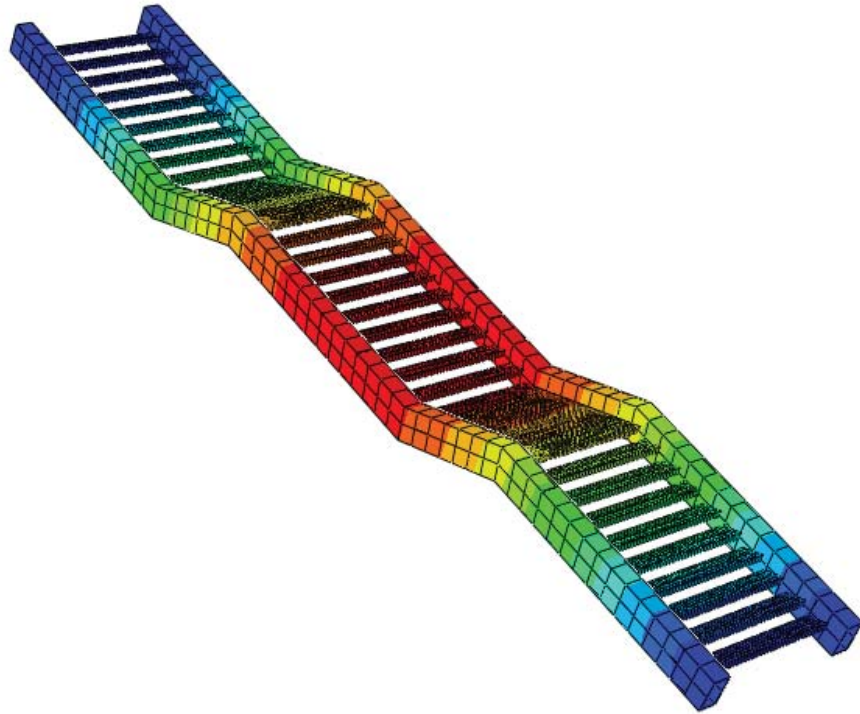




LUND
UNIVERSITY



UTVÄRDERING AV VIBRATIONER I STÅLTRAPPOR

OSCAR HIIR-SALAKKA & SEBASTIAN OKRAJNI

Structural
Mechanics

Master's Dissertation

DEPARTMENT OF CONSTRUCTION SCIENCES
DIVISION OF STRUCTURAL MECHANICS
ISRN LUTVDG/TVSM--19/5240--SE (1-84) | ISSN 0281-6679
MASTER'S DISSERTATION

UTVÄRDERING AV VIBRATIONER I STÅLTRAPPOR

OSCAR HIIR-SALAKKA & SEBASTIAN OKRAJNI

Supervisors: Professor **KENT PERSSON**, Division of Structural Mechanics, LTH
and **FRIDA HULT**, MSc, WSP Sverige.

Examiner: Dr **PETER PERSSON**, Division of Structural Mechanics, LTH.

Copyright © 2019 Division of Structural Mechanics,
Faculty of Engineering LTH, Lund University, Sweden.

Printed by V-husets tryckeri LTH, Lund, Sweden, June 2019 (*PI*).

For information, address:
Division of Structural Mechanics,
Faculty of Engineering LTH, Lund University, Box 118, SE-221 00 Lund, Sweden.
Homepage: www.byggmek.lth.se

Sammanfattning

Syftet med detta examensarbete är att utveckla en parametrisk finita elementmodell som ska kunna analysera vibrationsrisken i en godtycklig ståltrappa. Modellen ska kunna användas tidigt i projekteringsskedet för att identifiera trappor som har en utformning som kan ge problem med höga vibrationsnivåer. En parameterstudie kommer att genomföras för att ta reda på vad som påverkar trappans dynamiska respons mest, det kommer ge insikt i hur en trappa ska utformas för att på bästa sätt hantera dynamiska laster från fotgängare.

För att åstadkomma detta har ett skript utvecklats som kan köras i finita elementprogrammet Abaqus med verktyget Brigade/PLUS som tillägg. Många av trappans parametrar kan varieras i skriptet. En designmetod utvecklad av Sétra styr hur de dynamiska analyserna genomförs, denna designmetod är avsedd för gångbroar men antagandet görs att den även fungerar för trappor.

När trappan modelleras i skriptet finns där tre geometriska delar som skapas, balk, vilplan och trappsteg. Inparametrarna i skriptet är kopplade till dessa tre delar, stort fokus läggs på trappans längd och höjd. Varje parameter studeras var för sig för att se hur de påverkar trappans vertikala- och horisontella egenfrekvenser samt accelerationer.

Utifrån parameterstudien framkom det att den första vertikala egenfrekvensen utgör den absolut viktigaste delen i trappans dynamiska respons när designmetoden enligt Sétra används. Den horisontella egenmoden har ingen inverkan eftersom egenfrekvensen aldrig underskrider de satta gränserna. Accelerationerna påverkas mycket av vilket frekvensintervall trappan befinner sig i och detta bestäms av egenfrekvensen. Detta gav att de viktigaste parametrarna i en trappa med hänsyn till dynamiska effekter är trappans längd och balkens tvärsnitt.

Abstract

The purpose with this thesis is to develop a parametric finite element model that can analyze the vibration risk in a steel-staircase with arbitrary geometry. The model is meant to be used in the early stages of the design to be able to identify staircases which have a configuration that can cause problems with high vibration levels. A parametric study will be performed to find out which parameters affect the dynamic response of staircases the most. This will give insight on how the staircases should be configured to best handle dynamic loads from pedestrians.

To achieve this, a script was developed that can be run in the finite element program Abaqus with the toolbox Brigade/PLUS. Many of the staircases parameters can be varied in the script. A design method developed by Sétra is used for evaluation of the dynamic analysis, their design method is meant for pedestrian bridges, but for this thesis it is assumed to be suitable for staircases as well.

When the staircase is modeled in the script, three different parts are created, a beam, an intermediate landing and a step. The studied parameters are mostly connected to these parts, also emphasis in the study was put on the staircases total length and height. Every parameter was studied individually to see how each of them affected the staircases vertical- and horizontal eigenfrequency as well as the acceleration.

The parameter study yielded that the first eigenfrequency is the most important when it comes to the staircases dynamic response according to Sétra. The horizontal eigenmodes does not have any effect in the studies performed because the eigenfrequencies was never below the set limits. The acceleration is greatly affected by which risk area the staircase is in and this, in turn, is determined from the eigenfrequency. This resulted in that the most important parameters to consider for dynamic effects is the total length of the staircase and the cross-section of the main beams.

Förord

Detta examensarbete avslutar våra studier på Civilingenjörsutbildning Väg- och vattenbyggnad på LTH. Arbetet genomfördes under våren 2019 på WSP Bro & Vattenbyggnad i Malmö, i samarbete med avdelningen Byggnadsmekanik.

Vi skulle vilja ge våra handledare, Frida Hult och Kent Persson, ett stort tack för de alltid ställt upp när det behövts och gett bra handledning. Vi skulle även vilja tacka alla på avdelningen Bro & Vattenbyggnad på WSP för att de gett oss en trevlig arbetsmiljö att genomföra examensarbetet i.

Malmö, Maj 2019

Oscar Hiir-Salakka & Sebastian Okrajni

Innehåll

1	Introduktion.....	1
1.1	Bakgrund	1
1.2	Syfte och mål	1
1.3	Metod.....	2
1.3.1	Avgränsningar	2
2	Teori.....	3
2.1	Strukturdynamik	3
2.1.1	Rörelseekvationen	3
2.1.2	Egenfrekvens och egenmoder	4
2.1.3	Resonans.....	6
2.1.4	Dämpning	7
2.2	Finita elementmetoden	8
2.2.1	Rörelseekvationen	8
2.2.2	Svaga formen.....	9
2.2.3	FE-form	10
2.2.4	Isoparametriska finita element	10
2.3	Mänsklig aktivitet	11
2.4	Dynamisk design	12
2.4.1	Modal-analys	12
2.5	Krav på utformning	12
3	Designmetod enligt Sétra.....	13
3.1	Gångbrons konstruktionsklass	13
3.2	Bestämmande av komfortklass	14
3.3	Bestämning och kontroll av egenfrekvenser	15
3.4	Dynamiska lastfall	17
3.4.1	Lastfall 1	18
3.4.2	Lastfall 2.....	19
3.4.3	Lastfall 3.....	19
3.4.4	Dämpning	20
3.5	Beräkningsgång	20
4	Modellering.....	21
4.1	Geometri och indata.....	21
4.2	Materialmodellering	23

4.3	Balkar.....	24
4.4	Trappsteg	24
4.5	Vilplan	25
4.6	Räcke	25
4.7	Beräkningssteg.....	25
4.8	Last	25
4.9	Upplag	26
4.10	Sammanfogning.....	27
4.11	Elementnät	27
4.12	Konvergensstudie	28
4.12.1	Standardtrappa.....	28
4.12.2	Konvergens för elementnät	28
5	Parameterstudie.....	31
5.1	Trappans längd	32
5.2	Trappans höjd	34
5.3	Trappans storlek	37
5.4	Balkens godstjocklek.....	38
5.5	Räckets massa.....	40
5.6	Tjocklek på vilplan och trappsteg.....	42
5.7	Bredd på trappsteg	44
5.8	Längd avstyvningar vilplan & trappsteg	46
5.9	Lutning på vilplan.....	47
5.10	Längd vilplan.....	47
5.11	Antal avstyvningar i vilplan	48
5.12	Djup trappsteg.....	49
5.13	Balktvärsnitt.....	49
5.14	Extrapolering av trappans längd och tjocklek balk	51
5.15	Sammanställning	52
5.16	Resultatdiskussion	54
6	Diskussion.....	57
7	Slutsats	59
	Referenser.....	61
	Bilagor.....	63
	Parameterstudie	63
	UI - Inparametrar	77

1 Introduktion

1.1 Bakgrund

Användandet av slanka stålkonstruktioner har under de senaste decennierna blivit mer och mer populärt. Med slanka konstruktioner är det möjligt att spara på material och det anses vara estetiskt tilltalande. Samtidigt som slankheten ökar, ökar också risken för problem med höga vibrationsnivåer. Dessa brukar inte ge problem i brottgränstillståndet, men i bruksgränstillståndet kan stora vibrationer uppstå.

När trappor används för att ansluta till gång- och cykelbroar designas de att vara lätta för att inte lägga onödig last på bron. Trappornas slankhet skapar en låg styvhet i förhållande till massa vilket i sin tur ger låga egenfrekvenser. De låga egenfrekvenserna kan då sammanfalla med lasten orsakad av fotgängare, trapporna exciteras då av fotgängarna och kan på grund av trappornas låga massa skapa stora accelerationer.

Acceptabla accelerationsnivåer i en trappa bestäms av hur de upplevs av människor, de kan anses vara obekväma att gå i på grund av vibrationer. Vibrationer är ett subjektivt fenomen som kan upplevas olika från person till person. För att sätta gränser på hur stora vibrationer som får existera i en struktur som trappor eller gångbroar har därför komfortkrav införts som styr hur stora accelerationer som får förekomma. Om en trappa inte uppfyller komfortkraven finns det två sätt att lösa problemet. Antingen försöker man minska accelerationerna eller höja egenfrekvensen. Accelerationerna i trappan kan minskas genom att öka massan på trappan eller så kan egenfrekvenserna för trappan höjas genom att öka styvheten. Åtgärder som dessa är inte alltid lätta att genomföra då styvhet och massa i många fall beror på varandra. Ekvationen nedan visar förenklat hur egenfrekvensen kan beräknas, där k är strukturens styvhet och m är medsvängande massan.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Om en höjning av egenfrekvensen söks kan styvheten ökas, men för att kunna åstadkomma detta ökas oftast massan vilket då motverkar höjningen av egenfrekvensen. Eftersom det är kvadratroten av kvoten betyder det att ökningen av egenfrekvensen är mindre än ökningen av styvheten.

1.2 Syfte och mål

En modell för hur de dynamiska effekterna i slanka ståltrappor ska beräknas har utvecklats i detta examensarbete. Syftet är att tidigt i projekteringskedet kunna identifiera trappor som har en utformning som kan ge problem med höga vibrationsnivåer. En parametrisk finita elementmodell utvecklades för att snabbt analysera vibrationsrisken i en godtycklig ståltrappa. I modellen kan användaren endast genom att ange nödvändiga parametrar för ståltrappan få resultat om hur känslig den är för vibrationer.

1.3 Metod

Arbetet har bestått av att utveckla en parametrisk finita elementmodell som täcker in en normal variation av utformningar för ståltrappor. Vibrationerna i trapporna utvärderas genom en designmetod utvecklad av Sétra [1]. Denna är avsedd för gångbroar men metodiken antas kunna överföras till trappor. Vibrationerna kontrolleras utifrån komfortkrav som är framtagna utifrån datorsimuleringar.

Den parametriska modellen utvecklades i finita elementprogrammet Abaqus med verktyget BRIGADE/Plus som tillägg. Ett skript i programmeringsspråket Python har utvecklats som kommer kunna köra analyserna i BRIGADE. Trappans olika parametrar kommer utvärderas med hjälp av det utvecklade skriptet för att ta reda på vad som har störst inverkan på trappans dynamiska respons.

1.3.1 Avgränsningar

Arbetet begränsas till att endast behandla ståltrappor utan mitträcke med balkar av VKR-tvårsnitt. Det färdiga skriptet kommer endast att beräkna första och andra vertikala samt första och andra horisontella egenfrekvensen för trappan. I de fall där intressanta egenmoder finns kommer även accelerationer för dessa att beräknas. Vridmoder beaktas inte i detta arbete.

2 Teori

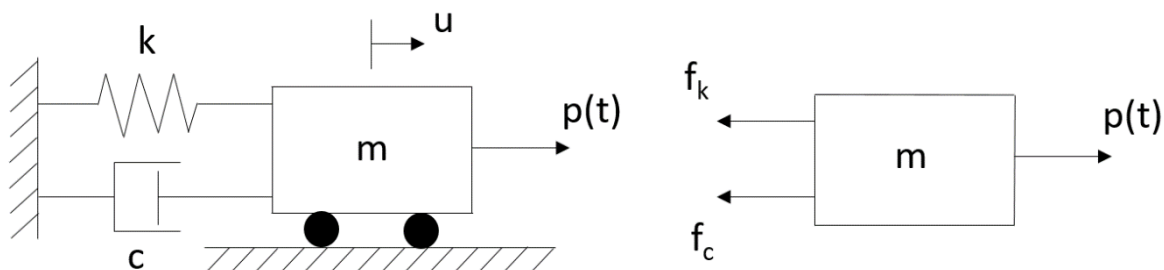
I detta avsnitt beskrivs nödvändig teori för arbetet, vilket innefattar strukturdynamik och finita elementmetoden.

2.1 Strukturdynamik

Strukturdynamik behandlar situationer där strukturer utsätts för dynamiska laster. En dynamisk last är en last som varierar med tiden och kan vara orsakad av exempelvis människor, maskiner eller jordbävning. Grunden för denna analys utgörs av rörelseekvationen som beskrivs i följande kapitel. För att analysera denna typ av laster bygger man upp så kallade enfrihetsgradssystem (SDOF-system) eller flerfrihetsgradssystem (MDOF-system). Härledningen av strukturdynamiken är främst hämtad från Chopra [2].

2.1.1 Rörelseekvationen

För att lättare kunna beskriva denna analys studeras systemet i Figur 2.1 som visar ett enfrihetsgradssystem. Massan är fastspänd med en fjäder och en viskös dämpare. Massan belastas med en last, som är en funktion av tiden, eller ges en initial förskjutning vilket leder till en rörelse och en acceleration.



Figur 2.1. Enfrihetsgradssystem samt friläggning. Figur baserad på [3].

Systemet kan friläggas enligt Figur 2.1 och det är då möjligt att ta fram följande

$$f_k = ku \quad (2.1)$$

$$f_c = c\dot{u} \quad (2.2)$$

där f_k är kraften från fjädern och f_c är kraften från dämparen. Med hjälp av Newtons andra lag kan man få fram följande samband

$$p(t) - f_k - f_c = m\ddot{u} \quad (2.3)$$

Rörelseekvationen kan bestämmas med hjälp av ekvationerna (2.1), (2.2) och (2.3)

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (2.4)$$

För ett generellt MDOF-system kan ekvation (2.4) skrivas enligt följande

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = f \quad (2.5)$$

För att beskriva MDOF-system skrivs variabler i fetstilt.

2.1.2 Eigenfrekvens och egenmoder

Varje system har specifika egenfrekvenser som leder till att systemet sätts i resonans. I odämpade system är dessa frekvenser endast beroende av systemets massa och styvhet enligt

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.6)$$

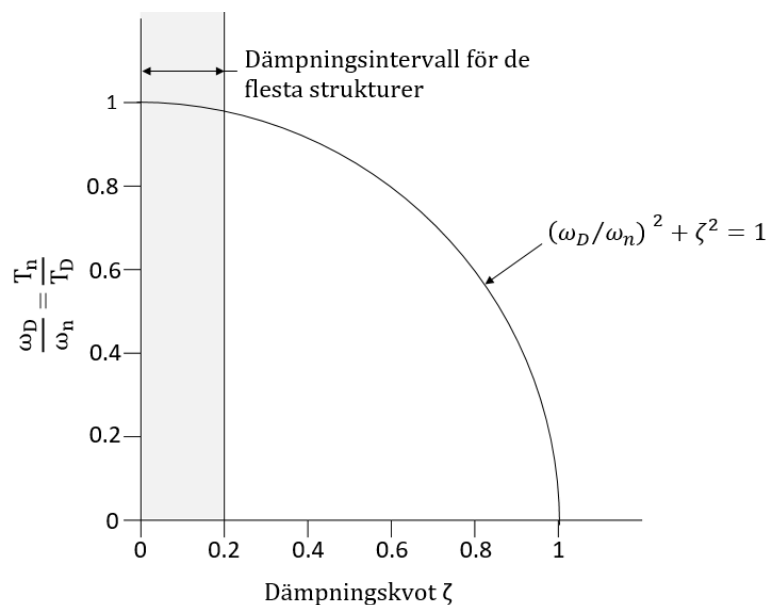
där ω_n är vinkelfrekvensen, k är systemets styvhet och m är massan. Ett styvare system ger alltså en högre vinkelfrekvens och en lägre massa leder till en lägre vinkelfrekvens. Vinkelfrekvensen ω_n kan kopplas till periodtiden T_n enligt

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} \quad (2.7)$$

vilken anges i sekunder. Periodtiden kan i sin tur kopplas till frekvensen enligt

$$f_n = \frac{1}{T_n} \quad (2.8)$$

vars enhet är Hertz [Hz]. Eigenfrekvenserna kan dock påverkas av systemets dämpning, men denna inverkan är försumbar för dämpningar ζ under 20 %, se Figur 2.2, vilket innebär att de flesta strukturer hamnar i detta intervall [2].



Figur 2.2. Dämpningens effekt på egenfrekvenser. Figur baserad på [2].

Varje egenfrekvens ω_n har ett specifikt sätt att röra sig, en egenmod, Φ_n . Dessa innehåller information om förhållandet mellan förskjutningarna i alla frihetsgrader. För att bestämma ett systems egenfrekvenser och egenmoder måste ett egenvärdesproblem lösas. Systemets rörelse kan beskrivas med följande ekvation:

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{n=1}^N q_n(t) \Phi_n = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{q} \quad (2.9)$$

Variabeln \mathbf{q} beskriver hur förskjutningar varierar med tiden och kan beskrivas av en harmonisk funktion

$$q_n(t) = A_n \cos(\omega_n t) + B_n \sin(\omega_n t) \quad (2.10)$$

där konstanterna A_n och B_n bestäms med hjälp av de initiala förhållandena, så som förskjutningar $u(0)$ och hastigheter $\dot{u}(0)$. Med hjälp av ekvationerna (2.5), (2.9) och (2.10) fås följande

$$(\mathbf{k} \Phi_n - \omega_n^2 \mathbf{m} \Phi_n) q_n(t) = 0 \quad (2.11)$$

Ekvation (2.11) har två lösningar, den första är $q_n(t) = 0$ vilket innebär att systemet inte är i rörelse och att $\mathbf{u}(t) = 0$. Den andra lösningen är $\mathbf{k} \Phi_n = \omega_n^2 \mathbf{m} \Phi_n$. Detta är ett egenvärdesproblem och kan skrivas om på följande sätt

$$(\mathbf{k} - \omega_n^2 \mathbf{m}) \Phi_n = 0 \quad (2.12)$$

För att kunna bestämma egenfrekvenserna kan följande egenvärdesproblem lösas.

$$\det(\mathbf{k} - \omega_n^2 \mathbf{m}) = 0 \quad (2.13)$$

Denna ekvation kommer att ge lika många egenfrekvenser som det finns frihetsgrader. När egenfrekvenserna är kända kan egenmoderna lösas ut ur ekvation (2.12).

För dämpade MDOF-system kan ekvation (2.5) skrivas om, med hjälp av ekvation (2.9), till följande

$$\mathbf{m} \Phi \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{c} \Phi \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{k} \Phi \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (2.14)$$

Multiplikation med Φ^T ger

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (2.15)$$

där $\mathbf{M}^\phi = \Phi^T \mathbf{m} \Phi$, $\mathbf{C}^\phi = \Phi^T \mathbf{c} \Phi$, $\mathbf{K}^\phi = \Phi^T \mathbf{k} \Phi$. Ekvation (2.15) kan även skrivas, efter division med \mathbf{M}^ϕ , på följande sätt

$$\ddot{q}_n + 2\zeta \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = 0 \quad (2.16)$$

där ζ är dämpningskvoten och beskrivs av

$$\zeta = \frac{\mathbf{C}^\phi}{2\mathbf{M}^\phi \omega_n} \quad (2.17)$$

Lösningen till denna ekvation kan beskrivas enligt:

$$q_n(t) = e^{-\zeta \omega_n t} \left(q_n(0) \cos(\omega_{nD} t) + \frac{\dot{q}_n(0) + \zeta \omega_n q_n(0)}{\omega_{nD}} \sin(\omega_{nD} t) \right) \quad (2.18)$$

där

$$\omega_{nD} = \omega_n \sqrt{1 - \zeta_n^2} \quad (2.19)$$

och ω_n enligt ekvation (2.6). Som tidigare nämnts i detta avsnitt ger en dämpning under 20 % försumbar ändring av egenfrekvensen vilket ger $\omega_{nD} = \omega_n$. Denna lösning kan transformeras tillbaka till verkliga förskjutningar i systemet med hjälp av ekvation (2.9). Sambandet för de verkliga förskjutningarna ser ut enligt följande

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n e^{-\zeta_n \omega_n t} \left(q_n(0) \cos(\omega_{nD} t) + \frac{\dot{q}_n(0) + \zeta_n \omega_n q_n(0)}{\omega_{nD}} \sin(\omega_{nD} t) \right) \quad (2.20)$$

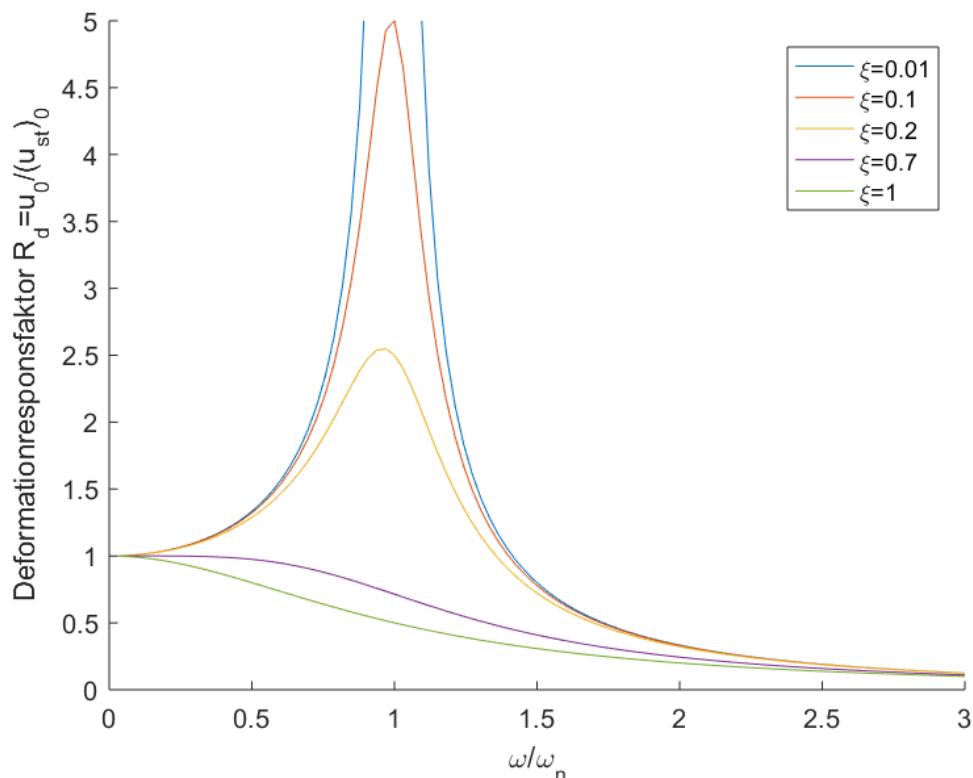
Med hjälp av initiala förskjutningar och hastigheter kan man ta fram detta samband för förskjutningarna som en funktion av tiden. Från detta samband kan sedan både hastigheter och accelerationer bestämmas.

2.1.3 Resonans

Om ett system belastas med en last vars frekvens sammanfaller med systemets egenfrekvens uppstår ett fenomen som kallas resonans. Detta fenomen ger den största amplituden och det är då accelerationerna är som störst. Om ett odämpat system utsätts för en sådan last kommer amplituden gradvis att öka utan någon övre gräns. I praktiken finns det dock dämpning i de flesta system vilket innebär att amplituden inte kan växa oändligt mycket. Sambandet mellan amplituden och förhållandet mellan systemets egenfrekvens och frekvensen på lasten, även kallat deformationsresponsfaktor [2], illustreras i Figur 2.3. Deformationsresponsfaktorn kan även beskrivas av följande samband

$$R_d = \frac{u_0}{(u_{st})_0} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\zeta \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right)^2}} \quad (2.21)$$

där u_0 är den maximala amplituden och $(u_{st})_0 = p_0/k$ där p_0 är den maximala lasten. Från Figur 2.3 framgår det tydligt att ju längre lastfrekvensen är ifrån egenfrekvensen, desto lägre blir amplituden.



Figur 2.3. Deformationsresponsfaktor för dämpade system.
Figur baserad på [2].

2.1.4 Dämpning

Dämpning är dissipation av energi i ett system. I ett system med fri vibration kommer dämpning att orsaka att amplituden minskar med tiden. Det finns flera olika faktorer som har betydelse för hur dämpat ett system är. De mekanismer som spelar roll i ett system i vibration är värmeenergi förlorad på grund av elastisk töjning, friktion i stålkopplingar, öppning och stängning av mikrosprickor i betong, friktion mellan strukturen och andra ytor. Att identifiera varje liten sak i ett system som påverkar dämpningen och sätta ett värde på dem är en omöjlighet. Istället representeras dämpningen i ett system på ett idealiserat sätt [2].

När ett system är i rörelse sker en energiförlust på grund av viskös dämpning. Denna energiförlust är proportionell mot amplitudens storlek i kvadrat och ges av sambandet

$$E_D = \pi c \omega u_o^2 \quad (2.22)$$

Förlustfaktorn (eng. *loss factor*) för ett system kan anges som

$$\eta = \frac{1}{2\pi} \frac{E_D}{E_{S0}} \quad (2.23)$$

där E_{S0} är töjningsenergin och ges av

$$E_{S0} = \frac{k u_o^2}{2} \quad (2.24)$$

Med ekvationerna (2.22) och (2.24) i ekvation (2.23) fås förlustfaktorn

$$\eta = \frac{c\omega}{k} \quad (2.25)$$

Ekvation (2.25) kan skrivas om till

$$\eta \mathbf{K} = \omega \mathbf{C} \quad (2.26)$$

För att utnyttja detta samband skrivs rörelseekvationen, ekvation (2.5), om på komplex form med hjälp av $\mathbf{u} = \hat{\mathbf{u}}e^{i\omega t}$ och $\mathbf{f} = \hat{\mathbf{f}}e^{i\omega t}$, vilket leder till följande samband

$$\mathbf{M}(-\hat{\mathbf{u}}\omega^2 e^{i\omega t}) + \mathbf{C}(\hat{\mathbf{u}}i\omega e^{i\omega t}) + \mathbf{K}\hat{\mathbf{u}}e^{i\omega t} = \hat{\mathbf{f}}e^{i\omega t} \quad (2.27)$$

Ekvation (2.27) förkortas ner till

$$\mathbf{D}(\omega)\hat{\mathbf{u}} = \hat{\mathbf{f}} \quad (2.28)$$

där \mathbf{D} är den dynamiska styvhetsmatrisen och ser ut enligt följande

$$\mathbf{D}(\omega) = -\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K} \quad (2.29)$$

Med ekvation (2.26) i ekvation (2.29) fås slutligen

$$\mathbf{D}(\omega) = -\omega^2 \mathbf{M} + (1 + i\eta)\mathbf{K} \quad (2.30)$$

där den imaginära delen av styvhetsmatrisen ses som den strukturella dämpningen. Förlustfaktorn η kan med hjälp av ekvationerna (2.23), (2.24) och (2.25) skrivas om till

$$\eta = 2\zeta \frac{\omega}{\omega_n} \quad (2.31)$$

Ur ekvation (2.31) framgår att när lastfrekvensen är lika stor som systemets egenfrekvens blir förlustfaktorn två gånger så stor som dämpningskvoten ζ .

2.2 Finita elementmetoden

Denna del beskriver teorin bakom finita elementmetoden som beräkningsprogrammet Abaqus bygger sina beräkningar på.

2.2.1 Rörelseekvationen

En kropp har volymen V och mantelarean S med en normalvektor n_j . Kraften som agerar på kroppen uttrycks med en spänningstensor t_i och en volymkraft b_i .

