 2 Hz anges av [1].

Med hänsyn till fotnedsättningen för en normalt gående trafikant kan lastpåverkan mot bron beskrivas av en sadelliknande funktion, se Figur 17 [1]. Notera att figuren anger kvoten mellan total last och statisk vikt.



Figur 17 - Dynamisk last från en fotgängare vid gångfrekvensen 2 Hz [1].

För att beskriva en funktion likt ovan beskrivna lastfunktion kan en Fourier-serie användas. Denna beskriver en given periodisk funktion genom att summera flera sinusfunktioner med varierande amplitud. Frekvensen hos var och en av termerna är en multipel av funktionen med lägst frekvens, enligt (3.2.1).

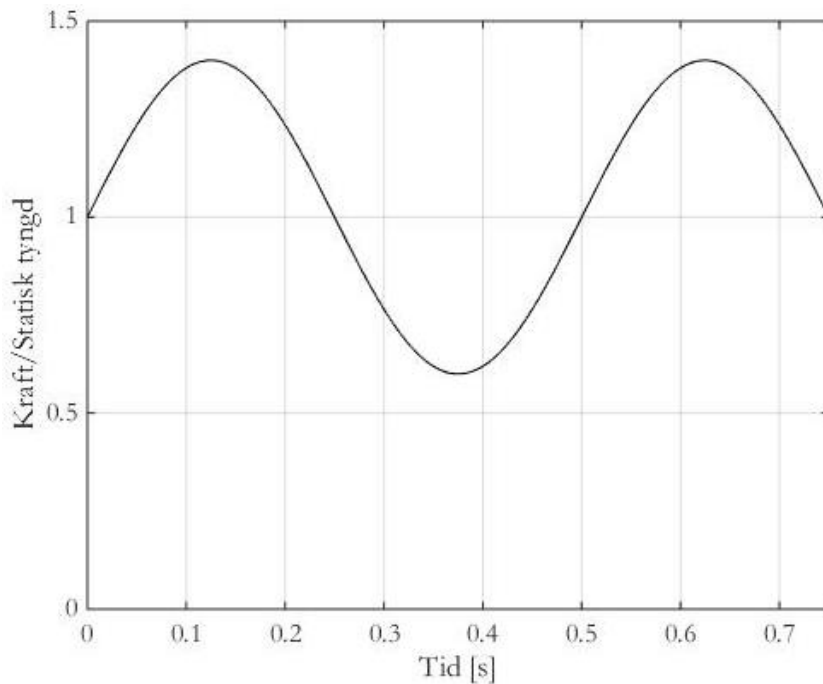
$$F(t) = G_0 + G_1 \sin(2\pi ft) + \sum_{i=2}^n G_i \sin(2i\pi ft - \varphi_i) \quad (3.2.1)$$

Lastfunktionen består då av en statisk last, G_0 som i [1] anges till 700 N (cirka 70 kg), och en dynamisk del bestående av en summering av ett antal harmoniska funktioner.

Då lastfunktionen approximeras med de första två termerna i (3.2.1) sätts amplituden i term två till [1]:

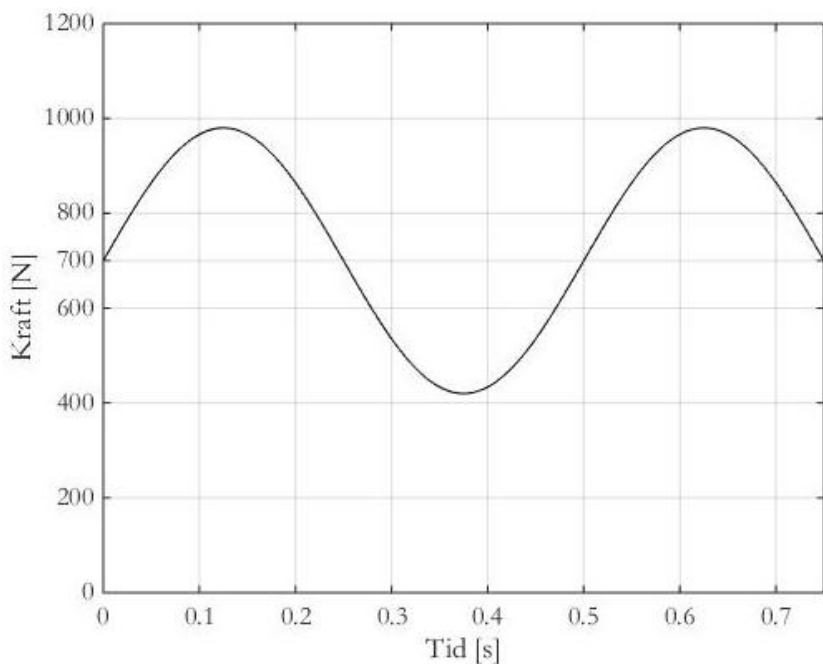
$$G_1 = 0.4 \cdot G_0 = 280 \text{ N} \quad (3.2.2)$$

Denna amplitud ger en relativt god approximation av lastfunktionen i Figur 17, jämför med Figur 18.



Figur 18 – Kvot mellan total last och statisk tyngd från en fotgängare

Den totala lastfunktionen (3.2.1) med de angivna parametrarna redovisas i Figur 19.



Figur 19 - Total last från en fotgängare

Den enskilde fotgängaren påverkar alltså bron med en sinusformad vertikal dynamisk last med en amplitud på 280 N och en frekvens på cirka 2 Hz. Denna modell för fotgängarlast från en ensam trafikant tillämpas i Sétras lastmodeller (se nästkommande kapitel). Eurokod föreslår inga modeller för hur en trafikant belastar bron dynamiskt, utan nämner enbart att lämpliga dynamiska lastmodeller bör användas [7].

3.2.2. Sétra

Publikationen som utfärdats av Sétra [1], vars syfte var att utreda komfortproblematiken hos GC-broar, föregicks av vibrationsproblem hos Solférinobron, en väldigt säregen bro belägen i centrala Paris som även fungerar som turistattraktion. De lastmodeller som presenteras i rapporten är därför betingade av trafiktätheter som förekommer i centrala delar av stora städer, med ihållande passager av stora folkmassor. För en bro som inte väntas utsättas för liknande belastning torde trafiktätheten kunna skalas ner.

Risk för resonans

Sétras lastmodeller utgår endast från att bron lastas i sin egenfrekvens, d.v.s. enbart resonansfrekvenser utvärderas. Om brons egenfrekvens ligger tillräckligt långt från en möjlig lastfrekvens förutsätts bron vara komfortabel. Sétra definierar risken för resonans i fyra olika intervaller, med olika stor risk för resonans beroende på hur nära gångfrekvensen 2 Hz som den fundamentala egenfrekvensen ligger. Tabellen nedan illustrerar hur de olika frekvensintervallen definieras. Risken för resonans beskrivs enligt:

Intervall 1 – Maximal risk för resonans

Intervall 2 – Medelstor risk för resonans

Intervall 3 – Låg risk för resonans vid standardlastfall, enbart vid analys av andra böjmoden

Intervall 4 – Försumbar risk för resonans

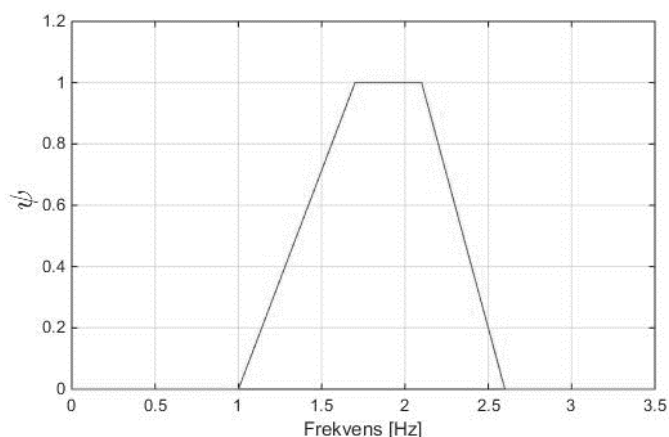
| Frekvensintervall | $0 \leq f_n \leq 1$ | $1 \leq f_n \leq 1.7$ | $1.7 \leq f_n \leq 2.1$ | $2.1 \leq f_n \leq 2.6$ | $2.6 \leq f_n \leq 5$ | $f_n > 5$ |
|-------------------|---------------------|-----------------------|-------------------------|-------------------------|-----------------------|-----------|
| Intervall 1 | | | | | | |
| Intervall 2 | | | | | | |
| Intervall 3 | | | | | | |
| Intervall 4 | | | | | | |

Tabell 6 - Risk för resonans

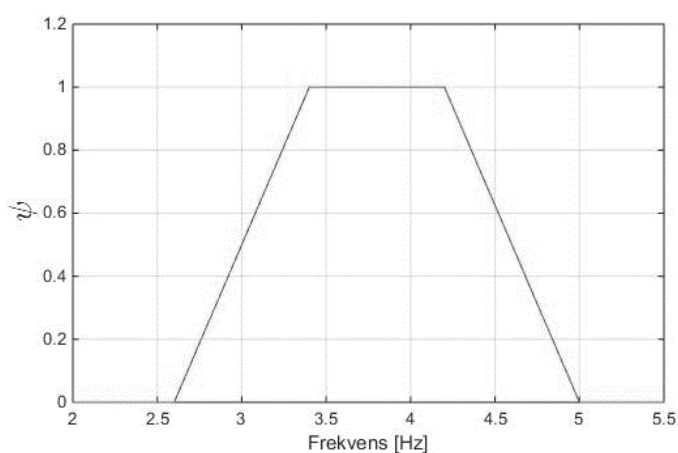
Denna indelning resulterar sedermera i en faktor ψ , med vilken lastfallens amplitud reduceras. Reduktionsfaktorn för den första böjmoden beskrivs i Figur 20 och den andra böjmoden i Figur 21, där brons aktuella egenfrekvens beskrivs på x-axeln och reduktionsfaktorn ψ på y-axeln.

Då brons första vertikala egenfrekvens ligger inom det ovan beskrivna intervall 1 reduceras inte lastens amplitud, eftersom risken för resonans är stor. I intervall 4 blir lastens amplitud noll, ty i detta intervall är risken för resonans och därmed risk för komfortproblem obefintlig. En dynamisk analys är därmed inte nödvändig.

För att den andra böjmoden ska kunna drivas till resonans krävs det att trafikanterna på den ena sidan av brobanan påverkar bron med en 180 graders fasförskjutning i förhållande till trafikanterna på andra sidan av bron. Av denna anledning ligger risken för resonans för den andra böjmoden i intervall 3, där maximal riskfrekvens är dubbelt så stor som den normala gångfrekvensen, d.v.s. 4 Hz.



Figur 20 - Fördelning av ψ för första böjmoden



Figur 21 - Fördelning av ψ för andra böjmoden

Klassifikation

Sétra definierar gång och cykelbroar efter fyra olika trafikklasser beroende på hur mycket folk som förväntas att passera. Detta ger sedan en indikation för vilken lastmodell som bör användas för att uppnå vald komfortnivå. Klasserna beskrivs enligt:

- Trafikklass I – Bro i stadskärna, ofta belastad med mycket tät fotgängartrafik, t.ex. nära tågstationer. Motsvarande en trafiktäthet på 1 person per kvadratmeter.
- Trafikklass II – Bro i stadskärna belastad med tät fotgängartrafik, skulle kunna lastas över hela sin area. Motsvarande en trafiktäthet på 0.8 personer per kvadratmeter.
- Trafikklass III – Bro för standardanvändande. Kan bli belastad med större grupper som passerar dock aldrig över hela sin area. Motsvarande en trafiktäthet på 0.5 personer per kvadratmeter.
- Trafikklass IV – Bro som sällan passeras, ofta över järn- eller motorvägar.

Val av lastfall

Då en trafikklass för bron valts bestäms lastfallen, som beskrivs i påföljande delkapitlet, enligt Tabell 7 nedan. Beroende på vald trafikklass bestämmer riskintervallet för egenfrekvenserna för första och andra böjmoden vilka lastfall som bör användas. Väljs exempelvis trafikklass II för en

given bro, och egenfrekvensen för den första böjmoden ligger inom riskintervall 2 och egenfrekvensen för den andra böjmoden ligger inom riskintervall 3 bör lastfall 1 och 3 appliceras i en dynamisk analys. De erhållna accelerationerna kontrolleras därefter mot den valda komfortnivån (se kapitel 3.1.1).

För trafikklass 3 behöver dynamiska analyser inte göras ifall egenfrekvensen för den första böjmoden ligger utanför riskintervall 1. Notera också att trafikklass IV inte behöver utvärderas enligt [1].

| Trafik | Trafikklass | Egenfrekvensintervall | | |
|------------|-------------|-----------------------|--------|--------|
| | | 1 | 2 | 3 |
| Gles | III | Fall 1 | - | - |
| Tät | II | Fall 1 | Fall 1 | Fall 3 |
| Mycket tät | I | Fall 2 | Fall 2 | Fall 3 |

Tabell 7 - Val av lastfall

Lastfall 1

Lastfall 1 används för analyser av första böjmoden för trafikklasserna II och III, och beskrivs av ekvation (3.2.3) och har enheten $[N/m^2]$. I funktionen kan man urskilja lasten från en enskild fotgängare, en sinusformad last med en amplitud på 280 N. Termen d är antalet fotgängare per kvadratmeter bro. Som beskrivits tidigare definieras trafiktätheten för trafikklass III som 0.5 personer per kvadratmeter och 0.8 personer per kvadratmeter för trafikklass II. ψ är den tidigare omnämnda reduktionsfaktorn för resonansrisk och termen f_v är den egenfrekvensen för bronns första böjmoden.

$$d \cdot 280 \cdot \cos(2\pi f_v t) \cdot N_{eq} \cdot \psi \quad (3.2.3)$$

Termen N_{eq} tar hänsyn till andelen fotgängare som går i fas. Denna är empiriskt framtagen, och beskrivs för det aktuella lastfallet av (3.2.4), där n är antalet fotgängaren på bron.

$$N_{eq} = 10.8 \cdot \left(\frac{\xi}{n}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.2.4)$$

Lasten appliceras över hela den fria brobanearean.

Lastfall 2

Lastfall 2 används för analyser av första böjmoden för trafikklass I och beskrivs av ekvation (3.2.5). Trafikklass I motsvarar en trafiktäthet på 1 person per kvadratmeter bro. Ekvationen är helt analog med lastfall 1, däremot är andelen personer som går i fas annorlunda.

$$1 \cdot 280 \cdot \cos(2\pi f_v t) \cdot N_{eq} \cdot \psi \quad (3.2.5)$$

$$N_{eq} = 1.85 \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.2.6)$$

Lastfall 3

Det sista lastfallet, lastfall 3, tar hänsyn till den andra vertikala böjmoden. Den finns definierad för trafikklass I och II, med motsvarande folktätheter på 0.8 respektive 1.0 personer per kvadratmeter. För de båda trafikklasserna används motsvarande funktioner, som återfinns för lastfall 1 och 2.

Det som skiljer är amplituden från den enskilde fotgängaren, som reduceras från 280 till 70 N, vilket motsvarar den tredje termen i Fourier-serien (se kapitel 3.2.1). Reduktionsfaktorn ψ väljs enligt Figur 21.

$$0.8 \cdot 70 \cdot \cos(2\pi f_v t) \cdot 10.8 \cdot \left(\frac{\xi}{n}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \psi \quad (3.2.7)$$

$$1 \cdot 70 \cdot \cos(2\pi f_v t) \cdot 1.85 \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \psi \quad (3.2.8)$$

3.2.3. Eurokod

Enligt Eurokod kan gångtrafikanter påverka en bro på i vertikalled med frekvenser från 1 Hz upp till och med 3 Hz [7]. Därutöver kan även grupper av joggare påverka bron med en frekvens på 3 Hz. Eurokod definierar även att om egenfrekvensen för den första vertikala böjmoden är över 5 Hz krävs ingen dynamisk analys utan då är bron utanför farozonen för komfortproblem vid dynamisk belastning från fotgängare [6]. Samtliga vertikala moder under 5 Hz bör analyseras dynamiskt.

Eurokod beskriver endast kortfattat några olika sorters lastfall som kan användas vid utvärdering av komfort. Dock skall varje enskild bro utvärderas utifrån vilka laster som kan komma att vara aktuella för bron. Lastfallen som specificerats är enligt [6] nedan:

- En grupp om 8 till 15 personer som går normalt över bron.
- Strömmar av gångtrafikanter (signifikant större än 15 personer)
- Tillfälliga större folkansamlingar t.ex. parader, motionslopp etc.

Beroende på vilken typ av trafik som kan väntas bruka bron väljs en eller flera av de ovan specificerade lastfallen/trafikklasserna.

Frågor som hur den enskilde trafikanten påverkar bron, hur många trafikanter som förväntas att gå i fas, hur lasten skall placeras etc. anges inte. Därför är de i Eurokod preciserade lastfallen väldigt vaga och svåra att applicera på en given bro, ifall de inte kombineras med rekommendationer vad gäller lastmodeller från andra publikationer. För att göra Eurokods lastfall tillämpbara kan lasten från den enskilde fotgängaren väljas i enlighet med vad som beskrivs i kapitel 3.2.1.

4. Fallstudie

I detta kapitel redovisas en fallstudie i komfort, utförd på en stålfackverksbro. Utifrån en statisk dimensionering på sex olika broar, med spännlängder på 20 till 45 meter utvärderas möjliga komfortproblem.

4.1. Knislingebron

Bron som är föremål för analys är en stålfackverksbro och tillverkas hos Knislingevarken norr om Kristianstad. På bilden nedan syns en Knislingebron som löper över E6:an vid Arlov utanför Malmö.



Figur 22 - Knislingebron över E6 vid Arlov

Knislingebron består utav två fackverksbalkar sammanlänkade med tvärbalkar, de senare monterade i underramen på fackverken. Samtliga knutpunkter är svetsade.

Överramar, diagonaler samt ändvertikaler i fackverket är av VKR-profiler och underramar av KKR-profiler. Tvärbalkarna består av IPE-profiler, med grövre dimensioner i anslutning till diagonalknutpunkter och mindre dimensioner mellan knutpunkterna. Allt konstruktionsstål är av stålqualiteten S355. Dimensioner efter statisk dimensionering presenteras i Tabell 8 och Tabell 9. Ändvertikaler är av samma dimension som diagonalerna.

| Spännlängd[m] | Överram | Underram | Diagonaler |
|---------------|------------------|---------------|-----------------|
| 20 | VKR 150×150×5 | KKR 250×150×6 | VKR 150×100×5 |
| 25 | VKR 160×160×8 | KKR 250×150×6 | VKR 150×100×6.3 |
| 30 | VKR 180×180×10 | KKR 250×150×6 | VKR 150×100×6.3 |
| 35 | VKR 200×200×12.5 | KKR 250×150×6 | VKR 150×100×6.3 |
| 40 | VKR 200×200×16 | KKR 250×150×8 | VKR 150×100×10 |
| 45 | VKR 200×200×16 | KKR 300×200×6 | VKR 200×100×8 |

Tabell 8 - Stålprofiler

| Spännlängd[m] | Tvärbalkar i knutar | Tvärbalkar mellan knutar |
|---------------|---------------------|--------------------------|
| 20 | IPE 240 | IPE 200 |
| 25 | IPE 240 | IPE 200 |
| 30 | IPE 240 | IPE 200 |
| 35 | IPE 240 | IPE 200 |
| 40 | IPE 240 | IPE 200 |
| 45 | IPE 300 | IPE 200 |

Tabell 9 - Tvärbalkar

Då broarna dimensioneras statiskt blir fackverkshöjderna enligt Tabell 10. Samtliga broar har en fri bredd på fyra meter.

