En jämförelse av Eurokod och Boverkets konstruktionsregler

- Tvärkraftsdimensionering och deformationsberäkning av betongbalkar

LUNDS UNIVERSITET
Lunds Tekniska Högskola

LTH Ingenjörshögskolan vid Campus Helsingborg
<Byggnadsvetenskaper /Byggnadskonstruktion>

Examensarbete:
Henrik Hammar

LTH Ingenjörshögskolan vid Campus Helsingborg
Lunds universitet
Box 882
251 08 Helsingborg

LTH School of Engineering
Lund University
Box 882
SE-251 08 Helsingborg
Sweden

Tryckt i Sverige
Media-Tryck
Biblioteksdirektionen
Lunds universitet
Lund 2011

Sammanfattning

Den första januari 2011 började nya konstruktionsregler (Eurokoderna) att gälla i Sverige, dessa regler är gemensamma för hela Europeiska Unionen. Införandet av Eurokoderna gjordes för att undanröja eventuella handelshinder mellan medlemsländerna.
Detta arbete syftar till att visa vilka följder detta byte från Boverkets konstruktionsregler(BKR) till Eurokoderna får för dimensionerandet av tvärkraftsarmering och beräkning av nedböjning hos betongbalkar.

För att påvisa skillnaderna vid tvärkraftsdimensionering används tre beräkningsexempel som vardera beräknas enligt tre olika metoder, två hämtade från BKR och en från Eurokod 2. I tabell 2.2 sammanställs resultaten från beräkningarna av betongens tvärkraftskapacitet (V_c, V_{Rdc}, $V_{Rd,c}$), centrumavståndet mellan tvärkraftsbyglarna(s) och bygelarmeringens diameter(∅).

Tabell 2.2

	V_c (kN)	V_{Rdc} (kN)	$V_{Rd,c}$ (kN)	s (mm)			∅ Tvärkraftsbyglar (mm)		
Ex.	BKR 1	BKR 2	Euro	BKR 1	BKR 2	Euro	BKR 1	BKR 2	Euro
1	36	33	36	225	225	225	6	6	6
2	79	77	86	495	495	495	8	8	8
3	54	54	60	360	317	439	6	6	6

Resultaten i tabell 2.2 visar att betongens tvärkraftskapacitet generellt är lite högre enligt Eurokoden än BKR. Detta eftersom Eurokodens karakteristiska hållfasthetsvärden för betong och stål är större än de korresponderande värde som ges i BKR. Att partialkoefficienten för säkerhetsklass inte finns med i Eurokodens beräkningar på samma sätt som i BKR bidrar också till skillnaden i värdena på tvärkraftskapaciteten. Den praktiska betydelse av denna olikhet är väldigt liten, den ända skillnad som uppstår i valet av tvärkraftsarmeringsbyglar är att i exempel tre blir centrumavståndet(s) större än vid beräknade enligt BKR.
Den största nyhet som tillkommit reglerna för tvärkraftsdimensionering, är kravet på minimiarmering. Denna armering ska monteras längs hela balken oavsett om den behövs för att uppnå tillräcklig hållfasthet eller inte.
Tar man hänsyn till detta krav på minimiarmering fås tabell 2.4 som redovisar de slutgiltiga valen av armering för de olika beräkningsmetoderna.

Tabell 2.4

	Tvärkraftsarmeringsbyglar (mm)		
Exempel	BKR 1	BKR 2	Eurokod
1	Ø6 med s 225	Ø6 med s 225	Ø6 med s 225
2	Ø8 med s 495	Ø8 med s 495	Ø8 med s 418
3	Ø6 med s 360	Ø6 med s 317	Ø6 med s 307

Jämfört med tabell 2.2 har centrumavståndet mellan armeringsbyglarna i exempel ett och två minskat, när inverkan av kravet på minimiarmering beaktas.
Införandet av karv på minimiarmering i Eurokod 2 ökar mängden tvärkraftsarmering som behövs vid dimensioneringen av betongbalkar vilket leder till ökande material och monteringskostnader.
För att få en bild av hur materialkostnaderna påverkas görs en kostnadsberäkning för mängden ingående armeringsjärn. Resultatet av dessa beräkningar redovisas i tabell 2.6.