Genom att använda Newtons andra lag fås följande

$$\int_S t_i ds + \int_V b_i dV = \int_V \ddot{u}_i \rho dV \quad (2.32)$$

Från Gauss divergenssats kan termen med spänningstensor skrivs om på följande sätt

$$\int_S t_i ds = \int_V \sigma_{ij} n_j ds = \int_V \frac{d\sigma_{ij}}{dx_j} dV \quad (2.33)$$

Vidare leder detta till

$$\begin{aligned} \int_V \frac{d\sigma_{ij}}{dx_j} dV + \int_V b_i dV &= \int_V \rho \ddot{u}_i dV \rightarrow \\ \int_V \left(\frac{d\sigma_{ij}}{dx_j} + b_i - \rho \ddot{u}_i \right) dV &= 0 \end{aligned} \quad (2.34)$$

Rörelseekvationen fås sedan genom att ekvationen gäller för en godtycklig yta på kroppen, vilket ger följande

$$\frac{d\sigma_{ij}}{dx_j} + b_i - \rho \ddot{u}_i = 0 \quad (2.35)$$

2.2.2 Svaga formen

Den svaga formen av rörelseekvationen kan sedan tas fram genom att multiplicera en godtycklig viktfunction v_i och integrera över volymen [4]

$$\int_V v_i \frac{d\sigma_{ij}}{dx_j} dV + \int_V v_i b_i dV = \int_V v_i \rho \ddot{u}_i dV \quad (2.36)$$

Genom användning av kedjeregeln och divergenssatsen fås

$$\int_V v_i \rho \ddot{u}_i dV + \int_V \frac{dv_i}{dx_j} \sigma_{ij} dV = \int_S v_i t_i dS + \int_V v_i b_i dV \quad (2.37)$$

Den svaga formen tagits fram, men några steg till kommer tas för att skriva om den. Termen ε_{ij}^v införs, den är som en fiktiv eller virtuell töjning. På samma sätt som töjningen ε_{ij} beror på förskjutningen u_i , beror ε_{ij}^v på v_i , enligt

$$\varepsilon_{ij}^v = \frac{1}{2} \left(\frac{dv_i}{dx_j} + \frac{dv_j}{dx_i} \right) \quad (2.38)$$

Eftersom spänningstensorn σ_{ij} är symmetrisk fås

$$\frac{dv_i}{dx_j} \sigma_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{dv_i}{dx_j} \sigma_{ij} + \frac{dv_j}{dx_i} \sigma_{ji} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{dv_i}{dx_j} \sigma_{ij} + \frac{dv_j}{dx_i} \sigma_{ij} \right) = \varepsilon_{ij}^v \sigma_{ij} \quad (2.39)$$

Detta ger den slutliga formen på den svaga formen

$$\int_V v_i \rho \ddot{u}_i dV + \int_V \varepsilon_{ij}^v \sigma_{ij} dV = \int_S v_i t_i dS + \int_V v_i b_i dV \quad (2.40)$$

Vilket på matrisform blir

$$\int_V \mathbf{v}^T \rho \ddot{\mathbf{u}} dV + \int_V (\boldsymbol{\varepsilon}^v)^T \boldsymbol{\sigma} dV = \int_S \mathbf{v}^T \mathbf{t} dS + \int_V \mathbf{v}^T \mathbf{b} dV \quad (2.41)$$

2.2.3 FE-form

Ekvation 2.41 kan skrivas om på FE-form enligt

$$\mathbf{c}^T \left(\int_V \rho \mathbf{N}^T \mathbf{N} dV \cdot \ddot{\mathbf{a}} + \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV - \int_S \mathbf{N}^T \mathbf{t} dS - \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{b} dV \right) = 0 \quad (2.42)$$

Detta är FE-formen för rörelseekvationen, en sista omskrivning kan göras

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{a}} + \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \mathbf{f} \quad (2.43)$$

$$\mathbf{M} = \int_V \rho \mathbf{N}^T \mathbf{N} dV \quad (2.44)$$

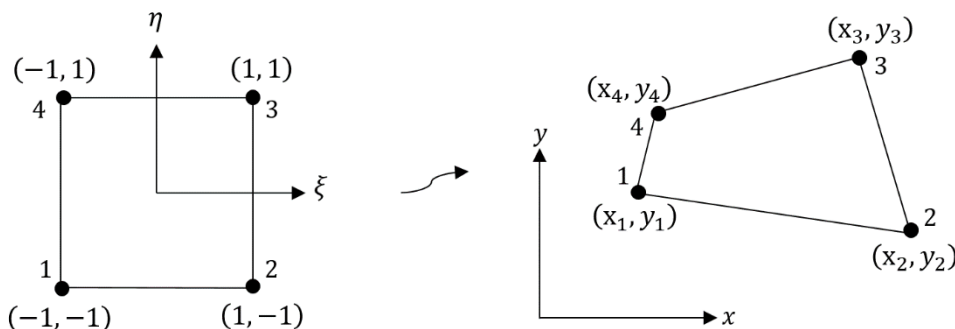
$$\mathbf{f} = \int_S \mathbf{N}^T \mathbf{t} dS + \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{b} dV \quad (2.45)$$

Formen ovan gäller för rörelseekvationen utan dämpning. Dämpning kan introduceras i systemet genom att lägga till termen $\mathbf{C} \dot{\mathbf{a}}$. Där \mathbf{C} är dämpningsmatrisen.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{a}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{a}} + \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \mathbf{f} \quad (2.46)$$

2.2.4 Isoparametriska finita element

När en godtycklig kropp modelleras kan firsidiga element användas. De sätts samman och bildar ett elementnät över kroppen och det är med hjälp av dessa som FE-beräkningar genomförs. Problemet med de firsidiga elementen är att de måste vara parallella med koordinataxlarna. För att lösa detta används en metod som kallas mappning, som fungerar genom att transformera från ett koordinatsystem till ett annat. Vänstra delen av Figur 2.4 visar ett firsidigt element i huvud domänen ($\xi\eta$ -koordinatsystem), högra delen visar elementet när det blivit transformerat till den globala domänen (xy -koordinatsystem).



Figur 2.4. Isoparametrisk mappning. Figur baserad på [5].

För varje punkt i $\xi\eta$ -koordinatsystemet finns där en motsvarande punkt i xy -koordinatsystem. För att övergå mellan de två koordinatsystemen (mappning) definieras en transformationsmatris, som kallas för Jacobianmatris (J), enligt

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} &= J \begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \end{bmatrix} \rightarrow \\ \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.47)$$

Definitionen för Jacobianmatrisen är att dess determinant inte får vara lika med noll, detta för att transformationen mellan koordinatsystem ska fungera åt båda hållen, enligt

$$\begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Antagandet att determinanten av Jacobianmatrisen är större än noll, ger att mappningen mellan de två koordinatsystemen är unik på global nivå [5].

2.3 Mänsklig aktivitet

Lasterna på gångbroar och trappor är oftast inducerade av fotgängare. En gående människa har kontinuerlig kontakt med marken och skapar en dynamisk last som ofta kan antas ha en konstant frekvens. En fotgängare som går kan beskrivas som en normalfördelning med en medelfrekvens på 2 Hz och en standardavvikelse på 0,20 Hz [1].

Många studier har gjorts på människor som går och springer för att ta fram ett matematiskt uttryck för lasten som skapas. En människa som går orsakar en punktlast som flyttas både i tid och rum. I ekvation 2.49 är variabeln x position för lasten vid tiden t . Om fotgängaren rör sig med en hastighet v , kan ett uttryck för lasten tas fram [1].

$$P(x, t) = F(t)\delta(x - vt) \quad (2.49)$$

där $F(t)$ är tidskomponenten och $\delta(x - vt)$ är rumskomponenten.

Funktionen ovan beskriver lasten som en fotgängare orsakar, men oftast är det inte endast en fotgängare som befinner sig på bron. För att få en så komplett beskrivning av lasten som möjligt, som skapas av mänsklig aktivitet, måste hänsyn tas till att många fotgängare kan befinna sig på en bro samtidigt. Varje fotgängare har en unik vikt och gånghastighet vilket leder till att varje fotgängare har annorlunda frekvens i olika fas. Det är därför väldigt svårt att på ett korrekt sätt simulera lasten från en grupp av fotgängare. Istället skapas förenklade modeller som på bästa möjliga sätt stämmer överens med verkligheten [1].

Detta är i praktiken inte ett lika stort problem för trappor som det är för gångbroar. Trappans geometri begränsar en del av slumpmässigheten som finns i den mänskliga aktiviteten. I en trappa som är full av människor tvingas alla fotgängarna att röra sig med samma hastighet och trampa ner samtidigt [6]. Detta betyder att trappor får en mer strukturerad last och detta är kanske något som måste tänkas över när man analyserar en trappa.

2.4 Dynamisk design

För att genomföra en dynamisk analys finns två metoder som huvudsakligen används, den direkta integrationsmetoden och modanalysmetoden. Den direkta integrationsmetoden används sällan som analysmetod för gångbroar på grund av att de har ett resonansbeteende och karakteriseras därför bäst av modanalysmetoden [1].

2.4.1 Modal-analys

Denna analys delas upp i två steg, först bestäms egenmoder med motsvarande egenfrekvenser och därefter beräknas strukturens respons som är baserad på egenmoderna. Genom att dela upp rörelseekvationen och genomföra beräkningarna var mod för sig och sedan superpositionera moderna fås resultatet.

2.5 Krav på utformning

I denna del tas det upp vilka normer och krav som finns för hur en trappa ska konstrueras. I de svenska byggnormerna finns inte mycket ledning i hur en trappa ska konstrueras, endast några få krav och råd.

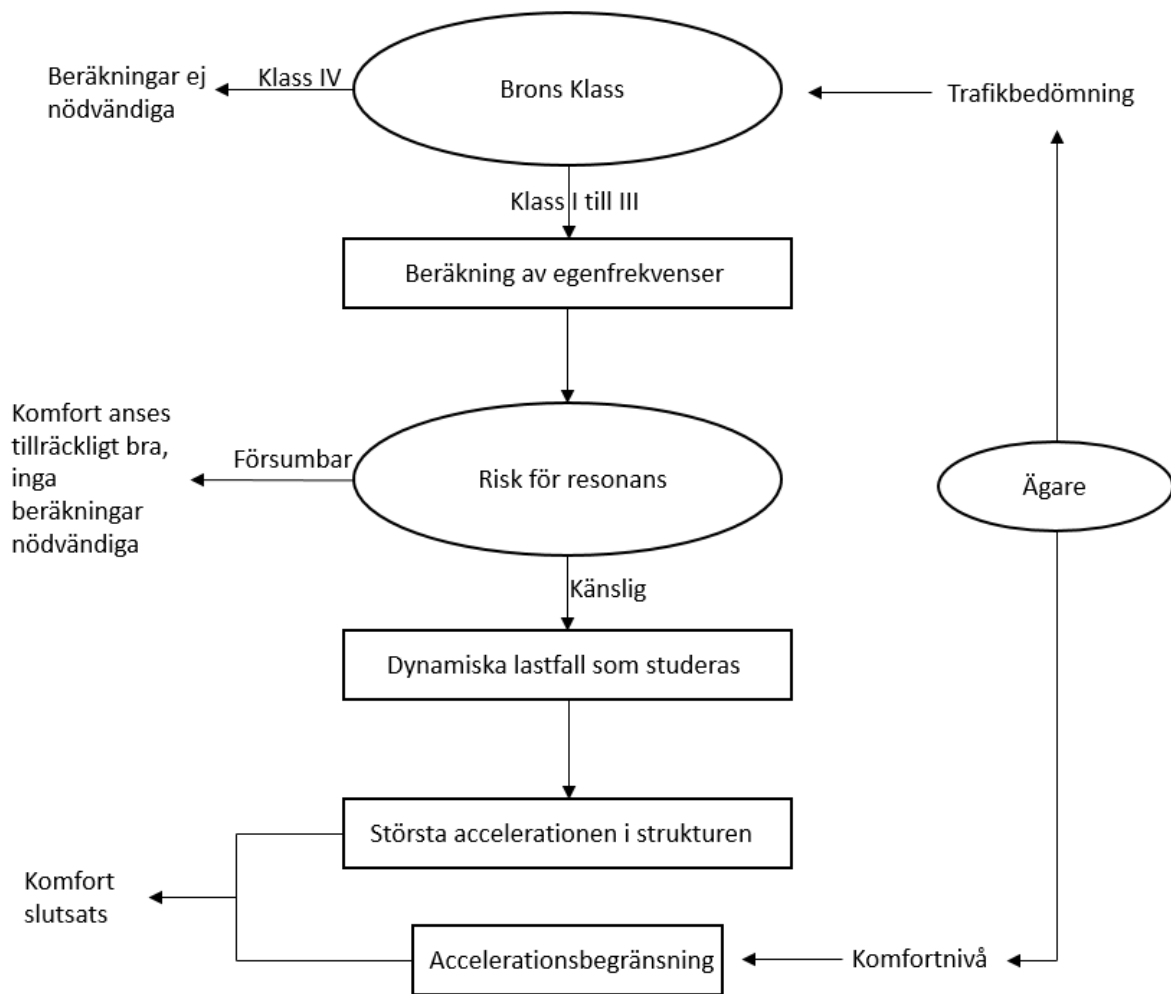
En trappa med en bredd över 2,5 meter bör delas in i två eller fler lopp som är uppdelade med räcken [7]. Enligt Trafikverket ska en trappas bredd vara minst 0,8 m [8]. Utifrån detta ska en trappa som har ett lopp ha en bredd någonstans mellan 0,8 till 2,5 m.

Trappstegsdjupet bör vara minst 0,25 m [7]. Enligt svensk standard finns det tre olika stegdjup som får användas 250, 275 och 300 mm [9].

Lutningen som en trappa får ha för att anses vara en trappa är mellan ungefär 25° till 60°. Allt under kan ses som en ramp och allt över som en stege eller lejdare [10].

3 Designmetod enligt Sétra

Målet med denna designmetod är att minimera risken för resonans i konstruktionen. Första steget i denna process är att bestämma vilken konstruktionsklass som kommer att behandlas. Två viktiga parametrar att ta hänsyn till är hur konstruktionen kommer att bli belastad och vilka komfortkrav som ska uppfyllas. Valet av konstruktionsklass används för att bestämma egenfrekvenserna för konstruktionen. Dessa egenfrekvenser leder till en eller flera dynamiska lastfall. Lastfallen leder i sin tur till accelerationer i konstruktionen vilka sedan kan jämföras med de givna komfortkraven. Figur 3.1 visar en illustration av stegen som tas när denna designmetod implementeras.



Figur 3.1. Metodik för designmetoden utvecklad av Sétra. Figur baserad på [1]

3.1 Gångbrons konstruktionsklass

Enligt Sétra delas gångbroar in i fyra olika klasser. De fyra olika klasserna som används beskriver hur belastad konstruktionen blir och delas in i följande [1]:

- Klass IV: sällan använd gångbro, byggd för att förbinda glest befolkade områden eller för att säkerställa gångbanan vid motorvägar.

- Klass III: gångbro avsedd för vanlig användning, kan ibland korsas av stora grupper av människor men kommer aldrig att belastas längs med hela sin längd.
- Klass II: gångbro i stadsmiljö som förbinder befolkade områden, utsetts för tung belastning och kan ibland belastas längs med hela längden.
- Klass I: gångbro i stadsmiljö som binder samman tätbefolkade områden (där många gående finns, ex. vid tågstationer) eller som ofta används av större folkmängder (ex. turister, demonstrationer), väldigt tungt belastad.

Gångbroar av klass 4 anses inte kräva någon kontroll av dynamiskt beteende. För väldigt lätta konstruktioner råder man att välja minst klass III för att säkerställa minimal risk. Väldigt lätta konstruktioner kan ha stora vibrationer utan att vara i resonans.

3.2 Bestämmande av komfortklass

Komfortnivån delas in i tre klasser enligt följande [1]

- Maximal komfort (Max): Accelerationerna som konstruktionen utsätts för är praktiskt taget omärkbara för användarna.
- Genomsnittlig komfort (Medel): Accelerationerna som konstruktionen utsätts för är bara märkbar för användarna.
- Minimal komfort (Min): vid lastfall som sällan inträffar, accelerationerna som konstruktionen utsätts för uppfattas av användarna men blir inte oacceptabla.

Sétra tydliggör att dessa kriterier inte kan bilda absoluta kriterier eftersom komfort är väldigt subjektivt och en viss acceleration kan upplevas på olika sätt beroende på individ. Komfortnivån påverkas vanligtvis av vilken typ av användare den är avsedd för och gångbrons betydelse. Det är möjligt att höja komfortnivån om brukarna är mer känsliga, exempelvis när det gäller barn, äldre eller funktionshindrade. På samma sätt kan komfortnivån ibland sänkas om gångbron är kort och kan passeras på kort tid. I de fall där beräkningar visar att risken för resonans är liten antas komforten vara tillräcklig.

Vilken typ av komfortklass en gångbro hamnar i beror på storleken på accelerationerna som konstruktionen utsätts för. Således är det inte direkt en fråga om hur användarna uppfattar accelerationen. Med tanke på komfortkonceptets subjektivitet har det bedömts vara bättre att basera kraven på intervall snarare än på trösklar [1]. I Figur 3.2 och Figur 3.3 definieras de olika intervallen, där de tre första motsvarar de tidigare nämnda komfortklasserna och det fjärde intervallet motsvarar en oacceptabel acceleration. Accelerationskrav för trappan finns i både vertikalled och horisontalled.

Acceleration [m/s^2]	0	0.5	1	2.5
Intervall 1	Max			
Intervall 2		Medel		
Intervall 3			Min	
Intervall 4				

Figur 3.2. Accelerationskrav i vertikalled enligt Sétra. Figur baserad på [1]

Det orangea området i Figur 3.3 illustrerar när den så kallade "lock-in" effekten inträffar. Detta är ett fenomen som uppstår då en folkmassa rör sig över en bro, med olika frekvenser som varierar kring ett medelvärde och med olika fasförskjutningar, som sakta börjar röra sig i samma takt som bronns egenfrekvens. Anledningen till detta är att människor börjar anpassa sig efter bronns vibrationer när dessa blir märkbara. Detta gäller alla människor som befinner sig på bron vilket leder till att alla börjar gå i samma takt och att amplituden blir större. Till slut blir amplituden så stor att det blir svårt att gå vilket bidrar till att hela fenomenet upphör [1].

Acceleration [m/s^2]	0	0.1	0.15	0.3	0.8
Intervall 1		Max			
Intervall 2			Medel		
Intervall 3				Min	
Intervall 4					

Figur 3.3. Accelerationskrav i horisontalled enligt Sétra. Figur baserad på [1].

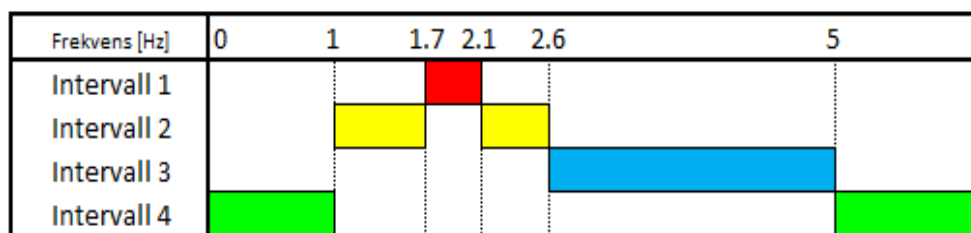
3.3 Bestämning och kontroll av egenfrekvenser

Som tidigare nämnts är det nödvändigt att bestämma egenfrekvenserna för gångbroar i klass I-III. Dessa frekvenser gäller vibrationer i de tre följande riktningarna: vertikala, transversella och longitudinella. Egenfrekvenserna ska bestämmas för två olika fall, där det första fallet endast behandlar gångbron och dess egentvngd. Det andra scenariot är när gångbron belastas över hela sin yta med en last på $700 N/m^2$, vilket motsvarar en fotgängare per kvadratmeter [1]. Intervallen där dessa egenfrekvenser är belägna gör det möjligt att bedöma risken för resonans orsakad av fotgängare. Som en funktion av detta kan även de dynamiska lastfallen bestämmas för att sedan undersöka komfortkriteriet.

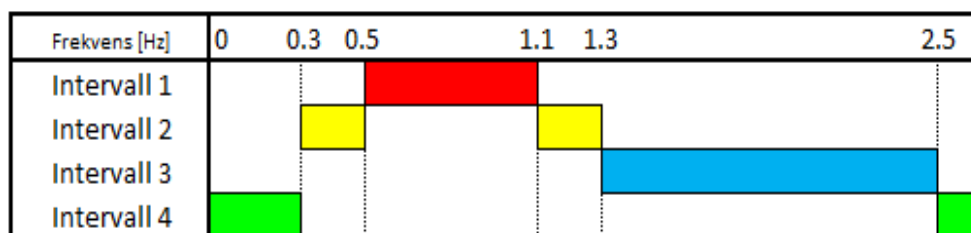
Det finns fyra olika frekvensintervall, både i vertikala och horisontella riktningarna. Med ökande intervallnummer minskar risken för resonans.

- Intervall 1: Störst risk för resonans
- Intervall 2: Medelstor risk för resonans
- Intervall 3: Liten risk för resonans
- Intervall 4: Försumbar risk för resonans

I Figur 3.4 och Figur 3.5 definieras de olika intervallen. Om egenfrekvensen befinner sig i de gröna intervallen behöver accelerationerna inte kontrolleras.



Figur 3.4. Frekvensintervall i vertikalled enligt Sétra. Figur baserad på [1].



Figur 3.5. Frekvensintervall i horisontalled enligt Sétra. Figur baserad på [1].

Beroende på gångbrons klass och i vilket intervall egenfrekvenserna ligger ska en dynamisk analys utföras där det finns tre lastfall som ska användas. Vilket/vilka fall som ska beaktas visas i Figur 3.6.

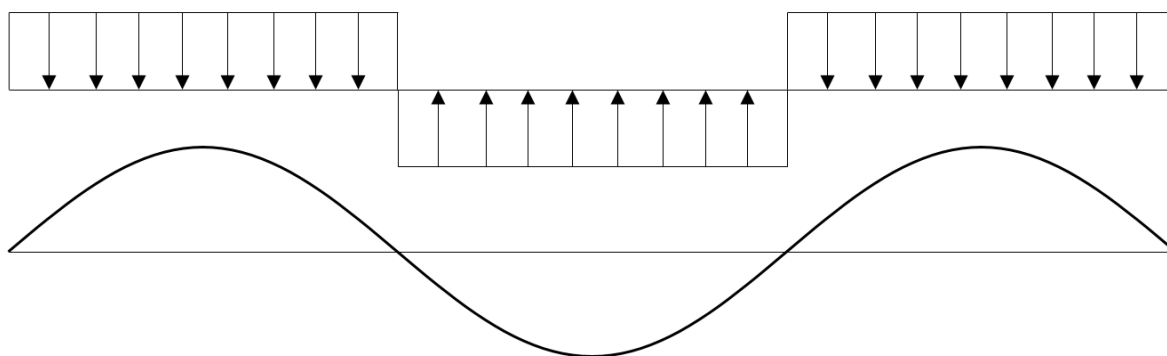
- Fall 1: Gles och tät folkmassa
- Fall 2: Våldigt tät folkmassa
- Fall 3: Komplement för en jämnt fördelad folkmassa

		Lastfall för beräkning av acceleration		
		Frekvensintervall		
Trafik	Klass	1	2	3
Gles	III	Lastfall 1	-	-
Tät	II		Lastfall 1	Lastfall 3
Väldigt tät	I	Lastfall 2	Lastfall 2	Lastfall 3

Figur 3.6. Lastfall baserat på klass och frekvensintervall enligt Sétra [1].

3.4 Dynamiska lastfall

Om man kommit fram till att dynamisk analys behöver genomföras, ska komfortkraven kontrolleras genom de dynamiska lastfallen. De dynamiska lastfallen representerar på ett förenklat och användbart sätt effekten som fotgängare har på en gångbro. De är utformade för att ge det värsta fallet för varje egenfrekvens, där placeringen av lasten ska sammanfalla med moden. Lasten placeras som en jämt utbredd last över hela bron och riktningen på lasten byts varje gång moden byter riktning, detta demonstreras i Figur 3.7. Endast egenfrekvenser som identifierats ligga inom riskområdet för resonans ska beaktas. När analysen genomförs ska lasten verka tills största accelerationen är uppnådd [1].



Figur 3.7. Lastfall bro, mod 3. Figur baserad på [1].

3.4.1 Lastfall 1

Detta lastfall används för gångbroar med klass III och II (enligt Figur 3.6). Tabell 3.1 ger tätheten (d) av fotgängarna. Genom att multiplicera tätheten med den totala arean (S) av gångbanan ges antalet fotgängare som är involverade.

$$N = S \cdot d \quad (3.1)$$

Tabell 3.1. Täthet av fotgängare enligt

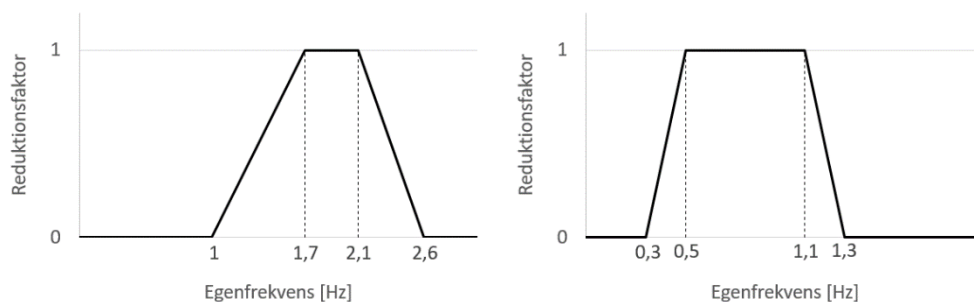
Klass	Täthet d för fotgängare
III	0,5 fotgängare/m ²
II	0,8 fotgängare/m ²

Antalet involverade fotgängare är reducerat till ett ekvivalent värde (N_{ek}), se ekvation (3.2). Detta görs för att få antalet fotgängare som går i fas med samma frekvens, enligt

$$N_{ek} = 10,8 \cdot (\xi \cdot N)^{\frac{1}{2}} \quad (3.2)$$

där ξ är dämpning.

Lasten som skapas av detta ekvivalenta antal fotgängare reduceras med en faktor ψ . Faktorn tar hänsyn till att risken för resonans minskar ju längre ifrån intervall 1 man är. Intervall 1 är enligt tidigare 1.7-2.1 Hz för vertikal acceleration och 0.5-1.1 Hz för horisontell acceleration. Figur 3.8 visar värdet för ψ med hänsyn till frekvensen.



Figur 3.8. Reduktionsfaktor för lastfall 1 för vertikalled (vänster) och horisontalled (höger) enligt Sétra. [1]

Den totala lasten för detta lastfall kan sedan beräknas med formlerna i Tabell 3.2 och anges som last per areaenhet. Lastformlerna tas fram baserat på ekvation (3.3)

$$F(t) = d \cdot F_0 \cdot \cos(\omega_n t) \cdot N_{ek} \cdot \psi \quad (3.3)$$

Tabell 3.2. Laster för lastfall 1 enligt Sétra [1]

Riktning	Last per m ²
Vertikal	$d \cdot (280N) \cdot \cos(2\pi f_v t) \cdot 10,8 \cdot (\xi/n)^{1/2} \cdot \psi$
Longitudinell	$d \cdot (140N) \cdot \cos(2\pi f_v t) \cdot 10,8 \cdot (\xi/n)^{1/2} \cdot \psi$
Transversell	$d \cdot (140N) \cdot \cos(2\pi f_v t) \cdot 10,8 \cdot (\xi/n)^{1/2} \cdot \psi$

där

f_v = Egenfrekvensen för den moden som beaktas.

ξ = Strukturell dämpning, dämpkvot.

n = Totala antalet fotgängare.

ψ = Reduktionsfaktor, tar hänsyn till att vissa frekvensintervall är mindre känsliga för vibration.

3.4.2 Lastfall 2

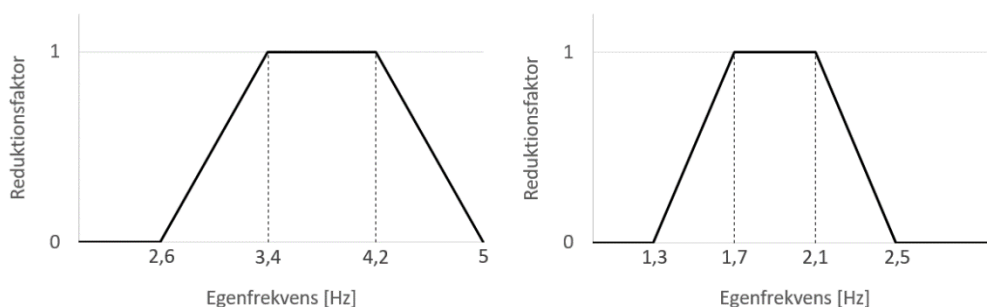
Detta lastfall beaktas endast om gångbron har klass I (enligt Figur 3.6). En täthet av fotgängare på 1 *fotgängare/m²* ska användas. Det antas att de har en slumpmässig fas men med samma frekvens. Antal fotgängare i fas är $N_{ek} = 1,85\sqrt{n}$ [1], där n är antalet fotgängare med slumpmässig fas. I Tabell 3.3 nedan visas lasten som används i detta lastfall.

Tabell 3.3. Laster för lastfall 2 enligt Sétra [1]

Riktning	Last per m ²
Vertikal	$1,0 \cdot (280N) \cdot \cos(2\pi f_v t) \cdot 1,85 \cdot (1/n)^{1/2} \cdot \psi$
Longitudinell	$1,0 \cdot (140N) \cdot \cos(2\pi f_v t) \cdot 1,85 \cdot (1/n)^{1/2} \cdot \psi$
Transversell	$1,0 \cdot (140N) \cdot \cos(2\pi f_v t) \cdot 1,85 \cdot (1/n)^{1/2} \cdot \psi$

3.4.3 Lastfall 3

Detta lastfall beaktar den andra harmoniska frekvensen orsakad av fotgängare, som ungefär ligger på dubbla frekvensen av den första harmoniska frekvensen. Detta lastfall tar endast hänsyn till gångbroar med klass I och II (enligt Figur 3.6) med samma täthet som för lastfall 2, 1 *fotgängare/m²*. I detta lastfall reduceras lasterna från varje fotgängare till 70 N vertikalt, 35 N longitudinellt och 7 N transversalt. Figur 3.9 visar värdet för reduktionsfaktorn ψ med hänsyn till frekvensen.



Figur 3.9. Reduktionsfaktor för lastfall 3 för vertikalled (vänster) och horisontalled (höger) enligt Sétra [1].

Lasterna för de två olika klasserna, klass I och klass II, som används i detta lastfall skiljer sig åt. För klass I används en slumpmässig fas men med samma frekvens för fotgängarna, samma som i lastfall 2.

Tabell 3.4. Laster för lastfall 3 för klass I och II enligt Sétra [1].

Riktning	Last per m ²
Vertikal	$1,0 \cdot (70N) \cdot \cos(2\pi f_v t) \cdot 1,85 \cdot (1/n)^{1/2} \cdot \psi$
Longitudinell	$1,0 \cdot (35N) \cdot \cos(2\pi f_v t) \cdot 1,85 \cdot (1/n)^{1/2} \cdot \psi$
Transversell	$1,0 \cdot (7N) \cdot \cos(2\pi f_v t) \cdot 1,85 \cdot (1/n)^{1/2} \cdot \psi$

För klass II används fotgängare där alla går i fas med samma frekvens, som i lastfall 1.

Tabell 3.5. Laster för lastfall 3 för klass III enligt Sétra [1].

Riktning	Last per m ²
Vertikal	$0,8 \cdot (70N) \cdot \cos(2\pi f_v t) \cdot 10,8 \cdot (\xi/n)^{1/2} \cdot \psi$
Longitudinell	$0,8 \cdot (35N) \cdot \cos(2\pi f_v t) \cdot 10,8 \cdot (\xi/n)^{1/2} \cdot \psi$
Transversell	$0,8 \cdot (7N) \cdot \cos(2\pi f_v t) \cdot 10,8 \cdot (\xi/n)^{1/2} \cdot \psi$

3.4.4 Dämpning

Enligt Sétra har stålkonstruktioner en dämpkvot enligt

$$\xi_{kr} = 0.4 \%$$

Detta ger en förlustfaktor

$$\eta = 2 \cdot 0.4 = 0.8 \%$$

3.5 Beräkningsgång

I denna del beskrivs hur designmetoden enligt Sétra [1] tillämpas i det framtagna skriptet.