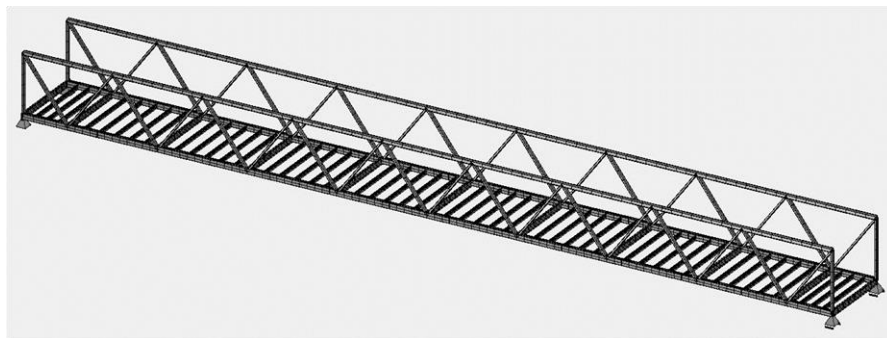
| Spannlängd [m] | Höjd [m] |
|----------------|----------|
| 20 | 1,5 |
| 25 | 1,67 |
| 30 | 2 |
| 35 | 2,33 |
| 40 | 2,67 |
| 45 | 3 |

Tabell 10 - Fackverkshöjder för de olika broarna

På tvärbalkarna monteras en 10 mm tjock stålplåt som fästs med skruvar ner i tvärbalkarna. På plåten appliceras ett lager gjutasfalt, oftast med en tjocklek på cirka 30 mm. Dock förekommer såväl grövre som tunnare lager utav gjutasfalt. För vertikal böjning antas samverkan mellan stålplåten och tvärbalkarna vara försumbar varför plåt och beläggning inte modelleras. Överbyggnaden tillför däremot en betydande massa till systemet som inkluderas i analysen.

Som Figur 22 visar finns det även ett räcke monterat på vartdera fackverket vilket inte har någon bärande funktion för systemet. Detta räcke kommer ändå att ge upphov till en mindre styvhetsökning för konstruktionen, men inkluderas inte i analysen. Räckets massa appliceras dock på modellen.

Det bärande konstruktionsstålet (ramar, diagonaler, tvärbalkar och ändvertikaler) modelleras med balkelement. I Figur 23 visas bron med spannlängden 45 meter.



Figur 23 - Bro av spannlängd 45 m i Sofistik

Den här fallstudien liksom rapporten i övrigt begränsar sig till att enbart hantera vertikala accelerationer, eftersom problematik med horisontella accelerationer inte är sannolikt för den aktuella brotypen. Anledningen till detta ligger i den på tvärbalkarna monterade plåten. Plåtens styvhetsbidrag i horisontalled är nämligen allt annat än försumbar. För horisontell böjning verkar plåten som en fyra meter hög balk, vars styvhet i sin tur medför egenfrekvenser så långt över stegfrekvensen att vibrationsproblem blir högst osannolika. Plåten bidrar även till en ökning av bronns välvtröghet, vilket minskar sannolikhet för problem med vridmoder. Att vridmoderna de facto inte blir aktuella verifieras av mätningar, se kapitel 4.4.5.

4.2. Finita elementmodell

De sex olika broarna modelleras i finita elementprogrammet Sofistik. Modellen används för att bestämma de olika broarnas egenfrekvenser och tillhörande modformer samt accelerationer för olika dynamiska lastfall.

Det bärande konstruktionsstålet implementeras med programmets balkelement, och tillskrivs materialegenskaper enligt Tabell 11.

| | |
|---------------------|------------------------|
| Stålkvalitet | S 355 |
| Elasticitetsmodul | 210 GPa |
| Tvärkontraktionstal | 0.3 |
| Densitet | 7850 kg/m ³ |

Tabell 11 – Materialegenskaper

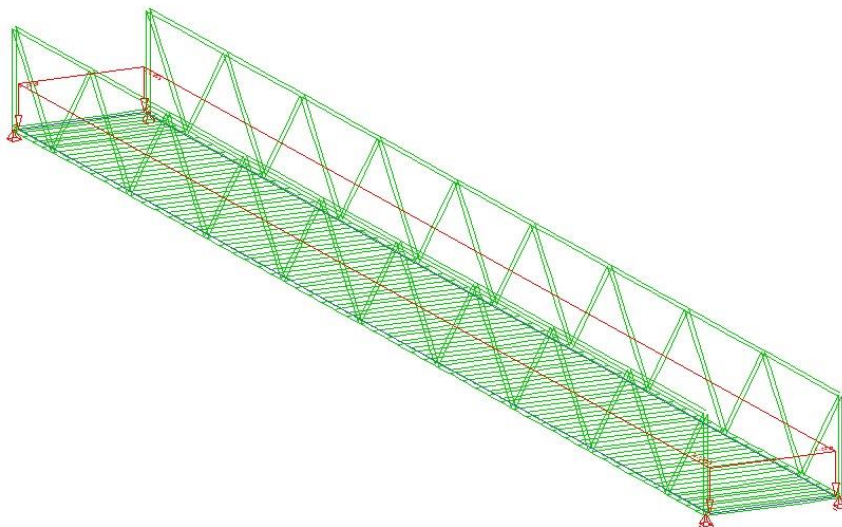
Som beskrivits i föregående kapitel inkluderas plåtens, beläggningsens och räcketts massor i modellen. Beläggningsen, med en tunghet på 25 kN/m³ sprids ut över tvärbalkarna. Räcket, motsvarande en linjelast på 0.3 kN/m appliceras på underramarna. Eftersom massan från en stor grupp fotgängare kan få stort inflytande på systemets egenfrekvenser läggs även denna massa in i modellen, och inkluderas i likhet med stålplåten jämnt över tvärbalkarna.

Eftersom [1] rekommenderar att hänsyn tas till såväl första som andra böjmoden när vertikala vibrationer avses extraheras egenvärden motsvarande dessa moder. För respektive bro beräknas egenvärden motsvarande de trafiktätheter som beskrivs i Sétra, nämligen 0.5, 0.8 och 1 person per kvadratmeter.

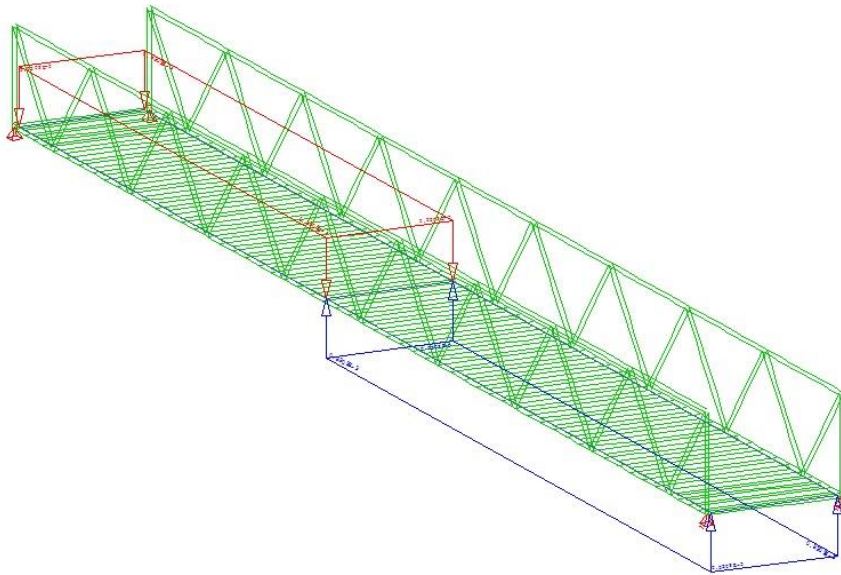
4.2.1. Implementering av lastmodeller

Sétra

Lastmodellerna enligt Sétra beskrivs som tidigare nämnt med jämnt utbrett antal fotgängare per kvadratmeter och med olika hög densitet av fotgängare beroende på vilket lastfall. För att erhålla ett ”värsta fall” scenario kommer lasten av implementeras på så sätt att den följer modformerna för den böjmod som avses. Lastimplementeringen kan ses i figurerna nedan. Figur 24 visar lasten för första böjmoden och Figur 25 visar lasten för andra böjmoden. Observera att för andra böjmoden är de två olika lastdelarna riktade åt motsatt håll.



Figur 24 - Lastimplementering för första böjmoden med laster enligt Sétra



Figur 25 - Lastimplementering för andra böjmoden med laster enligt Sétra

Eurokod

Hur de olika lastfallen skall implementeras i en analys är väldigt vagt definierat i Eurokod. Därför har undertecknade valt att tillämpa samma metod som för Sétra där en utbredd last över hel bron används, se Figur 24. Detta innebär således att lasten från de 8-15 personerna som passerar över samtidigt kommer att fördelas jämnt över hela bron. Lasten som varje enskild fotgängare påverkar bron dynamiskt ansätts enligt kapitel 3.2.1 till 280 N.

Vad gäller gångfrekvenser har undertecknade valt att då egenfrekvensen på bron är under 3 Hz kommer stegfrekvensen för fotgängarna att vara som egenfrekvensen för första böjmoden för bron. Är däremot egenfrekvensen för första böjmoden för bron över 3 Hz kommer fotgängarnas stegfrekvens att begränsas till 3 Hz. Dessutom antas att alla personer som går på bron går i takt, d.v.s. går med samma stegfrekvens.

Lastfallet som valts från Eurokods publikation [6] är endast den då 8-15 personer i grupp passerar bron. Detta på grund av att de andra lastfallen inte är preciserade till antalet fotgängare och därför är väldigt svåra att utvärdera.

Accelerationer

Eftersom första böjmoden har den formen som den har kommer den största förskjutningen att bli mitt på bron, således kommer även de största accelerationerna att erhållas mitt på bron. Detta innebär att när utdata gällande maximala accelerationer skall hämtas kommer just utdatan från mittpunkten att hämtas.

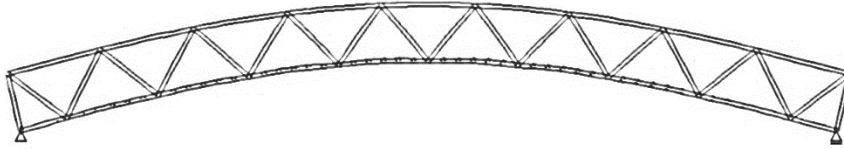
Analogt gäller även detta för andra böjmoden då man studerar formen kan det konstateras att maximala accelerationer kommer att ske vid $1/4$ - respektive $3/4$ -punkten, således hämtas utdatan från dessa punkter.

4.2.2. Egenfrekvenser från FE-modellerna

Här sammanfattas resultaten från egenvärdesanalysen i Sofistik. Vilka accelerationer som broarna utsätts för vid olika lastfall återfinns i kapitel 4.5.

Första bøjmoden

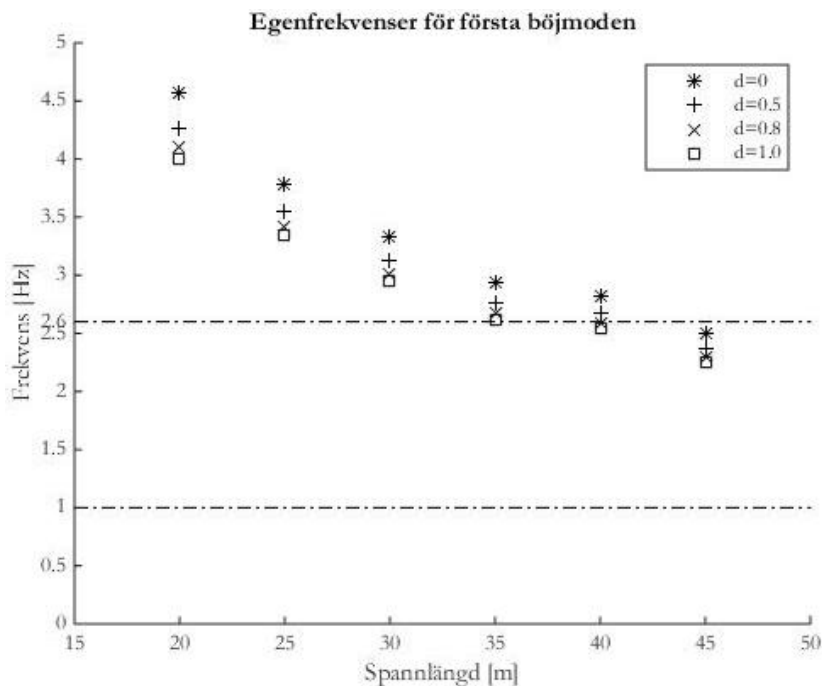
En illustration av första bøjmoden visas i Figur 26. I Tabell 12 sammanfattas den första egenfrekvensen för respektive bro vid de olika trafiktätheterna. Dessa efterföljs av en grafisk representation av desamma i Figur 27, i vilken det enligt [1] problematiska egenfrekvensintervallet är representerat med streckade linjer.



Figur 26 - Första bøjmoden

| Personer/m ² | 0 | 0.5 | 0.8 | 1.0 |
|-------------------------|------|------|------|------|
| Brolängd[m] | | | | |
| 20 | 4,57 | 4,26 | 4,10 | 4,00 |
| 25 | 3,79 | 3,54 | 3,42 | 3,34 |
| 30 | 3,33 | 3,12 | 3,01 | 2,95 |
| 35 | 2,94 | 2,76 | 2,67 | 2,61 |
| 40 | 2,83 | 2,67 | 2,59 | 2,54 |
| 45 | 2,51 | 2,37 | 2,29 | 2,25 |

Tabell 12 - Egenfrekvenser för första bøjmoden vid olika trafiktätheter



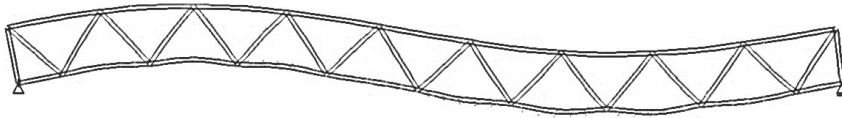
Figur 27 - Egenfrekvenser för första bøjmoden vid olika trafiktätheter

Trafiktätheten får alltså ett visst genomslag på systemets egenfrekvenser. Vidare kan det konstateras, att samtliga broar ligger inom intervallet som Eurokod rekommenderar en påföljande dynamisk analys (under 5 Hz). Vad Sétras riskintervall beträffar torde komfort kunna säkerställas i spannlängder upp till och med 35 meter. För broarna på 40 och 45 meter krävs det dock en dynamisk analys.

Andra bøjmoden

Den andra bøjmoden illustreras i Figur 28. Denna mod har varit föremål för viss tolkning, då lite olika varianter av moder med liknande form vad gäller underramen, men olika beteenden vad gäller tvärbalkar och överramen har funnits. Egenfrekvenserna varierar något mellan dessa moder, men inte så mycket.

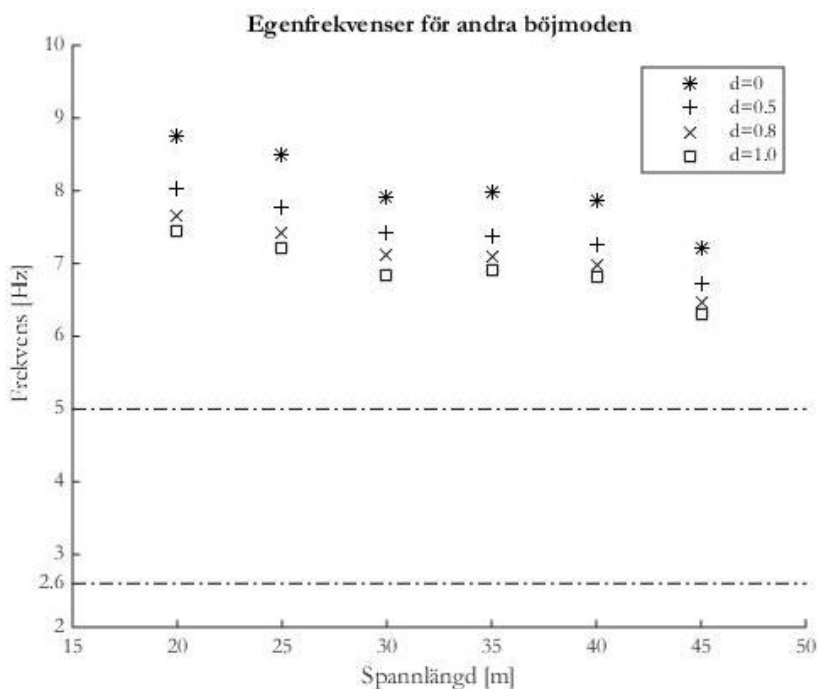
Egenfrekvenserna för den andra bøjmoden vid olika trafiktätheter presenteras i Tabell 13, och en grafisk representation återfinns i Figur 29, med Sétras riskintervall vad gäller egenfrekvenser för andra bøjmoden inritad med en streckad linje.



Figur 28 - Andra bøjmoden

| Personer/m ² | 0 | 0.5 | 0.8 | 1.0 |
|-------------------------|------|------|------|------|
| Brolängd[m] | | | | |
| 20 | 8,76 | 8,03 | 7,67 | 7,45 |
| 25 | 8,49 | 7,78 | 7,43 | 7,22 |
| 30 | 7,92 | 7,43 | 7,12 | 6,83 |
| 35 | 7,98 | 7,38 | 7,09 | 6,91 |
| 40 | 7,86 | 7,27 | 6,98 | 6,81 |
| 45 | 7,21 | 6,72 | 6,46 | 6,30 |

Tabell 13 - Egenfrekvensen för andra bøjmoden vid olika trafiktätheter



Figur 29 - Egenfrekvenser för andra bøjmoden vid olika trafiktätheter

Det kan konstateras, att samtliga broar ligger långt över Sétras gränser, varför komfortproblem på grund av vibrationer motsvarande denna modform kan uteslutas.

4.3. Analytisk verifiering

FEM-beräkningarna i Sofistik kompletteras med en analytisk SDOF-modell. Målet är att fastställa om man utan en FE-modell kan utföra kvalitativa komfortberäkningar på den givna bron. Detta hade nämligen kunnat spara tid i projekteringen, eftersom FE-modeller inte etableras då bron dimensioneras. Analysen begränsar sig till den första bøjmoden.