Tabell 2.6

	Kostnad (kr/balk)		
	Exempel 1	Exempel 2	Exempel 3
BKR 1	9,8	28,4	16,7
BKR 2	9,8	28,4	16,7
Eurokod 2	44,2	98,9	59,4

I tabellen ovan syns det hur kostnaden för armeringsjärnen ökar i balkarna som är beräknade enligt Eurokod 2. Denna stora ökning beror på det nya kravet på minimiarmering som införts i Eurokoderna.

För att undersöka skillnaderna i deformations beräkningarna används en metod från BKR, respektive en från Eurokod 2. Dessa två metoder används för att beräkna hur mycket en balk deformeras vid olika relativa fuktigheter. Resultaten för dessa beräkningar redovisas i tabell 3.3

Tabell 3.3

	Nedböjning (mm)	
Exempel	BKR	Eurokod
1	15,6	17,2
2	14,6	14,0
3	13,6	14,0

De relativa fuktigheterna är 50 % i exempel ett och 80 % respektive 95 % i exempel två och tre.
Tabell 3.3 visar att resultaten inte varierar speciellt mycket mellan de båda beräkningsmetodikerna, värt att notera är att nedböjningen inte förändras mellan exempel två och tre för metoden hämtad ur Eurokod 2. Detta beror på en av skillnaderna mellan beräkningsmetoderna, nämligen hur kryptalet bestäms. I BKR bestäms kryptalet via en tabell med tre olika nivåer av relativ fuktighet medan Eurokod 2 använder sig av diagram som bara har två nivåer av relativ fuktighet (50 % och 80 %).
I Eurokod 2 finns en tydligare formulering av karven på hur stor nedböjning som kan tillåtas, det saknades i Boverkets konstruktionsregler. De nya gränserna är L/250 för balk, platta eller konsol som utsätts för kvasipermanent last och L/500 för deformationer som kan skada angränsande delar under kvasipermanent last.

Nyckelord: Betong, tvärkraftsarmering, deformation, Eurokod, Boverkets konstruktionsregler.

Abstract

On January 1, 2011 the new structural design rules (Eurocode) became valid in Sweden; these rules are common to the entire European Union. The reason for the introduction of the Eurocode is to try and eliminate trade barriers between member states.
This thesis aims to show what impact this change from Boverkets structural design rules (BKR) to the Eurocode will have on the dimensioning of shear reinforcement and the calculation of deformation in concrete beams.

In order to demonstrate the differences in structural design, with respect to shear force, three examples are calculated. Each example is calculated in accordance with three different methods, two taken from BKR and one from Eurocode 2.
Table 2.2 summarizes the calculation results of the concrete shear capacity (V_c, V_{Rdc}, $V_{Rd,c}$), center distance (s) between and the diameter (∅) of the shear reinforcement.

Table 2.2

	V_c (kN)	V_{Rdc} (kN)	$V_{Rd,c}$ (kN)	s (mm)			∅ Shear reinforcement (mm)		
Ex.	BKR 1	BKR 2	Euro	BKR 1	BKR 2	Euro	BKR 1	BKR 2	Euro
1	36	33	36	225	225	225	6	6	6
2	79	77	86	495	495	495	8	8	8
3	54	54	60	360	317	439	6	6	6

The results in Table 2.2 show that the concrete shear capacity is generally a bit higher with Eurocode then with BKR. This is because the Eurocode's characteristic strength values for concrete and steel is higher than the corresponding value given in the BKR.
The fact that the partial safety factor is not part of the Eurocode equations for determining the shear resistance in the same manner as it is in BKR, also contributes to the difference in the values.
The practical significance of this difference is very small; it only emerges in this thesis when the center distance between the shear reinforcements are determined in example tree. The distance is larger according to Eurocode compared to BKR.
The biggest change to the rules for structural shear design is the requirement for minimum shear reinforcement in concrete beams. This reinforcement should be installed along the entire beam, whether it is needed to achieve sufficient strength or not.

Taking into account the requirement of minimum reinforcement, table 2.4 is obtained and presents the final selections of reinforcement rebar for the different calculation methods.