- Geometrin byggs upp enligt angivna inparametrar
- Genomför frekvensanalyser
 - Med massa från fotgängare
 - Utan massa från fotgängare
- Kontroll av vilka intervall egenmodernas egenfrekvenser befinner sig i enligt Figur 3.4 och Figur 3.5
- Placerar last utifrån värsta fall för egenmoden
- Genomför beräkningar av största accelerationen orsakad av en last på 1 N/m²
- Multiplicerar accelerationerna med amplituder som är baserade på egenfrekvensen enligt Tabell 3.1 - Tabell 3.5

4 Modellering

Alla analyser som genomförts har gjorts i FE-programmet Abaqus [11] med verktyget Brigade/Plus som tillägg. Brigade/Plus har tillägg för analys och design av broar och andra liknande strukturer.

Under modelleringen har en Abaqus-funktion som kallas Python-skripting använts. Abaqus input-filer och gränssnitt tolkar språket Python, därför kan man använda Python-kod för att styra/köra de flesta funktioner i Abaqus. Ett skript har utvecklats i Python som körs i Abaqus där inparametrar enkelt kan ändras.

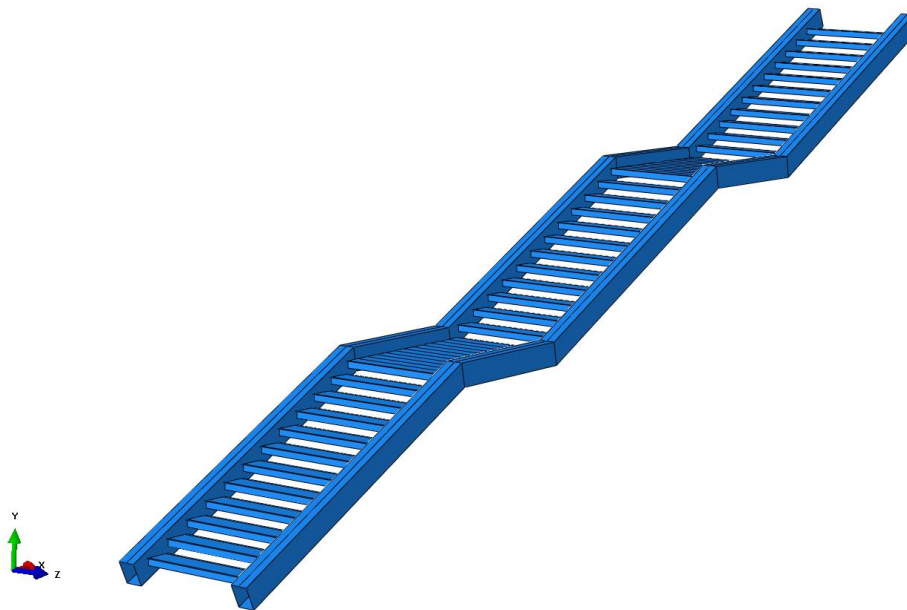
4.1 Geometri och indata

Hela trappan modellerades med tre olika delar: en balk, ett trappsteg och ett vilplan som assembleras till en komplett trappa. Alla delar skapades som ytelement som sedan kan delas in i skalelement. Fördelen med skal över solider är att tunna skalelement analyseras med plan spänning, inte tredimensionellt spänningstillstånd. Skal användes istället för solider för att det sparar på beräkningskostnaden och på grund av att de olika konstruktionsdelarna är tunna.

Python-skriptet är uppbyggt på sådant sätt att användaren ska ange nödvändiga parametrar för trappan. Modellen byggs upp med följande indata-parametrar

- Total längd
- Total höjd
- Anslutningstyp, balk till trappsteg
- Anslutningstyp, balk till vilplan
- Upplagsvillkor för balkändarna
- Massa längs med balken från räcket [N/m]
- Balk, VKR
 - Bredd
 - Höjd
 - Tjocklek
- Vilplan
 - Antal vilplan
 - Längd
 - Lutning
 - Kantavstånd
 - Antal avstyvningar på vilplan
 - Längd på avstyvning på vilplan
 - Tjocklek på stålet
- Trappsteg
 - Bredd
 - Djup
 - Kantavstånd
 - Tjocklek på stålet

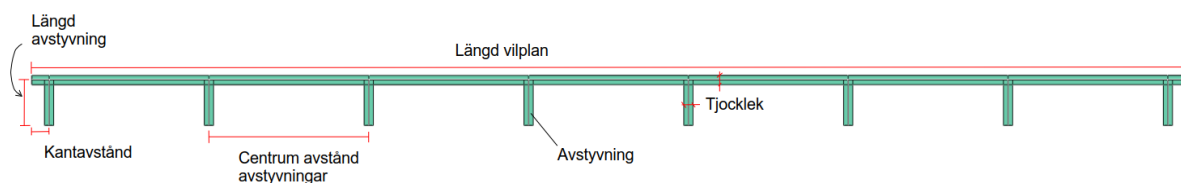
Figur 4.1 visar trappan med alla ingående delar.



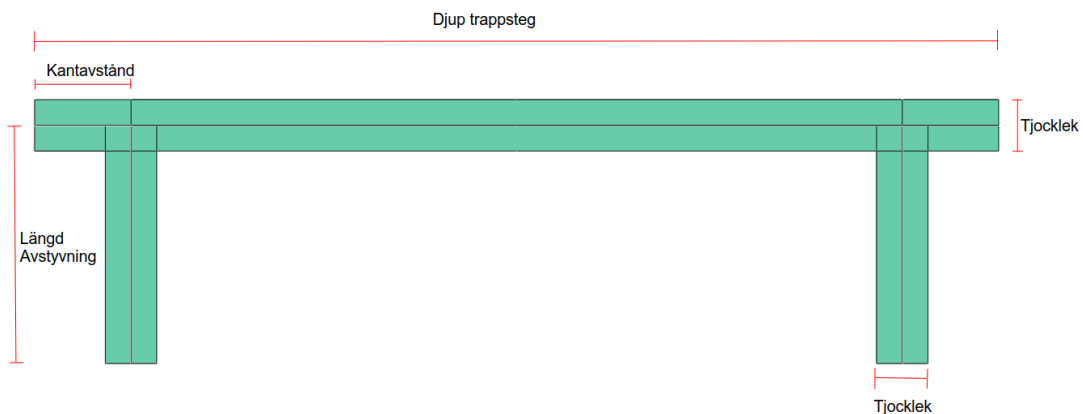
Figur 4.1. Modell av en trappa från Abaqus.

Preliminärt är det många parametrar som kan varieras, varpå en del av dem inte är lika relevanta som andra. Programmet utvecklades för att det ska finnas möjlighet att kunna variera och kontrollera det mesta av geometrin i trappan. I slutprodukten kommer denna lista att kortas ner och vissa parametrar kommer förmodligen att uteslutas. I nästa kapitel beskrivs en parameterstudie som avgör vilka faktorer som påverkar resultatet mest och vilka som har en liten påverkan. Resultatet av parameterstudien avgöra vilka parametrar som har liten inverkan på slutresultatet och inte behöver inkluderas i slutprodukten. Målet är att ha ett lätthanterligt program som endast inkluderar parametrar som påverkar resultatet.

Figur 4.2 och Figur 4.3 visar tvärsnittet på ett vilplan respektive tvärsnittet på ett trappsteg, där de ingående parametrarna är definierade för att förtydliga hur geometrin byggs upp. Alla mått är satta från tvärsnittets centrumlinje. *Längd vilplan* och *djup trappsteg* är längden varje del har i trappans längsriktning, de vertikala nedstickande delarna är benämnda som *avstyvningar*. Både vilplanet och trappsteget har en parameter som heter *tjocklek*, detta refererar till tjockleken som stålet har, endast en parameter för tjocklek finns för varje geometrisk del. Vilplanet och trappsteget har alltid samma bredd, i figurerna är det längden in i pappret, den är i inparametrarna definierad som *bredd trappsteg*.

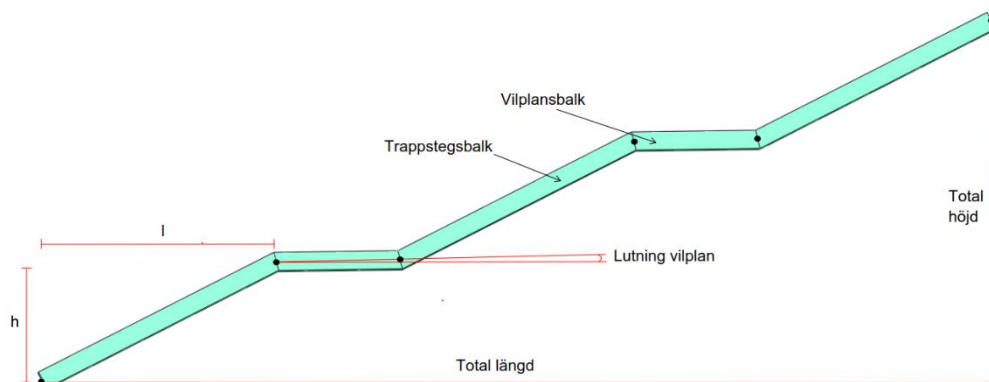


Figur 4.2. Vilplanets tvärsnitt med definition av inparametrar.



Figur 4.3. Trappstegets tvärsnitt med definition av inparametrar.

Figur 4.4 visar trappan från sidan, där de relaterade ingående parametrarna har definierats. I detta exempel är hela balken uppdelad i fem delar, två olika sorters balk-delar förekommer, balk-delen som bär trappstegen kallas trappstegsbalk och balk-delen som bär vilplanet kallas vilplansbalk.



Figur 4.4. Trappa från sidan med definierade inparametrar.

4.2 Materialmodellering

I detta projekt hanterades endast ståltrappor, inga andra material har inkluderats i modellen. I modelleringssteget när materialen skapas, är det därför endast materialtypen stål som modelleras. Alla delar som skapas tilldelas detta material, med en egentyngd på 7850 kg/m^3 .

I detta projekt genomfördes ingen dimensionering i brottgräns, endast de dynamiska aspekterna beaktades. Därför studerades endast det linjär-elastiska beteendet av materialet, inget plastiskt eller olinjärt beteende beaktades.

Eftersom skalelement används tilldelas en ståltjocklek till varje del. När detta görs ska en integration genom tjockleken att göras och integrationspunkter genom materialets tjocklek ska anges. När Brigade/Plus körs är Simpsons integrationsregel inställd med 5 integrationspunkter, vilket också användes. Ett test gjordes med Gauss integration men det visade sig ge samma resultat.

Standard materialparametrar för konstruktionsstål används med en elasticitetsmodul på 210 GPa och Poissons tal är satt till 0.3 [12].

4.3 Balkar

Hela balken modelleras som en del, den är kontinuerlig hela vägen från botten av trappan till toppen. Eftersom längd, höjd, antal vilplan med mera kommer att vara inparametrar i programmet som utvecklas, måste geometrin och formen på balken kunna ändras. Koden är skriven på sådant sätt att balken ritas ut med hjälp av koordinater. Inparametrarna omvandlas i Python-skriptet till koordinatpunkter för balkens knutpunkter. Med knutpunkter menas i det här fallet infästningarna i ändarna samt där balken byter riktning, i Figur 4.4 är de markerade med svarta punkter. Koordinaterna för knutpunkterna anges för balkens centrumlinje.

Balken skapas som en *deformable body* med ytgeometri. Denna ritas ut med hjälp av ritverktyget *sweep*. *Sweep* fungerar på sådant vis att man först ritar den längsgående formen för balken och sedan tvärsnittet.

4.4 Trappsteg

Trappsteget har i detta skript ett bestämt tvärsnitt som inte går att ändra, dock kan parametrar som djup, bredd och tjocklek ändras. Tvärsnittet är uppbyggt som en horisontal skiva med två nerstickande avstyvningar, som visas i Figur 4.3.

I assembleringen av trappans olika delar ska trappstegen placeras mellan balkarna. Med hjälp av koordinatpunkterna för balkens knutpunkter (svarta punkter) placeras trappstegen ut. Antal trappsteg som skapas räknas ut i skriptet, vilket beror på djupet trappstegen har och längden på trappstegsbalken. Det viktiga som har fokuserats på är att trappstegen alltid ska överlappa varandra, så där inte finns hål mellan dem. Inga trappsteg ska placeras i knutpunkterna för där sitter vilplanen. Antalet trappsteg på en trappstegsbalk tas fram enligt följande ekvation

$$\text{Antal trappsteg} = \text{ceil}\left(\frac{l - \text{djup trappsteg}}{l}\right)$$

där *ceil* är en funktion som avrundar uppåt till närmsta heltal. När antal trappsteg är känt placeras de med jämna avstånd mellan varje knutpunkt, längs med balkens centrumlinje.

Trappsteget skapas som en *deformable body* med skalelement. Geometrin ritas med *extrusion* ritverktyget, som fungerar genom att man först ritar tvärsnittet och sedan extruderar detta vinkelrätt mot tvärsnittet.

4.5 Vilplan

Vilplanet modelleras på ett liknande sätt som trappsteget. Den geometriska formen är bestämd, men för vilplanet kan man bestämma antalet avstyvningar som det ska ha, ett exempel på hur vilplanet kan se ut visas i Figur 4.2. Avstyvningarna placeras ut med ett konstant centrumavstånd. Vilplanet placeras med sitt tvärsnitts mittpunkt på vilplansbalkens mittpunkt och roteras sedan runt sin mittpunkt för att skapa önskad lutning. Vilplanet skapas som en *deformable body* med skalelement. När den ritas ut används ritverktyget *extrusion*.

4.6 Räcke

Räcket modelleras inte som en egen del, orsaken till detta är att geometrin för ett räcke varierar mycket från trappa till trappa. Istället läggs räcket till som punktmassor längs med balken, där räcketts massa är en inparameter och den ska anges som en längsgående massa i enheten kN/m. Det kommer alltid att finnas punktmassor i knutpunkterna, sedan delas den längsgående massan upp i punkter över balkarna med ett centrumavstånd på cirka en meter i horisontalled. Om centrumavståndet är satt till en meter kan det när det modelleras ligga på $1 \pm 0,5$ m, men kommer alltid ligga så nära en meter som möjligt. Räcketts massa kommer att vara en inparameter.

För att fånga upp räcketts inverkan på hela strukturens beteende hade det varit bra att lägga till tröghet till punktmassorna. När en punktmassa läggs på balken beter den sig som att tyngdpunkten för räcket ligger precis intill balken, men i själva verket har räcket en tyngdpunkt cirka en meter ovanför balken. Detta kan modelleras genom att lägga till tröghet på en punktmassa. Detta gjordes inte eftersom denna funktion inte ingick i licensen av Brigade/Plus som användes.

4.7 Beräkningssteg

När en analys genomförs i Brigade/Plus definieras de olika beräkningsstegen. Detta görs i den så kallade *step*-modulen. Den dynamiska analysen genomförs enligt Sétras designmetod som beskrivits i kapitel 3, analysen görs därför i två delsteg.

En egenvärdesanalys genomförs först där två fall beräknas, ett när trappan är fullt belastad med massa från fotgängarna och ett när trappan är utan fotgängare. Trappans egenmoder och egenfrekvenser beräknades för att kunna lägga last på rätt sätt.

I det andra delsteget läggs lasten på för att genomföra beräkningar av accelerationen genom en modalt reducerad beräkning i frekvensplanet. I detta steg anges dämpningen för systemet, strukturell modal dämpning. Det är förlustfaktorn som används.

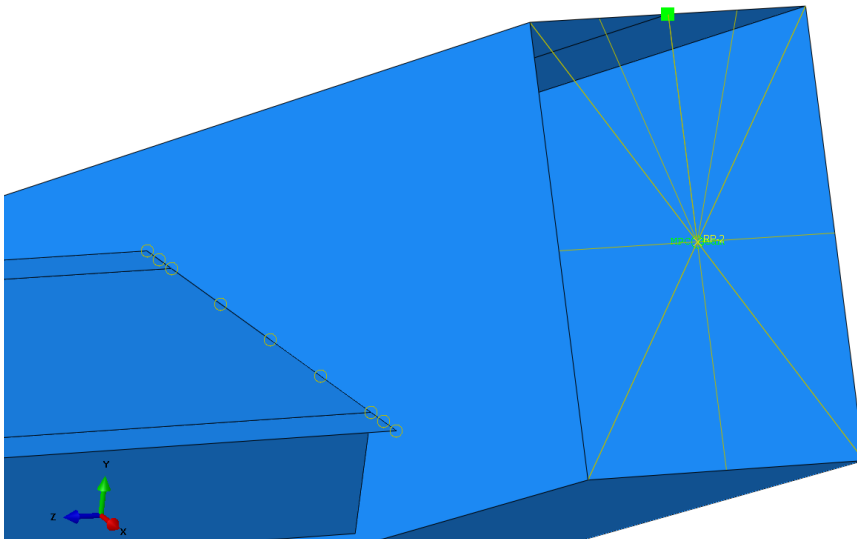
4.8 Last

I kapitel 3 beskrivs hur dynamisk design av gångbroar ska genomföras enligt Sétra. Där finns en punkt för punkt designguide på hur man ska genomföra analysen. För att modellera lasten används *Steady-state*, där en frekvenssvepning görs mellan frekvenserna 0 – 5 Hz. Lastens amplitud sätts till 1 N/m^2 , för att senare multipliceras med amplituden enligt Sétra.

Placering av lasten görs utifrån vilken mod som undersöks, lasten ska alltid vara det värst tänkbara fallet. Lasten ska vara jämt utbredd, när vertikala egenmoder undersöks modelleras lasten med Abaqus kommandot *pressure* och för belastning av horisontella egenmoder används kommandot *traction*.

4.9 Upplag

Upplagen modelleras så att alla sorters upplagsvillkor ska kunna väljas. Detta åstadkoms genom att koppla balkens ändar till en referenspunkt som sitter i mitten av tvärsnittet, enligt Figur 4.5. *MPC* används för att göra denna koppling, den agerar som en oändligt styv platta som sitter på balk-änden. Upplagsvillkor sätts sedan i referenspunkten.

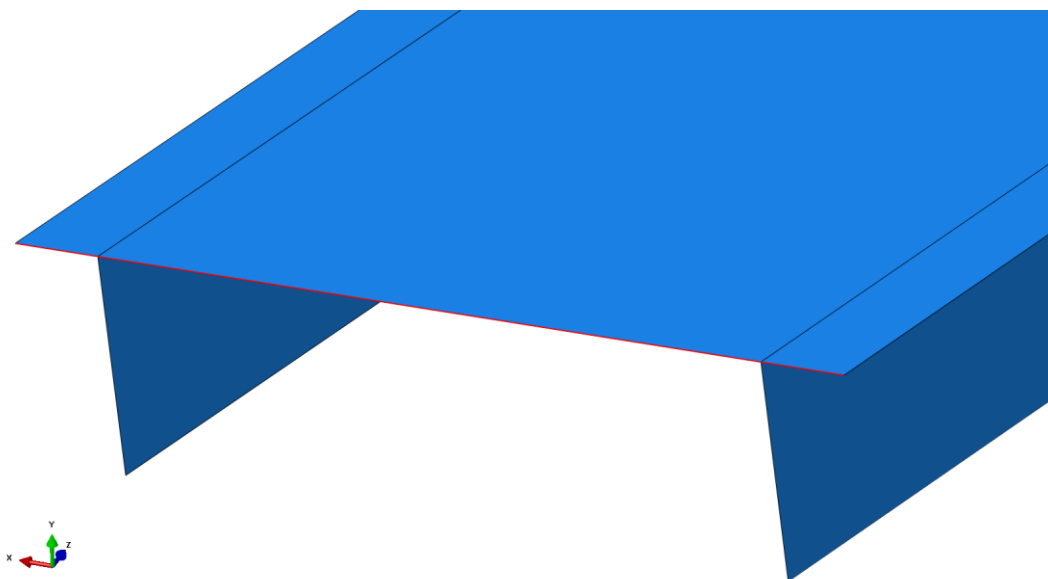


Figur 4.5. Modellering av upplag.

4.10 Sammanfogning

Två olika sammanfogningar behöver modelleras, en mellan balk och trappsteg, och en mellan balk och vilplan. Samma princip kommer användas för båda men med ett val mellan två sammanfogningar. Antingen modelleras trappsteget/vilplanet till balken som momentstyvt eller fri att rotera i sin längsriktning (rotation kring x-axeln).

Figur 4.6 visar en bild på hur infästningen är gjord, en linje (röd linje i figur) på trappsteget är satt som *slave surface* och hela balkens yta är satt som *master surface*. På detta sättet kan man antingen använda *tie rotational nodes* för att göra den fast inspänd eller låta rotationen vara fri.



Figur 4.6. Koppling mellan balk och trappsteg.

Ett antagande görs att deformationerna kommer att vara tillräckligt små för att inte kunna överkomma friktionen i infästning [13]. Därför genomförs analyserna i kapitel 5 endast med fast inspänning på vilplanet och trappstegen.

4.11 Elementnät

Varje del har sin egen kod för att lägga till elementnät, detta för att de ska kunna ha olika storlekar. När storleken på elementnätet väljs ska alltid vilplanen och trappstegen ha finare elementnät än balkarna. Det är på grund av sammanfogningarna, eftersom delen som är satt som *slave* alltid ska ha finare elementnät eller lika fint som *master*-delen. Om detta inte gäller är chansen större att *master surface* penetrerar *slave surface* vid en deformation. Om penetration sker har det nog ingen större inverkan på resultatet, men eftersom det är enkelt att undvika är det bättre att göra det.

Storleken på elementen beskrivs i nästa avsnitt, där kommer en konvergensstudie att presenteras med avsikt att bestämma hur små elementen måste vara för att uppnå en korrekt lösning.

4.12 Konvergensstudie

I detta avsnitt beskrivs en konvergensstudie. En konvergensstudie gjordes för att bestämma vilken elementstorlek som behövs.

4.12.1 Standardtrappa

I konvergensstudien bestämdes en basgeometri för trappan som sedan användes som utgångspunkt i alla analyser. Denna standardtrappa har följande egenskaper:

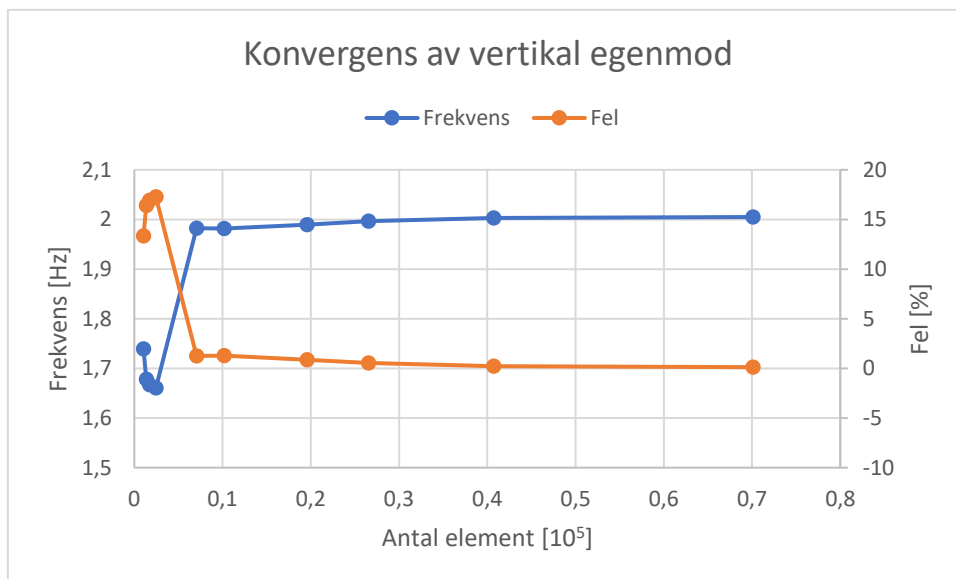
- Trappan har en total längd på 13.3 m
- Trappan har en total höjd på 5.2 m
- Trappstegen är fast inspända till balkarna
- Vilplanen är fast inspända till balkarna
- Båda balkändarna är fritt upplagda vilket betyder att balkändarna kan röra sig fritt i längsriktningen i inspänningen mot mark, för övrigt kan ändarna rotera fritt i alla riktningar
- Räckena belastar balkarna med en last på 500 N/m
- Balk, VKR:
 - Bredd: 180 mm
 - Höjd: 260 mm
 - Tjocklek: 8 mm
- Vilplan:
 - Trappan har 2 vilplan
 - Längd: 2 m
 - Lutning: 2 %
 - Kantavstånd: 0.03 m
 - Antal avstyvningar på viloplan: 10
 - Längd på avstyvning: 0.07 m
 - Tjocklek: 8 mm
- Trappsteg:
 - Bredd: 1.2 m
 - Djup: 0.3 m
 - Kantavstånd: 0.03 m
 - Tjocklek: 8 mm

4.12.2 Konvergens för elementnät

För att få ett program som är snabbt och med korrekt resultat genomfördes en konvergensstudie för storleken på elementen. Syftet var att ta fram de största elementen som ger ett rimligt resultat som inte avviker mycket från de minsta testade elementen. Detta gjordes genom att undersöka olika storlekar på elementen, där man börjar med stora element och minskar dem tills konvergens uppnås. Resultatet redovisas i Figur 4.7 - Figur 4.9. Felet i konvergensstudien är baserat på jämförelse med resultat från beräkning med ett elementnät med ungefär 640 000 element.

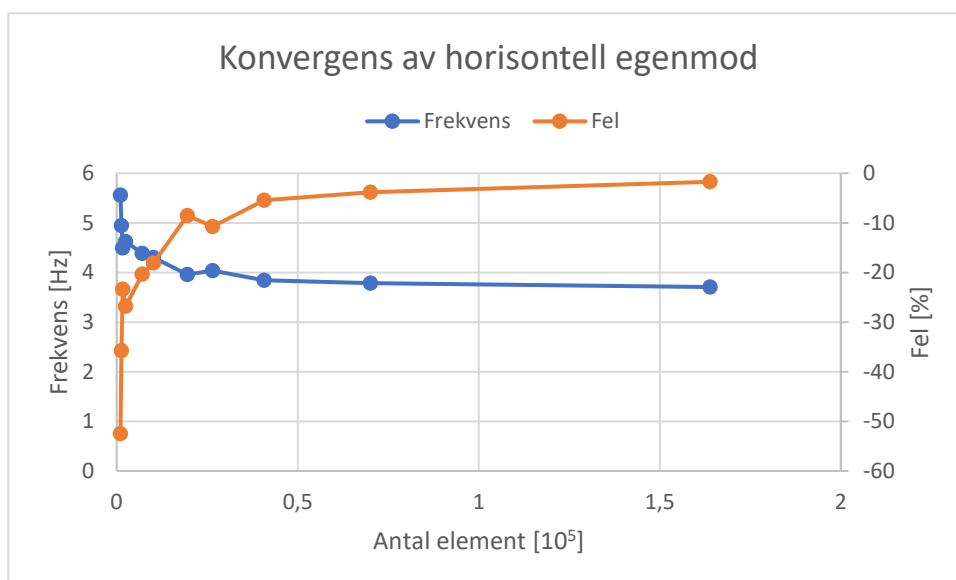
Tiden det tar att köra en analys kommer också påverka valet av storlek på elementen. Detta för att analysen inte ska ta för lång tid att köra. Detta innebär att tiden som det tar att köra en analys kommer att registreras för alla storlekar på elementen. Resultatet för konvergensstudien av tiden redovisas i Figur 4.10.

I Figur 4.7 kan man se att frekvensen för den första vertikala egenfrekvensen konvergerar väldigt snabbt mot 2 Hz. Vid cirka 7000 element har man endast en skillnad på 1 % gentemot 640 000 element.



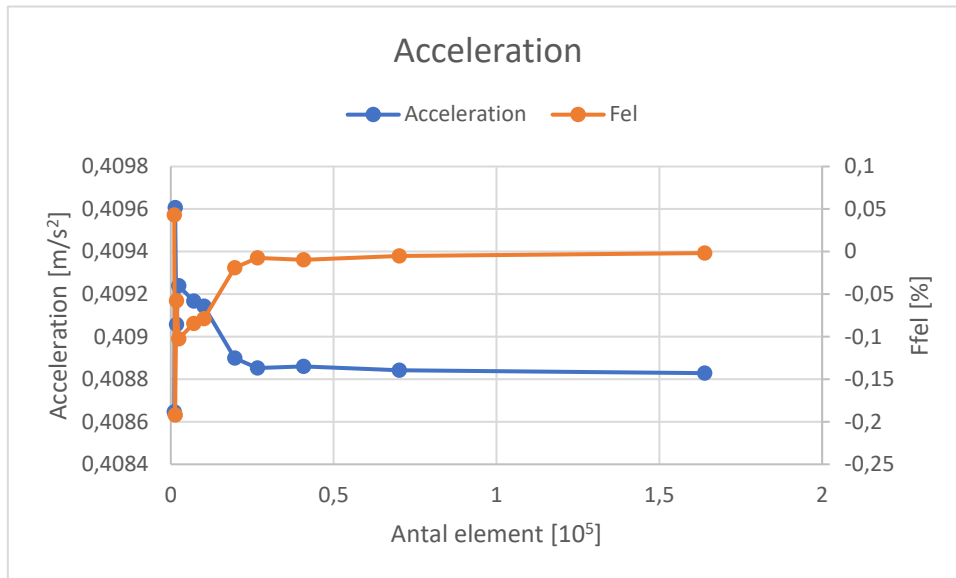
Figur 4.7. Konvergensstudie för den först vertikala egenfrekvensen.

Figur 4.8 visar att den horisontella egenfrekvensen konvergerar långsammare än den vertikala. Skillnaden mellan de två sista testvärdena är cirka 2 %. Ett elementnät på 70 000 element ger ett fel på ungefär 4 %. Alla testvärden innan 70 000 ger en betydlig större avvikelse.



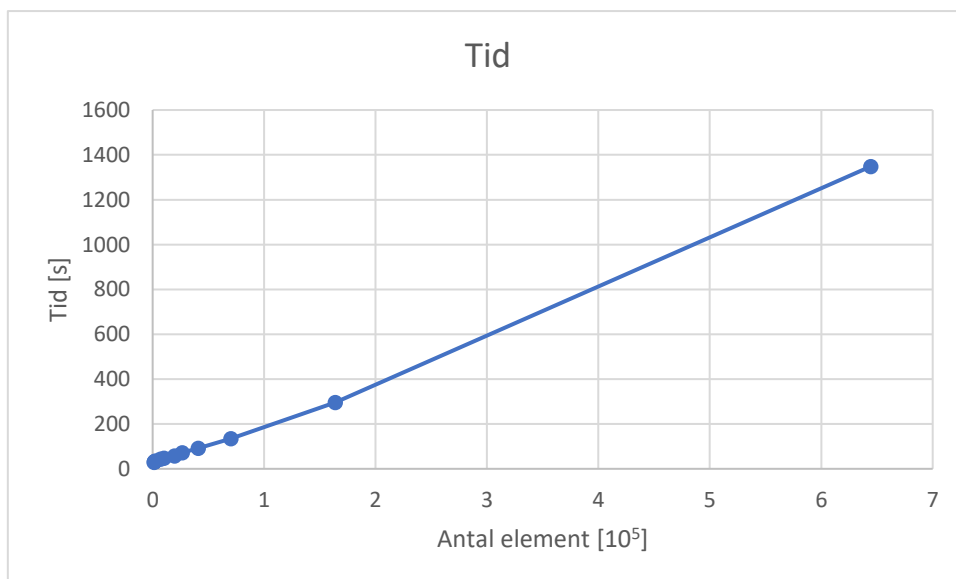
Figur 4.8. Konvergensstudie för den första horisontella egenfrekvensen.

Enligt Figur 4.9 är den största skillnaden mellan de olika accelerationerna endast några tusendelar. Den största procentuella avvikelserna beräknades till 0.2 %.