4.3.1. Egenfrekvenser

Egenfrekvensen för den n:e bøjmoden beskrivs för en fritt upplagd bro enligt (4.3.1) [1].

$$f_n = \frac{n^2\pi}{2L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho S}} \quad (4.3.1)$$

där

n är rangordning för avsedd mod (1,2,3...)

L är bronns spannlängd

ρS är bronns massa per meter bro, fotgängare inkluderat

E är stålets elasticitetsmodul, 210 GPa

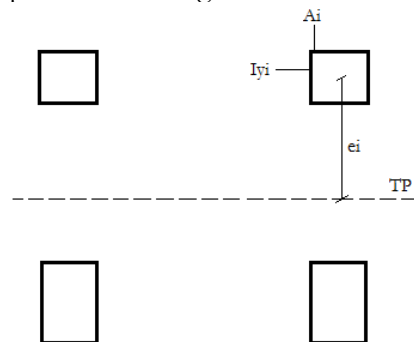
I är tröghetsmomentet kring aktuell bøjningsaxel

Ekvation (4.3.1) är helt analog med ekvation (2.2.2) i kapitel 2.3. Ekvation (4.3.1) har erhållits genom att sätta styvheten, k samt massan, m enligt (4.3.2) respektive (4.3.3) nedan.

$$k = \frac{\pi^4 n^4 EI}{L^4} \quad (4.3.2)$$

$$m = \rho S \quad (4.3.3)$$

Tvärbalkar och diagonaler antas bidra med en försumbar styvhet för tvärsnittet. Vidare förutsätts ingen samverkan mellan gångbaneplåten och tvärbalkarna. Tvärsnittets styvhet för vertikal bøjning förutsätts därför uteslutande härröra från rambalkarna. Det förenklade brotvärsnittet presenteras i Figur 30.



Figur 30 – Princip för det förenklade tvärsnittet

Tröghetsmomentet, I kring bøjningsaxeln y beräknas genom Steiners sats enligt (4.3.4).

$$I_y = \sum (I_{yi} + A_i e_i^2) \quad (4.3.4)$$

där

$$I_{yi} = \frac{b_i h_i^3}{12} \quad (4.3.5)$$

De olika broarnas tröghetsmoment tillsammans med ungefärliga massor per meter bro (utan trafikanter) presenteras i Tabell 14.

| Spannlängd[m] | I_y [m ⁴] | Massa [Kg/m] |
|---------------|-------------------------|--------------|
| 20 | 0,008 | 960 |
| 25 | 0,014 | 1000 |
| 30 | 0,023 | 1020 |
| 35 | 0,035 | 1080 |
| 40 | 0,057 | 1160 |
| 45 | 0,072 | 11190 |

Tabell 14 - Tröghetsmoment och massor för de olika broarna

I Tabell 15 sammanfattas egenfrekvenserna hos SDOF-systemet, f_a . I tabellen redovisas även motsvarande egenfrekvenser från FE-modellen.

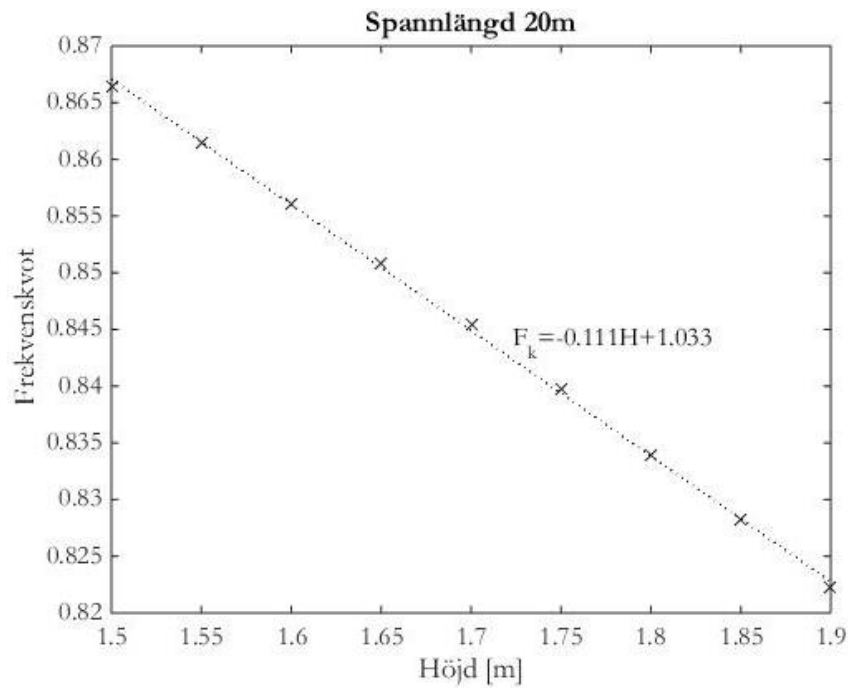
| Spannlängd[m] | f_a [Hz] | f_s [Hz] |
|---------------|------------|------------|
| 20 | 5,27 | 4,57 |
| 25 | 4,25 | 3,78 |
| 30 | 3,76 | 3,33 |
| 35 | 3,32 | 2,94 |
| 40 | 3,48 | 2,83 |
| 45 | 3,68 | 2,51 |

Tabell 15 - Egenfrekvenser från SDOF-modellen respektive FE-modellen

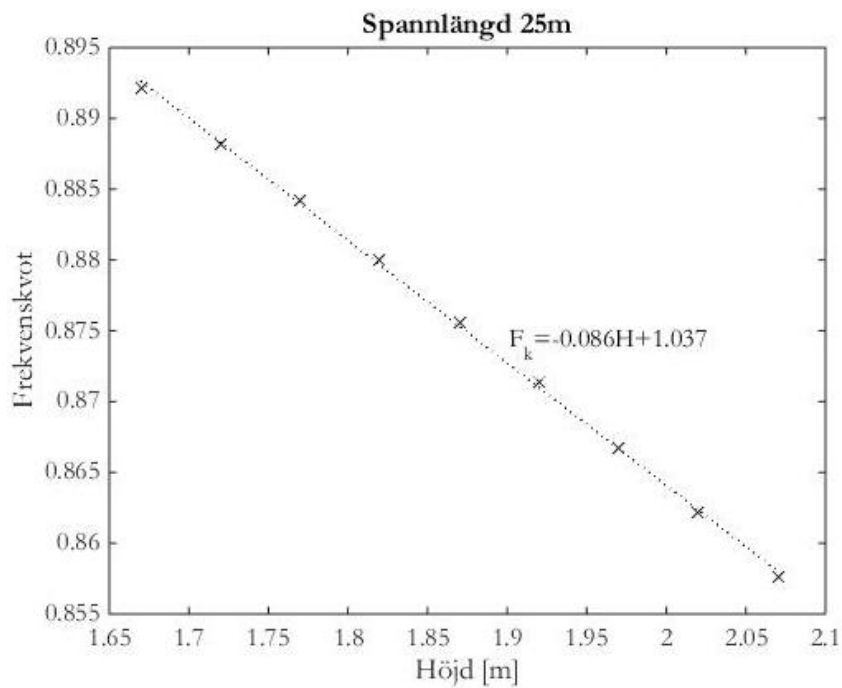
Det kan konstateras att egenfrekvenserna hos SDOF-modellerna är konsekvent lägre än egenfrekvenserna från Sofistik. Detta kan förklaras av att fackverkstvärsnitten skjuvdeformeras genom axialdeformation hos diagonalerna. Denna effekt tilltar med ökande fackverkshöjd. En utvärdering av effekten hos de olika broarna med varierande fackverkshöjder följer nedan.

Reduktion av egenfrekvenser

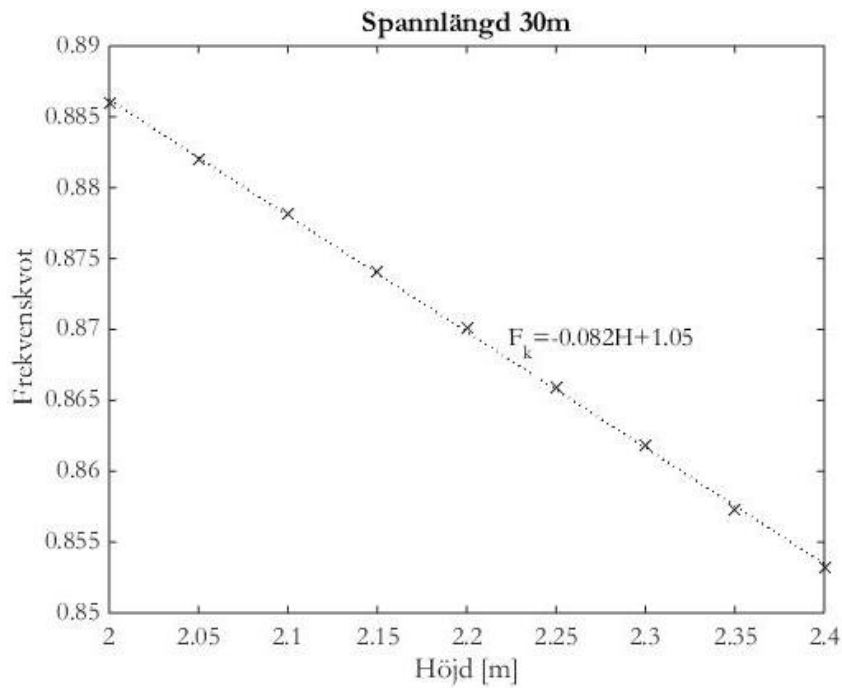
För att utvärdera effekten från skjuvdeformationerna på den första vertikala egenfrekvensen analyseras respektive bro med varierande fackverkshöjder. Egenfrekvenserna beräknas med såväl Sofistik som SDOF-systemet. Kvoten mellan den i Sofistik och den i SDOF-systemet beräknade egenfrekvensen ritas sedermera upp mot fackverkshöjden, se Figur 31 till Figur 36.



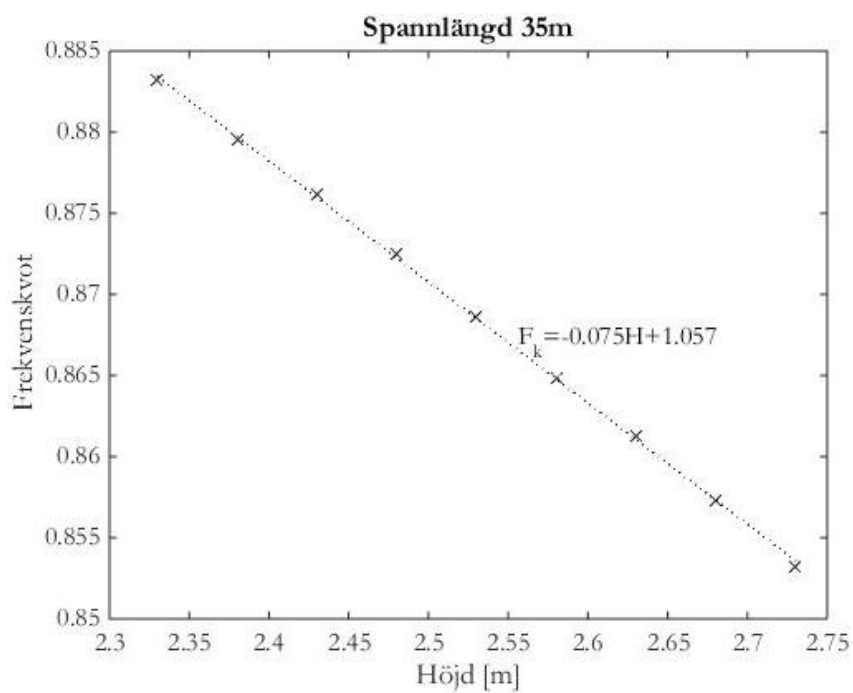
Figur 31 - Frekvenskvot för olika höjder, spannlängd 20 m



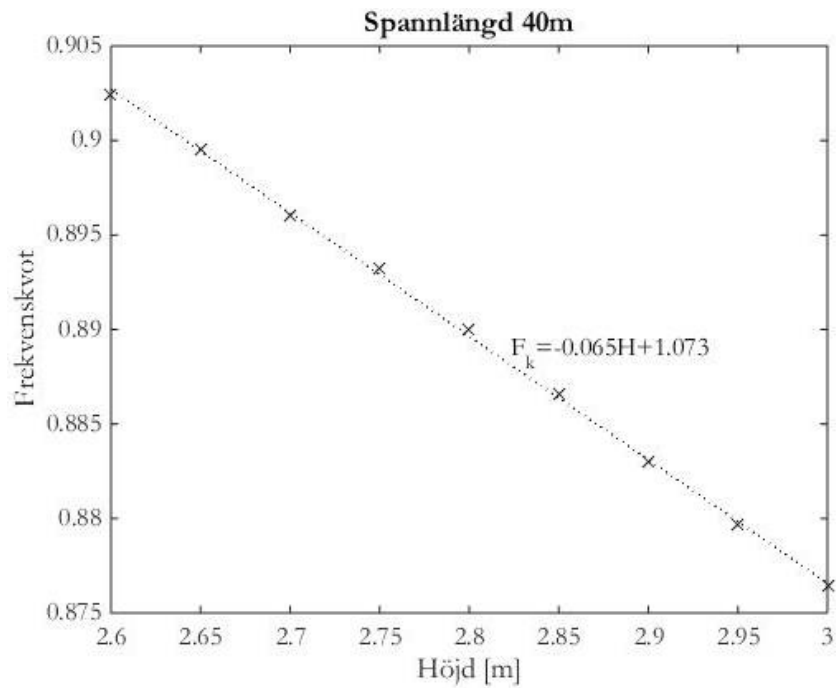
Figur 32 - Frekvenskvot för olika höjder, spannlängd 25 m



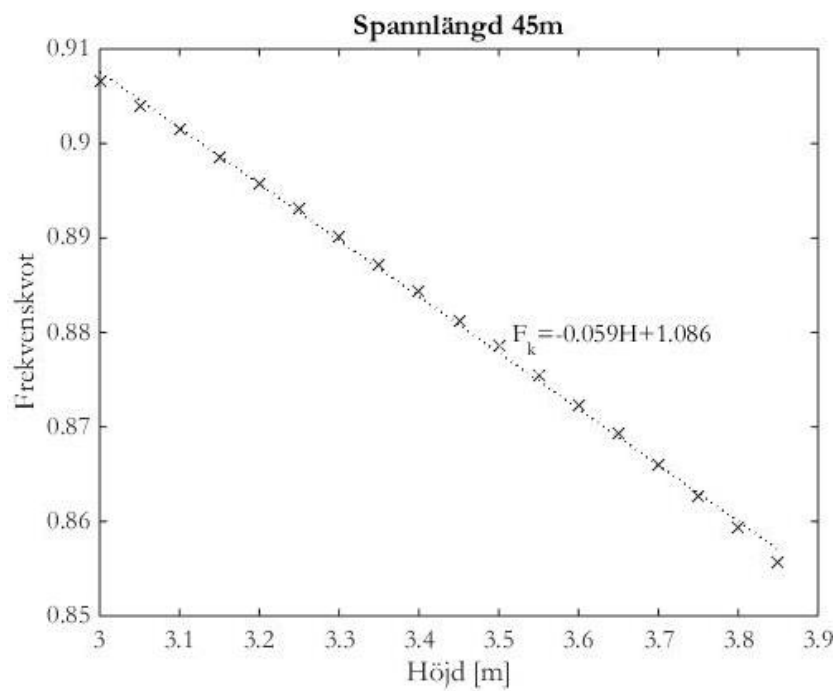
Figur 33 - Frekvenskvot för olika höjder, spannlängd 30 m



Figur 34 - Frekvenskvot för olika höjder, spannlängd 35 m



Figur 35 - Frekvenskvot för olika höjder, spannlängd 40 m



Figur 36 - Frekvenskvot för olika höjder, spannlängd 45 m

Det ter sig som att ett linjärt förhållande gäller mellan frekvenskvoten och fackverkshöjden.

4.4. Mätningar

I detta kapitel beskrivs mätningförfarandet, hantering av utdata samt de resultat som erhållits tillsammans med en jämförelse av egenfrekvenser mot den upprättade FE-modellen.

Som beskrivits i kapitel 2.5 är dämpningen av extremt stor betydelse då resonansfrekvenser utvärderas, vilket är utgångspunkten i Sétras och delvis i Eurokods lastmodeller. Av denna anledning utförs mätningar på en Knislingebron för att få en uppfattning om vilka dämpningsvärden som är rimliga för modellerna. Mätningarna har även som syfte, att kontrollera bronns egenfrekvenser och överensstämmande modformer för att kvalitetssäkra FEM-beräkningarna. Det skall dock understrykas att mätningar som syftar till att bestämma dämpningen hos en struktur lider av stora osäkerheter, och att resultat därför bör tas i underkant.

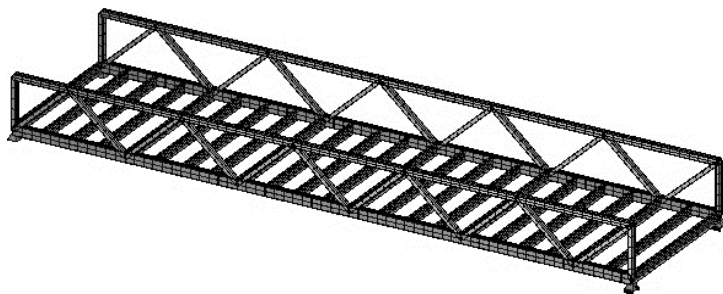
4.4.1. FE-modell

Bron som varit föremål för mätningarna är belägen i Arlov och löper över E6. Just denna bro består av fyra identiska, fritt upplagda, separata broar. Mätningen är utförd på en utav dessa fyra. Den enskilda bron är cirka 16 meter lång med ett centrumavstånd på rambalkarna på 3.9 meter. Överbyggnaden består av en gångbaneplåt på 10 mm samt en beläggning med tjockleken 30 mm. Konstruktionsstålets dimensioner sammanfattas i Tabell 16.

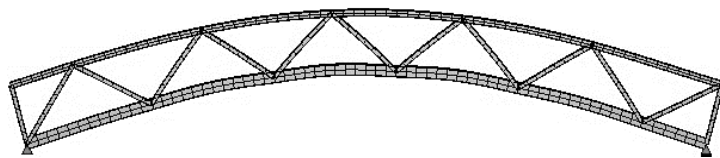
| Överram | Underram | Diagonaler | Tvärbalkar mellan knutar | Tvärbalkar i knutar |
|---------------|---------------|---------------|--------------------------|---------------------|
| VKR 150×150×5 | KKR 250×150×5 | VKR 150×100×4 | IPE 220 | IPE 240 |

Tabell 16 - Dimensioner på konstruktionsstålet

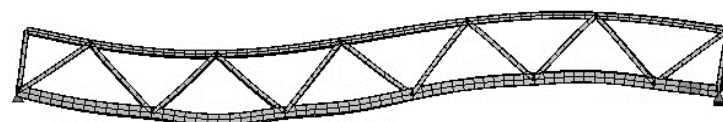
FEM-modellen som upprättats för Arlovbron är presenterad i Figur 37 nedan. Modformer från egenvärdesanalysen i form av den första och andra böjmoden åskådliggörs i Figur 38 respektive Figur 39 nedan.