Table 2.4

	Shear reinforcement (mm)		
Exempel	BKR 1	BKR 2	Eurokod
1	Ø6 med s 225	Ø6 med s 225	Ø6 med s 225
2	Ø8 med s 495	Ø8 med s 495	Ø8 med s 418
3	Ø6 med s 360	Ø6 med s 317	Ø6 med s 307

Compared to table 2.2 the center distance decreases between the shear reinforcement in Eurocode example one and two, when the requirement for minimum shear reinforcement is taken in to account. The Eurocode's introduction off this requirement has increased the amount of shear reinforcement rebar required in the structural design of concrete beams, leading to increased material and installation costs.
To get an idea of the effect on material costs an estimate for the costs of shear reinforcement is done and the results are presented in table 2.6.

Table 2.6

	Cost (kr/beam)		
	Exempel 1	Exempel 2	Exempel 3
BKR 1	9,8	28,4	16,7
BKR 2	9,8	28,4	16,7
Eurokod 2	44,2	98,9	59,4

The table above shows how the reinforcement costs are increased in the beams calculated in accordance with Eurocode 2. This large increase is caused by the new demand for minimum shear reinforcement included in the Eurocodes.

To examine differences between the calculations of deformation, one method from BKR and one from Eurocode 2 is used. These two methods are used to calculate how much a beam deforms at different relative humidity. The results of these calculations are presented in Table 3.3.

Table 3.3

	Deformation (mm)	
Exempel	BKR	Eurokod
1	15,6	17,2
2	14,6	14,0
3	13,6	14,0

The relative humidity's are; 50% in example one and 80 % and 95 % in example two and three. Table 3.3 shows that the results do not vary very much between the two calculation methodologies, worth noting are that the deflection does not change between example two and three when calculated with the method from Eurocode. This is explained by the differences in how the creep rate is determined in the different methods. According to BKR the creep rate is determined by consulting a table with three different levels of relative humidity whilst Eurocode 2 makes use of two charts and only two levels of relative humidity (50 % and 80 %).
Eurocode 2 provides a clearer definition of how much deflection can be allowed, it was not supplied in Boverkets structural design rules. The new limits are L/250 for beams, slabs or consoles that are subjected to quasi permanent load and L/500 for deformations that can cause damage to adjacent structures during quasi permanent load.

Keywords: Concrete, shear reinforcement, deformation, Eurocode, Boverkets structural design rules.

Förord

Detta examensarbete ingår i utbildningen till högskoleingenjör inom byggteknik med inriktning arkitektur på Lunds tekniska högskola campus Helsingborg.
Arbetet har utförts vid Lunds tekniska högskola, avdelningen för byggnadskonstruktion.

Arbetet initierades av Lars Sentler, PhD. vid Lunds tekniska högskola avdelningen byggnadskonstruktion, han har även varit handledare. Examinator för detta examensarbete är Bertil Fredlund, PhD. vid Lunds tekniska högskola avdelningen för byggnadskonstruktion.

Jag vill tacka personalen på campus Helsingborgs bibliotek som varit väldigt hjälpsamma med att hitta och ta fram det mesta av den litteratur jag behövt för att genomföra detta examensarbete. Här vill jag också passa på att tacka SIS förlag för tillståndet att använda delar av deras material, samt tacka BE group för hjälpen med att bestämma kostnaden för olika armeringsjärn.

Ett speciellt tack går till min handledare Lars Sentler för det engagemang och den rådgivning han get mig under arbetets gång.

Min sambo, familj och mina vänner ska ha ett stort tack för deras stöd och tro på mig de haft under den tid jag studerat.

Malmö, 2011
Henrik Hammar

henrik.hammar@comhem.se

Innehållsförteckning

1 Inledning

1.1 Bakgrund

Här följer en tidslinje för skapandet av Eurokoderna;

1957
Romfördragen signeras.

1971
Direktivet om offentligupphandling utfärdas.

1975
Eurokoderna påbörjas som resultatet av ett kommissionsbeslut att inleda ett program inom konstruktion baserat på Artikel 95 i romfördraget. Målet med arbetet var att eliminera tekniska hinder i handel och att harmonisera tekniska specifikationer genom tekniska regler, i ett första steg för att vara ett alternativ till nationella regler, för att till sist helt ersätta dem.

1980
Genomförs en internationell förfrågan om konstruktionsregler.

1984
De första Eurokoderna publiceras av kommissionen med hjälp av en styrkommitté bestående av representanter från medlemsstaterna.