Figur 4.9. Konvergensstudie för de vertikala accelerationerna orsakade av 1 N/m²

Figur 4.10 redovisar hur lång tid det tog att köra de olika analyserna. Ur figuren framgår att sambandet mellan tid och antal element inte är linjärt. Det minsta elementstorleken som undersöktes tog ungefär 22 minuter att köra medan den största tog 30 sekunder. I denna analys användes endast två beräkningspunkter för varje frekvensintervall.



Figur 4.10. Tidanalys av olika storlekar på elementnätet.

Baserat på denna konvergensstudie valdes ett elementnät med 70 000 element.

5 Parameterstudie

I detta kapitel studerades alla tidigare nämnda parametrars inverkan. Frekvenserna undersöktes endast för första vertikala samt första horisontella egenmoden. Anledningen till detta är att det är svårt att bygga en trappa som får en andra vertikal egenmod med egenfrekvenser under 5 Hz och en andra horisontell egenmod med frekvenser under 2.5 Hz. Väldigt sällan fås en horisontell egenmod med frekvens under 2.5 Hz vilket leder till att accelerationen endast studerades i vertikalled. Parameterstudien utfördes för konstruktionsklass II. För varje parameter undersöktes fyra olika fall, standardtrappan samt tre fall med annorlunda upplagsvillkor. De fyra olika fallen är benämnda enligt följande

- Fritt upplagd: fri rotation i båda ändar, rörelse i längsled i nedre änden tillåten
- Fast inspänd: fast inspänd i båda ändar
- Fast uppe: fast inspänd i övre änden, fri rotation samt rörelse i längsled tillåten i nedre änden
- Fast nere: fast inspänd i nedre änden, fri rotation i övre änden tillåten

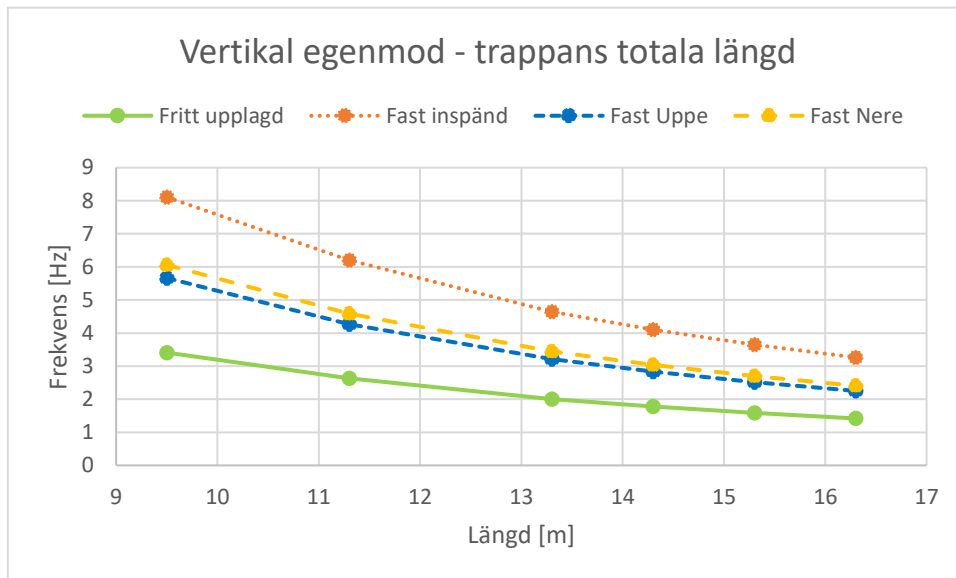
I denna analys har de undersökta dimensionerna försökts hållas inom rimliga gränser för att få relevanta resultat. Detta gjordes även för att lättare kunna jämföra de olika parametrarna med varandra samt minska mängden data. Inom dessa gränser har de olika parametrarnas förändringar försökts kvantifieras. En klassificering av varje studerad parameter utfördes så att en bedömning av parametrarnas inverkan på trappans respons kunde tas fram. En av tre olika bemärkningar tilldelades

- Stor påverkan
- Märkbar påverkan
- Obetydlig påverkan

För att underlätta en indelning i ovan nämnda nivåer kvantifierades alla förändringar. Inom ett studerat intervall varierar den undersökta parametern på ett visst sätt och ett förhållande mellan det lägsta och det högsta värdet för varje fall kan tas fram, det vill säga variationen. Detta gjordes oavsett om kurvan var linjär, exponentiell eller logaritmisk. Eftersom dessa delades in i tre nivåer, delas de in i tre olika intervall, en för respektive nivå.

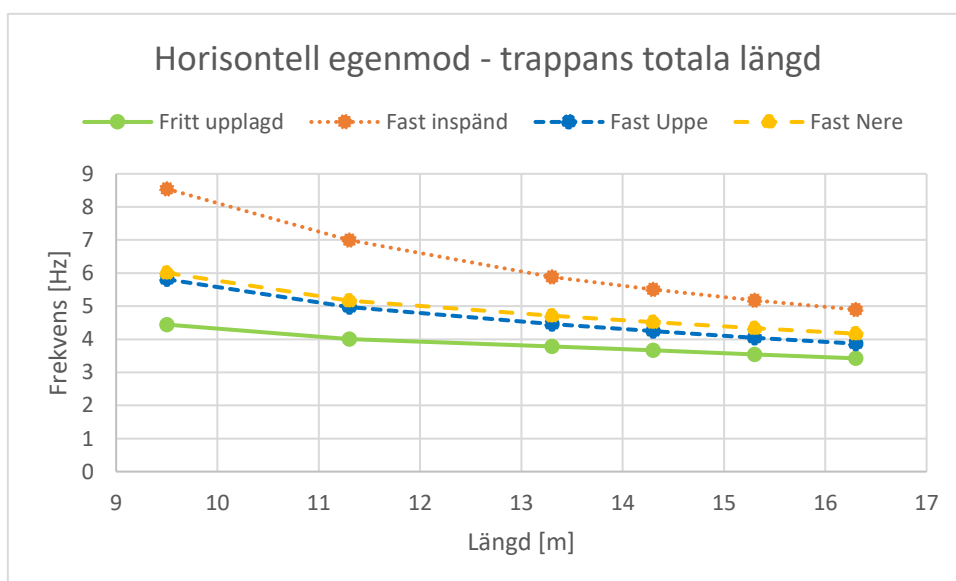
5.1 Trappans längd

I denna del undersöks trappans totala längd, se Figur 4.4 . Standardtrappans höjd på 5.2 m hölls konstant samtidigt som längden på trappan varierades.



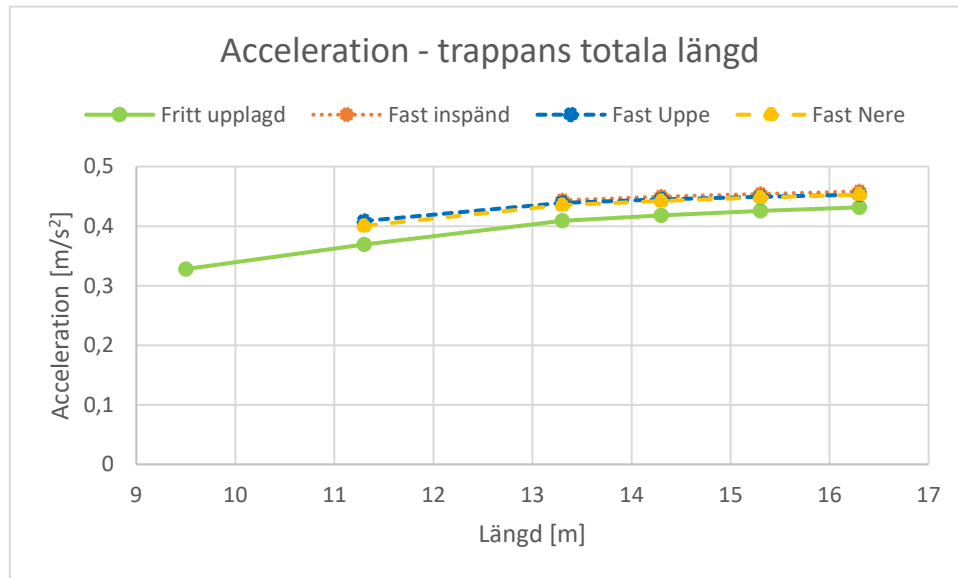
Figur 5.1. Totala längdens inverkan på den första vertikala egenfrekvensen då höjden är 5.2 m.

Ur Figur 5.1 framgår att en kortare trappa har en högre egenfrekvens än en längre trappa i den vertikala riktningen. En förändring av längden har störst inverkan på en fast inspänd trappa och minst på en helt fritt upplagd. Skillnaden mellan de olika upplagen är störst när trappan är kort och minskar när längden ökar. Kurvorna har ett exponentiellt beteende vilket betyder att längdens inverkan på trappans egenfrekvens minskar ju längre trappan blir. För denna specifika trappa varierar den vertikala frekvensen med 148 %.



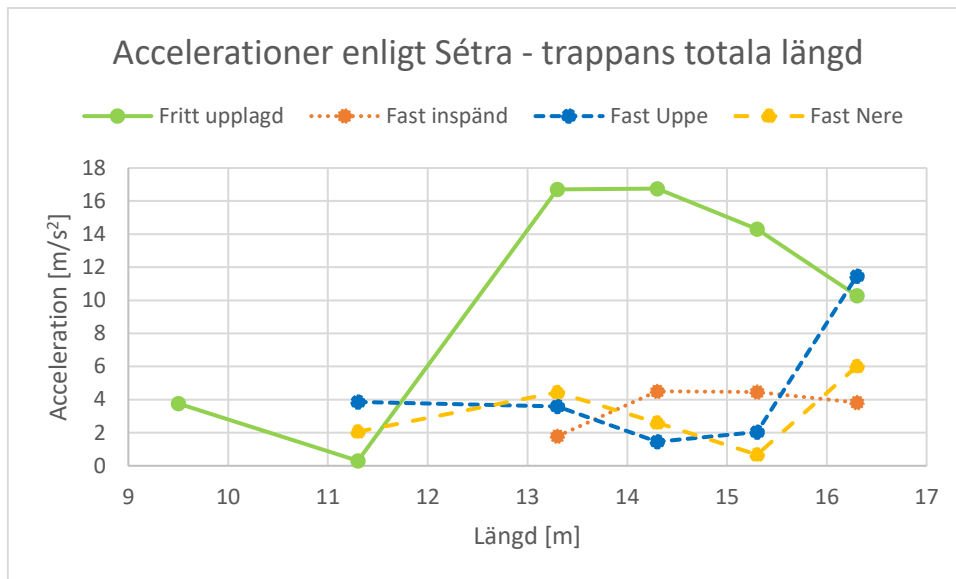
Figur 5.2. Total längdens inverkan på den första horisontella egenfrekvensen då höjden är 5.2 m.

Figur 5.2 visar hur frekvensen för den horisontella egenmoden påverkas av trappans längd. Likt den vertikala egenmoden påverkas den fast inspända trappan mest av de fyra olika fallen. Även här avtar längdens inverkan på frekvensen när trappan blir längre. Jämför man de vertikala och horisontella frekvenserna kan man se att en längdändring påverkar de vertikala frekvenserna mer än de horisontella. Till skillnad från de vertikala frekvenserna varierar de horisontella fallen olika mycket, där variationen ligger mellan 30 % och 75 %.



Figur 5.3. Längdens inverkan på maximala accelerationer i trappan orsakade av en last på 1 N/m^2

De vertikala accelerationerna orsakade av en utbredd last på 1 N/m^2 redovisas i Figur 5.3. Ur figuren framgår det att i de fall där man har någon form av fast inspänning även har större accelerationer. Det går även att avläsa att accelerationerna minskar när trappans längd minskar. Accelerationerna i detta intervall varierar med 32 %. Anledningen till att det fritt upplagda fallet har fler punkter är att alla frekvenser låg under 5 Hz, vilket inte var fallet i de andra fallen. Kurvorna har ett logaritmiskt utseende och längdens inverkan på accelerationerna avtar med ökande längd.

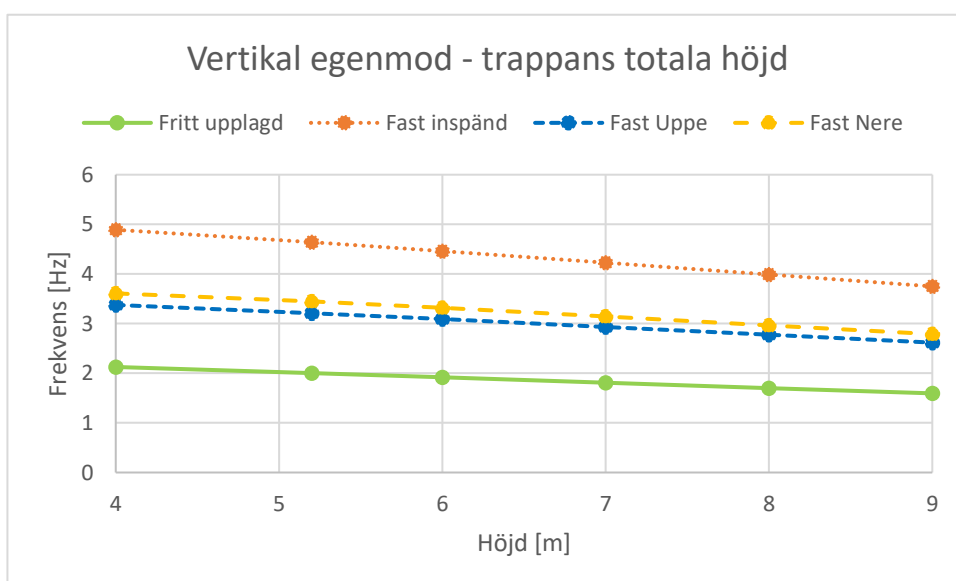


Figur 5.4. Total längdens inverkan på maximala accelerationer enligt Sétra.

Accelerationerna orsakade av en last på 1 N/m^2 multipliceras med tidigare nämnda amplituder enligt Sétra, vilket leder till deras rekommenderade accelerationer, se Figur 5.4. Figuren visar att det inte finns något samband mellan accelerationerna enligt Sétra och accelerationerna orsakade av 1 N/m^2 . Jämför man denna figur med Figur 5.4 kan man se att vid längden 13.3 ligger egenfrekvensen inom det kritiska intervallet vilket ger höga accelerationer. Man kan inte säga något om accelerationerna enligt Sétra baserat endast på trappans längd.

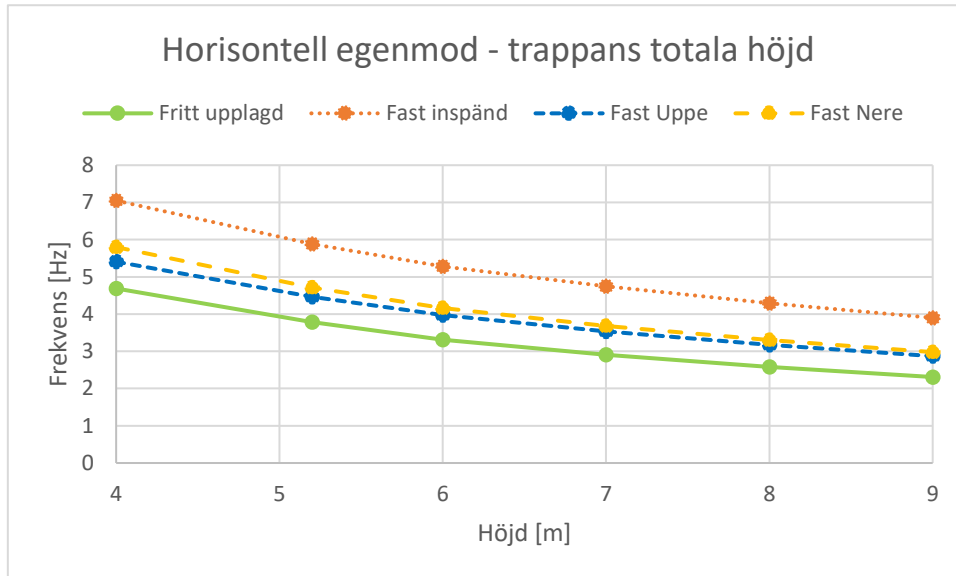
5.2 Trappans höjd

I detta avsnitt studerades inverkan av trappans höjd. Standardtrappans längd hölls konstant på 13.3 m medan höjden varierades.



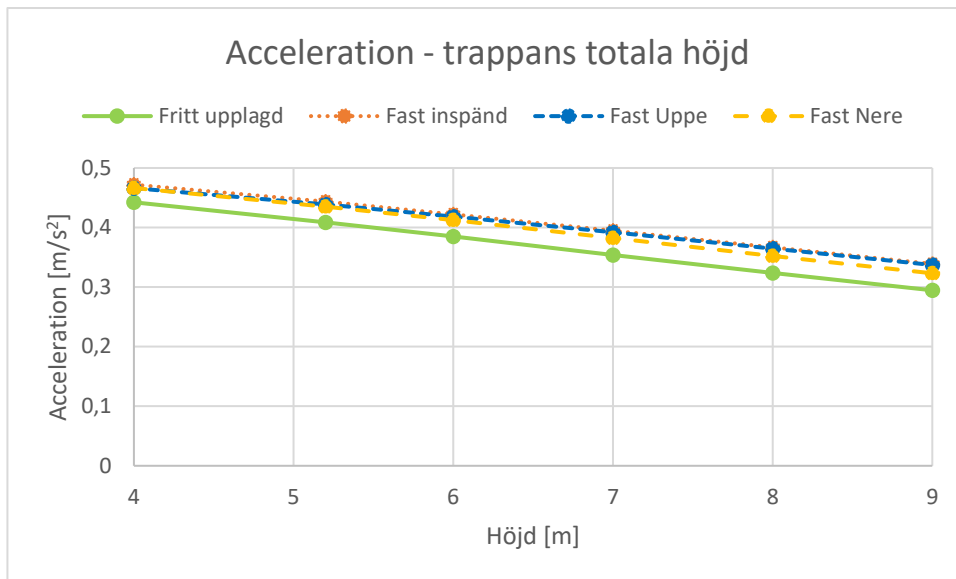
Figur 5.5. Totala höjdens inverkan på den första vertikala egenfrekvensen då längden är 13.3.

Figur 5.5 redovisar hur frekvensen för den vertikala egenmoden ändras med trappans höjd. Det framgår att frekvensen minskar när höjden ökar och vice versa. En höjdändring påverkar en fast inspänd trappa mest och en fritt upplagd minst. Detta leder till att skillnaden i egenfrekvens ökar när höjden minskar. De vertikala frekvenserna har i snitt en variation på 30 %. Kurvorna har ett linjärt beteende inom det studerade intervallet.



Figur 5.6. Totala höjden inverkan på första horisontella egenfrekvensen då längden är 13.3 m.

Höjdens inverkan på frekvensen för den horisontella egenmoden redovisas i Figur 5.6. Det är tydligt att frekvensen minskar då höjden ökar och vice versa. I det studerade intervallet har den horisontella frekvensen ett exponentiellt beteende. Detta innebär att en höjdändrings inverkan på den horisontella frekvensen avtar med ökande höjd. Ur figuren framgår även att en höjdändring påverkar den horisontella frekvensen mer än den vertikala. Frekvenserna har en variation på mellan 80 % och 103 %.



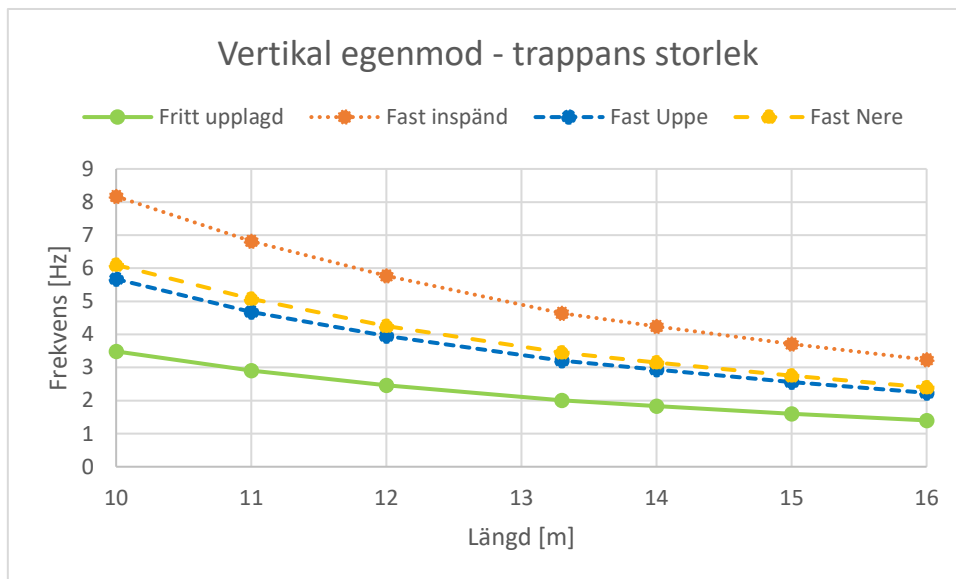
Figur 5.7. Totala höjdens inverkan på maximala accelerationer i trappan orsakade av en last på 1 N/m^2 .

Ur Figur 5.7 framgår det att en höjökning minskar de vertikala accelerationerna och vice versa. Kurvornas form pekar på ett linjärt förhållande mellan accelerationerna och höjden inom det studerade intervallet. Den fritt upplagda trappan har lägre accelerationer än i de fall där trappan har en eller båda ändar fast inspända. För fallet där accelerationerna varierar som minst är variationen 40 % medan motsvarande siffra för störst variation är 50 %.

Enligt Sétra är accelerationen för den fritt upplagda trappan större än i övriga fall, se bilaga. Höjdens inverkan på accelerationerna varierar från fall till fall och det är svårt att se något samband mellan de fyra olika fallen.

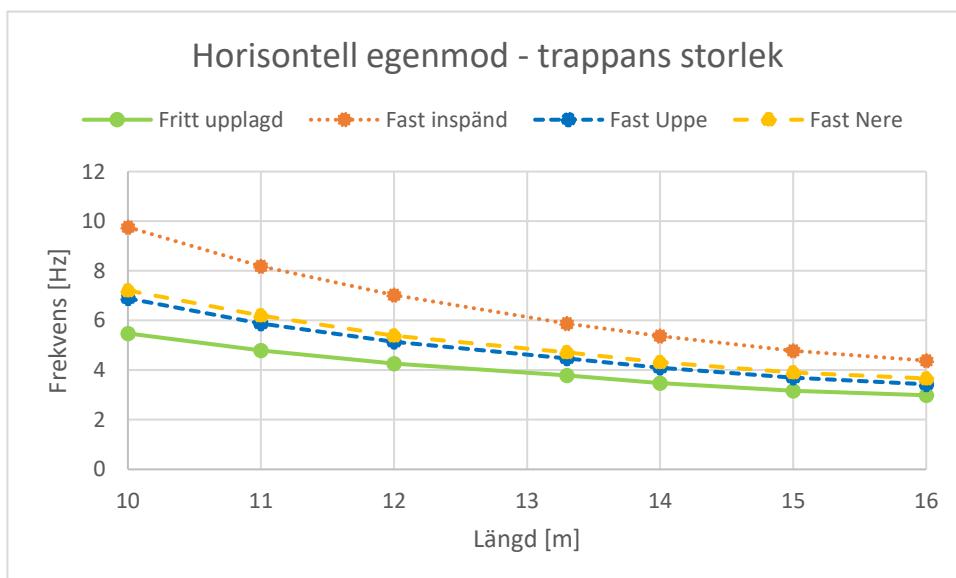
5.3 Trappans storlek

I denna del hölls trappans längd- och höjdförhållande konstant, medan storleken på trappan varierades.



Figur 5.8. Inverkan trappans storlek har på första vertikala egenfrekvensen.

Figur 5.8 visar hur den första vertikala egenfrekvensen ändras med hänsyn på trappans storlek. Med en ökande storlek på trappan minskar egenfrekvensen exponentiellt. Det är den fast inspända trappan som påverkas mest av storleksändringen medan den fritt upplagda påverkas minst. De vertikala frekvenserna varierar i snitt med 152 %.



Figur 5.9. Inverkan trappans storlek har på den första horisontella egenfrekvensen.

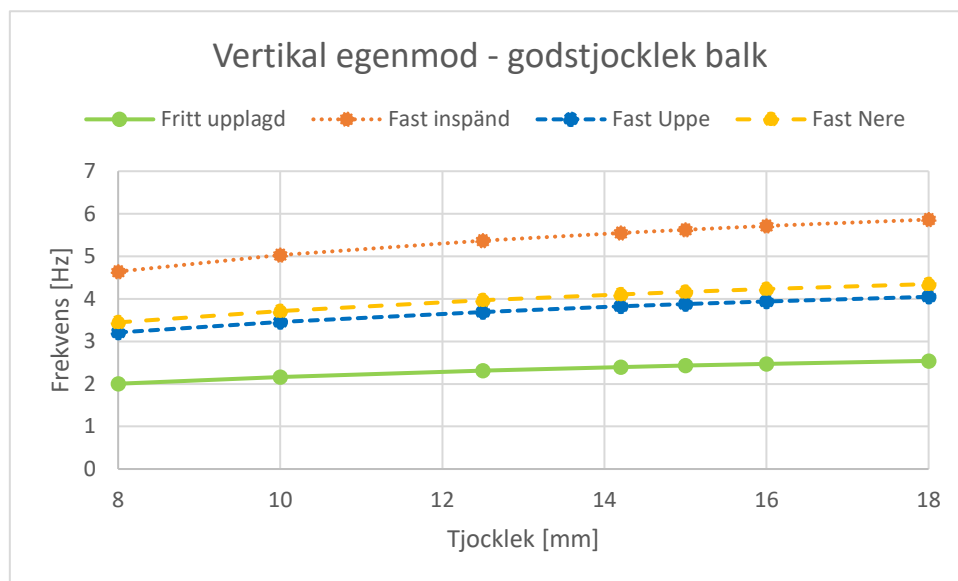
Figur 5.9 visar hur den första horisontella egenfrekvensen påverkas av en förändring av trappans storlek. Egenfrekvensen minskar exponentiellt med en ökande storlek, den ändras likadant som den vertikala egenmoden. De horisontella frekvenserna påverkas mer av en storleksändring än de vertikala. Störst variation hittar man i den fast inspända trappan där de horisontella frekvenserna varierar med 122 %, medan den minsta variationen finns i den fritt upplagda på 84 %.

Accelerationen orsakade av en last på 1 N/m^2 redovisas i bilaga. Den fritt upplagda trappan har lägre accelerationer än övriga fall med någon form av fast inspänning. Där finns inget synligt mönster på kurvorna, dock ser de ut att minska med storleken. Minskningen är inte stor då variationen på accelerationerna ligger på 2 %.

Beräknade accelerationer enligt Sétra kan ses i bilaga. Det framgår att det inte finns något samband mellan de olika fallen. Det går inte att förutse accelerationernas beteende endast baserat på trappans storlek.

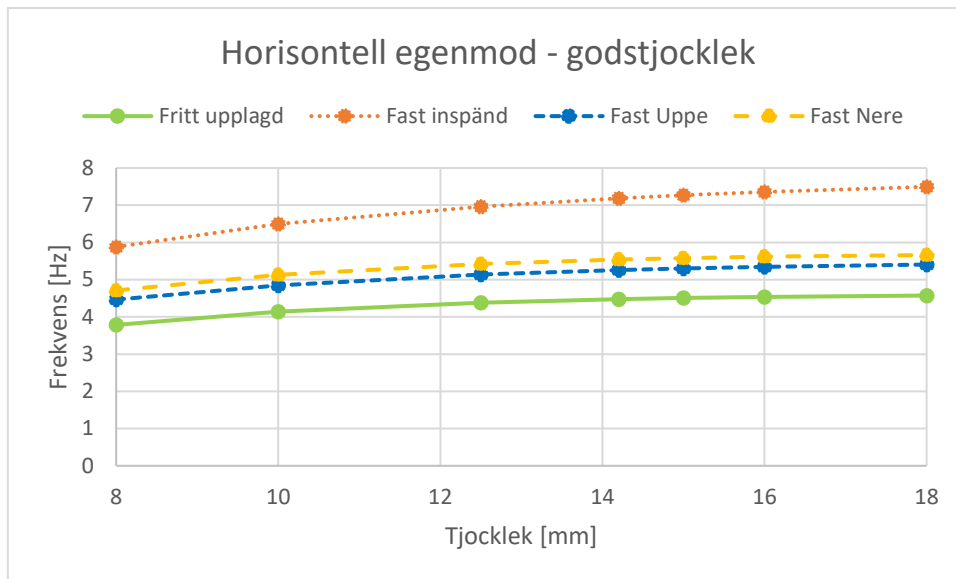
5.4 Balkens godstjocklek

I detta avsnitt redovisas inverkan av balkens godstjocklek på egenfrekvenserna och accelerationerna. Tjocklekarna som använts är några standardtjocklekar hämtade från BE Group [14].



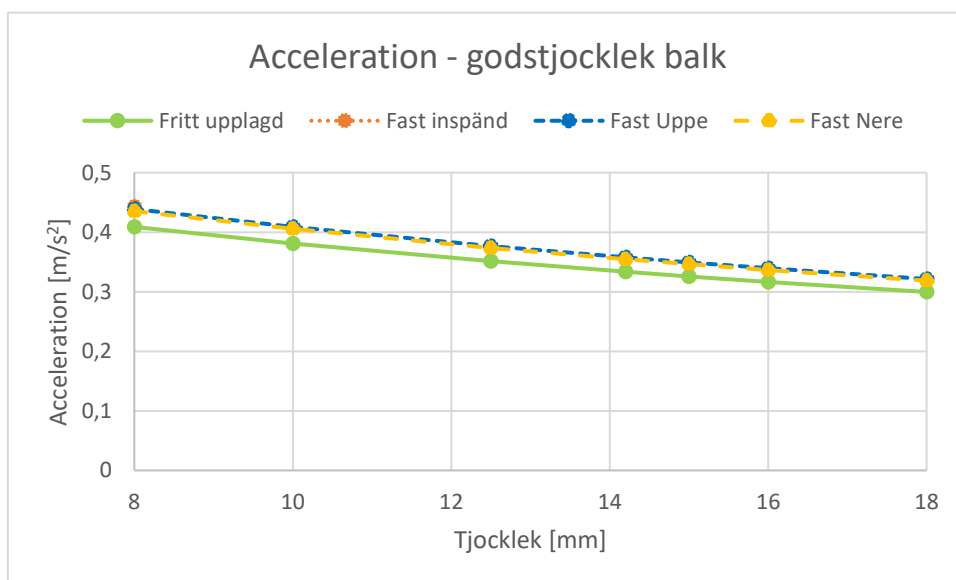
Figur 5.10. Balkens godstjockleks inverkan på första vertikala egenfrekvensen.

Ur Figur 5.10 framgår att den första vertikala egenfrekvensen blir större när balktjockleken ökar och vice versa. Kurvan har en avtagande form vilket betyder att ju mer balktjockleken ökas, desto mindre inverkan har den på egenfrekvensen. Tjockleken har störst inverkan på en helt fast inspänd trappa och minst inverkan på en fritt upplagd. De vertikala frekvenserna varierar i alla fyra fall med 26 %.



Figur 5.11. Inverkan balkens godstjocklek har på första horisontella egenfrekvensen.