Figur 37 - FEM-modell av Arlovbron



Figur 38 - Första böjmoden



Figur 39 - Andra böjmoden

De tillhörande egenfrekvenserna är givna i Tabell 17 nedan.

| Första böjmoden | Andra böjmoden |
|-----------------|----------------|
| 6.1 Hz | 12.7 Hz |

Tabell 17 - Egenfrekvenser för de båda böjmoderna från FE-modellen

4.4.2. Modal analys

Modal analys bygger på att beskriva ett system med hjälp av dess dynamiska egenskaper, d.v.s. dess egenfrekvenser, modformer samt dämpning. Denna rapport går inte in närmare på beskrivningen av teorin kring modal analys. Om intresse finns för en pedagogisk förklaring av ämnet återfinns detta i [4].

4.4.3. Nyquist-Shannon

Då mätningarna utförs måste en analog signal göras om till en digital signal. Digital datainsamling sker med en viss frekvens, d.v.s. ett visst antal mätpunkter av accelerationen mäts varje sekund. Denna uppsamlingsfrekvens måste vara tillräckligt hög för att korrekta responsfunktioner ska kunna erhållas ur mätningarna. Är uppsamlingsfrekvensen för låg blir utdatan oanvändbar.

Nyquist-Shannons samplingsteorem beskriver denna minsta samplingsfrekvens. Detta teorem säger, att uppsamlingsfrekvensen måste vara minst dubbelt så stor som den egenfrekvens som korresponderar mot modformen som är av intresse. Exempelvis skulle en modform som ges av en egenfrekvens på 5 Hz kräva en samplingsfrekvens på minst 10 Hz.

FEM-modellen av Arlövsbron gav egenfrekvenser för den första respektive den andra böjmoden på 6.1 Hz respektive 11.9 Hz. För att kunna täcka in de båda böjmoderna krävs alltså en samplingsfrekvens på minst cirka 24 Hz.

4.4.4. Mätuppställning

Den utrustning, såväl hårdvara som mjukvara, som använts vid mätningarna är framtagen av Brüel & Kjær. Följande artiklar ingår i mätutrustningen:

- Fäldator för datainsamling med programvaran Pulse Labshop
- ”Front-end” för datahantering
- Accelerometrar, en triaxiell och två enaxiella
- Fallvikt (ca 15 kg)
- Kraftsensor monterad på fallvikten
- Laddningsförstärkare till kraftsensorn

Ett urval av utrustningen visas i Figur 40 till Figur 44 nedan.



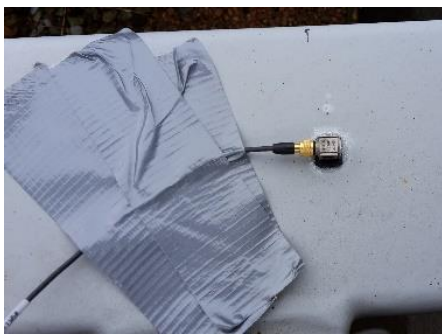
Figur 40 - "Front-end"



Figur 41 - Kraftsensor (grå)



Figur 42 - Laddningsförstärkare

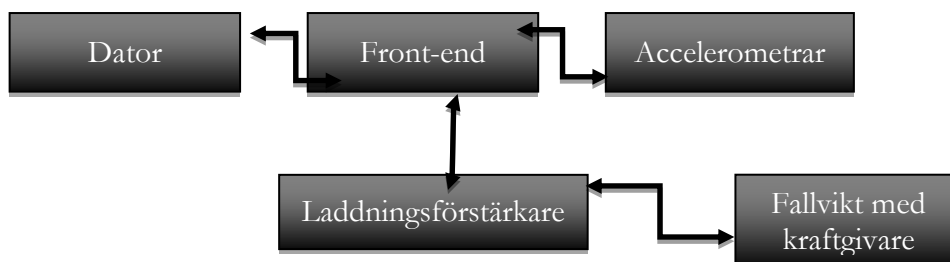


Figur 43 - Triaxiell accelerometer monterad på en av underramarna



Figur 44 - Fallvikt

Kopplingsdiagrammet för uppställningen presenteras i Figur 45 nedan.



Figur 45 - Kopplingsdiagrammet för mätutrustning

Accelerometrarna placeras ut på tre olika ställen på bron. En mitt på bron för att registrera första böjmoden, de två andra på en fjärdedel respektive tre fjärdedelar av bron för att få med den andra böjmoden. Accelerometrarna kopplas därefter till en front-end vilken kommer att registrera rörelserna hos accelerometrarna och därefter utföra en FFT-analys som sedermera resulterar i egenfrekvenser, accelerationer, dämpningsparametrar, koherens m.m. För att kunna lagra all information kopplas front-end till en dator. När dessa enheter är sammanlänkade utförs en kalibrering av accelerometrarna.

Bron exciteras med hjälp av en fallvikt som låts falla fritt på bron och avge en stöt. Varje excitationpunkt exciteras fem gånger med fallvikten. Från dessa fem excitationer beräknar programmet ett medelvärde. Skillnaden mellan dessa mätvärden redovisas genom ett diagram för koherens. För att mätningen skall bli trovärdig krävs en god koherens över de fem mätvärdena.

Ovanpå fallvikten monteras en kraftsensor med en mindre vikt på. Kraftsensorn mäter därefter med vilken kraft som den mindre vikten träffar den större vikten. Genom ett förhållande mellan dessa vikter kan sedan en total kraftavgivning till bron beräknas. För att få en god signal från kraftsensor in i styrboxen kopplas en laddningsförstärkare till kraftsensorn som, kalibrerar samt stärker signalen från sensor till front-end. Figur 46 som följer nedan illustrerar excitationpunkter samt accelerometrar under mätningen. Den röda punkten är den tri-axiella accelerometern samt en excitationpunkt, de gröna punkterna är de enaxiella accelerometrarna samt excitationpunkter och de blåa punkterna är endast excitationpunkter.



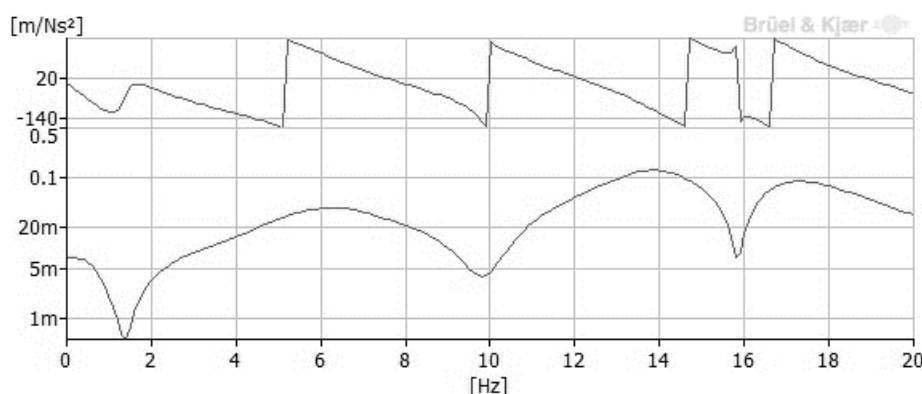
Figur 46 - Excitationsschema – 9 är en tri-axiell accelerometer samt excitationpunkt, 6 & 12 enaxiella accelerometrar samt excitationpunkter blåa punkter är excitationpunkter.

Datainsamlingen sker sedan på en bärbar dator genom ett program utvecklat av Brüel och Kjær kallat "Labshop" förprogrammerat med plattformen "Modal hammer". Mätningarna kommer att göras om till dess att varje excitationpunkt har bra koherens.

4.4.5. Mätresultat

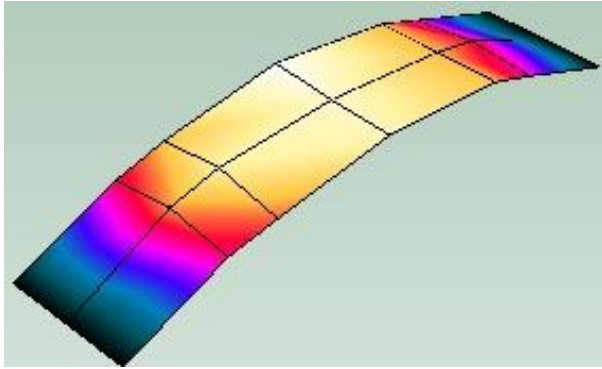
Egenfrekvenser

Egenfrekvenser erhålls via FR-funktioner (frekvensresponsfunktioner) som etableras i efterbehandlingsprogrammet "PULSE Reflex", en FR-funktion för respektive slag och accelerometer. En sådan funktion presenteras i Figur 47 nedan, med mätdata från accelerometer i punkt 12 och slag i punkt 2, där den övre funktionen visar fasen och den undre FR-funktionen.

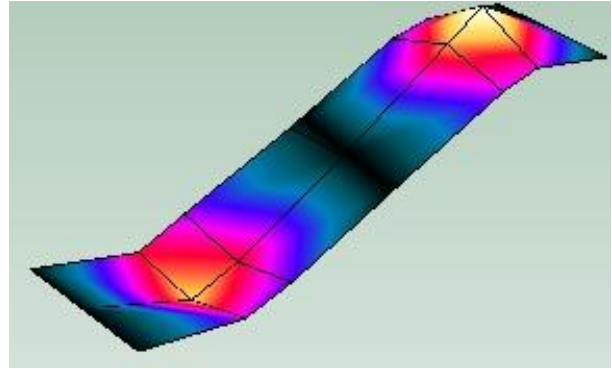


Figur 47 - FRF för slag i punkt 2 och mätning i punkt 12

Ett antal toppar noteras i FR-funktionen. En tydlig topp befinner sig på ca 6 Hz och en annan strax under 14 Hz. Dessa representerar den första respektive den andra böjmoden. En illustration av de båda modformerna återfinns i Figur 48 och Figur 49. Dessa inställer sig runt 6.2 Hz och 13.7 Hz.

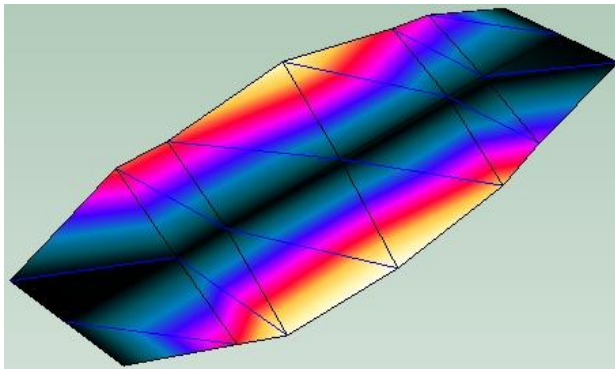


Figur 48 - Första böjmoden



Figur 49 - Andra böjmoden

Det kan alltså konstateras att egenfrekvensen erhållen från mätningarna för den första böjmoden stämmer mycket väl överens med FE-modellen, och att egenfrekvensen för den andra böjmoden differerar på enbart 1 Hz (se Tabell 17). Det ter sig alltså som att FE-modellen ger fullgoda resultat vad gäller egenvärdesanalysen samt att de förenklingar som gjorts har varit befogade. Som Figur 50 visar ligger egenfrekvensen första vridmoden på 11.3 Hz vilket är långt över stegfrekvenserna för fotgängarna. Detta bekräftar således antagandet om att vridmoden inte är aktuell att exciteras av fotgängarna.



Figur 50 - Första vridmoden. 11.3 Hz

Dämpning

För att studera dämpningen ur mätdatan kan ett antal olika metoder användas. Det finns en möjlighet att i det tidigare nämnda efterbehandlingsprogrammet PULSE Reflex att hitta matematiskt möjliga kombinationer av egenfrekvens, modform och dämpning. Ett problem uppstod dock vid skalningen av utdatan från kraftgivaren vilket resulterade i orimligt höga dämpningskvoter. Av denna anledning blev denna metod inte ett alternativ.

En annan metod är att studera avklingningen av accelerationsfunktionerna. Denna metod ger emellertid inte dämpningsvärden för specifika moder, utan resulterar istället i en sammanvägd dämpningskvot för samtliga moder.

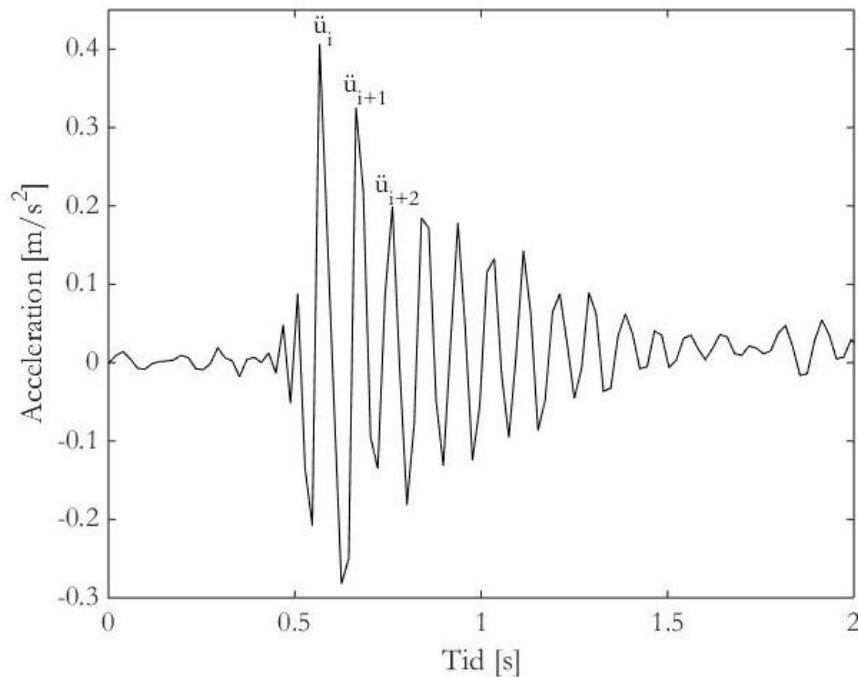
För varje period som passerar i accelerationsdiagrammet minskar amplituden på accelerationen p.g.a. dämpningen. Se exempelvis Figur 51 nedan, vilken åstadkommit med slag i punkt 1 och mätning i punkt 9. Den sammanvägda dämpningskvoten kan då beräknas genom den logaritmiska kvoten mellan en given periodtopp och en efterföljande periodtopp enligt:

$$\xi = \frac{1}{2\pi j} \ln\left(\frac{\ddot{u}_i}{\ddot{u}_{i+j}}\right) \quad (4.4.1)$$

Notationen är beskriven i Figur 51. Undertecknade har valt att hålla \ddot{u}_i fix till den första periodtoppen, och därefter beräknat åtta olika dämpningsvärden med hjälp av den första åtta påföljande accelerationstopparna. Därefter har ett medelvärde beräknats för de åtta olika dämpningskvoterna, enligt:

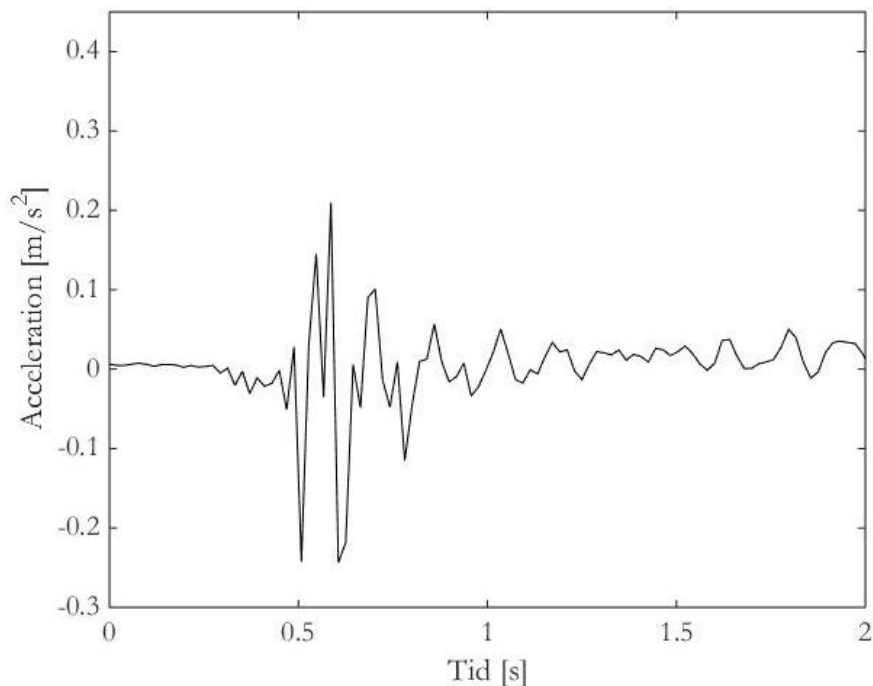
$$\xi = \frac{1}{8} \sum_{j=1}^8 \frac{1}{2\pi j} \ln\left(\frac{\ddot{u}_1}{\ddot{u}_{1+j}}\right) \quad (4.4.2)$$

Denna procedur har upprepats för samtliga slagpunkter och samtliga accelerometrar.



Figur 51 - Accelerationsdiagram vid slag i punkt 1 och mätning i punkt 9

Det skall dock noteras att vissa mätningar inte varit möjliga att utvärdera med ovan beskrivna metod, då somliga accelerationsdiagram får en relativt egendomlig form. Detta gäller främst de slagpunkter som är utförda längs brons centrumlinje, d.v.s. slagpunkt 2, 5, 8, 11 och 14, där mätresultaten är av sådan karaktär att de inte kan hanteras med avklingningsmetoden. Ett exempel på en sådan mätning redovisas i Figur 52, där acceleration registrerad i punkt 9 vid slag i punkt 8 åskådliggörs.