Figur 5.11 redovisar hur balktjockleken påverkar den första horisontella egenfrekvensen. Likt den vertikala kurvan avtar den horisontella med ökad tjocklek, och tjockleken inverkan minskar. Skillnaden mellan de olika inspänningarna är mindre för den horisontella frekvensen än för det vertikala. De horisontella egenfrekvenserna ser ut att ändras lika mycket som de vertikala. De fyra olika fallen varierar i snitt med 22 %.



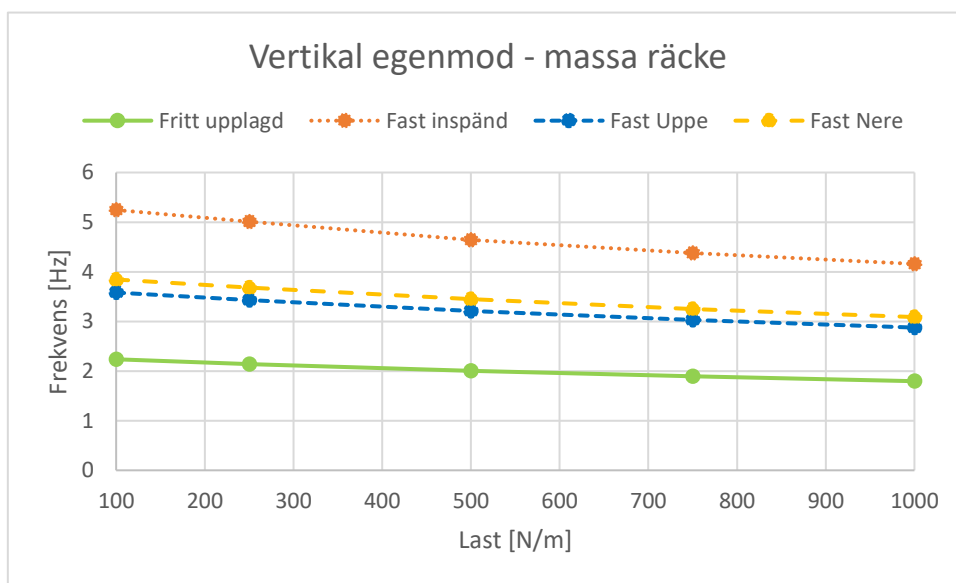
Figur 5.12. Inverkan balkens godstjocklek har på accelerationerna orsakade av en last på 1 N/m^2

Accelerationerna inom det studerade intervallet minskar linjärt med ökad balktjocklek enligt Figur 5.12. Den fritt upplagda trappan är det fall som ger lägst accelerationer i konstruktionen och den fast inspända ger högst. Den fast inspända har endast ett mätvärde eftersom egenfrekvenser i övriga punkter översteg 5 Hz och accelerationerna beräknades därför inte. Variationen för dessa accelerationer ligger på 37 %.

Accelerationerna enligt Sétra redovisas i bilaga. Den fast inspända trappan har endast en punkt eftersom de vertikala egenfrekvenserna är större än 5 Hz. Accelerationerna i den fritt upplagda trappan minskar medan de övriga två fallen håller sig konstanta. Det finns inget samband mellan de fyra olika fallen.

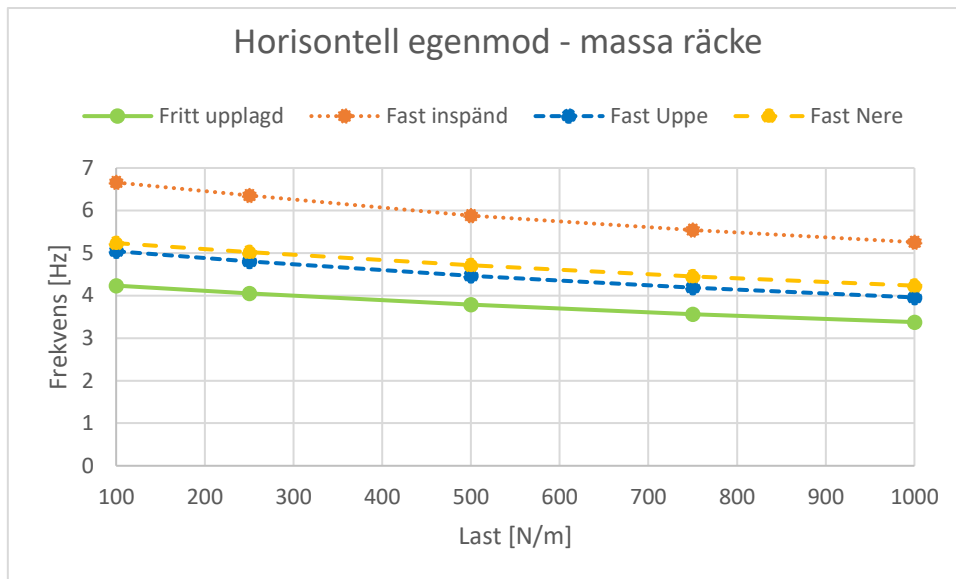
5.5 Räckets massa

I denna del studerades inverkan som räckets massa har på standardtrappan. Fem olika linjemassor undersöktes: 100, 250 500, 750 och 1000 N/m.



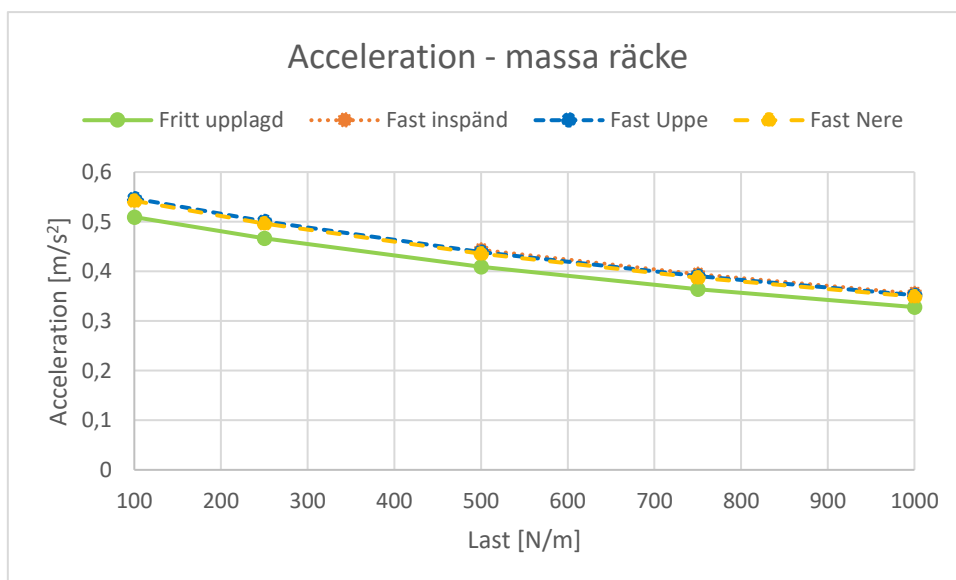
Figur 5.13. Inverkan räckets massa har på första vertikala egenfrekvensen.

Figur 5.13 visar hur den första vertikala egenfrekvensen ändras med varierande massa för räcket. Egenfrekvenserna minskar med ett linjärt förhållande med ökande massa. Den fast inspända trappan påverkas mest av räckets tyngd och den fritt upplagda påverkas minst. De vertikala frekvenserna varierar lika mycket i alla fyra fall, 25 %.



Figur 5.14. Inverkan räckets massa har på första horisontella egenfrekvensen.

Figur 5.14 visar hur den första horisontella egenfrekvensen ändras med varierande massa för räckets. Precis som för den vertikala varierar denna linjärt och den fast inspända påverkas mest medan den fritt upplagda påverkas minst. Variationen för dessa frekvenser är 26 %. I jämförelse med de vertikala egenfrekvenserna påverkas de horisontella mer av räckets massa.



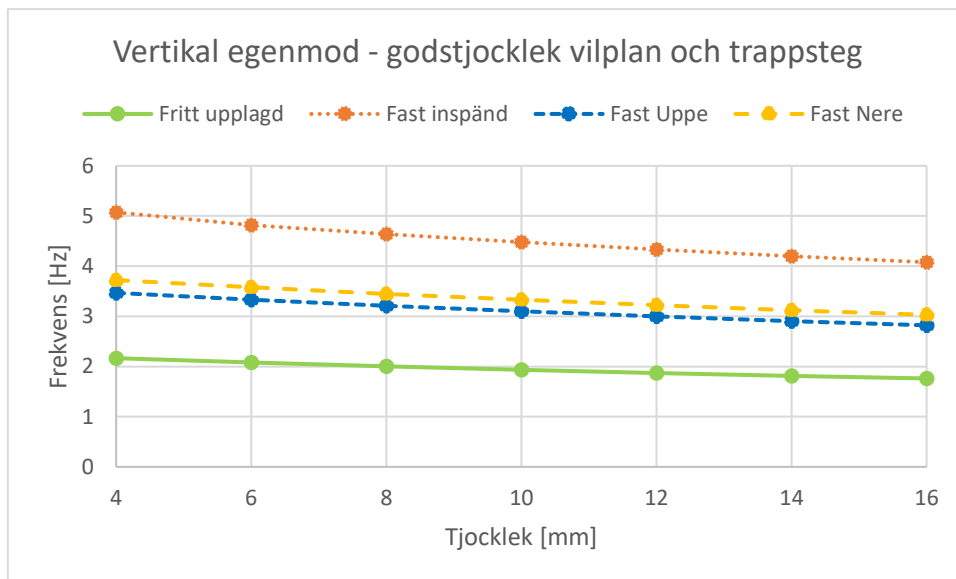
Figur 5.15. Inverkan räckets massa har på maximala accelerationen orsakad av en last på 1 N/m²

Figur 5.15 visar hur accelerationen orsakad av en last på 1 N/m² påverkas av räckets massa. Accelerationen minskar exponentiellt med en ökande massa på räckets. Accelerationerna har en variation på 55 %.

I bilaga redovisas maximala accelerationer i trappan enligt Sétra. Det går inte att säga något om accelerationernas beteende enbart baserat på räckets massa.

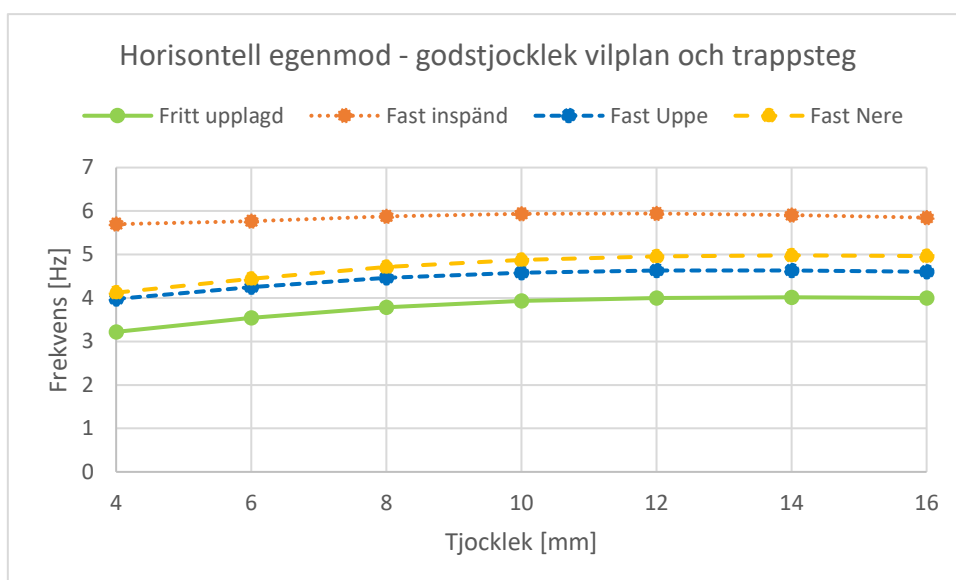
5.6 Tjocklek på vilplan och trappsteg

I detta avsnitt visas hur godstjockleken på stålet för vilplanen och trappstegen påverkar trappans respons, sju tjocklekar kontrollerades 4, 6, 8, 10, 12, 14 och 16 mm.



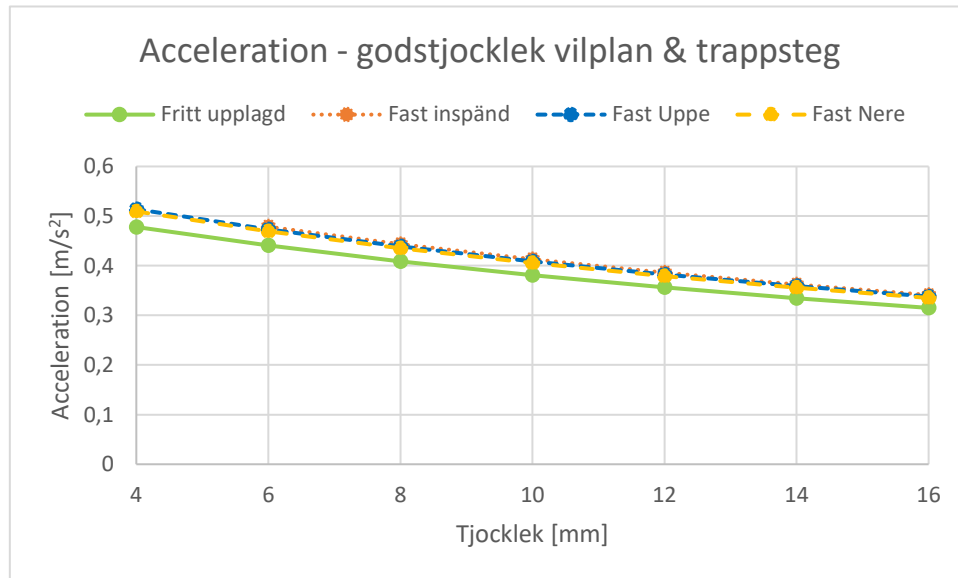
Figur 5.16. Inverkan godstjockleken på vilplan och trappsteg har på första vertikala egenfrekvensen.

Figur 5.16 visar hur första vertikala egenfrekvensen ändras med varierande tjocklek. Ur figuren framgår att det är ett linjärt förhållande. Tjockleken har störst inverkan på den fast inspända trappan och minst inverkan på den fritt upplagda. Variationen för dessa frekvenser är 23 %.



Figur 5.17. Inverkan godstjockleken på vilplan och trappsteg har på första horisontella egenfrekvensen.

Figur 5.17 visar hur den första horisontella egenfrekvensen ändras med varierande tjocklek, egenfrekvensen ändras logaritmiskt med ökande tjocklek. Ju tunnare godstjocklek desto större inverkan har en ändring på egenfrekvenserna. Den största förändringen kan observeras i den fritt upplagda trappan och den minsta i den fast inspända. En annan observation som görs är att egenfrekvensen till en början ökar och sedan sker en minskning efter att en viss tjocklek uppnåtts. De horisontella frekvensernas variation skiljer sig från fall till fall. Störst variation, 24 %, observeras i den fritt upplagda trappan medan den minsta variationen, 3 %, finns i den fast inspända trappan.



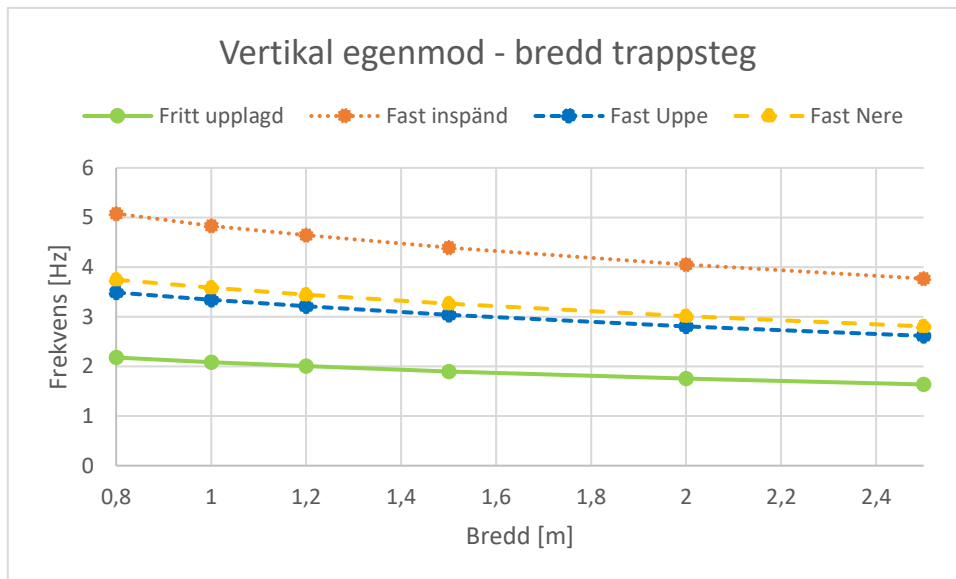
Figur 5.18. Inverkan godstjockleken på vilplan och trappsteg har på maximala accelerationer orsakad av en last på 1 N/m^2

Enligt Figur 5.18 minskar accelerationen linjärt inom det studerade intervallet. Variationen ligger i detta fall på 52 %.

Hur accelerationen enligt Sétra ändras med tjockleken redovisas i bilaga. Det går inte att säga något om accelerationernas beteende enbart baserat på trappstegens och vilplanens tjocklek.

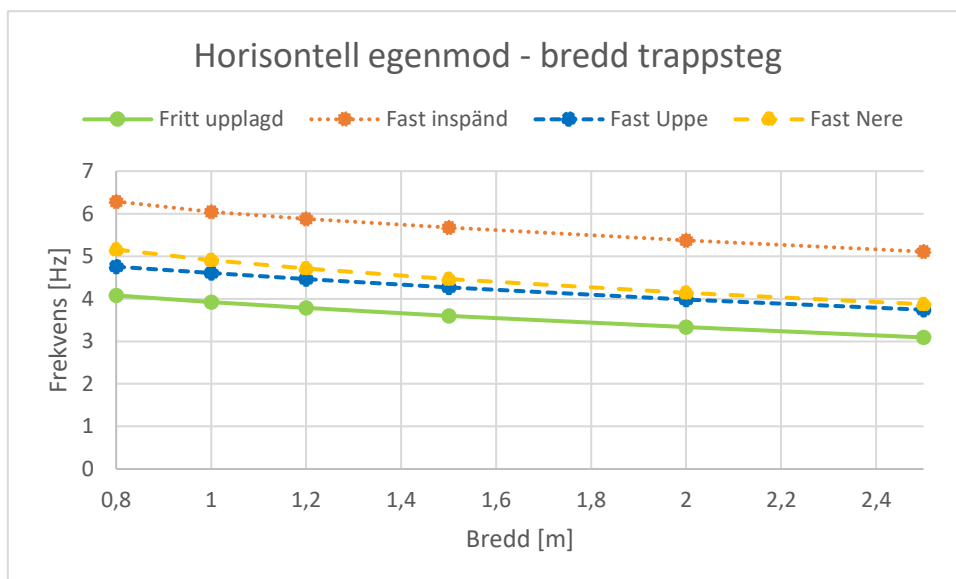
5.7 Bredd på trappsteg

Som tidigare nämnts är den minsta tillåtna bredden för en trappa 0.8 m och som störst 2.5 m utan ett mitträcke. I denna studie valdes sex olika bredder inom detta intervall.



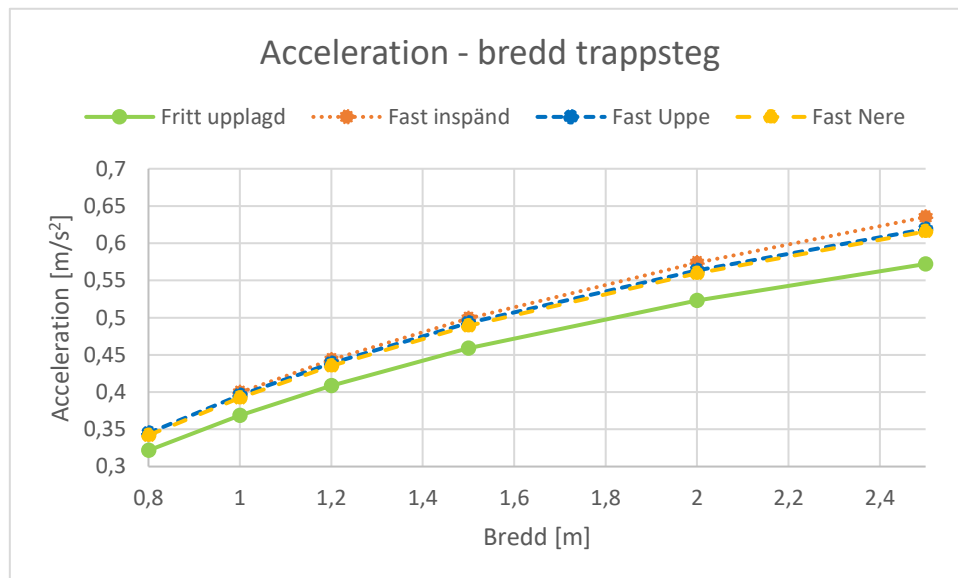
Figur 5.19. Inverkan trappstegets bredd har på första vertikala egenfrekvensen.

Figur 5.19 visar hur trappstegets bredden påverkar den första vertikala egenfrekvensen. I det studerade intervallet har kurvorna en avtagande form. Skillnaden i egenfrekvens minskar med ökad trappstegets bredd mellan de olika fallen. Trappstegets bredden har minst inverkan på den fritt upplagda trappan och störst på den fast inspända. En variation på 34 % förkommer i snitt för det olika fallen.



Figur 5.20. Inverkan trappstegets bredd har på första horisontella egenfrekvensen.

Trappstegsbreddens inverkan på den första horisontella egenfrekvensen redovisas i Figur 5.20. Accelerationerna har ett exponentiellt beteende där frekvenserna påverkas mest vid små bredder. Skillnaderna mellan de fyra olika fallen är mindre för de horisontella frekvenserna än för de vertikala. Samtidigt påverkas varje individuellt fall mer i den horisontella riktningen än i den vertikala. Variationen i de olika fallen skiljer sig, den största variationen är 33 % då balken är fast inspänd nere och minsta variationen är 23 % då balken är fast inspänd.



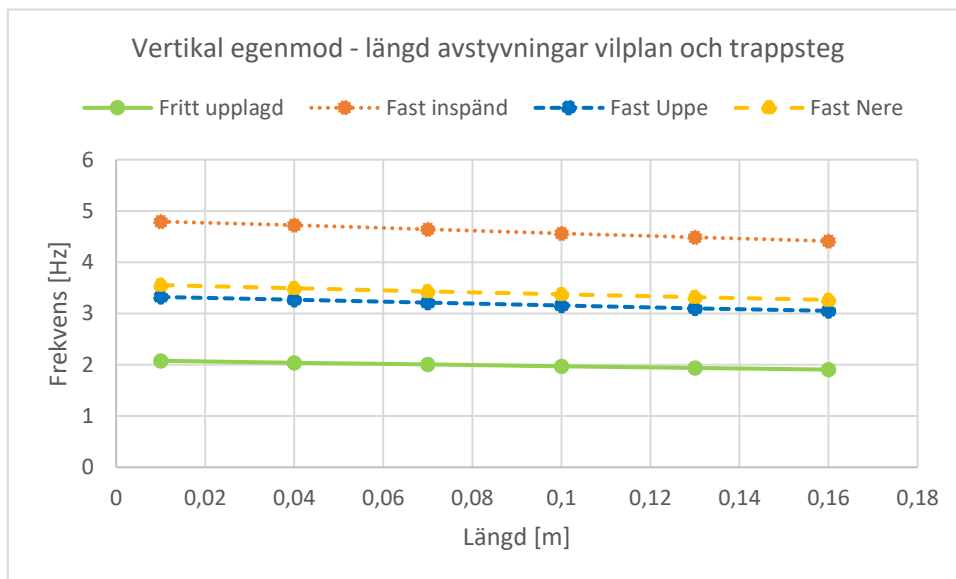
Figur 5.21. Inverkan trappstegets bredd har på maximala accelerationerna orsakade av en last på 1 N/m^2

Figur 5.21 visar hur accelerationerna påverkas av trappstegets bredd i de olika fallen. I alla fyra fall har kurvan en avtagande form vilket innebär att trappstegsbreddens inverkan minskar med ökande bredd. Den fritt upplagda trappan har de lägsta accelerationerna och den fast inspända de högsta. Accelerationerna varierar i snitt med 79 %.

Accelerationerna enligt Sétra presenteras i bilaga. Den fritt upplagda trappan har större accelerationer än övriga fall. Det går inte att se något samband mellan trappstegets bredd och accelerationerna för de olika fallen, alla fall ser ut att bete sig annorlunda.

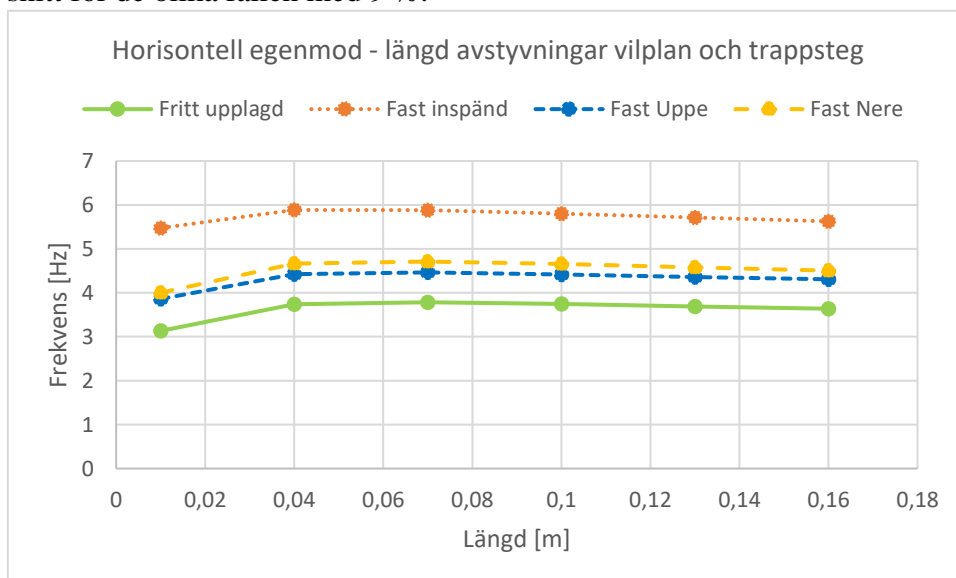
5.8 Längd avstyvningar vilplan & trappsteg

I denna del kontrolleras inverkan som avstyvningarnas längd har på trappans respons. Sex olika längder undersöktes, 10, 40, 70, 100, 130 och 160 mm.



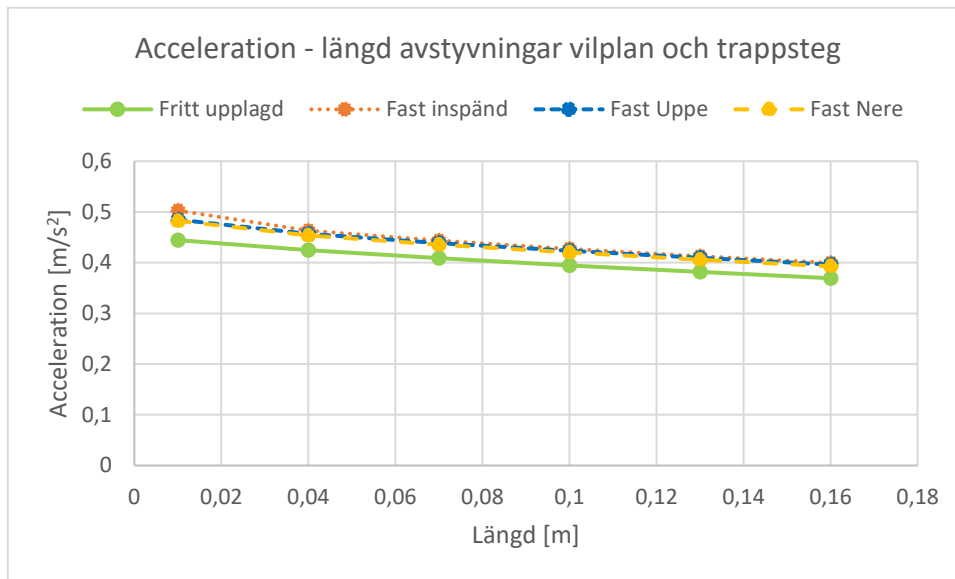
Figur 5.22. Inverkan längd på avstyvningar har på första vertikala egenfrekvensen.

Figur 5.22 visar hur den första vertikala egenfrekvensen påverkas när längden på avstyvningarna varierar. Frekvensen har ett linjärt förhållande mot avstyvningarnas längd och varierar i snitt för de olika fallen med 9 %.



Figur 5.23. Inverkan längd på avstyvningar har på första horisontella egenfrekvensen.

Figur 5.23 visar hur första horisontella egenfrekvensen varierar med ökande avstyvningslängd. Initialt ökar frekvensen mellan de två minsta längderna och övergår sedan till att minska med ett linjärt förhållande. En variation på cirka 3 % förekommer.



Figur 5.24. Inverkan längden på avstyvningar har på maximala accelerationerna orsakade av en last på 1 N/m^2

Figur 5.24 visar hur accelerationen orsakad av 1 N/m^2 påverkas av avstyvningslängden. Acceleration har ett linjärt beteende bortsett från den första mätpunkten på 0.01 m. Mellan de olika värdena för varje fall finns en varians på 23 %.

5.9 Lutning på vilplan

I denna del undersöks hur vilplanets lutning påverkar de vertikala och horisontella egenfrekvenserna samt accelerationerna i konstruktionen. Enligt tidigare är den minimala tillåtna lutningen på ett vilplan 1.5 % och den maximala 2.5 %. Dessa två lutningar undersöktes tillsammans med standardtrappans lutning på 2%.

Den vertikala egenfrekvensen påverkas inte av vilplanets lutning i något av fallen. Ingen variation förekommer. Likt de vertikala egenfrekvenserna påverkas knappt de horisontella egenfrekvenserna av vilplanets lutning, vilket kan ses i bilaga. Den horisontella egenfrekvensen för de olika fallen varierar i snitt med 0.9 %.

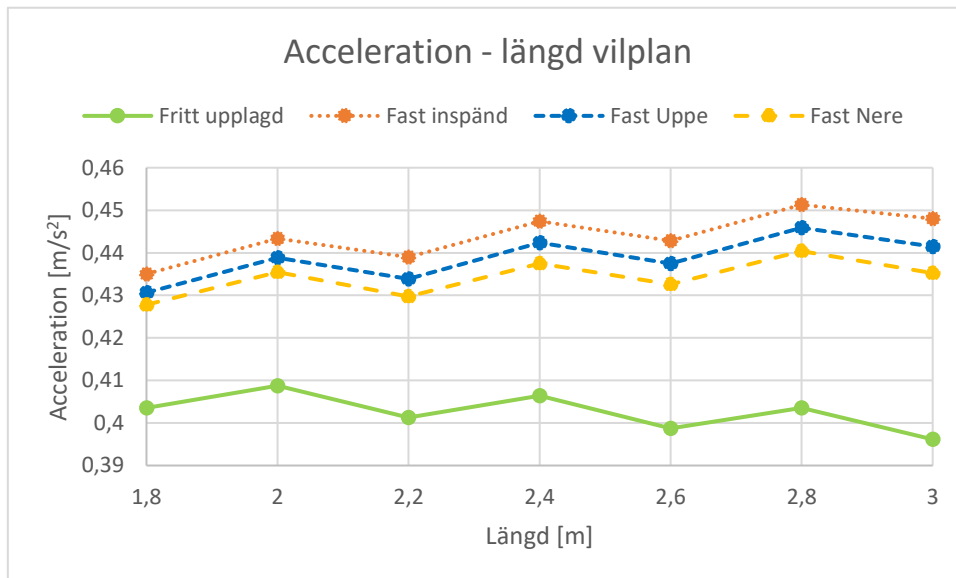
Accelerationerna ändras inte mer än någon enstaka tusendel i alla fyra fall, vilket kan ses i bilaga. Accelerationerna är som lägst då trappan är fritt upplagd och störst då trappan är fast inspänd i båda ändarna. Accelerationerna varierar i snitt med 2 %.