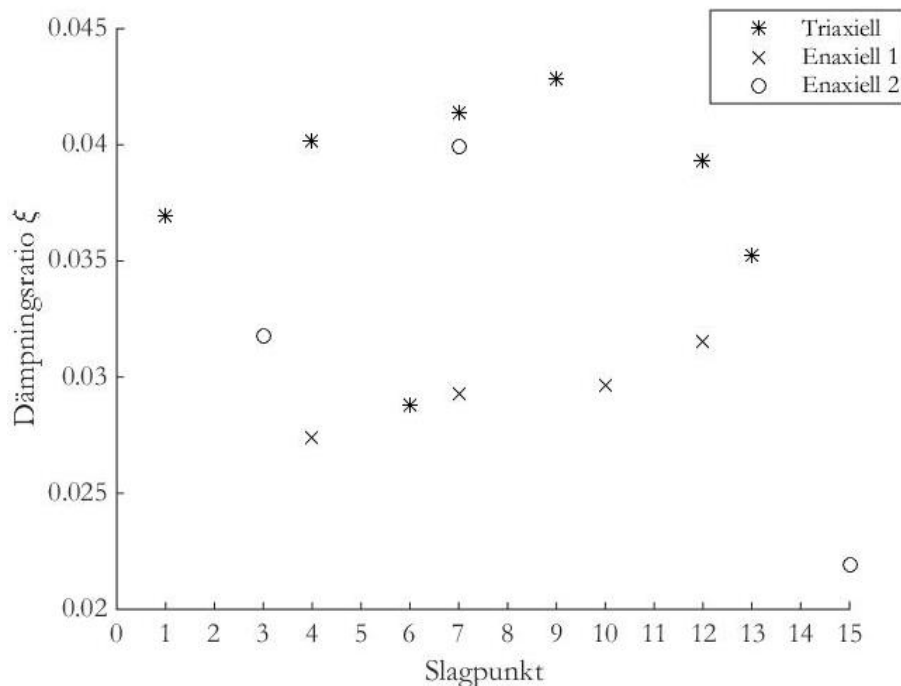


Figur 52 - Accelerationsdiagram vid slag i punkt 8 och mätning i punkt 9

Att responsen från dessa mätpunkter blir så underlig kan bero på ett antal saker. Det kan till exempel ha att göra med att responsen representerar en blandning av olika moder. Det skulle även kunna förklaras av stelkroppsrorelse av överbyggnaden, d.v.s. gångbanelådan och beläggningen, som inte triggas i lika stor grad då slag utförs närmare underramarna. Dessa mätningar ingår i vilket fall inte vid utvärderandet av dämpningskvoten.

I några andra mätpunkter blir variansen mellan de åtta inbördes beräknade dämpningskvoterna hög, åtminstone relativt övriga mätpunkter. Dessa värden kommer därför också att förbises.

De återstående dämpningsvärdena är presenterade i Figur 53 nedan. Det förekommer en viss spridning i resultaten, men med de osäkerheter som uppskattning av dämpning medför var detta att vänta. Det ter sig dock som att rimliga dämpningsvärden för den aktuella bron ligger omkring 3.5 %, eller i alla fall över 2 %. Det kan åtminstone konstateras, att konstruktionen med all säkerhet besitter en dämpning långt över den materialdämpning som rekommenderas för stål i [3]. Dämpning som används i FE-analysen är 2 %.



Figur 53 - Dämpningskvoter för olika slagpunkter registrerade i de tre olika accelerometrarna. De enaxiella accelerometrarna 1 & 2 syftar till mätpunkt 6 respektive 12.

Att dämpningen för konstruktionen blir så pass hög som den blir förklaras av den asfaltsbaserade beläggningen. Detta material är att likna vid en 30 mm tjock gummiremsa.

4.4.6. Felkällor

Vid en sådan här mätning kan väldigt många felkällor identifieras dock finns det några som förmodligen ger större utslag än andra. Den första är att mätningarna borde utföras på ett antal fler andra broar för att få ett mer tillförlitligt medelvärde. Även olika spannlängder för dessa broar ökar tillförlitlighet samt att det hade kunnat utredas hur pass mycket som olika spannlängder påverkar dämpningen. Vidare hade mätningarna kunnat göras på samma bro fast vid olika temperaturer för att utreda hur dämpningen påverkas av beläggningen som kan skifta kraftigt i styvhet beroende på temperatur.

4.5. Accelerationer FE-modell

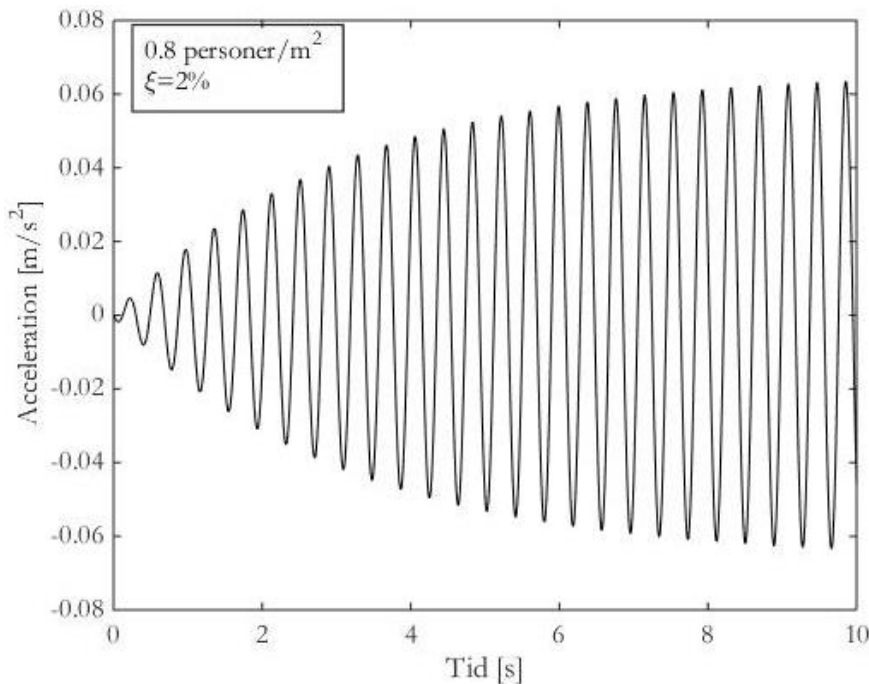
I detta kapitel sammanställs accelerationerna från FE-modellen för lastmodeller från Sétra respektive Eurokod för de sex broarna. Kritisk dämpningskvot väljs till 2 % enligt kapitel 4.4.5.

4.5.1. Enligt Sétra

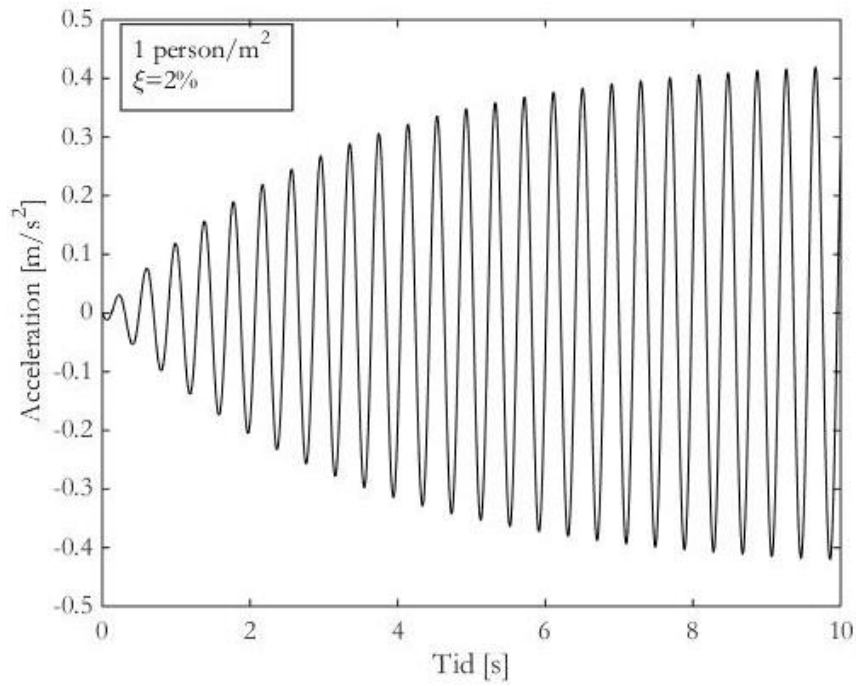
Som beskrivits av egenvärdesanalysen i kapitel 4.2.2 är broarna med spannlängder 40 respektive 45 meter de enda broarna med möjliga komfortproblem enligt Sétra.

Bro med spannlängd 40 meter

För bron med spannlängd 40 meter erhöles egenfrekvenser inom riskintervallet för lasttätheterna 0.8 och 1 person per kvadratmeter. I Figur 54 och Figur 55 visas accelerationsutbredningen i tiden för dessa båda trafiktätheter.



Figur 54 – Acceleration-tidsdiagram för bro av spannlängd 40 m, $d=0.8$

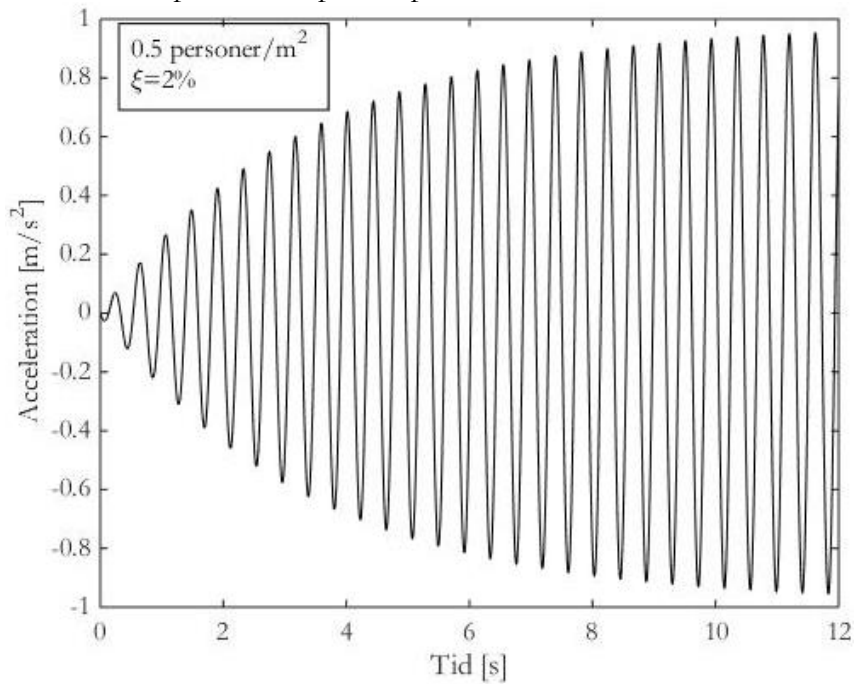


Figur 55 - Acceleration-tidsdiagram för bro med spannlängd 40 m, d=1

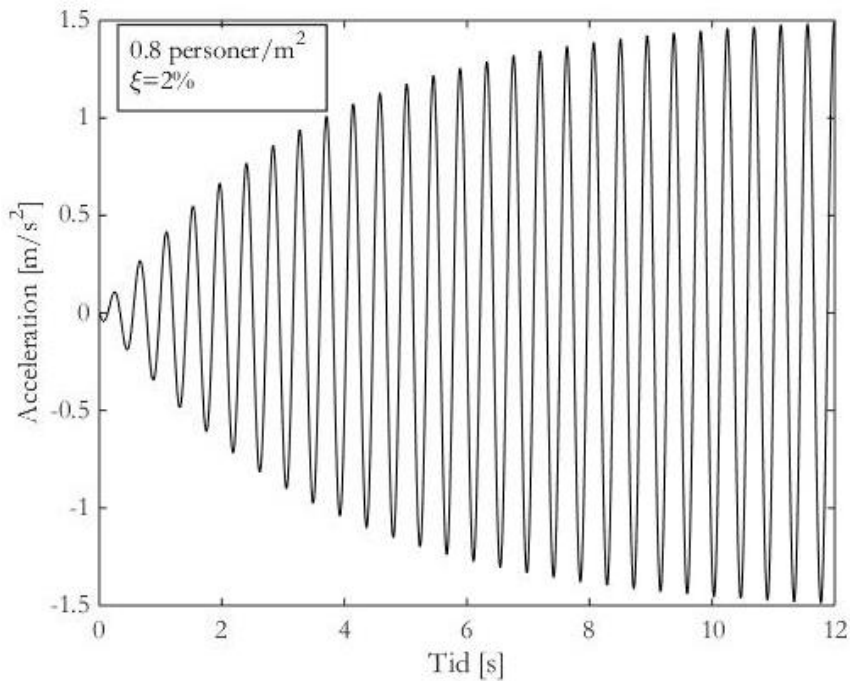
Bron utsätts för maximala accelerationer under 0.5 m/s^2 , vilket är mindre än komfortnivåer definierade av såväl Sétra som Eurokod. Bron får alltså anses vara komfortabel.

Spannlängd 45 meter

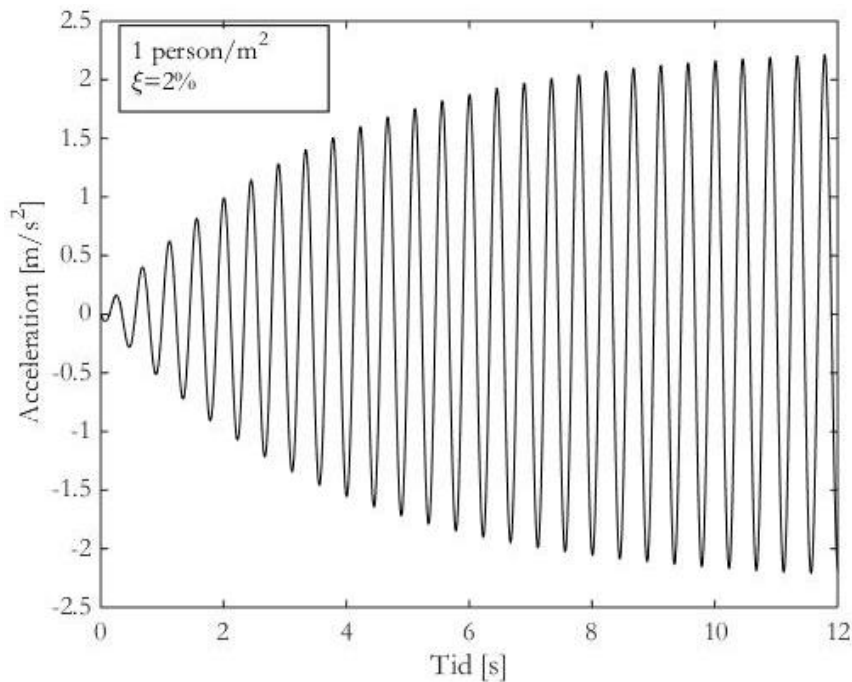
Bron med spannlängden 45 meter faller inom riskintervallet för resonans för Sétra samtliga definierade trafiktätheter. I Figur 56 Figur 58 visas accelerationsutbredningen för bron med, med trafiktätheter på 0.5 till 1 person per kvadratmeter.



Figur 56 - Acceleration-tidsdiagram för bro med spannlängd 45 m, d=0.5



Figur 57 - Acceleration - tidsdiagram för bro med spannlängd 45 m, d=0.8



Figur 58 - Acceleration-tidsdiagram för bro med spannlängd 45 m, d=1

Denna bro börjar få problem med accelerationsnivåer som ligger över de definierade gränserna. Enligt Sétra skulle alltså komfortproblem kunna väntas i den givna bron.

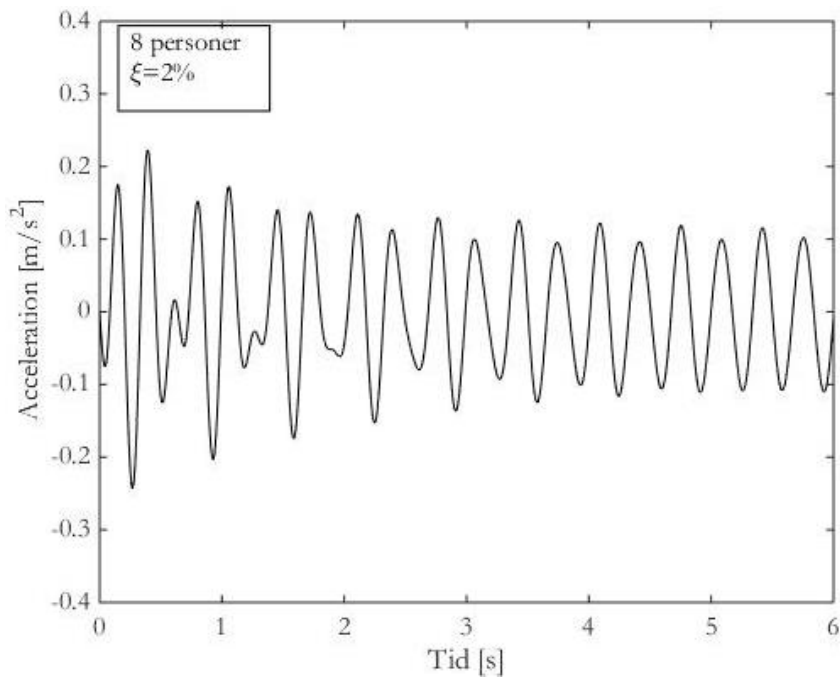
4.5.2. Enligt Eurokod

Enligt Eurokods rekommendationer hamnar samtliga broar, från 20 till 45 meter, inom ett intervall som bör undersökas med tillämpliga lastmodeller.

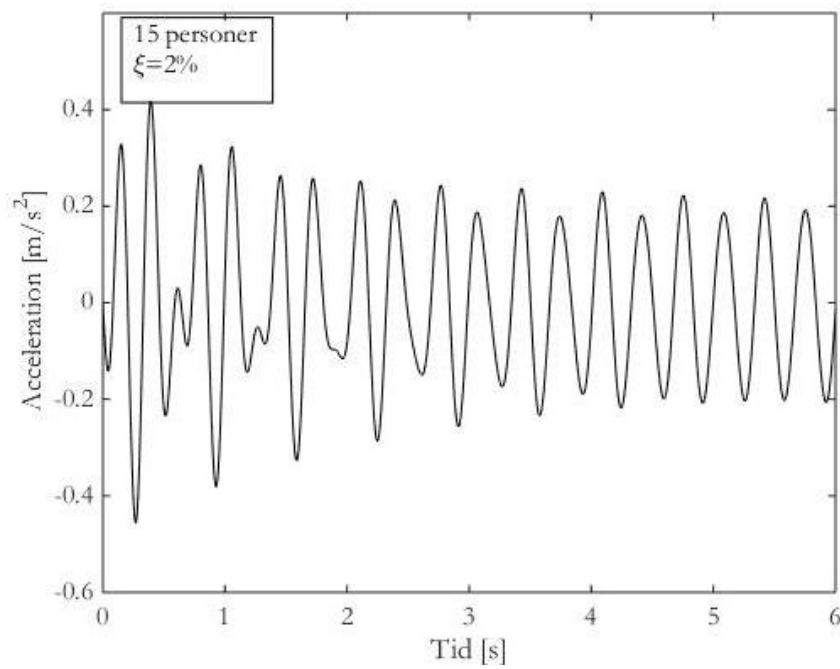
Ligger bronns fundamentala egenfrekvens under 3 Hz belastas bron i resonans. Ligger egenfrekvensen mellan 3 och 5 Hz belastas bron med en lastfrekvens på 3 Hz, då gångfrekvensen är definierad med en övre gräns på 3 Hz. Eftersom enbart systemets första bøjmod infinner sig inom riskintervallet analyseras enbart denna mod.

Eftersom antalet personer i lastmodellerna är relativt få inkluderas inte massan från desamma i egenvärdesanalysen. Den första bron med egenfrekvens under 3 Hz, och som därmed belastas i resonans, är bron med spannlängden 35 meter.