5.10 Längd vilplan

I denna del studeras hur längden på vilplanet påverkar trappans respons, som nämnts tidigare måste vilplanet minst vara 2 meter långt. För att se hur trappan påverkas togs en mindre längd också med i analysen, 1.8, 2, 2.2, 2.4, 2.6, och 3 meter undersöktes.

I bilaga finns diagram som visar hur första vertikala egenfrekvensen ändras med vilplanets längd. Utifrån diagrammet kan man inte se någon ändring av frekvensen, förutom en liten vågig rörelse som är försumbar. Ingen variation förekommer.

Diagram som visar hur den första horisontella egenfrekvensen påverkas av vilplanets längd finns i bilaga. Samma vågiga mönster som för den första vertikala finns, dock minskar frekvensen när längden ökar i detta fall. De svängande rörelserna är försumbara och förhållandet kan ses som linjärt. När den svängande rörelsen bortses ifrån ligger variationen för den fast inspända på 5 % och för den fritt upplagda på 14 %.



Figur 5.25. Inverkan vilplanets längd har på maximala accelerationen orsakade av en last på 1 N/m^2

Figur 5.25 visar hur accelerationen orsakad av lasten 1 N/m^2 varierar med vilplanets längd, samma vågiga rörelse som tidigare förekommer. För den fritt upplagda trappan sjunker accelerationen när längden ökar och för resterande trappor ökar accelerationen när längden ökar. Likt frekvenserna svänger kurvorna längs med ett linjärt förhållande. I genomsnitt varierar accelerationerna med 2 %.

5.11 Antal avstyvningar i vilplan

I detta avsnitt studeras hur antalet avstyvningar i vilplanet påverkar egenfrekvenserna och accelerationerna, figurer kan ses i bilaga.

De vertikala frekvenserna är nästintill opåverkade av antalet avstyvningar i vilplanen. De varierar med cirka 4 %.

De horisontella egenfrekvenserna har ungefär samma typ av beteende som de vertikala frekvenserna, skillnaderna är minimala. Den största och minsta frekvensen i varje fall varierar i genomsnitt med 2 %.

Accelerationen minskar i alla fyra fall med ökat antal avstyvningar och en variation på 9 % förkommer. Accelerationerna enligt Sétra visar på att den fritt upplagda trappan har mycket större accelerationer än övriga fall med någon form av fast inspänning.

5.12 Djup trappsteg

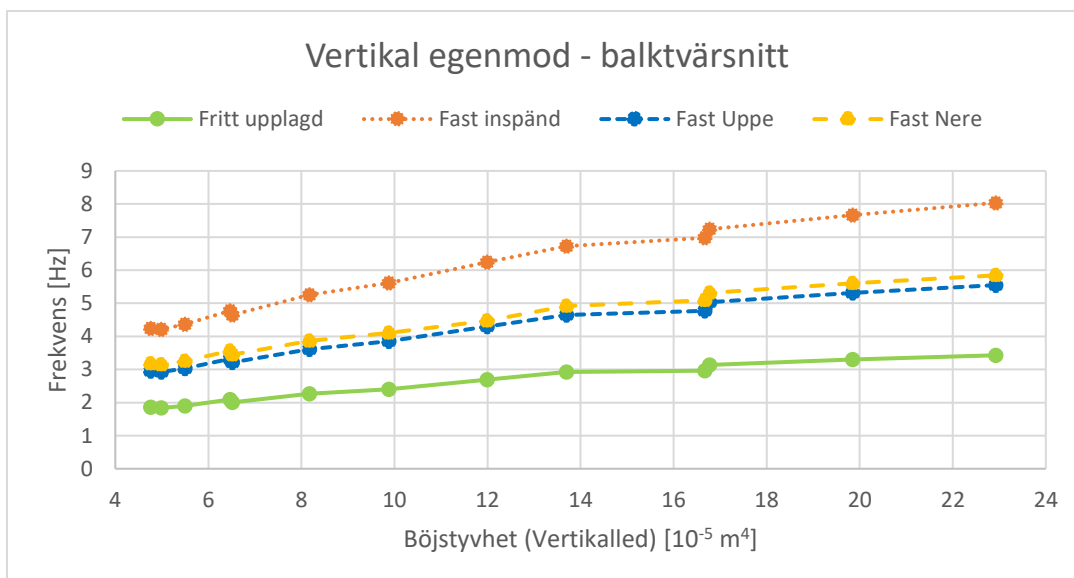
I denna del testades två olika djup på trappstegen, som nämnts tidigare får trappstegets djup ligga mellan 250 och 300 mm och det är dessa två som undersökts.

Djupet på trappsteget har en försumbar inverkan på första vertikala- och horisontella egenfrekvensen, en variation på 0.3 respektive 0.4 %. Se figurer i bilaga.

Förändringen i accelerationerna är väldigt liten och inverkan från djupet anses vara försumbar. Accelerationen har en variation på ungefär 2 %. Se figurer i bilaga.

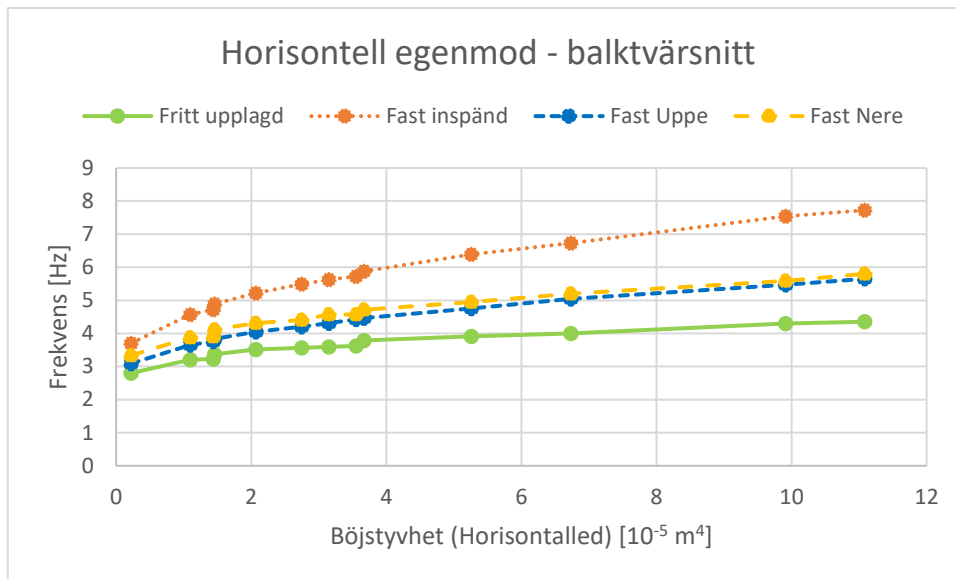
5.13 Balktvärsnitt

I detta avsnitt studerades tvärsnittet på balken, tretton olika VKR-tvärsnitt från BE Group [14] testades.



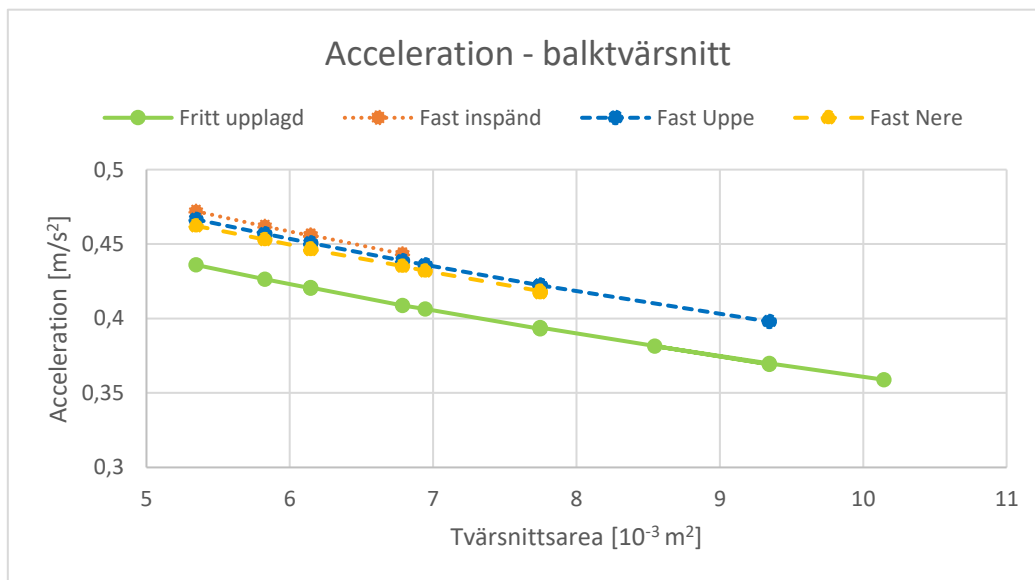
Figur 5.26. Inverkan balktvärsnittet har på första vertikala egenfrekvensen.

Figur 5.26 visar den första vertikala egenfrekvensen mot tvärsnittets böjstyvhet. Värdena följer inte ett lika tydligt mönster som tidigare figurer gör, dock kan man se att frekvensen ökar med ökande böjstyvhet i vertikalled. Den största och minsta frekvensen varierar med 87 %. Böjstyvheten i figuren gäller endast för en balk i vertikalled.



Figur 5.27. Inverkan balktvärsnittet har på första horisontella egenfrekvensen.

Figur 5.27 visar den första horisontella egenfrekvensen mot tvärsnittets böjstyvhets. Böjstyvheten gäller endast för en balk i horisontalled. Kurvorna ser ut att ha ett avtagande beteende där böjstyvhetsens inverkan avtar med ökande böjstyvhets i horisontalled. Stora skillnader förekommer i variationen för de olika fallen, den fritt upplagda har en variation på 56 % och den fast inspända på 108 %.

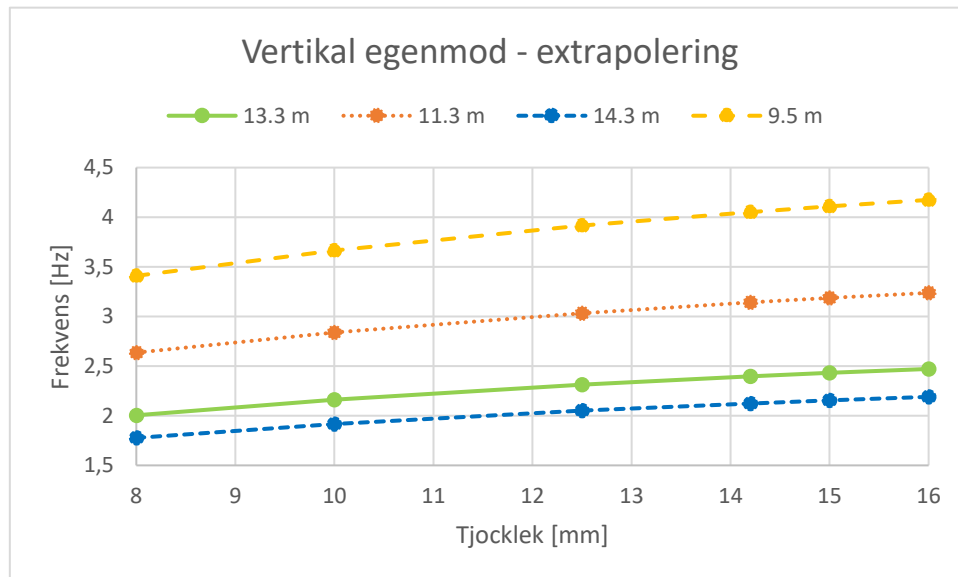


Figur 5.28. Inverkan balktvärsnittet har på maximala accelerationen orsakad av en last på 1 N/m^2

Figur 5.28 visar hur accelerationerna orsakade av en last på 1 N/m^2 beror på tvärsnittets area. Tvärsnittsarean valdes på grund av att den är proportionell mot massan, vilket betyder att de skulle visa samma beteende. Accelerationen minskar linjärt med ökande tvärsnittsarea. Endast för den fritt upplagda trappan kontrollerades accelerationerna för alla tvärsnitt, de varierar med 21 %.

5.14 Extrapolering av trappans längd och tjocklek balk

I tidigare avsnitt har en parameter i taget undersökts och ändrats med fyra olika upplagsvillkor. Utöver dessa gjordes en studie där upplagsvillkoren hölls konstanta, där båda ändarna var fritt upplagda, och två parametrar varierades, längd tillsammans med en annan parameter. Detta gjordes för att undersöka om tidigare resultat även gäller för andra dimensioner än för den studerade standardtrappan.



Figur 5.29. Första vertikala egenfrekvensen för fritt upplagda trappor med olika totala längder med varierande godstjocklek på balkarna.

I Figur 5.29 redovisas hur godstjockleken på balkarna påverkar den vertikala egenfrekvensen för en fritt upplagd balk för olika längder. Ur figuren framgår det att beteendet för de fyra olika längderna är väldigt lika. Inom det studerade intervallet ökar skillnaden i frekvensen mellan de olika fallen med ökande tjocklek, dock är det procentuella förhållandet nästan konstant.

De horisontella egenfrekvenserna och accelerationerna följer samma princip som de vertikala egenfrekvenserna, figurer kan hittas i bilaga. De horisontella egenfrekvenserna ökar med ökande tjocklek och minskade längd på trappan. Accelerationerna påverkas i princip på motsatt sätt, de minskar med ökande tjocklek och minskande längd på trappan.

5.15 Sammanställning

För att lättare kunna se vilka parametrar som har störst inverkan har en sammanställning gjorts. Parametrarna delas in i tre klasser beroende på hur stor inverkan dessa har på trappan. En parameter har stor inverkan ifall variationen överstiger 50 % och märkbar påverkan ifall variationen ligger mellan 5 % och 50 %. Om variationen däremot är mindre än 5 % anses parametern ha en obetydlig påverkan på trappan. Tabell 5.1 visar hur den vertikala frekvensen påverkas av de undersökta parametrarna. Trappans storlek och längd har betydligt större inverkan än övriga parametrar. Variationen är lika stor i alla fyra fall.

Tabell 5.1. Sammanställning av parametrarnas inverkan på trappans vertikala egenfrekvens.

Parameter	Total Variation [%]	Klassificering
Trappans storlek	152	Stor påverkan
Trappans längd	148	Stor påverkan
Balktvärsnitt	87	Stor påverkan
Bredd trappsteg	34	Märkbar påverkan
Trappans höjd	30	Märkbar påverkan
Balkens tjocklek	26	Märkbar påverkan
Räckets massa	25	Märkbar påverkan
Tjocklek Vilplan & Trappsteg	23	Märkbar påverkan
Avstyvningslängd vilplan	9	Märkbar påverkan
Antal avstyvningar vilplan	4	Obetydlig påverkan
Lutning vilplan	2	Obetydlig påverkan
Djup trappsteg	0.3	Obetydlig påverkan
Längd vilplan	0	Obetydlig påverkan

Trappans storlek har störst inverkan även på den horisontella egenfrekvensen, se Tabell 5.2. Det går att avläsa att de horisontella egenfrekvenserna har fler parametrar med stor påverkan än de vertikala, dessa variationer är dock mindre än de vertikala. Parametrarna med störst inverkan på de horisontella frekvenserna är trappans storlek och trappans höjd. Intervallen för variationen beror på att de fyra olika fallen inte hade samma variation.

Tabell 5.2. Sammanställning av parametrarnas inverkan på trappans horisontella egenfrekvens.

Parameter	Total Variation [%]	Klassificering
Trappans storlek	84 - 122	Stor påverkan
Trappans höjd	80 - 103	Stor påverkan
Balktvärsnitt	56 - 108	Stor påverkan
Trappans längd	30 - 75	Stor påverkan
Bredd trappsteg	23 - 33	Märkbar påverkan
Räckets massa	26	Märkbar påverkan
Balkens tjocklek	22	Märkbar påverkan
Tjocklek Vilplan & Trappsteg	3 - 24	Märkbar påverkan
Längd vilplan	5 - 14	Märkbar påverkan
Avstyvningslängd vilplan	3	Obetydlig påverkan
Antal avstyvningar vilplan	2	Obetydlig påverkan
Djup trappsteg	0.4	Obetydlig påverkan
Lutning vilplan	0	Obetydlig påverkan

De största variationerna för accelerationerna är betydligt mindre än för de vertikala och horisontella egenfrekvenserna, vilket kan ses i Tabell 5.3. Till skillnad från de vertikala och horisontella frekvenserna har trappans storlek en obetydlig påverkan på accelerationerna. Den faktor som har störst inverkan på accelerationerna är bredden på trappstegen följt av räcketts massa.

Tabell 5.3. Sammanställning av parametrarnas inverkan på accelerationerna.

Parameter	Total Variation [%]	Klassificering
Bredd trappsteg	79	Stor påverkan
Räcketts massa	55	Stor påverkan
Tjocklek Vilplan & Trappsteg	52	Stor påverkan
Trappans höjd	40 - 50	Märkbar påverkan
Balkens tjocklek	37	Märkbar påverkan
Trappans längd	32	Märkbar påverkan
Avstyvningslängd vilplan	23	Märkbar påverkan
Balktvärsnitt	21	Märkbar påverkan
Antal avstyvningar vilplan	9	Märkbar påverkan
Trappans storlek	2	Obetydlig påverkan
Längd vilplan	2	Obetydlig påverkan
Djup trappsteg	2	Obetydlig påverkan
Lutning vilplan	0,9	Obetydlig påverkan

Gemensamt för dessa tre fall är att vilplanets lutning och djupet på trappstegen har obetydlig påverkan. En skillnad är att tjockleken på vilplan, trappsteg och balk har en mycket större inverkan på accelerationerna än på de vertikala och horisontella frekvenserna. En liknande sammanställning har inte gjorts för accelerationerna enligt Sétra eftersom dessa är svåra att jämföra.

Accelerationen enligt Sétra för maximala amplituden för första- och andra harmoniska frekvensen presenteras med ett medelvärde. När den vertikala egenfrekvensen ligger mellan 1,7 – 2.1 Hz, där accelerationen har största amplitud för första harmoniska frekvensen, ligger accelerationen enligt Sétra på $16.2 \pm 1.1 \text{ m/s}^2$. När den vertikala egenfrekvensen ligger mellan 3.4 – 4.2 Hz, där accelerationen har största amplitud för andra harmoniska frekvensen, ligger accelerationen enligt Sétra på $4.4 \pm 0.5 \text{ m/s}^2$.

5.16 Resultatdiskussion

Från konvergenstudien framkommer det att 70 000 element för standardtrappan är det mest effektiva när hänsyn tas till beräkningstid samt noggrannhet i produktion av den vertikala- och horisontella egenfrekvensen. Orsaken till att elementnätet blir så pass litet är på grund av den dåliga konvergensen som den horisontella egenfrekvensen har. Om man bara tittar på den vertikala egenfrekvensen skulle ett elementnät på 7 000 element vara tillräckligt bra. Som man sett tidigare är det väldigt svårt att få en trappa som har en tillräckligt låg egenfrekvens i horisontalled så att accelerationen behöver kontrolleras. På grund av detta kan man argumentera om att den horisontella egenfrekvensen kanske inte borde ingå i konvergenstudien, eller att den inte ska tas hänsyn till lika mycket som den vertikala. I de flesta fall hade elementnätet kunnat göras större för att få ett snabbare program. Accelerationernas procentuella avvikelse är obetydlig. Om man endast tittar på formen av kurvan för hur accelerationen konvergerar har konvergens inte uppnåtts förrän 70 000 element. Som tidigare nämnts är den största avvikelsen på 0.2 %, om bara accelerationen tas hänsyn till för konvergenstudien är ett stort elementnät fullkomligt tillräckligt. Vad gäller det procentuella felet för den horisontella egenfrekvensen kan den vara missvisande eftersom konvergens inte uppnåtts. Konvergensen för den horisontella egenfrekvensen undersöktes inte vidare på grund av tiden som krävdes för att köra en analys.

En stor del av parameterstudien var att undersöka olika upplagsvillkor, detta är för att man vet att detta har en stor inverkan på egenfrekvenserna på grund av skillnaden i styvhet. En fördubbling eller mer av egenfrekvensen från fritt upplagd till fast inspänd är inte ovanligt, vilket kan ses i parameterstudien. Det är väldigt svårt att modellera upplagsvillkoren så att de stämmer överens med verkligheten. Den fritt upplagda trappan i modellen kan i verkligheten inte rotera så som den gör i programmet. Det är även väldigt svårt att få en trappa helt fast inspänd och därmed förhindra alla rörelser och rotationer. I verkligheten hamnar man någonstans mittemellan dessa två varianter vilket innebär att man hamnar mellan dessa två kurvor i tidigare visade diagram.

Det är svårt att göra en jämförelse eftersom ingen av parametrarna har normaliserats. Exempelvis är det svårt att jämföra trappstegens bredd med balkarnas tjocklek. Detta för att de påverkar trappan på olika sätt vad gäller massa och styvhet. Klassificeringen baseras därför på de totala variationerna över de studerade spannen. Detta antas var bra nog, för det man vill se är vilka parametrar som har störst påverkan och vilka som inte påverkar alls.

Figur 5.23 visar hur längden på avstyvningarna påverkar den första horisontella egenfrekvensen, denna har en annorlunda form jämfört med övriga diagram. Kurvan har till en början en ökande frekvens och övergår sedan till att börja minska. På grund av sättet vilplanet är infäst till balkarna, där avstyvningarna inte är fästa i balkarna, gör att avstyvningarna bidrar till att endast öka vilplanet styvhet och indirekt hela trappans. Genom att göra avstyvningarna längre ökar man till en början styvheten, denna ökning motverkas dock av massan som tillkommer av längdökningen vilket leder till en minskande frekvens.

Inverkan vilplanet längd har på accelerationen kan ses i Figur 5.25, den har en speciell form i jämförelse med de andra. Orsaken till detta vågiga mönster är att antalet trappsteg varierar. Detta händer när man har en konstant längd på trappan och ändrar längden på vilplanet då antalet trappsteg justeras. En längdändring av vilplanet kan ibland leda till att ett trappsteg behöver tas bort på grund av brist av utrymme, vilket betyder att den totala lastytan blir mindre.

Detta leder i sin tur till att accelerationerna ökar. En längdökning kan även leda till att lastytan ökar, ett trappsteg försvinner då inte, och accelerationerna minskar på grund av ökad massa. Det som är mest intressant med Figur 5.25 är att den fritt upplagda trappan minskar i acceleration medan de resterande ökar. I jämförelse med de andra resultaten i denna rapport är detta resultat unikt. I alla andra resultat, bortsett från accelerationerna enligt Sétra [1], har alla fyra fall haft samma trend när det gäller ökning och minskning. Lutningen på kurvan som varje trappa får beror på den totala styvheten och lutningen kan vara positiv, negativ eller inte ha någon lutning alls.

Något som var gemensamt för resultat för alla parametrar som studerats var att accelerationen orsakade av 1 N/m^2 alltid var störst för fast inspänd och minst för fritt upplagd. Detta pekar på att accelerationen är större ju styvare trappan är, vilket stämmer överens med teorin. Accelerationen är andraderivatet av nedböjningen, som är en funktion av frekvensen, som i sin tur beror på styvheten och massan.

Ett test genomfördes för att ta reda på om extrapolering kan göras mellan två parametrar. Resultatet från denna studie pekar på att extrapolering är möjlig. Försiktighet rekommenderas angående detta resultat, för att säkert kunna säga att extrapolering är möjligt måste en mer genomgående studie genomföras.

Ur Tabell 5.1, Tabell 5.2 och Tabell 5.3 framgår att en modifiering av en parameter leder till lika stora procentuella förändringar i de fyra olika fallen för de vertikala egenfrekvenserna och accelerationerna. För de horisontella egenfrekvenserna varierade den procentuella förändringen mellan de fyra fallen. Orsaken till varför de horisontella egenfrekvenserna förändras på olika sätt med olika upplagsvillkor är i nuläget oklart.

Parametrarna påverkar trappans styvhet i vertikal- och horisontalled på olika sätt. Det enda som ger en inverkan på styvheten i vertikalled är balkarna, medan i horisontalled har de flesta parametrar en inverkan. Trappans tvärsnitt i horisontalled kan idealiseras som ett I-tvärsnitt, där balkarna är flänsar och trappsteg/vilplan är liv. Detta visar att en ändring i trappsteg/vilplan ger en inverkan på horisontella styvheten.

6 Diskussion

När accelerationerna tas fram enligt Sétra [1] är amplituden noll för accelerationen vid 2.6 Hz, därför kan ett missvisande resultat fås. Om en vertikal egenfrekvensen hamnar runt 2.6 Hz ska man därför vara försiktig med resultatet. Eftersom skriptet är menat att användas i ett tidigt projekteringskede finns kanske inte fullständig geometri för trappan, vilket kan ge variation i egenfrekvensen. Stora skillnader på accelerationen erhålls om egenfrekvensen är 2.6 eller 2.3 Hz. På grund av detta kan ett argument göras för att modifikation av Sétras metod ska göras. Intervallet för andra harmoniska effekten hade kunnat förlängas för att täcka över egenfrekvensen 2.6 Hz.

I denna studie är det väldigt svårt att jämföra förändringarna av accelerationerna enligt Sétra orsakade av olika parametrar. Det är till och med svårt att jämföra en parameters inverkan på accelerationerna för de fyra olika upplagsvillkoren. Orsaken till detta är att dessa accelerationer är väldigt beroende av egenfrekvenserna. Endast genom att ändra upplagsvillkor är det möjligt att ändra egenfrekvensen med några Hertz, vilket leder till en drastisk förändring av accelerationerna enligt Sétra. Även beteendet för accelerationen för ett upplagsvillkor är svårt att förutse eftersom en liten frekvensändring kan leda till en stor förändring i acceleration. Detta problem uppstår främst i närheten av de kritiska zonerna enligt Sétra, 1.7-2.1 Hz och 3.4-4.2 Hz. I denna studie undersöktes bara de vertikala accelerationerna, vilket betyder att de undersökta accelerationerna enligt Sétra endast är beroende av de vertikala egenfrekvenserna.

Upplagsvillkoren har en stor inverkan på egenfrekvensen, därför kommer modellen som skapas från skriptet inte att efterlikna verkligheten fullt ut. Ett upplag som anses som fast inspänd i modellen kommer aldrig vara helt fast inspänd i verkligheten. Ett upplag som anses som fri att rotera kommer aldrig vara helt fri att rotera, där kommer alltid att finnas någon form av motstånd som till exempel friktion. Detta är ännu en anledning till att om en egenfrekvens på 2.6 Hz erhålls ska man vara försiktig med resultatet.

Vid val av standardtrappa baserades valet av trappans dimensioner främst på ett tidigare projekt från WSP. Den totala längden och höjden behölls från detta projekt men balkarnas dimensioner ändrades, så som bredd, höjd och tjocklek. Anledningen till detta var att få ner den första egenfrekvensen till den kritiska nivån på 1.7-2.1 Hz för att kunna analysera accelerationernas beteende. Om frekvensen varit högre hade man missat dessa accelerationer och inte ser hur de påverkas av de studerade parametrarna. Dimensionerna minskades dock inte tillräckligt mycket för att få en första horisontell egenfrekvens under 2.5 Hz, vilket krävs för att man ska ta hänsyn till de horisontella accelerationerna. Skälet till detta var att balkarnas dimensioner hade blivit väldigt små.

I examensarbetet har egenfrekvenser och accelerationer endast undersökts analytiskt. Med anledning av detta är det svårt att säga om de beräknade egenfrekvenserna och accelerationerna stämmer överens med verkligheten till hundra procent. Eftersom ett Brigade-skript har skrivits för att analysera valfri geometri, inom rimliga gränser, hade mätningar på en viss specifik geometri inte nödvändigtvis bidragit med tillräckligt mycket information för att göra analysen mer precis. Olika varianter av trappan har olika geometri, massa och upplagsvillkor vilket kan påverka dämpningen i strukturen. Vid modellering av dämpning har Sétras rekommendationer

därför följts, vilket innebär att en kritisk dämpning på 0.4 % användes. Vid analys av egenmoder är skillnaden mellan den beräknade frekvensen och den verkliga frekvensen som minst för de första frekvenserna. Denna skillnad ökar sedan och det är därför väldigt svårt att beräkna egenmoderna efter ett visst antal. Detta har en mindre påverkan på denna studie eftersom det oftast bara är den första och den andra egenfrekvensen som är av intresse.

7 Slutsats

Huvudsyftet med examensarbetet var att utveckla en parametrisk finita elementmodell avsedd för att analysera vibrationsrisken i en godtycklig ståltrappa. Slutsatserna som är presenterade i detta kapitlet baseras på parameterstudien som är genomförd i kapitel 5 angående egenfrekvenser och accelerationer.

Detta examensarbete har kommit fram till att den första vertikala egenfrekvensen utgör den absolut viktigaste delen i trappans dynamiska respons när designmetoden enligt Sétra [1] används. De horisontella egenmoderna har ingen inverkan på komfortkraven på grund av att egenfrekvenserna aldrig underskrider den kritiska gränsen på 2.5 Hz. I detta arbete har det visat sig att det är svårt att uppfylla kraven på maximala accelerationer i de fall där egenfrekvenserna är lägre än 5 Hz.

Ifall trappans egenfrekvens är lägre än 5 Hz, kan denna enklast ökas med upplagsvillkoren, detta genom byte mellan fri rotation och fast inspännt. Parametrarna som har den största inverkan på trappans vertikala egenfrekvens, är de parametrar som bidrar med mest styvhet i vertikalled. Det ska dock understrykas att en fast inspänning inte finns i praktiken vilket betyder att beräknade styvheter, frekvenser och accelerationer inte kommer återspegla verkligheten helt korrekt.

Accelerationerna orsakade av en utbredd last på 1 N/m^2 påverkas till störst del av de parametrar som bidrar med mest massa. Detta är dock inte fallet för accelerationerna enligt Sétra [1] eftersom dessa är starkt beroende av trappans egenfrekvens. För att påverka dessa accelerationer krävs det att man undviker de kritiska intervallen vilket leder till en drastisk sänkning av accelerationerna.