Spannlängd 20 meter

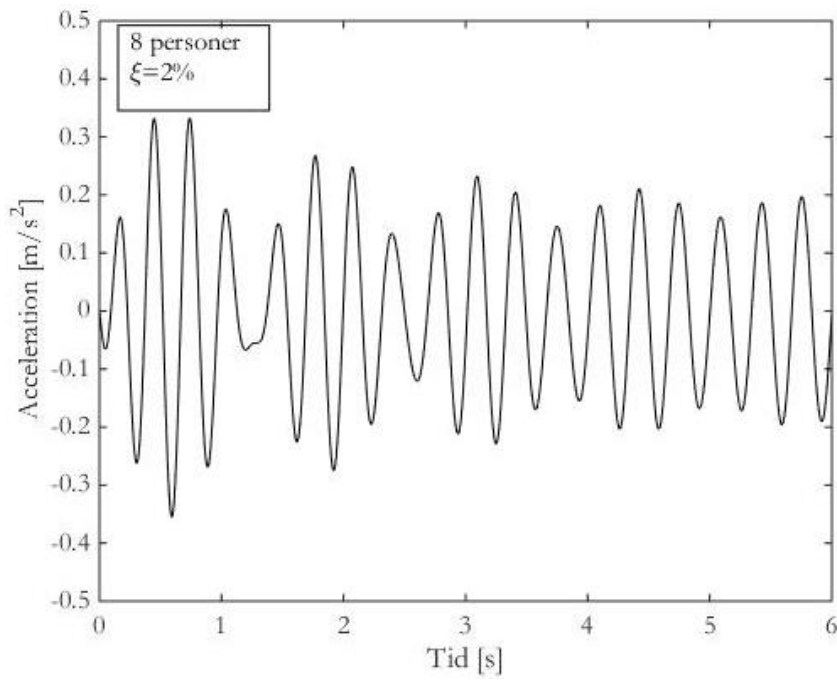


Figur 59 - Accelerationer för åtta personer

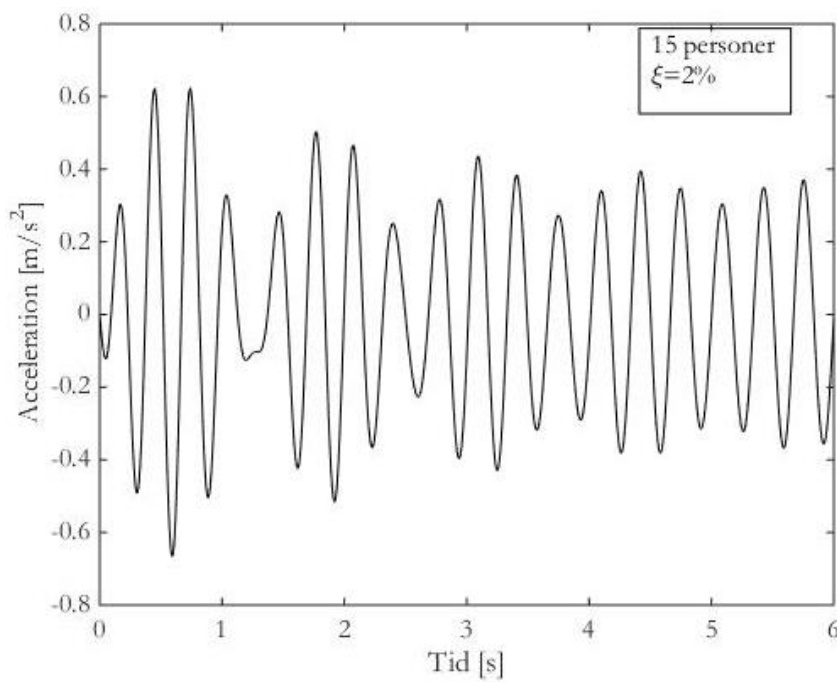


Figur 60 - Accelerationer för femton personer

Spannlängd 25 meter

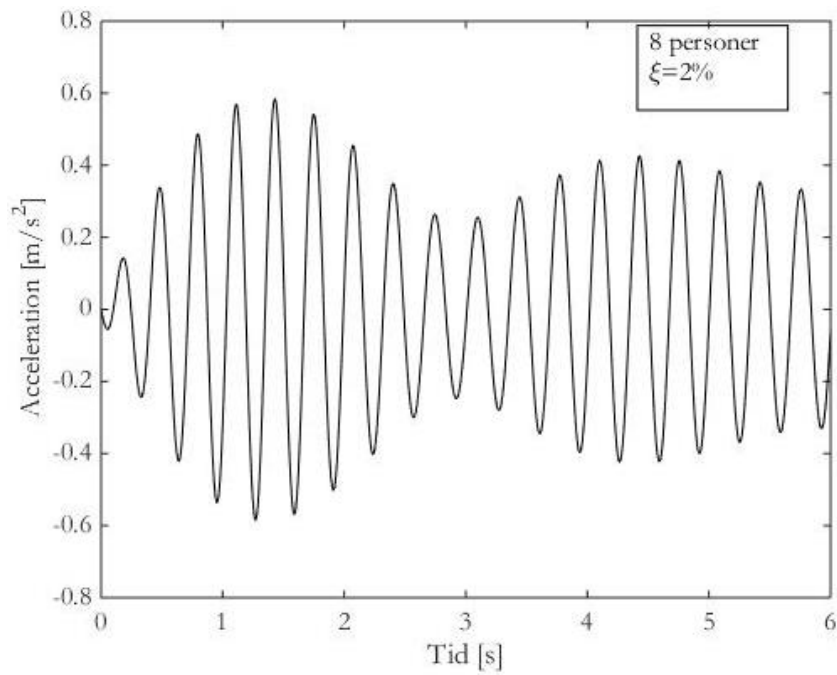


Figur 61 - Accelerationer för åtta personer

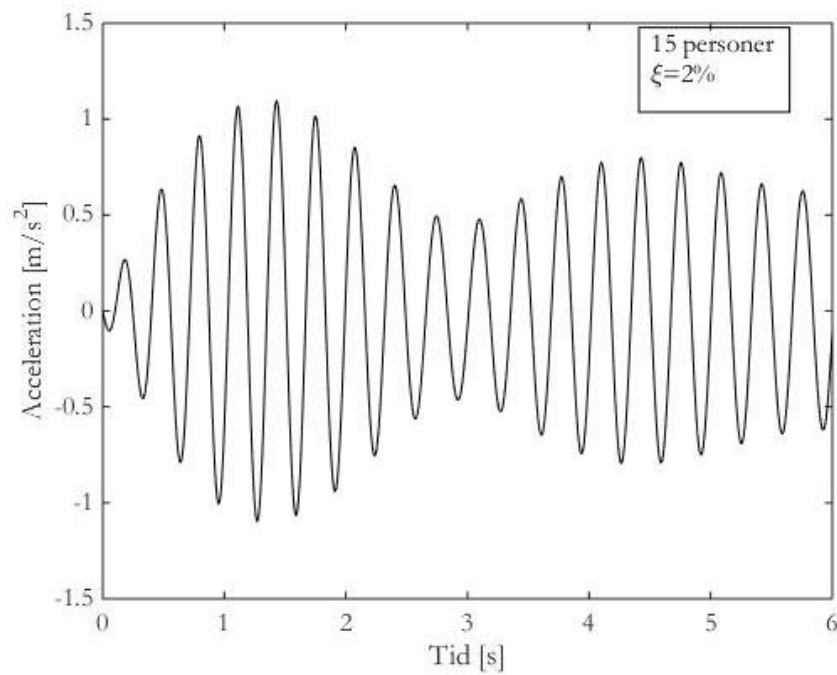


Figur 62 - Accelerationer för femton personer

Spannlängd 30 meter

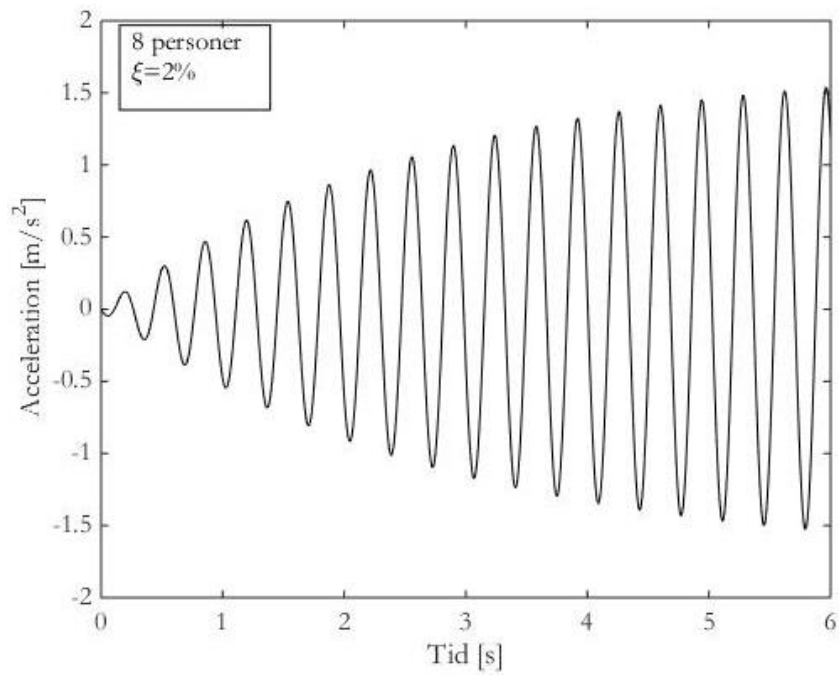


Figur 63 – Accelerationer för åtta personer

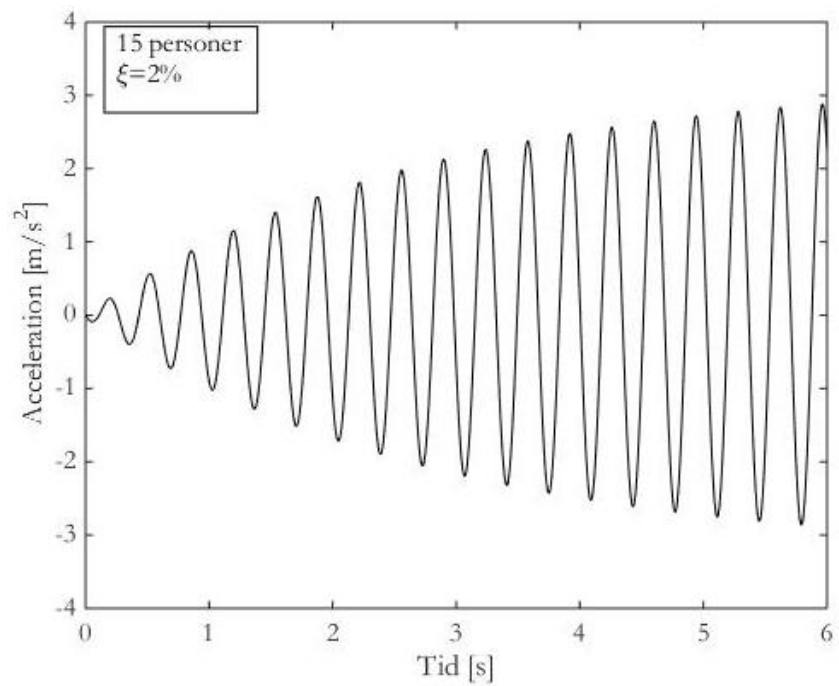


Figur 64 - Accelerationer för femton personer

Spannlängd 35 meter

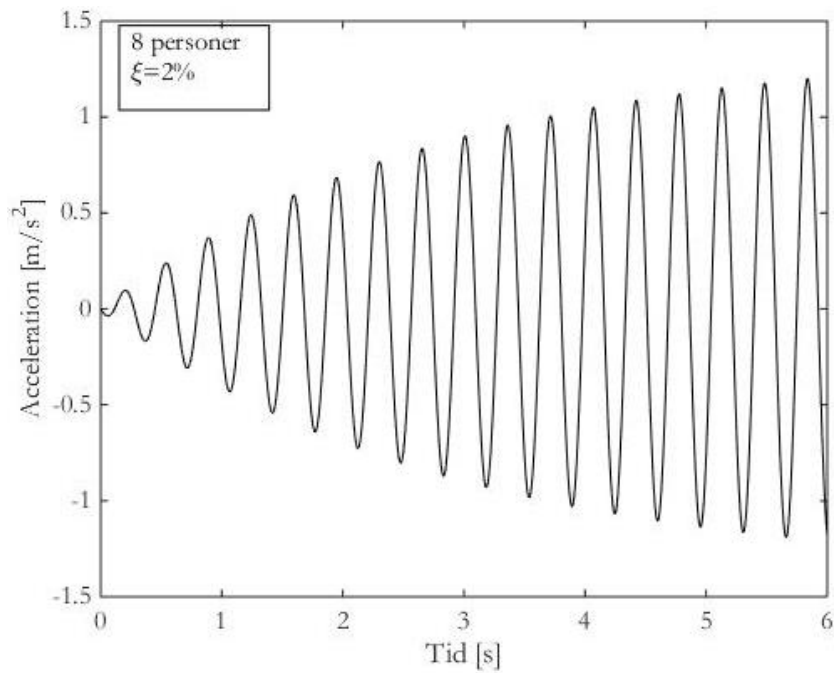


Figur 65 - Accelerationer för åtta personer

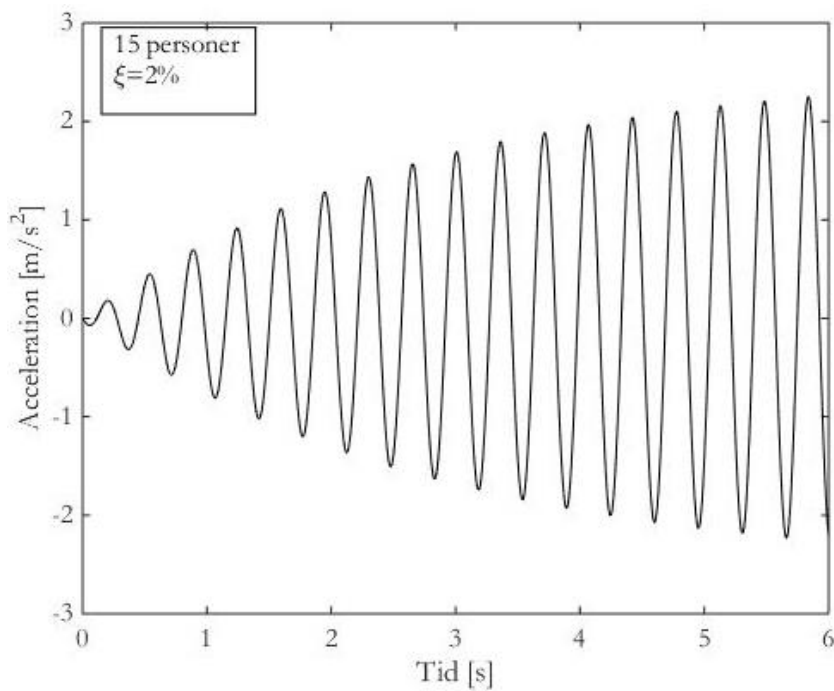


Figur 66 - Accelerationer för femton personer

Spannlängd 40 meter

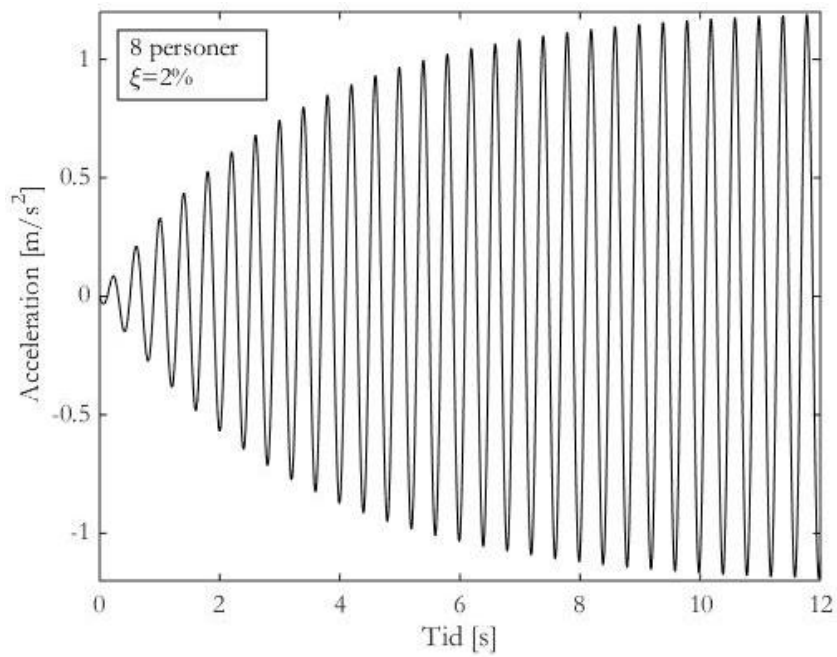


Figur 67 - Accelerationer för åtta personer

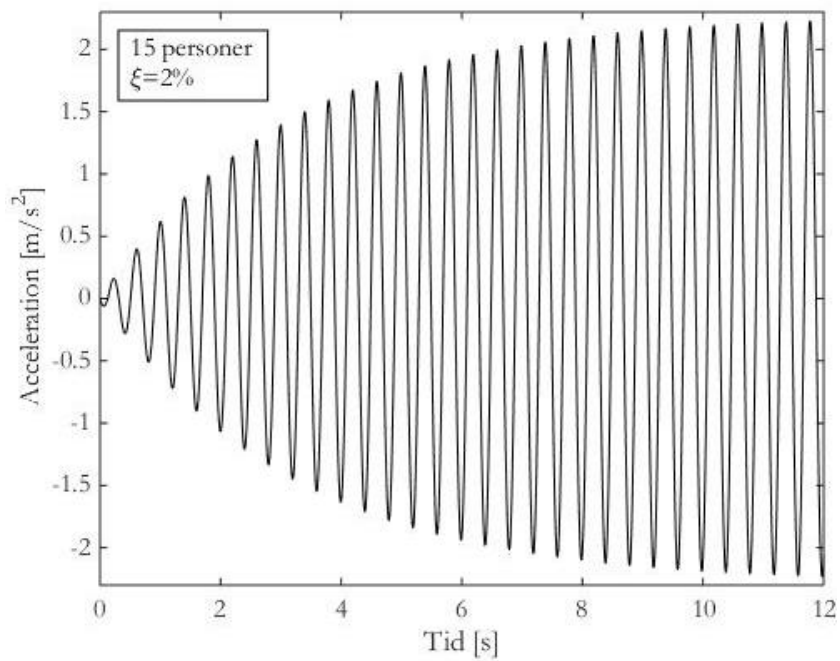


Figur 68 - Accelerationer för femton personer

Spännlängd 45 meter



Figur 69 - Accelerationer för åtta personer



Figur 70 - Accelerationer för femton personer

Sammanfattning

Accelerationerna för broarna, vars första vertikala egenfrekvens ligger över 3 Hz, med andra ord spannlängder upp till och med 30 meter, ligger under den i Eurokod satta accelerationsnivån för god komfort. Det konstateras därmed, att broarna måste drivas i resonans för att den satta komfortnivån skall överstigas.