Sammanfattningsvis är arbetets konklusion följande

- Det enklaste sättet att uppfylla komfortkraven är att ha en egenfrekvens större än 5 Hz
- Det mest effektiva sättet att påverka egenfrekvensen är genom att ändra upplagsvillkor
- De mest effektiva parametrarna för att påverka egenfrekvensen är
 - Trappans storlek
 - Trappans längd
 - Balkens tvärsnitt
- Parametrar som har en obetydlig inverkan
 - Längd vilplan
 - Djup på trappsteg
 - Lutning på vilplan
 - Antal avstyvningar vilplan
- Accelerationerna enligt Sétra påverkas i högsta grad av egenfrekvenserna

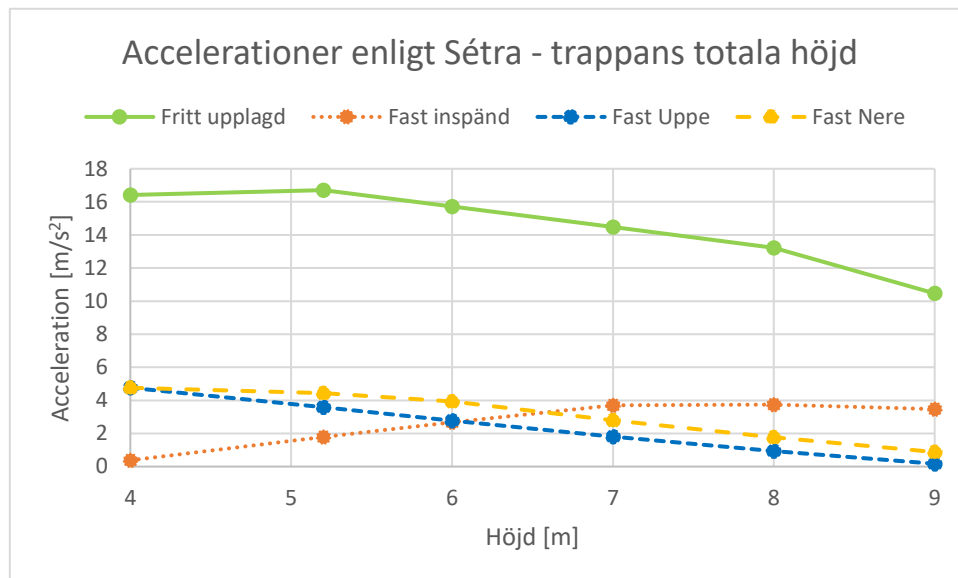
Referenser

- [1] Sétra (service d'Études techniques des routes et autoroutes). *Footbridges: Assessment of vibrational behavior of footbridges under pedestrian loading*. Paris: Sétra; 2006.
- [2] Chopra A.K. *Dynamics of structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. 4 utg. New Jersey: Prentice Hall; 2012.
- [3] Drang. *Energy dissipation in damped vibrations*. [2019-03-04]. Tillgänglig från: <https://leancrew.com/all-this/2014/08/energy-dissipation-in-damped-vibrations/>
- [4] Krenk S. *Non-linear Modeling and Analysis of solids and structures*. 1 utg. Cambridge University Press; 2012.
- [5] Ottosen N & Petersson H. *Introduction to the Finite Element Method*. Prentice Hall, 1992.
- [6] Bishop N.W.M, Willford M, Pumphrey R. *Human induced loading of flexible staircases*. London: Department of Mechanical Engineering, University College London, 1995.
- [7] Boverket. *Boverkets byggregler – föreskrifter och allmänna råd, BBR*. Boverket, 2018 [2019-03-08]. Tillgänglig från: https://www.boverket.se/contentassets/a9a584aa0e564c8998d079d752f6b76d/konsoliderad_br_2011-6.pdf
- [8] Rosell E. *Krav Brobyggande*. Trafikverket, 2018.
- [9] Sveriges Standardiseringskommission. *Trappor: Trappelement. Grundläggande mått (SIS 911101)*. Stockholm: Sveriges Standardiseringskommission, 1976. 1 utg.
- [10] Sveriges Standardiseringskommission. *Trappor. Terminologi (SIS 813201)*. Stockholm: Sveriges Standardiseringskommission, 1974. 2 utg.
- [11] Dassault Systèmes, *Abaqus 6.13 Online Documentation*, 2013
- [12] Isaksson T, Mårtensson A. *Byggkonstruktion: Regler- och formelsamling*. 3 utg. Lund: Studentlitteratur AB; 2017.
- [13] Smith A.L, Hicks S.J, Devine P.J. *Design of Floors for Vibration A New Approach*. Berkshire: The Steel Construction Institute Silwood Park; 2009.
- [14] BE Group. Hålprofiler VKR (kvadratiska och rektangulära) EN 10210

Bilagor

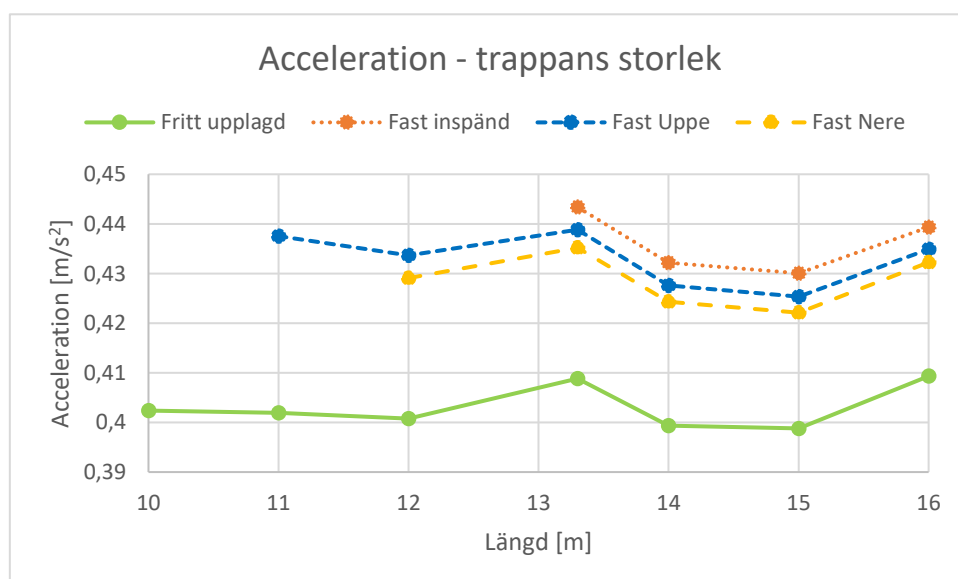
Parameterstudie

Trappans höjd

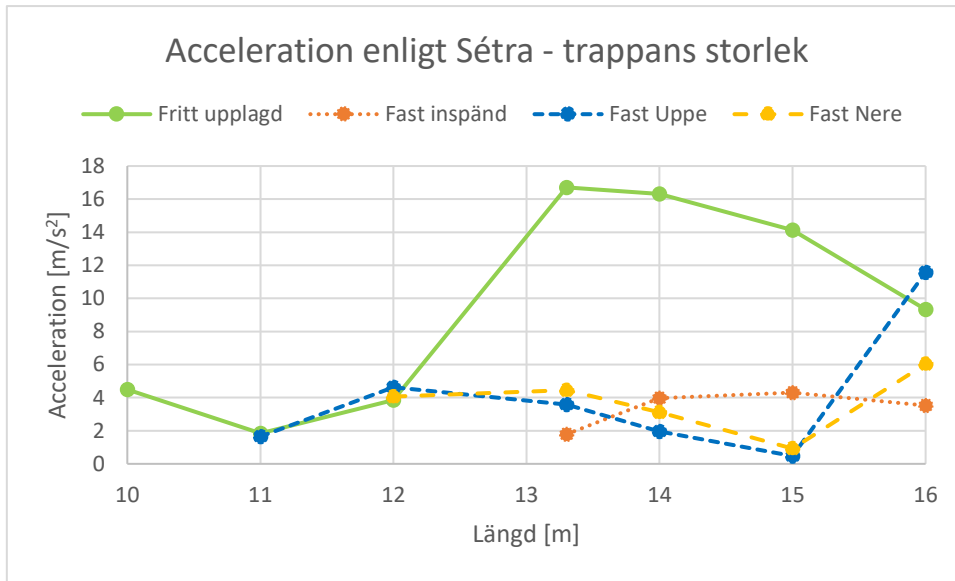


Höjdens inverkan på maximala accelerationer enligt Sétra.

Trappans storlek

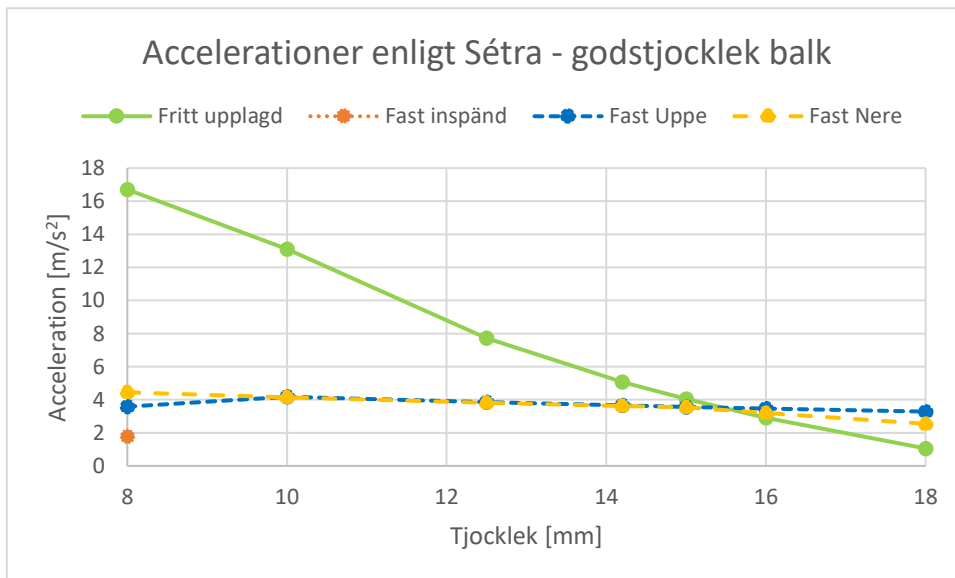


Inverkan trappans storlek har på maximala accelerationer orsakade en last på 1 N/m².



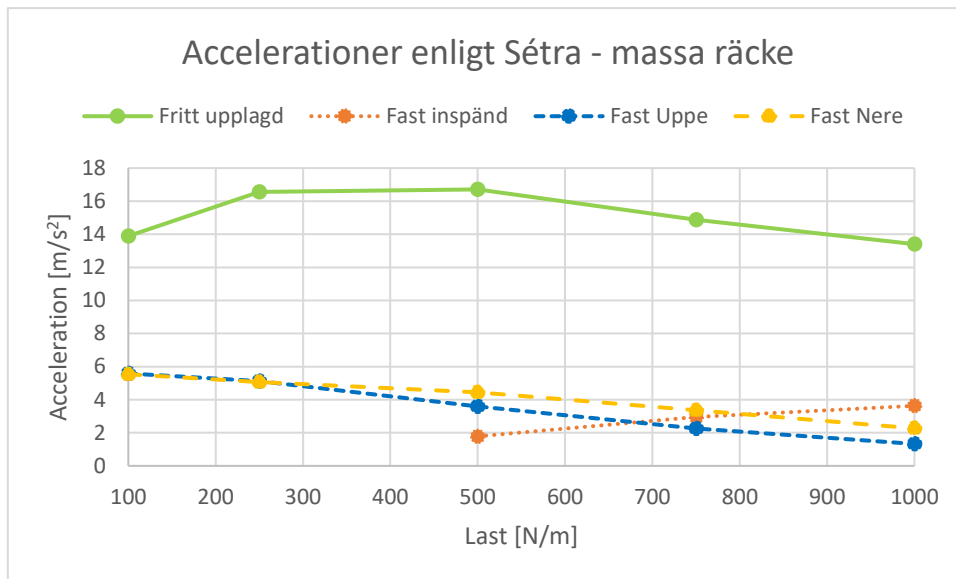
Inverkan trappans storlek har på maximala accelerationer enligt Sétra.

Balktjocklek



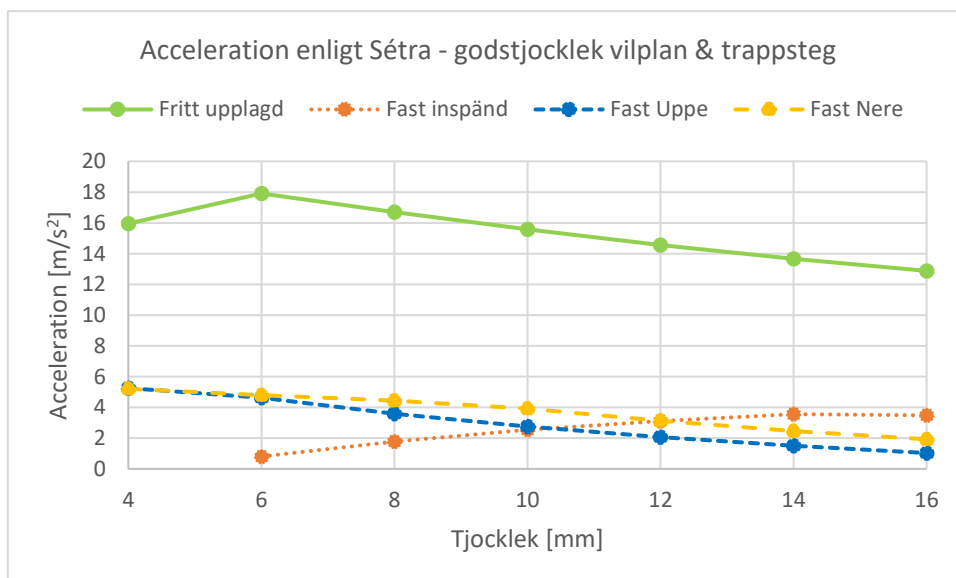
Balktjockens inverkan på maximala accelerationerna enligt Sétra.

Räckets massa



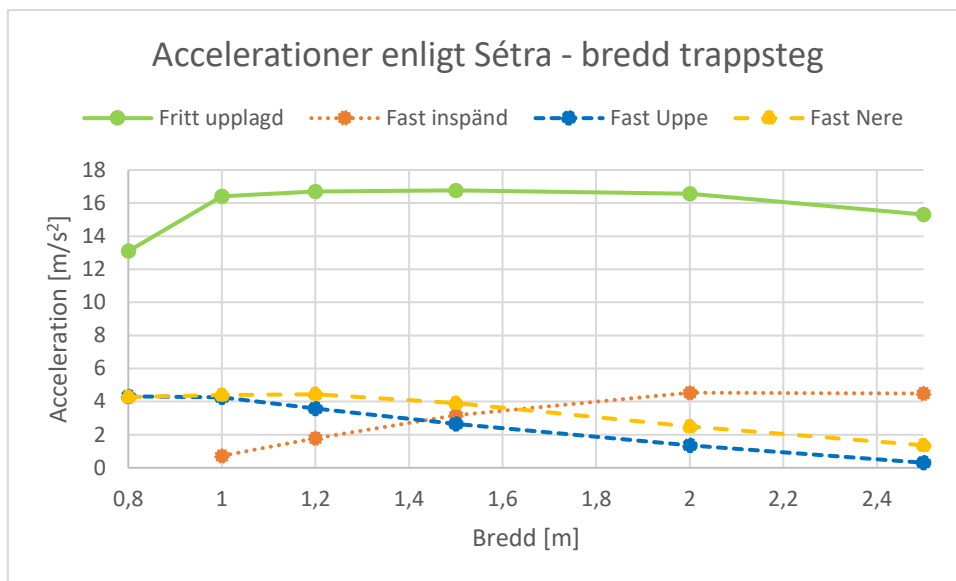
Inverkan räckets massa har på maximala accelerationer enligt Sétra.

Tjocklek vilplan & trappsteg



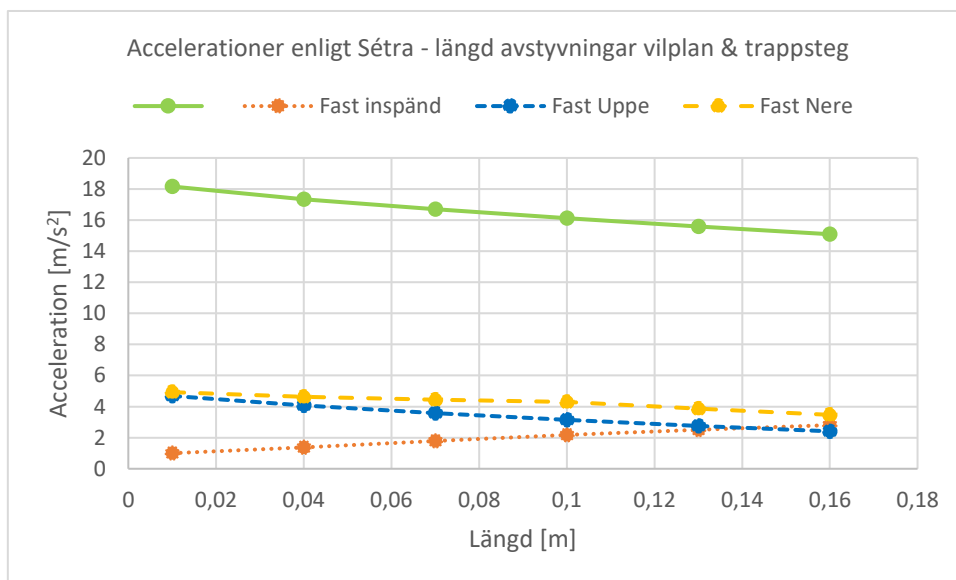
Inverkan tjockleken på vilplan & trappsteg har på maximala accelerationer enligt Sétra.

Bredd på trappsteg



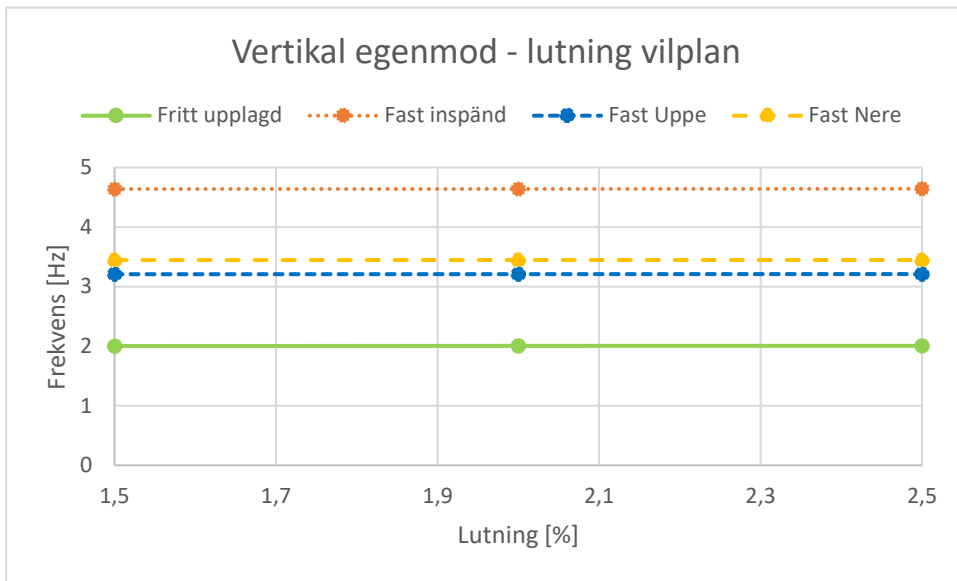
Trappstegsbreddens inverkan på maximala accelerationerna enligt Sétra.

Längd avstyvningar i vilplan & trappsteg

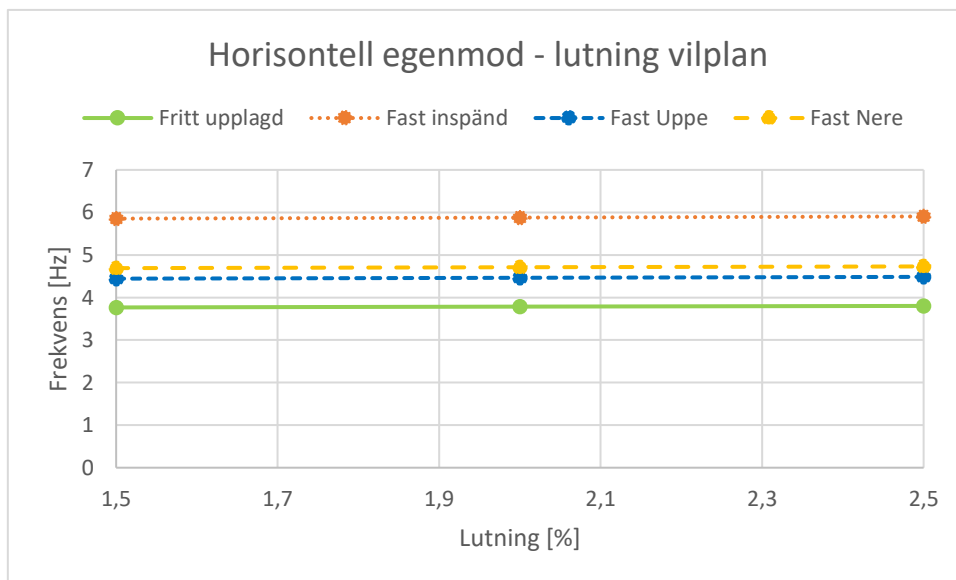


Inverkan längden på avstyvningarna i vilplanet & trappstegen har på maximala accelerationerna enligt Sétra.

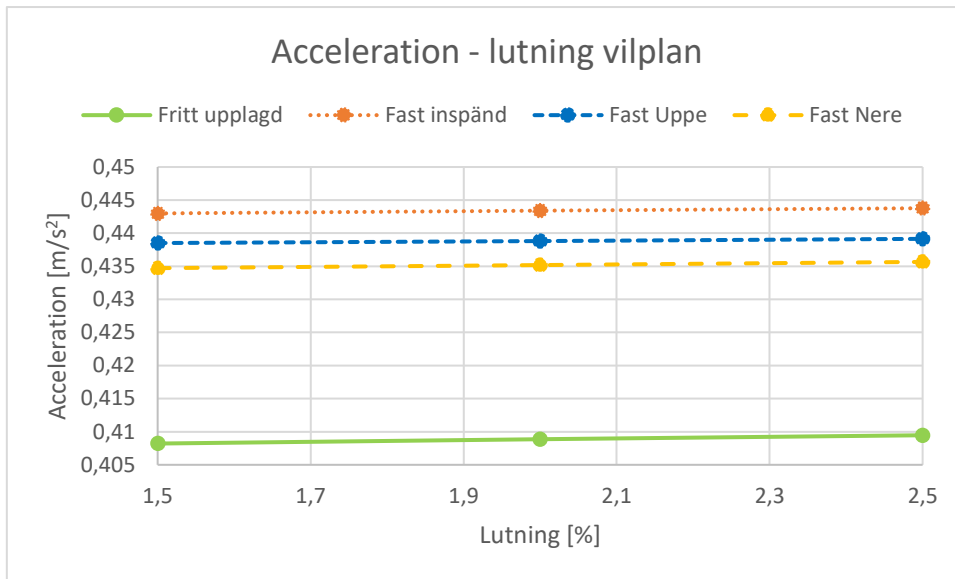
Lutning vilplan



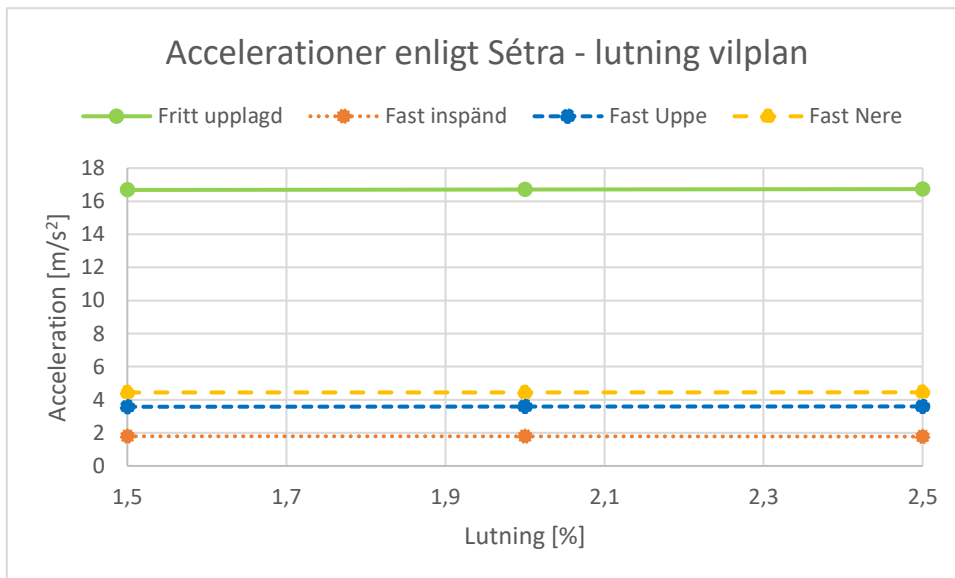
Vilplanets lutnings inverkan på den första vertikala egenfrekvensen.



Vilplanets lutnings inverkan på den första horisontella egenfrekvensen.

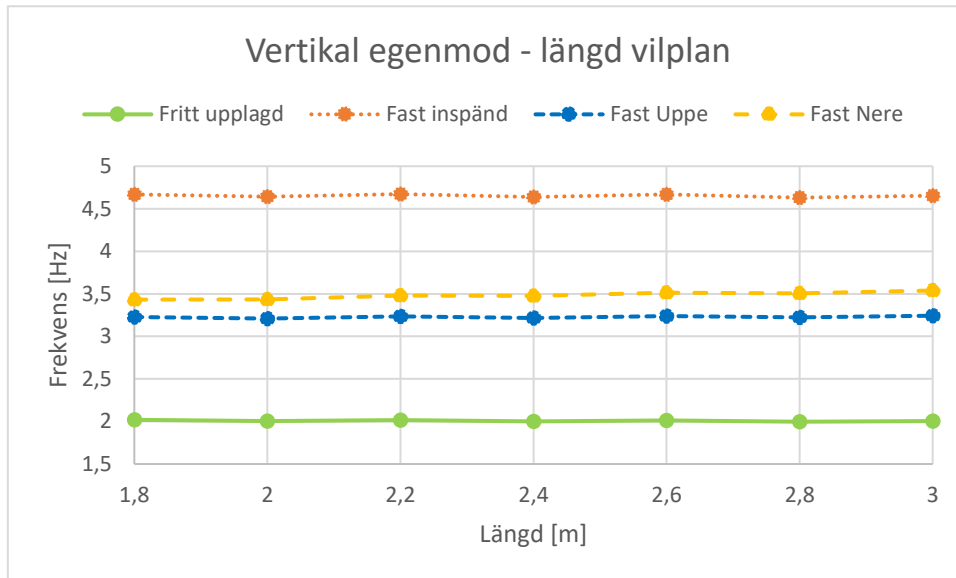


Vilplanets lutnings inverkan på de accelerationerna.

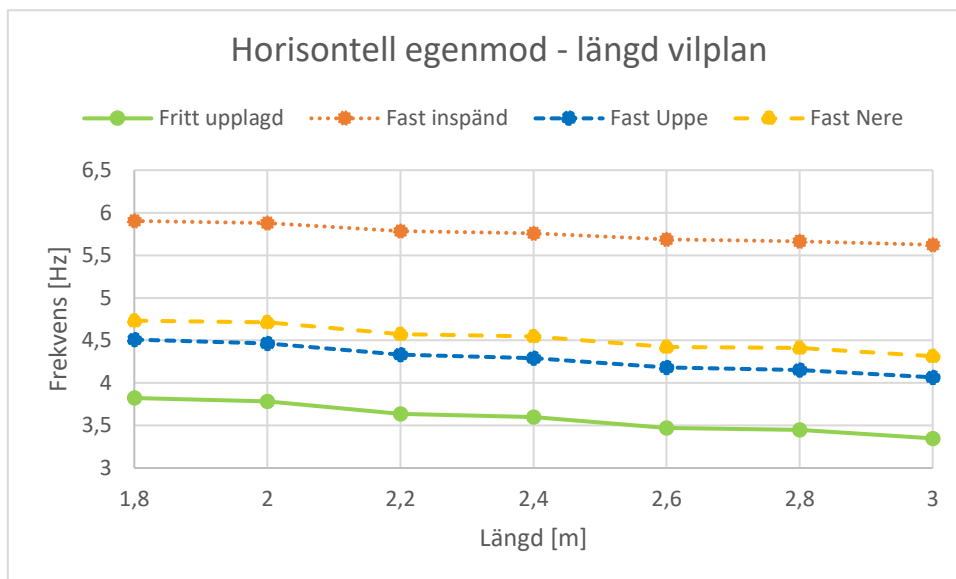


Vilplanets lutnings inverkan på de maximala accelerationerna enligt Sétra.

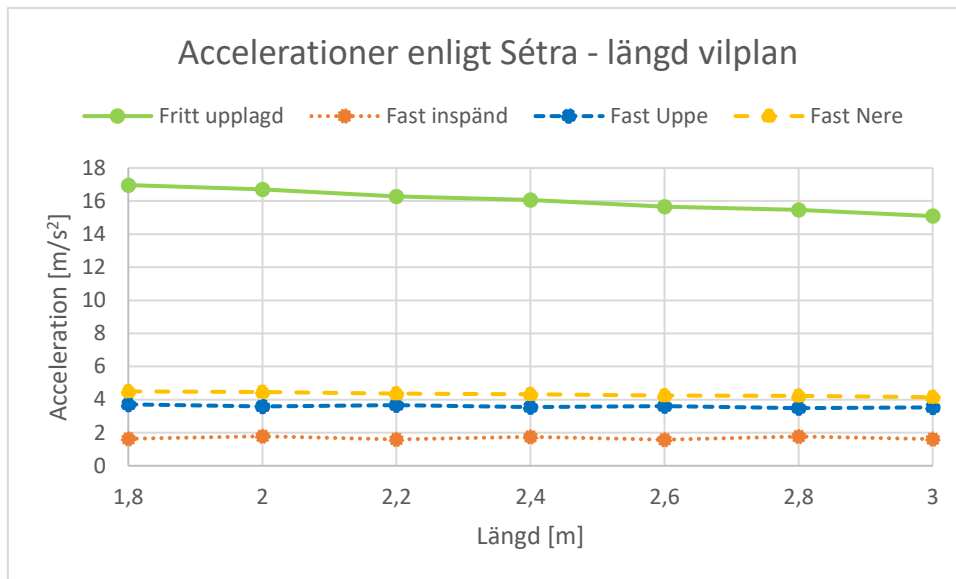
Längd vilplan



Inverkan vilplanets längd har på första vertikala egenfrekvensen.

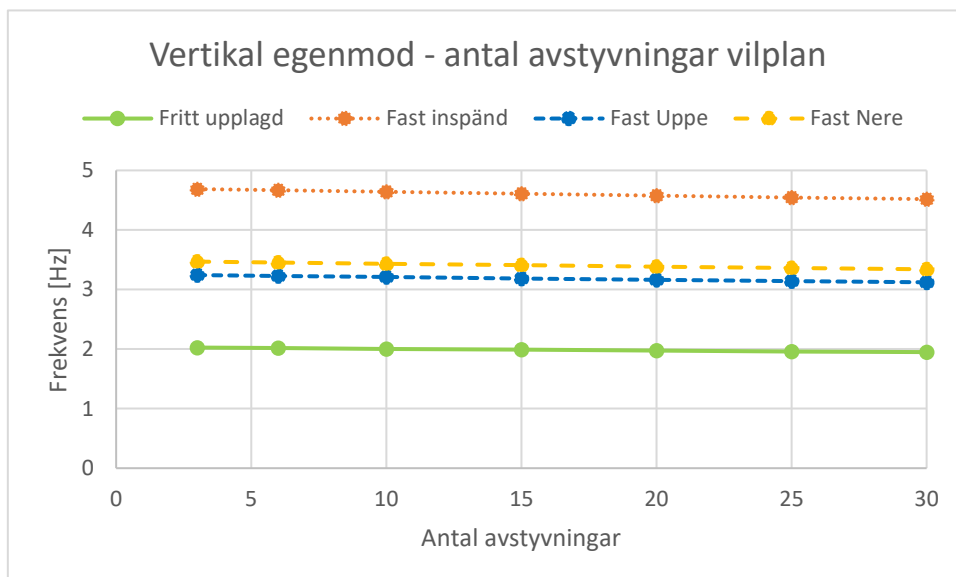


Inverkan vilplanets längd har första horisontella egenfrekvensen.

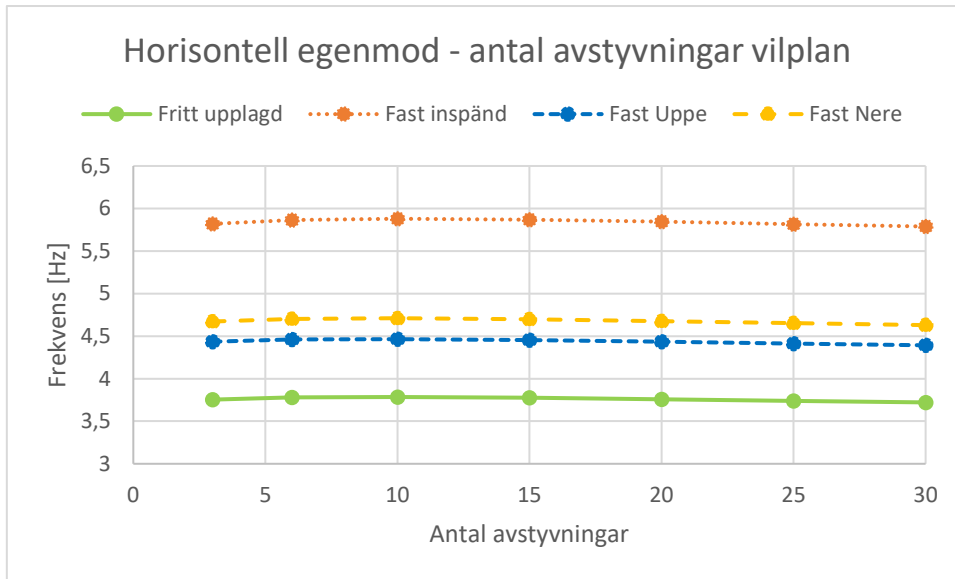


Inverkan vilplanets längd har på maximala accelerationer enligt Sétra.

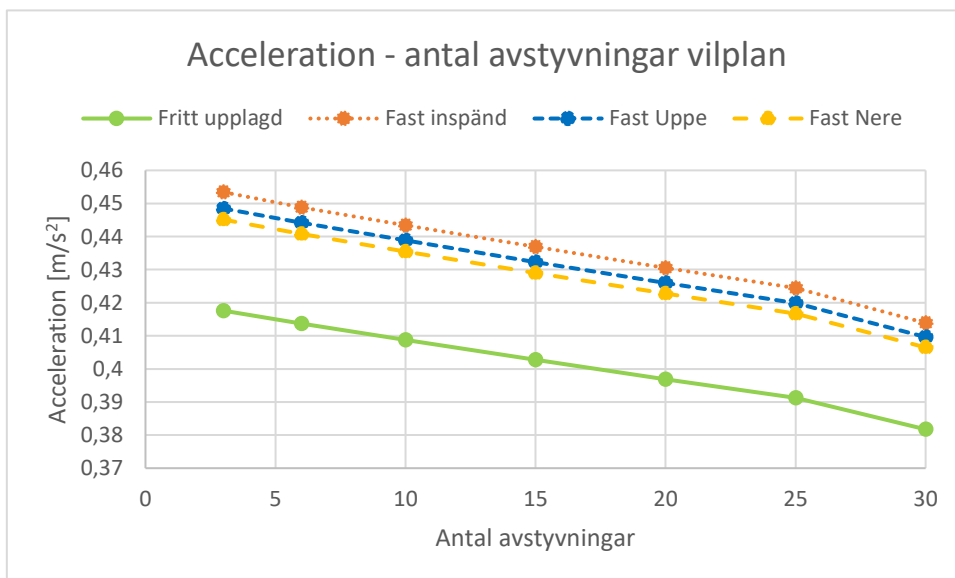
Antal avstyvningar i vilplan



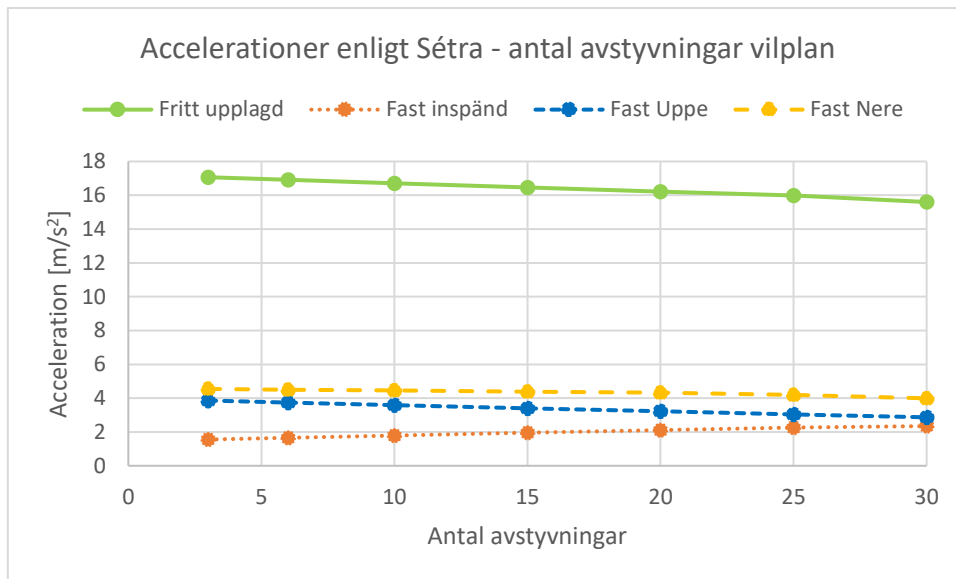
Inverkan antalet avstyvningar har på första vertikala egenfrekvensen.



Inverkan antalet avstyvningar har på första horisontella egenfrekvensen.

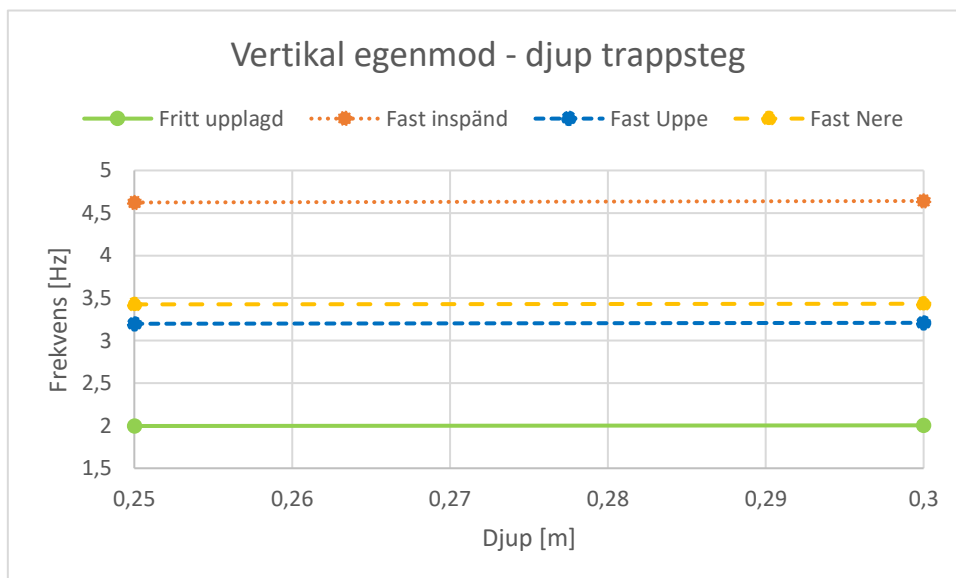


Inverkan antal avstyvningar har på accelerationer orsakade av en last på 1 N/m².

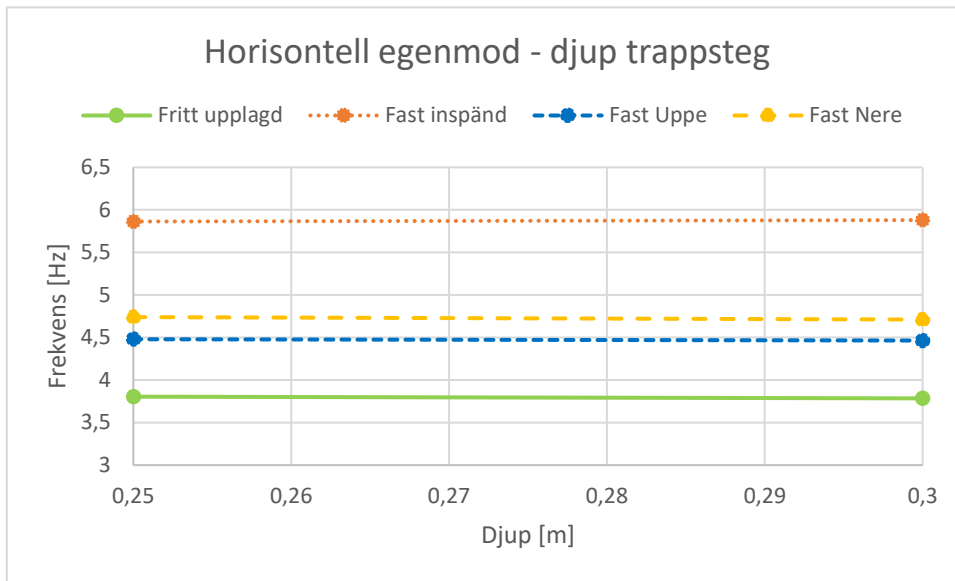


Inverkan antalet avstyvningar har på maximala accelerationer enligt Sétra.

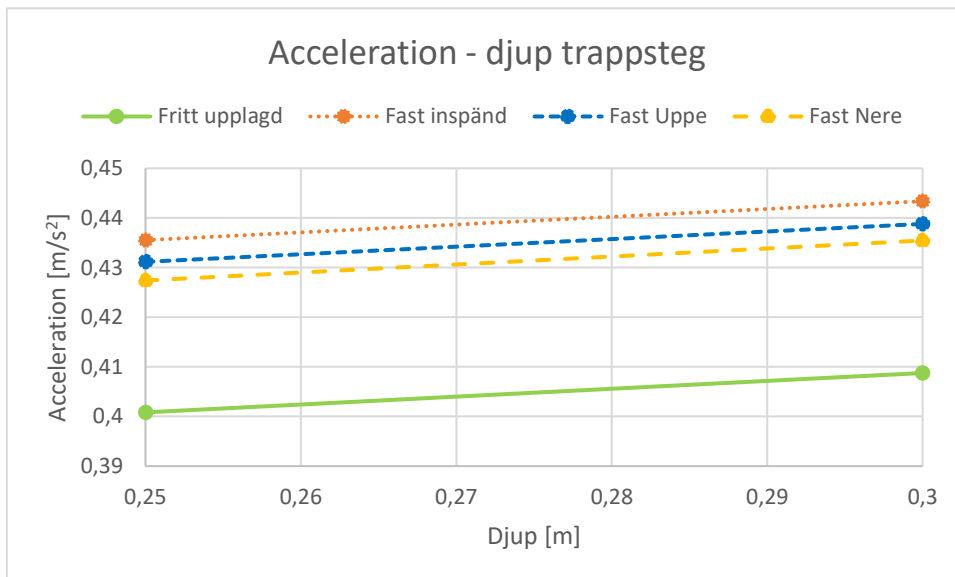
Djup trappsteg



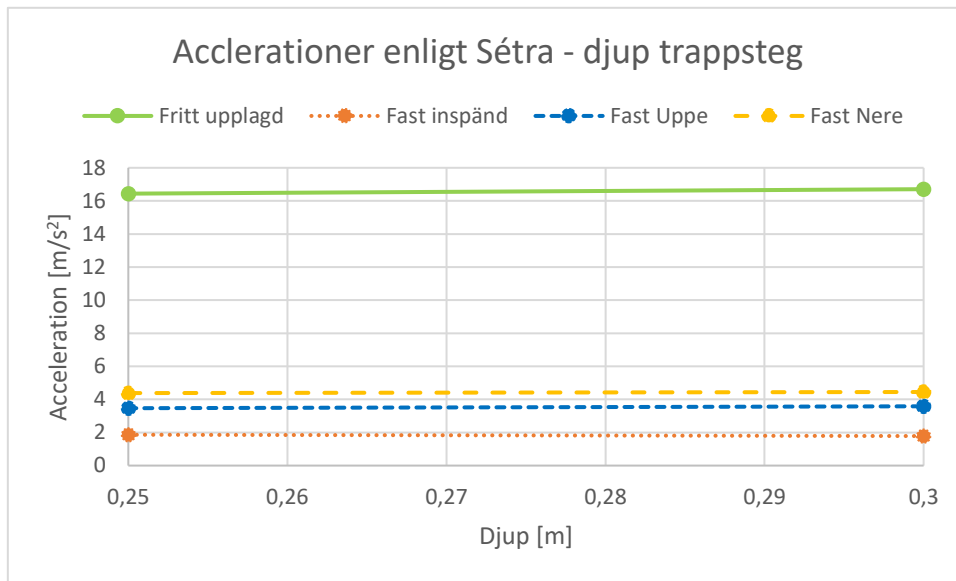
Inverkan djupet på trappsteg har på första vertikala egenfrekvensen.



Inverkan djupet på trappsteg har på första horisontella egenfrekvensen.

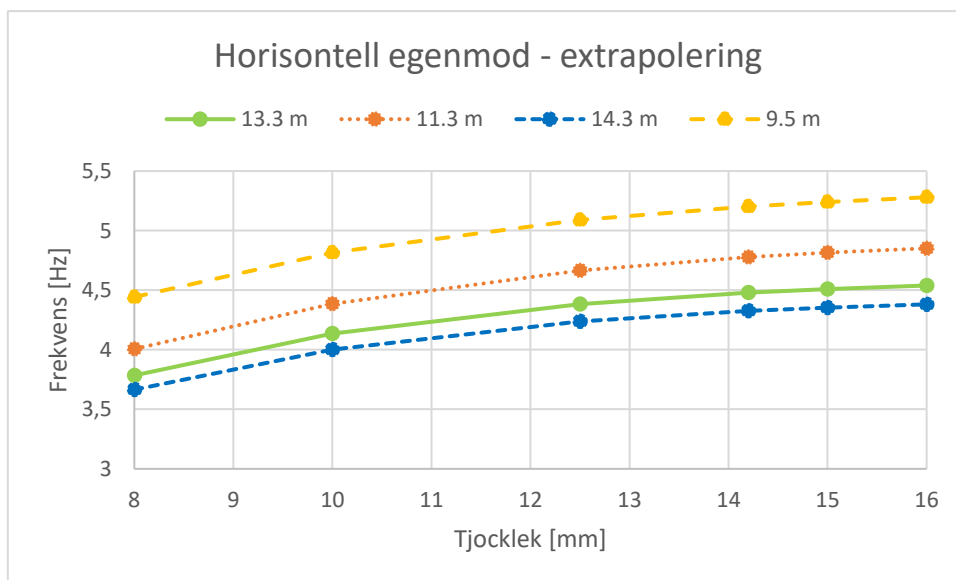


Inverkan djupet på trappsteg har på accelerationer orsakade av en last på 1 N/m².

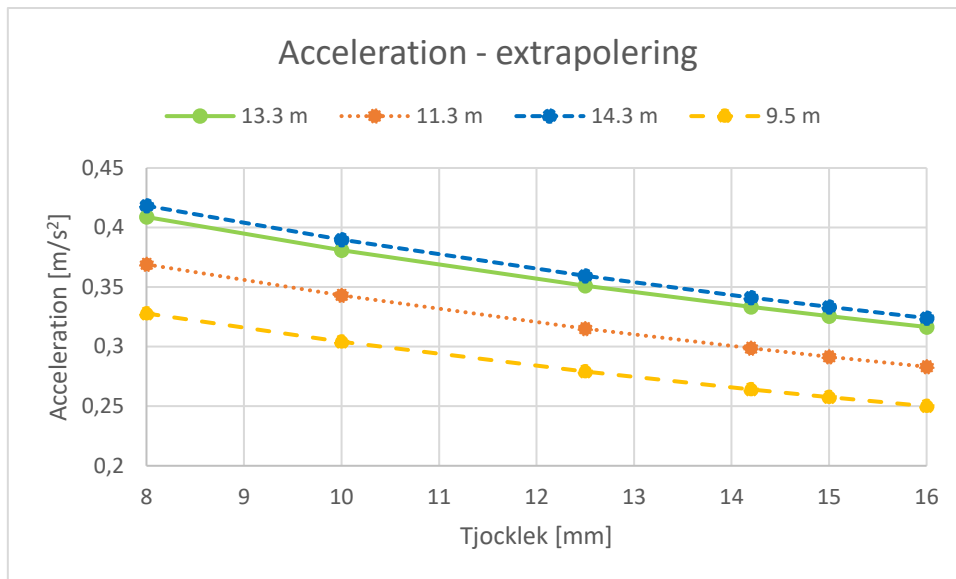


Inverkan djupet på trappsteg har på maximala accelerationer enligt Sétra.

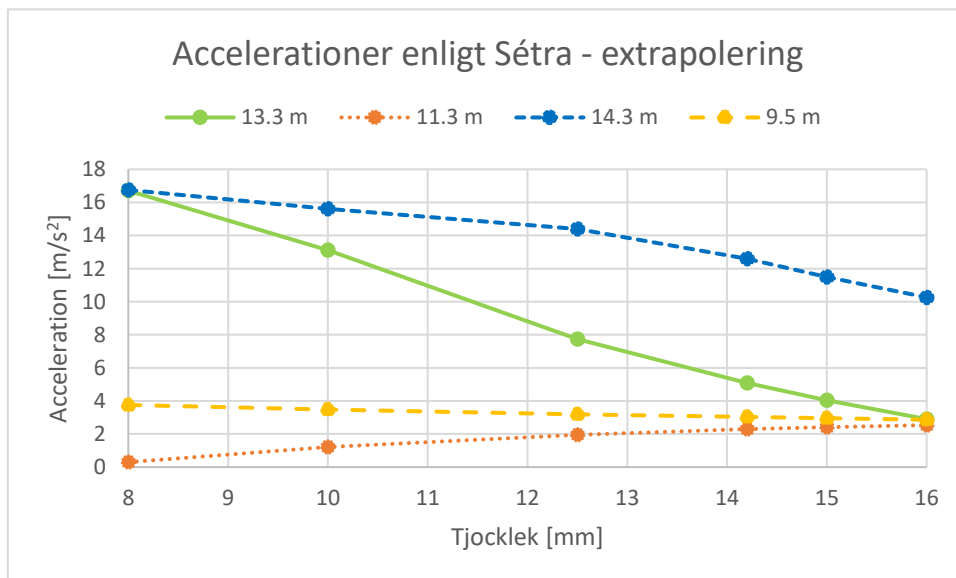
Extrapolering



Första horisontella egenfrekvensen för fritt upplagda trappor med olika totala längder med varierande godstjocklek på balkarna.



Accelerationer orsakade av en last på 1 N/m² för fritt upplagda trappor med olika totala längder med varierande godstjocklek på balkarna.



Maximala accelerationerna enligt Sétra för fritt upplagda trappor med olika totala längder med varierande godstjocklek på balkarna.

UI - Inparametrar

Utvärdering av vibrationsrisken i ståltrappor

I detta dokument definieras de nödvändiga parametrarna för att genomföra en dynamisk analys av en godtycklig ståltrappa. Det är begränsat till enloppstrappor och balkar av VKR-tvårsnitt.

Figurer finns nedan som förtydligar vilka paramterar som ska anges.

Fälten som innehåller inparametrar som skall anges är markerade med färger enligt

Grönt fält = Inparametrar som har stor inverkan på trappans dynamiska respons.

Gult fält = Inparametrar som har märkbar inverkan på trappans dynamiska respons.

Rött fält = Inparametrar som har obetydlig inverkan på trappans dynamiska respons.

OBS! Alla längder i geometrin anges i meter [m] och lutning i procent [%].

Utöver inparametrarna ska även sökvägen för *work directory* som används i Brigade anges.

Exempel på hur den kan se ut

work_directory = "C:\BRIGADE Plus Work Directory"

Work directory Brigade

```
work_directory := "C:\Users\SEOH21709\Documents\Examensarbete\Script 14"
```

Komfortklass

En komfortklass ska anges för trappan, den kommer att styra hur beräkningarna genomförs och även hur hårda krav som sätts. Det finns fyra olika klasser att överväga, en beskrivning av dem görs nedan.

Klass 4: Sällan använd trappa, byggd för att förbinda glest befolkade områden eller för att säkerställa gångbanan vid motorvägar.

Klass 3: Trappa avsedd för vanlig användning, kan ibland korsas av stora grupper av människor men kommer aldrig att belastas längs med hela sin längd.

Klass 2: Trappa i stadsmiljö som förbinder befolkade områden, utsetts för tung belastning och kan ibland belastas längs med hela längden.

Klass 1: gångbro i stadsmiljö som binder samman tätbefolkade områden (där många gående finns, ex. vid tågstationer) eller som ofta används av större folkmängder (ex. turister, demonstrationer), väldigt tungt belastad.

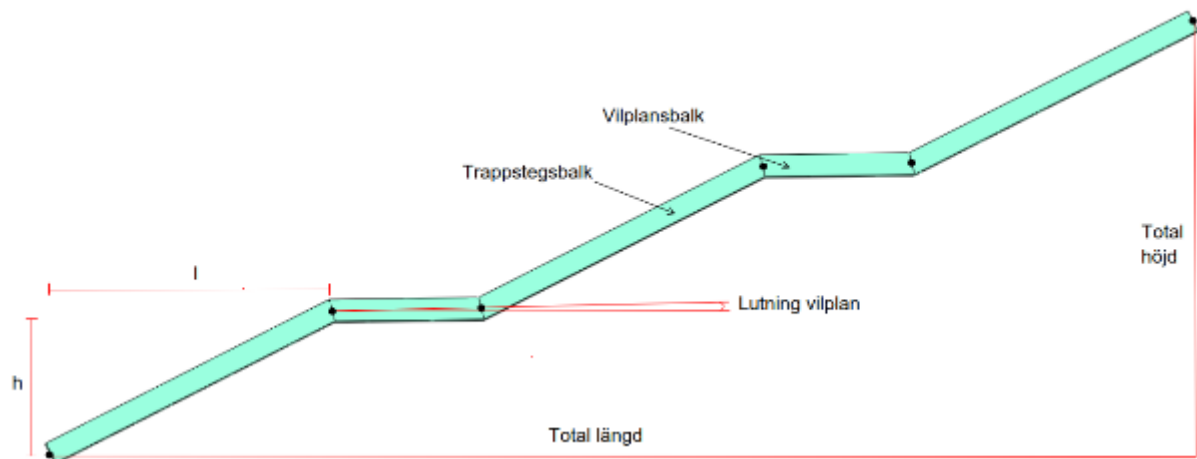
Trappor av klass 4 anses inte kräva någon kontroll av dynamiskt beteende. Det är rekommenderat att välja minst klass 3 för lätta konstruktioner.

```
Komfort_Klass := 2
```


Allmän geometri

Total_Längd := 13.3

Total_Höjd := 5.2



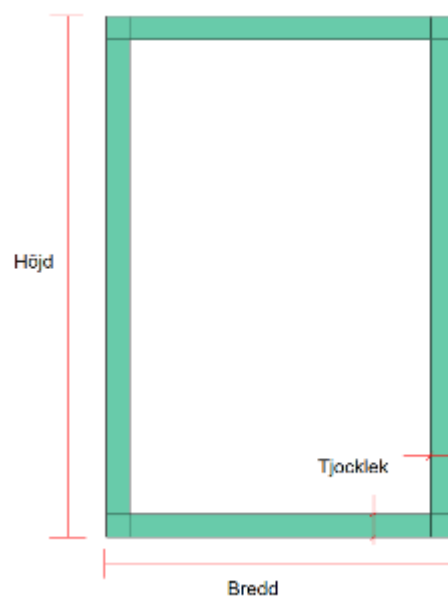
Figur. Längdsättning för trappans balkar.

Balktvärnitt

Bredd := 0.18

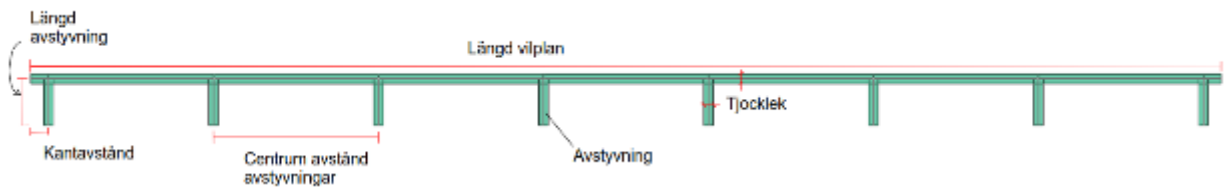
Höjd := 0.26

Tjocklek_balk := 0.008



Figur. Måttsättning för balkarnas tvärsnitt

Vilplan



Figur. Måttsättning för vilplanets tvärsnitt

Antal_Vilplan := 1

Lutning_på_vilplan := 2

Langd_på_viloplan := 2

Kantavstand_vilplan := 0.03

Antal_avstyvningar := 13

Längd_avstyvning_vilplan := 0.07

Tjocklek_vilplan := 0.008

Trappsteg

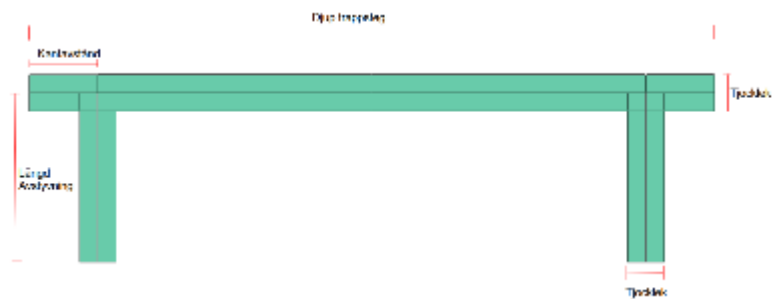
Bredd_trappsteg := 1.2

Tjocklek_trappsteg := 0.008

Djup := 0.3

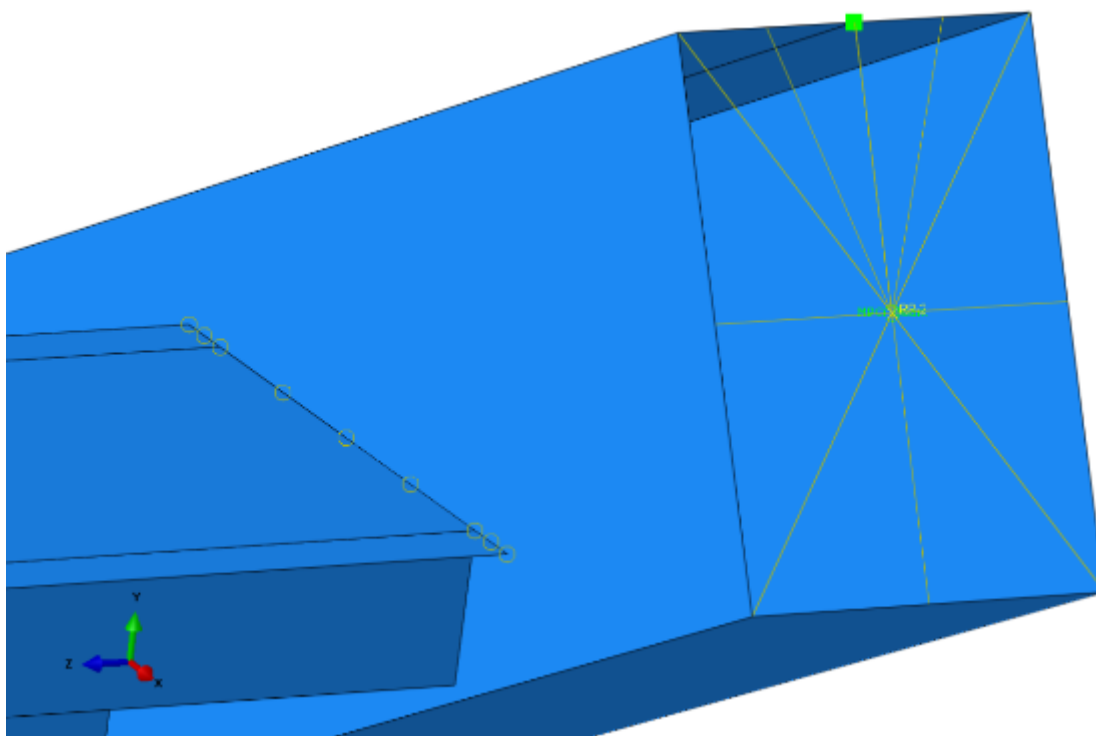
Kantavstand_trappsteg := 0.03

Längd_avstyvning_trappsteg := 0.07



Figur. Måttsättning trappstegets tvärsnitt

Upplagsvillkor



Figur. Illustrering av upplaget på balkarna. Upplaget sätts för mittpunkten.

OBS! Ange "0" för fast eller "1" för fri.

Ingen studie har gjorts för varje individuell riktning av upplagsvillkoren, alla har satts att de gör stor inverkan på trappans dynamiska respons. Det kan finnas någon riktning eller rotation som har mindre inverkan än de andra.

Upplagsvillkor nere

$x_riktning = 1$

$rotation_kring_x = 1$

$y_riktning = 0$

$rotation_kring_y = 1$

$z_riktning = 0$

$rotation_kring_z = 1$

Upplagsvillkor uppe

$x_riktning = 0$

$rotation_kring_x = 1$

$y_riktning = 0$

$rotation_kring_y = 1$

$z_riktning = 0$

$rotation_kring_z = 1$

Infästningar

OBS! Ange "0" för fast eller "1" för fri. Detta gäller rotation runt x-axeln, enligt figur ovan.

Ingen studie har genomförts angående infästningarnas inverkan på trappans dynamiska respons. Endast fast inspänning användes. Detta för att ett antagande gjordes att deformationerna var tillräckligt små för att inte kunna överkomma friktionen i infästningen.

Trappsteg_till_balk := 0

Viloplan_till_balk := 0

Räcke

Här anges massan räcket har, den läggs som en linjemassa längs med balkarna. Med enheten N/m

Last_per_meter := 500 $\left[\frac{N}{m} \right]$

Beräkningar

När alla inparametrar angivits ska mathcad-dokumentet sparas (ctrl + s), då kommer ett textdokument med alla inparametrar att exporteras till Brigades *work directory* (som blivit angiven tidigare). För att sedan genomföra beräkningarna ska skriptet köras i Brigade. Detta görs enligt

1. Starta Brigade
2. Gå in i menyn File
3. Klicka på Run Script
4. Kör sedan Skriptet

Efter Job 1 och 2 genomförts kommer en dialogruta att poppa upp med figurer för de relevanta egenmoderna. Ange där vad de är för typ av egenmod (Vertikal, Horisontell eller Vrid). Klicka sedan OK och kryssa rutan. Sedan kommer accelerationen att räknas fram för varje egenmod som ligger inom gränserna. Resultatet kommer att dyka upp i Brigades dialogruta.