Samtliga broar med en egenfrekvens under 3 Hz drivs i resonans, och alla dessa broar når oacceptabla accelerationsnivåer i ”steady-state”. Med given lastmodell blir accelerationsproblemet mindre med ökande spannlängd. Detta är väntat, delvis eftersom lasten sprids ut på en större area, men också eftersom accelerationerna vid ”steady-state” i resonans inte beror på systemets styvhet, utan enbart på massan och dämpningen. Ökande spannlängd ger en högre massa per meter bro, vilket leder till mindre accelerationer. Huruvida detta är rimligt eller ej tåls att diskuteras.

Eftersom egenfrekvensen för bron med spannlängden 35 meter ligger längre ifrån den normala lastfrekvensen minskar sannolikheten för att bron skall drivas till ”steady-state”-accelerationer i resonans. Därför kan det konstateras, att lastmodellen är orimlig, och en koppling till risk för resonans i likhet med Sétra torde egentligen vara lämpligt.

4.6. Accelerationer från SDOF-system

Accelerationer från FE-modellen kontrolleras mot accelerationer erhållna från SDOF-systemet. Dessa beaktas via ekvation (4.6.1), som beskriver accelerationerna i steady-state för en given lastfrekvens. En härledning av denna ekvation utförs i appendix kapitel 7.1.6.

$$|a_0| = \frac{P_0}{\sqrt{(k-\omega^2 m)^2 + \omega^2 c^2}} \cdot \omega^2 \quad (4.6.1)$$

Då en resonansfrekvens analyseras förenklas (4.6.1) till (4.6.2) detta härleds i kapitel 7.1.7.

$$|a_0| = \frac{P_0}{\xi 2m} \quad (4.6.2)$$

Massor och tröghetsmoment för respektive bro återfinns i Tabell 14.

4.6.1. Sétra

Då enbart resonansfrekvenser utvärderas i Sétras lastfall kan (4.6.2) användas vid analys av accelerationerna.

För de framtagna egenfrekvenserna, se kapitel 4.2.2, erhålls reduktionsfaktorn ψ för respektive trafiktäthet enligt Tabell 18 nedan.

| Trafiktäthet (Personer/m ²) | Spannlängd 40 m | Spannlängd 45 m |
|---|-----------------|-----------------|
| 0.5 | 0 | 0.5 |
| 0.8 | 0.024 | 0.614 |
| 1 | 0.126 | 0.704 |

Tabell 18 – Reduktionsfaktorn ψ

Lastens amplitud, P_0 , beräknas för respektive trafiktäthet enligt lastfunktionerna i kapitel 3.2. Lastamplituden för de olika trafiktätheterna redovisas i Tabell 19.

| Trafiktäthet (Personer/m ²) | Spannlängd 40 m | Spannlängd 45 m |
|---|-----------------|-----------------|
| 0.5 | 0 | 11.27 |
| 0.8 | 0.73 | 17.51 |
| 1 | 5.16 | 27.18 |

Tabell 19 - Lastamplituden, P_0 [N/m²]

Steady-state accelerationerna för respektive bro och trafiktäthet redovisas i Tabell 20 nedan.

| Trafiktäthet (Personer/m ²) | Spannlängd 40 m | Spannlängd 45 m |
|---|-----------------|-----------------|
| 0.5 | 0 | 0.95 |
| 0.8 | 0.062 | 1.47 |
| 1 | 0.44 | 2.28 |

Tabell 20 – Accelerationer i steady-state angivna i m/s²

Accelerationerna stämmer mycket väl överens med de som erhållits i FE-modellen. Det är dock värt att notera, att en mindre avvikelse hos egenfrekvenserna ger stora utslag på accelerationerna eftersom reduktionsfaktorn ψ förändras så markant med en mindre egenfrekvensavvikelse. Det är därför viktigt att egenfrekvensen beräknas noggrant.

4.6.2. Eurokod

Eigenfrekvensen för den första böjmoden ligger över 3 Hz för tre första broarna. Bron belastas då med en lastfrekvens på 3 Hz, varför accelerationerna beräknas via ekvation (4.6.1). Styvheten för de olika broarna beräknas med ekvation (4.3.2) i kapitel 4.3.1.

| | Spannlängd 20 m | Spannlängd 25 m | Spannlängd 30 m |
|----------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Styvhet (MPa) | 0.84 | 0.57 | 0.46 |

Tabell 21 - Brotvärsnittens styvhet

Steady-state accelerationerna för de olika broarna redovisas i Tabell 22.

| Antal personer | Spannlängd 20 m | Spannlängd 25 m | Spannlängd 30 m |
|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 8 | 0.10 | 0.14 | 0.18 |
| 15 | 0.18 | 0.27 | 0.34 |

Tabell 22 – Steady-state accelerationer vid lastfrekvensen 3 Hz för de tre första broarna

Eigenfrekvensen för den första böjmoden ligger under 3 Hz för de tre sista broarna. Dessa drivs därför i resonans, och accelerationerna beräknas då med ekvation (4.6.2).

| Antal personer | Spannlängd 35 m | Spannlängd 40 m | Spannlängd 45 m |
|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 8 | 1.48 | 1.2 | 1.04 |
| 15 | 2.77 | 2.26 | 1.96 |

Tabell 23 - Steady-state accelerationer vid resonans för de tre sista broarna

Det kan konstateras att även dessa accelerationer stämmer väl överens med som erhålls av FE-modellen.

5. Diskussion och slutsatser

Det kan konstateras att de *egenfrekvenser* och tillhörande *modformer* som tagits fram i FEM-modellen troligtvis stämmer väl överens med verkligheten, då de utförda mätningarna givit snarlika resultat. Detta är en viktig kvalitetssäkring av modellen eftersom en större avvikelse av dessa egenskaper leder till enorma felaktigheter i den dynamiska analysen. Att eventuell styvhetsökning från räcke, plåt och beläggning inte tagits med i modellen tycks vara en berättigad förenkling av densamma. Vidare kan det konstateras, att SDOF-modellen ger resultat i överkant vad beträffar egenfrekvenser eftersom systemets styvhet överskattas. En reduktion av tvärsnittets styvhet på mellan 10-20% bör göras för att ta hänsyn till tvärsnittets skjuvdeformation när egenfrekvenserna beräknas.

Dämpning är den enskilt viktigaste egenskapen vid analyser av resonansfrekvenser, något som åskådliggjorts i Figur 16. Då komfort beaktas i enlighet med Sétras publikation [1] samt Eurokod [7] för egenfrekvenser under 3 Hz, utvärderas enbart nämnda resonansfrekvenser hos den aktuella bron, varför val av dämpning får ett stort genomslag på responsen hos bron. Detta är problematiskt, inte minst på grund av den uppenbara osäkerhet som ligger i att bestämma dämpningskvoten för en specifik bro. Det finns ingen som helst möjlighet att på ett helt analytiskt sätt bestämma dämpningen för en given konstruktion, och även om storskaliga mätningar utförs, och då i bästa fall på likvärdiga färdigställda broar, blir osäkerheten väldigt stor. Det finns alltså ett uppenbart dilemma då komforten utvärderas utifrån modeller som beaktar resonansfrekvenserna.

Att de materialdämpningar som föreskrivs i bland annat [3] för stål är orimligt låga för den aktuella bron kan åtminstone fastslås, även om mätresultaten differerar något mellan olika slagpunkter och accelerometrar. Även den något högre ur material, struktur och lager summerade dämpningskvoten som föreslås av [9] tycks vara i underkant. Den verkliga dämpningen för bron torde ligga i intervallet 3-4%, alltså cirka en faktor tio gånger högre än de rekommenderade materialdämpningarna ur [3] och cirka fyra gånger högre än [9]. Denna dämpningsökning tillkommer med all säkerhet från beläggningen. Mängden beläggning som används för den aktuella bron är betydande, och eftersom [9] ej specificerar normal beläggningstjocklek går det bara att anta att en mindre mängd beläggning ligger bakom strukturdämpningen i Tabell 3. Det skall betonas att dämpningsparametern bör väljas med omsorg för att undvika grova överskattningar av accelerationerna. Med bakgrund av mätningarna torde man kunna ansätta en dämpningskvot på åtminstone 2 %, vilket är det minsta värde som erhållits ur resultaten.

Något som dock hade behövt studeras närmare är asfaltmateriallets dämpande förmåga vid olika temperaturer. I en studie [5], där asfaltsbeläggnings inverkan på egenfrekvenser och dämpning hos CLT-plattor har undersökts, presenteras ett tydligt samband mellan minskande temperatur och minskande kritisk dämpningskvot. I denna konstateras det till en början, i likhet med mätresultaten i denna rapport, att dämpningskvoten tiofaldigas vid rumstemperatur för en fritt upplagd bro, men att dämpningskvoten minskar enligt FE-analyser utförda vid lägre temperaturer.

Beträffande *komfortkrav* föreslår Sétra möjligheten att definiera olika komfortkrav beroende på användningstillfället, där exempelvis sällan återkommande extrema lastfall kan tillskrivas ett lägre mått av komfort än mer frekvent förekommande trafikanttätheter. Detta torde vara en rimlig och för många broar önskvärd differentiering, som dock inte förekommer i Eurokod.

Att bestämma vilka komfortnivåer en specifik bro ska tillskrivas vid ett givet lastfall är dock inte helt enkelt. Nivåerna är beskrivna som hög- medel och låg komfortnivå, men hur dessa upplevs av gemene man är svårt att ha en uppfattning om. Måttet av obehag är inte heller till fullo kopplat

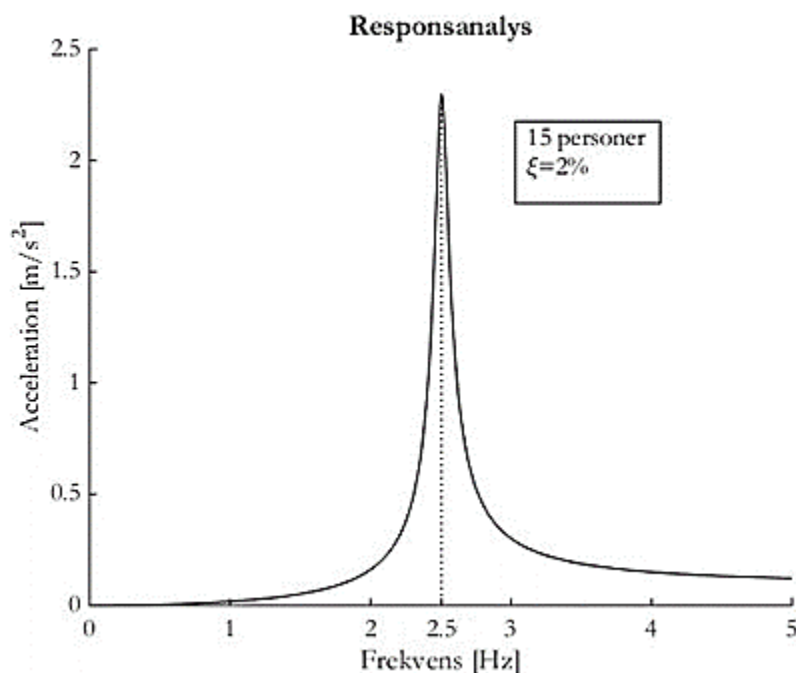
till accelerationen, utan påverkas även av trafikantens uppfattning av själva bron. Vittnar brons utformning (exempelvis slankhet) om att bron kan tänkas vibrera kommer obehaget vara mindre relativt en bro som ser väldigt stabil ut. Även faktorer som brons spannlängd och omgivande miljö kan påverka upplevelsen av bron [8]. Dessa egenheters påverkan på upplevelsen av bron är dock omöjliga att kvantifiera, varför hänsyn till dessa effekter får utebli.

Det kan i alla fall konstateras, att en uppdelad komfortnivåbeskrivning är önskvärd. Det är helt enkelt inte rimligt att en exceptionellt stor folkmassa som exempelvis återkommer en gång per år ska tillskrivas samma komfortnivå som en dagligt återkommande, utan då torde en lägre nivå av komfort kunna ansättas.

Vilken *lastmodell* som nyttjas får stort genomslag på accelerationerna hos bron. Det kan konstateras, att förutsättningen för att accelerationsnivåer som blir problematiska ur komfortsynpunkt ska uppnås krävs att bron drivs i resonans. Detta visas genom resultaten från Eurokods lastfall där broarna vars egenfrekvenser ligger över 3 Hz har analyserats. Man skulle därför kunna dra slutsatsen, vad beträffar Eurokod, att broar vars första bøjmod korresponderar mot en egenfrekvens över 3 Hz är komfortabla.

Det skall dock betonas, att gångfrekvenser på så mycket som 3 Hz får anses som mycket ovanliga. Om man provar att gå i denna frekvens märker man att ens gångbeteende är allt annat än naturligt. Sétra definierar istället en egenfrekvens för första bøjmoden på 2.6 Hz, över vilken sannolikheten för resonans hos konstruktionen blir obefintlig.

För att resonansfrekvenserna ska kunna utvärderas på ett rimligt sätt bör hänsyn tas till andelen trafikanter som går i fas i en frekvens nära brons egenfrekvens. Eurokod preciserar inte någon sådan fördelning, till skillnad från Sétra. De lastfall vilka bygger på Eurokod som använts i denna studie är därmed orimliga ur detta avseende. I Figur 71 nedan visas ett responsdiagram för bron med spannlängd 45 meter, för Eurokods lastfall med femton trafikanter. I figuren är egenfrekvensen för den första bøjmoden, 2.5 Hz, markerad. Detta är en relativt snabb gångfrekvens, och sannolikheten för att totalt femton personer skulle gå i denna frekvens, och dessutom i fas, får betraktas som låg. Ifall de femton fotgängarna går i vad som anses vara en normal gångfrekvens, d.v.s. 2 Hz, blir den maximala accelerationen av brobanan knappt 0.2 m/s². Även denna accelerationsnivå får anses vara sällsynt förekommande, eftersom platser där Knislingebroar är aktuella är trafikantantal på så mycket som femton personer ovanligt i sig.



Figur 71 - Responssdiagram för bron med spännlängd 45 meter

Samtidigt tas ingen hänsyn till tiden som krävs för att konstruktionen skall nå steady-state accelerationer. Inte bara måste alla dessa trafikanter promenera i fas i en väldigt snabb gångfrekvens, utan de måste även göra det under loppet av tolv sekunder, vilket visas i accelerationsdiagrammen, se accelerationsdiagrammen i kapitel 4.5.

Med bakgrund av Sétras lastmodeller kan man konstatera, att Knislingebron med all sannolikhet är komfortabel för dimensioner erhållna från en statisk analys för spännlängder upp till och med 40 meter. Därutöver bör man överväga att förändra brons dimensioner för att säkerställa komfort. Att fackverksbroar konstrueras för spännlängder över 40 meter är dock relativt ovanligt, eftersom broar med ställådstvärsnitt blir mer ekonomiska vid så stora spännlängder.

Avsnitten som behandlar analys av systemet som ett förenklat SDOF-system visar, att etablering av en FE-modell inte är ett måste vid utvärderande av komfort eftersom resultaten blir så pass snarlika. Det är dock fördelaktigt att få en bra uppskattning av egenfrekvenserna, åtminstone då systemet analyseras med Sétras lastmodeller, med anledning av att reduktionsfaktorn ψ varierar så mycket med små differenser av egenfrekvensen. Är en FE-modell tillgänglig kan egenfrekvensen bestämmas mer exakt, vilket kan ge stora utslag på de framräknade accelerationerna.

Framtida arbete

Mätningen som utförts i detta arbete skulle kunna kompletteras. Möjligheten finns, att i en framtida studie utvärdera hur beläggingsmaterialet påverkar strukturens dämpning. Följande frågeställningar skulle kunna utvärderas.

- Hur konstruktionens kritiska dämpningskvot ändras med ökande beläggningstjocklek?
- Påverkar temperaturen, och i så fall i vilken omfattning, asfaltmaterialets dämpande förmåga?
- Kan en analytisk modell etableras, utifrån vilken strukturens dämpning kan beräknas utifrån beläggningstjocklek och temperatur?

6. Referenser

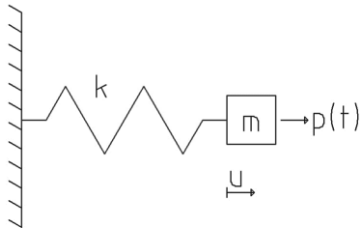
| | |
|-----|--|
| [1] | The Technical Department for Transport, Roads and Bridges Engineering and Road Safety- Sétra, <i>Footbridges- Assessment of Vibrational Behavior of Footbridges under Pedestrian Loading</i> , 0644A- ISRN: EQ-SETRA--06-ED17--FR+ENG, 2006. [Online]. Tillgänglig: http://www.infra-transport-materiaux.cerema.fr/technical-guides-a4240.html . [Hämtad: 20 januari, 2015] |
| [2] | A. K. Chopra, <i>Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering</i> . New Jersey: Prentice- Hall, 1995. |
| [3] | H. Bachmann, W.J Ammann, F.Deischl, J.Eisenmann, I. Floegel, G. H. Hirsch, G. K. Klein, G. J. Lande, O. Mahrenholtz, H. G. Natke, H. Nussabaumer, A. J. Pretlove, J. H. Rainer, E. Saemann, L. Steinbeisser, <i>Vibration Problems in Structures: Practical Guidelines</i> . Zürich: Institut für baustatik und konstruktion, ETH Höggerberg, 1995. |
| [4] | P. Avitable, <i>Experimental Modal Analysis: A Simple Non-Mathematical Presentation Rev 052700</i> . Lowell Massachusetts: Modal Analysis and Controls Laboratory, Mechanical Engineering Department, University of Massachusetts Lowell, 2000. Tillgänglig: http://sdasl.uml.edu/umlspace/s&v_Jan2001_Modal_Analysis.PDF . [Hämtad: 6 april, 2015] |
| [5] | S. Schubert, D. Gsell, R.Steiger, G. Feltrin, <i>Influence of Asphalt on Damping Ratio and Resonance Frequencies of Timber Bridges</i> , ISSN 0141-0296 Engineering Structures 32 3122-3129, 2010. |
| [6] | European Committee for Standardization, <i>Eurokod 0: Grundläggande dimensioneringsregler för bärverk</i> , EN 1990 AMD 1:2005 (E), 2010. |
| [7] | European Committee for Standardization, <i>Eurokod 1: Laster på bärverk- Del 2: Trafiklaster på broar</i> , EN 1991-2:2003 Sv, 2003. |
| [8] | C. Heinemeyer, C. Butz, A. Keil, M. Schlaich, A. Goldack, S. Trometer, M. Lukic, B. Chabrolin, A. Lemaire, P. Martin, A. Cunha, E. Caetano, <i>Design of Lightweight Footbridges for Human Induced Vibrations</i> , EUR 23984 EN. Luxemburg: European Commission, Joint Research Centre, 2009 |
| [9] | M. Schlaich, K. Brownlie, J. Conzett, J. Sobrino, J. Strasky, K. Takenouchi, <i>Guidelines for the design of footbridges</i> , ISSN 1562-3610. Lausanne, Switzerland: International Federation for Structural Concrete, 2005 |

7. Appendix

7.1. Strukturdynamik

7.1.1. Rörelseekvationen

För att komma fram till rörelseekvationen studeras ett enkelfrihetsgradssystem (SDOF-system), bestående av en massa kopplad till en fjäder, där den senare är fastspänd i sin annars fria ände, se Figur 72. Massan utsätts för en extern last, P som är en funktion av tiden. Lasten kan exempelvis tänkas följa en sinusformad funktion.



Figur 72 – SDOF-system

De ingående kvantiteterna är:

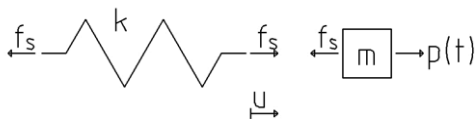
Fjäderkonstanten k (N/m)

Förskjutningen u (m)

Den yttre kraften $P(t)$ (N)

Massan m (Kg)

De ingående elementen, massa och fjäder, friläggs enligt Figur 73 så att en horisontell kraftjämvikt kan studeras.



Figur 73 – Friläggning av SDOF-system

Kraftjämvikt kring den frilagda fjädern ger fjäderkraften enligt:

$$f_s = ku \quad (7.1.1)$$

Används Newtons andra rörelselag på den frilagda massan erhålls följande samband:

$$P(t) - f_s = m\ddot{u} \quad \text{där } \ddot{u} \text{ är accelerationen.} \quad (7.1.2)$$

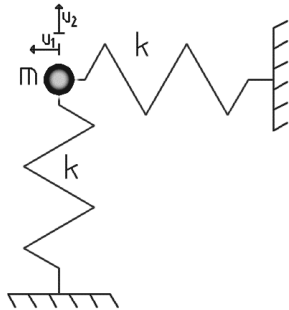
Genom att ersätta fjäderkraften, f_s i ekvation (7.1.2) med ekvation (7.1.1) erhålls rörelseekvationen enligt:

$$m\ddot{u} + ku = P(t) \quad (7.1.3)$$

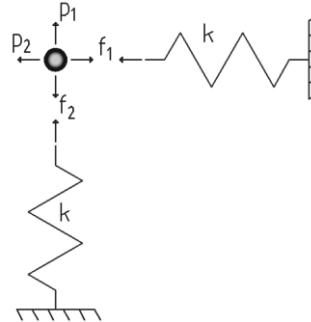
Denna ekvation skiljer sig enbart från uttrycket för den statiska responsen hos motsvarande fjädersystem med termen $m\ddot{u}$. Antas försumbara accelerationer erhålls den statiska fjäderekvationen.

Vidare kan det konstateras att rörelseekvationen är en andra ordningens differentialekvation. Ekvationen är ett begynnelsevärdesproblem, där lösningen av systemet i en given tidpunkt grundar sig på givna initiala tillstånd. Detta arrangeras genom ansättning av en acceleration, hastighet eller förskjutning vid en given tidpunkt, och då oftast vid tidsrymdens början då $t=0$.

Rörelseekvationen för ett flerfrihetsgradssystem (MDOF) är helt analogt med enkelfrihetsgradssystemet (SDOF). För att ta fram rörelseekvationen hos MDOF-systemet studeras ett system med två frihetsgrader, se Figur 74 nedan med den frilagda massan och fjädrarna i Figur 75.



Figur 74 - MDOF-system



Figur 75 - Friläggning MDOF-system

Kraftjämvikt hos de frilagda fjädrarna ger fjäderkrafter i fjäder 1 respektive 2 enligt:

$$\begin{cases} f_1 = ku_1 \\ f_2 = ku_2 \end{cases} \quad (7.1.4)$$

Horisontell respektive vertikal jämvikt kring massa 1 respektive massa 2 tillsammans med Newtons andra rörelselag ger:

$$\begin{cases} p_1 - f_1 = m\ddot{u}_1 \\ p_2 - f_2 = m\ddot{u}_2 \end{cases} \quad (7.1.5)$$

Substitution av fjäderkrafterna i ekvation (7.1.5) med ekvation (7.1.4) ger följande ekvationssystem:

$$\begin{cases} m\ddot{u}_1 + ku_1 = p_1 \\ m\ddot{u}_2 + ku_2 = p_2 \end{cases} \quad (7.1.6)$$

Ekvationssystemet kan sammanfattas med matrisnotation enligt:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} \quad (7.1.7)$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{P} \quad (7.1.8)$$

Rörelseekvationen för MDOF-system följer alltså helt analogt från SDOF-systemet, med den enda skillnaden att ett ekvationssystem med ett antal ekvationer löses istället för en enda ekvation. Antalet ekvationer blir samma som antalet frihetsgrader.

7.1.2. Egenfrekvenser

För att analysera egenfrekvenserna hos ett system studeras dess fria vibration. Detta innebär, att systemet först sätts igång med exempelvis en initial hastighet och därefter tillåts svänga fritt. Det finns alltså ingen pådrivande kraft P som verkar i tiden, utan rörelseekvationen reduceras till:

$$m\ddot{u} + ku = 0 \quad (7.1.9)$$

En ansats görs om förskjutningsfunktionen. Denna antas följa en sinusformad funktion, med amplituden A och vinkelhastigheten w enligt:

$$\mathbf{u} = A \sin(\omega t) \quad (7.1.10)$$

Accelerationen erhålls ur andraderivatan av förskjutningsfunktionen:

$$\ddot{\mathbf{u}} = -A\omega^2 \sin(\omega t) \quad (7.1.11)$$

Uttrycken för förskjutning och acceleration sätts in i rörelseekvationen (7.1.9) och förenklas till ekvation (7.1.13).

$$m(-A\omega^2 \sin(\omega t)) + k(A \sin(\omega t)) = 0 \quad (7.1.12)$$

$$(-\omega^2 m + k)A \sin(\omega t) = 0 \quad (7.1.13)$$

Eftersom jämvikt eftersträvas vid alla tider t kan sinusfunktionen med tillhörande amplitud förenklas bort, och följande uttryck erhålls:

$$-\omega^2 m + k = 0 \quad (7.1.14)$$

Vinkelfrekvensen ω med vilken systemet naturligt svänger kan alltså beskrivas av:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (7.1.15)$$

Med egenvinkelfrekvensen, $\omega_n = 2\pi f_n$ samt egenfrekvens $f_n = \frac{1}{T_n}$ där T_n är perioden.

Motsvarande problem utvärderas i flerfrihetsgradssystemet. På liknande sätt utvärderas systemet utifrån premisen att den yttre lasten uteblir och systemet tillåts svänga fritt. Rörelseekvationen blir då enligt ekvation (7.1.9).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (7.1.16)$$

Systemet antas ha N frihetsgrader. Systemmatriserna samt förskjutnings- och accelerationsvektorerna har då följande storlekar.

$$\mathbf{M} = [N \times N] \quad \mathbf{K} = [N \times N]$$

$$\mathbf{u} = [N \times 1] \quad \ddot{\mathbf{u}} = [N \times 1]$$

På helt motsvarande sätt från SDOF-systemet ansätts förskjutningsfunktionen följa en sinusformad funktion.

$$\mathbf{u} = \Phi \sin(\omega t) \quad (7.1.17)$$

$$\ddot{\mathbf{u}} = -\omega^2 \Phi \sin(\omega t) = -\omega^2 \mathbf{u} \quad (7.1.18)$$

Amplitudsvektorn Φ har då följaktligen storleken $[N \times 1]$. Förskjutnings- och accelerationsvektorerna substitueras därefter.

$$\mathbf{M}(-\omega^2 \mathbf{u}) + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (7.1.19)$$

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\Phi \sin(\omega t) = \mathbf{0} \quad (7.1.20)$$

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\Phi = \mathbf{0} \quad (7.1.21)$$

ω egenvärdena och Φ egenvektorerna. Icke-triviala lösningar ($\Phi \neq \mathbf{0}$), erhålls genom att sätta determinanten lika med noll enligt nedan.

$$\det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) = \mathbf{0} \quad (7.1.22)$$

Antalet egenvärden ω lika många som antalet frihetsgrader.

7.1.3. Resonans

Om man beaktar samma system som i Figur 72 med en frihetsgrad men istället utsatt för den harmoniska lasten:

$$P(t) = P_0 \sin(\omega t) \quad (7.1.23)$$

Och samtidigt antas förskjutningen till:

$$u = u_0 \sin(\omega t) \quad (7.1.24)$$

Andraderivatans alltså uttrycket för accelerationen blir således:

$$\ddot{u} = -u_0 \omega^2 \sin(\omega t) \quad (7.1.25)$$

Detta insatt i rörelseekvationen ser, förenklat, ut enligt nedan

$$(-\omega^2 m + k)u_0 \sin(\omega t) = P_0 \sin(\omega t) \quad (7.1.26)$$

Ekvationen förkortas och uttrycket för lasten kan förenklas

$$(k - \omega^2 m)u_0 = P_0 \quad (7.1.27)$$

Fjäderkonstanten kan sedermera skrivas om med ekvationen för egenvinkelfrekvensen

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow k = \omega_n^2 m \quad (7.1.28)$$

Fjäderkonstanten ersätts i (7.1.27) och förskjutningen kan då uttryckas.

$$u_0 = \frac{P_0}{k} \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \quad (7.1.29)$$

Den statiska lösningen är då $\frac{P_0}{k}$ med kraften P_0 likt tidigare.

Här kan man då se att när vinkelfrekvensen för lasten, ω närmar sig egenvinkelfrekvensen, ω_n går nämnaren mot noll vilket medför att förskjutningen, u_0 går mot oändligheten. Detta innebär att systemet är i resonans och accelerationer som genereras blir mycket höga.

7.1.4. Egenmoder

Rörelseekvationen för ett system med mer än en frihetsgrad beskrivs på samma sätt som med en frihetsgrad på ett analogt vis dock med matriser istället för ett enskilt värde, se nedan.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (7.1.30)$$

Likt tidigare kan vi ansätta en lösning enligt

$$\mathbf{u} = \Phi \sin(\omega t) \quad (7.1.31)$$

där Φ är en vektor beroende utav tiden.

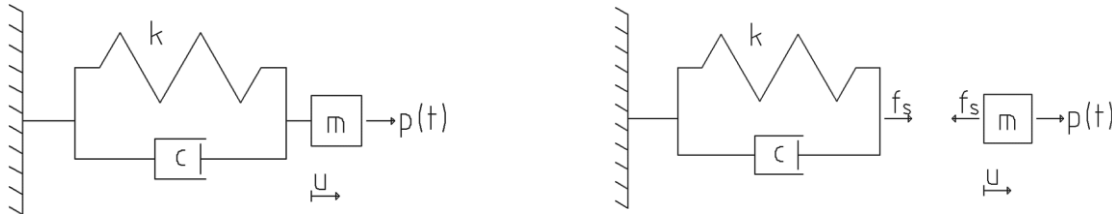
Omskrivning görs på samma sätt som tidigare för ett system med en frihetsgrad där (7.1.31) sätts in i (7.1.30).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{0} \rightarrow (\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\Phi = \mathbf{0} \quad (7.1.32)$$

Vilket ger ett egenvärdeproblem som resulterar i lika många egenvärden(egenvinkelfrekvenser), ω som frihetsgrader med lika många tillhörande egenvektorer(egenmoder), Φ .

7.1.5. Dämpning

För att enkelt kunna beskriva rörelseekvationen för ett system med en frihetsgrad med dämpning utgås det ifrån Kelvins modell med viskös dämpning enligt.



Figur 76 - Kelvins modell för viskös dämpning

$$f_s = ku + c\dot{u} \quad (7.1.33)$$

Därefter genom att addera en massa samt en harmonisk last till detta system erhålls följande istället.

Med Newtons andra lag samt en friläggning av massan fås ekvationen nedan

$$P(t) - f_s = m\ddot{u} \quad (7.1.34)$$

Nu kan rörelseekvationen härledas.

$$m\ddot{u} + ku + c\dot{u} = P(t) \quad (7.1.35)$$

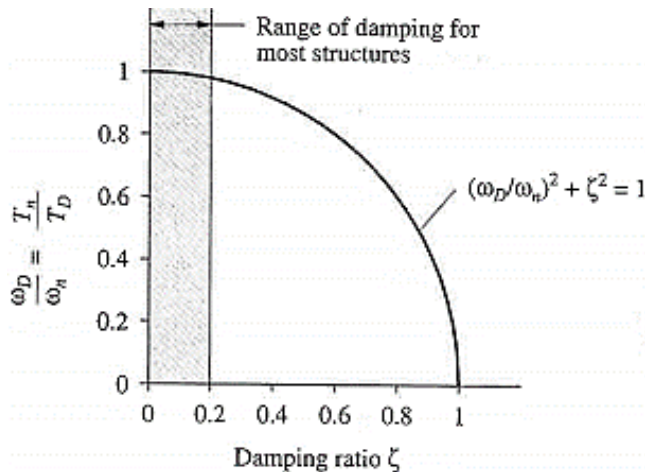
En vanlig omskrivning av ekvation (7.1.35) görs enligt:

$$\ddot{u} + 2\xi\omega_n\dot{u} + \omega_n^2u = P(t) \quad (7.1.36)$$

Parametern ξ är den kritiska dämpningskvoten. Denna kvantitet är dimensionslös och beskrivs av:

$$\xi = \frac{c}{2m\omega_n} \quad (7.1.37)$$

Då egenvärdeproblemet för ett fritt dämpat system enligt Figur 76 löses kommer egenvärdena, d.v.s. egenvinkelfrekvenserna påverkas av dämpningen i systemet, desto högre dämpningskvot ξ desto större blir effekten. Reduktionen för egenvärdet hos ett dämpat system, med egenvinkelfrekvensen ω_D i relation till ett dämpningsfritt system med egenvinkelfrekvensen ω_n är åskådliggjort i Figur 77 [2].



Figur 77 - Dämpningskvot

Det kan konstateras att för system med dämpningskvot under 20 % är dämpningens inverkan på egenvinkelfrekvensen liten och kan därför försummas. I realiteten är så högra dämpningskvoter ovanliga, speciellt inom byggkonstruktion. Inverkan från dämpningen på systemets egenvinkelfrekvens kan därför försummas, vilket förenklar egenvärdesproblemet något.

7.1.6. Parametrar för accelerationspåverkan

Eulers formel lyder enligt.

$$u^* = u_0 e^{i\omega t} = u_0 \cos(\omega t) + i u_0 \sin(\omega t) \quad (7.1.38)$$

Eulers formel deriveras med avseende på tiden.

$$\dot{u}^* = \frac{du^*}{dt} = i\omega u_0 e^{i\omega t} = i\omega u^* \rightarrow \frac{du^*}{dt} = i\omega u^* \quad (7.1.39)$$

Ytterligare en derivering kan utföras med avseende på tiden för att få fram ett uttryck för accelerationer.

$$\ddot{u}^* = \frac{d\dot{u}^*}{dt} = -\omega^2 u_0 e^{i\omega t} = a_0 e^{i\omega t} \quad (7.1.40)$$

Då ett system med dämpning utsätts för en kraft kommer ett glapp infinna sig innan systemet svarar med utböjning, detta glapp blir en färförskjutning mellan lastens och utböjningens funktionskurvor.

Eulers formel för komplexa tal används p.g.a. komplexa tal lämpar sig väl för att beräkna ”Steady-state” respons.

Samma system som tidigare betraktas enligt Figur 76.

Även rörelseekvation(7.1.3) och Newtons andra lag enligt tidigare kapitel

Därefter sker en omskrivning av parametrarna till komplexa tal enligt nedan.

$$u \rightarrow u^*, \dot{u} \rightarrow i\omega u^* \quad (7.1.41)$$

$$P \rightarrow P^*, f_s \rightarrow f_s^* \quad (7.1.42)$$

Då kan rörelseekvationen skrivas om.

$$f_s^* = ku^* + ci\omega u^* \rightarrow f_s^* = (k + i\omega c)u^* \quad (7.1.43)$$

Där $(k+i\omega c)$ skrivs som komplex styvhet k^*

Även Newtons andra lag skrivs om komplext

$$P^* - f_s^* = (i\omega)^2 m u^* \quad (7.1.44)$$

Genom att sedermera införa (7.1.43) i (7.1.44) erhålls följande ekvation.

$$P^* - k^* u^* = -\omega^2 m u^* \rightarrow u^* = \frac{P^*}{k^* - \omega^2 m} \quad (7.1.45)$$

Då amplituden P^* sätts som en reell variabel till P_0 och sedermera ta absolut belopp på nämnaren och utböjningen via att kvadrera och ta roten ur blir uttrycket för utböjningen följande.

$$u_0 = \frac{P_0}{|k^* - \omega^2 m|} \rightarrow u_0 = \frac{P_0}{\sqrt{(k - \omega^2 m)^2 + \omega^2 c^2}} \quad (7.1.46)$$

Nu kan följande tre slutsatser dras för hur de tre parametrarna styvhet, k , dämpning, c , samt massa m , påverkar utböjningen vid olika frekvenser.

- När lastfrekvensen är mycket mindre än egenfrekvensen, $\omega \ll \omega_n$, vilket innebär att ω^2 är liten. Detta ger följande utböjning.

$$u_0 \approx \frac{P_0}{k} \quad (7.1.47)$$

Styvheten kontrollerar alltså amplituden, utböjningen.

- När lastfrekvensen är mycket större än egenfrekvensen, $\omega \gg \omega_n$, vilket innebär att ω^4 är dominant. Detta ger följande utböjning.

$$u_0 \approx \frac{P_0}{\omega^2 m} \quad (7.1.48)$$

Massan kontrollerar amplituden, utböjningen.

- När lastfrekvensen är densamma som egenfrekvensen, $\omega = \omega_n$, vilket gör ett givet system ger följande utböjning.

$$u_0 = \frac{P_0}{\omega_n c} \quad (7.1.49)$$

Dämpningen kontrollerar amplituden, utböjningen.

7.1.7. Accelerationer i resonans

Då en analytisk verifiering krävs med avseende på accelerationer i resonans, härleds ett uttryck enligt nedan.

Enligt ekvation (7.1.40) kan accelerationsamplituden skrivas som nedan

$$a_0 = -\omega^2 u_0 \quad (7.1.50)$$

u_0 har tidigare visats vara enligt ekvation (2.5.4) då ett system lastas i resonans och då erhålls följande uttryck för accelerationsamplituden.

$$|a_0| = \omega_n^2 \frac{P_0}{\omega_n c} \rightarrow |a_0| = \frac{P_0 \omega_n}{c} \quad (7.1.51)$$

Därefter kan en omskrivning av dämpningen, c göras med ekvation (7.1.37) enligt tidigare.

$$|a_0| = \frac{P_0 \omega_n}{\xi 2m \omega_n} \rightarrow |a_0| = \frac{P_0}{\xi 2m} \quad (7.1.52)$$