1989
Byggproduktsdirektivet utfärdades. Direktivet definierar de grundläggande krav byggprodukter måste uppfylla.

1990
ENV Eurokoderna (en förstandard till Eurokoderna) påbörjades till följd av ett mandat utfärdat av kommissionen och medlemsstaterna 1989 baserat på en överrenskommelse med Europeiska standardiseringskommittén, godkänd av kommittén för konstruktion. Förberedandet och publicerandet av Eurokoderna överfördes till Europeiska standardiseringskommittén. Eurokoderna var tänkta att bli europeisk standard.

1992
Publikationen av ENV Eurokoderna påbörjas av Europeiska standardiseringskommittén. På grund av problem med att harmonisera alla

aspekter av kalkyleringsmetoderna inkluderade ENV Eurokoderna nationella parametrar som gjorde det möjligt för medlemsstaterna att välja värden för användning på deras territorium. Nationella applikationsdokument, som gav detaljerna för hur ENV Eurokoderna skulle användas i medlemstaterna utgavs generellt med ett lands ENV Eurokoder.

1998
Omvandlingen från ENV (förstandard) till EN (europeisk standard) initierades med mandat från kommissionen.

2003
Kommissionens rekommendation om genomförandet och användningen av Eurokoder utfärdas. EN Eurokoderna är den rekommenderade uppsättning av standarder för utformning av produkter och konstruktioner som uppfyller de grundläggande kraven på bärförmåga och stabilitet, samt säkerhet i händelse av brand. Medlemsstaterna uppmuntras att anta de rekommenderade värdena för nationellt valbara parametrar och att bidra till att främja ytterligare harmonisering och utveckling av EN Eurokoderna.

2004
Direktivet om byggentreprenader, varor och Offentlig upphandling av tjänster utfärdas.

2006
Publicerandet av EN Eurokoderna avslutas. Genomförande program går in i samexistensperioden där EN Eurokoderna används parallellt med nationella standarder som har samma tillämpningsområde.

2010
Fullständigt genomförande av EN Eurokoderna som europeisk standard planeras för 2010 med återkallande av motstridiga nationella standarder.

(http://eurocodes.jrc.ec.europa.eu/showpage.php?id=12 2011-02-15)

1.1.1 Varför byter vi regler

Den 1 januari 2011 ersattes Boverkets konstruktionsregler med EN Eurokod för att skapa enhetliga standarder i hela Europeiska Unionen. Anledningen till denna harmonisering av standarder för byggkonstruktion baseras på Romfördraget. I artikel 95 står det:

> ” No Member State shall impose, directly or indirectly, on the products of other Member States any internal taxation of any kind in excess of that imposed directly or indirectly on similar domestic

> products. Furthermore, no Member State shall impose on the products of other Member States any internal taxation of such a nature as to afford indirect protection to other products. Member States shall, not later than at the beginning of the second stage, repeal or amend any provisions existing when this Treaty enters into force which conflict with the preceding rules."

Det är denna artikel om undanröjande av handelshinder mellan medlemsstaterna som är grunden för införandet av gemensamma regler och standarder inom konstruktion.

1.2 Syfte

Examensarbetets syfte är att genom beräkningsexempel och jämförande av ekvationer undersöka skillnaderna mellan dimensioneringsreglerna i Boverkets konstruktionsregler (BKR) och Eurokoderna. De avsnitt som kommer att behandlas i arbetet är tvärkraftsdimensionering och deformationsberäkningar.

1.3 Arbetsmetod

Först sker en genomgång av tillgänglig studielitteratur för att få en djupare förståelse av de områden som ska avhandlas i detta examensarbete. Därefter följer en genomgång av relevanta avsnitt ur;

- Boverkets författningssamling
- Boverkets konstruktionsregler
- Boverkets handbok om betongkonstruktioner
- Eurokod SS-EN 1990 (Eurokod 0)
- Eurokod SS-EN 1991 (Eurokod 1)
- Eurokod SS-EN 1992 (Eurokod 2)
- Svenska Betongföreningens handbok till Eurokod volym 1 och 2

Detta görs för att ytterligare fördjupa förståelsen av författningarna som styr beräknandet av deformation och tvärkraftsdimensionering av betong. Beräkningsexemplen kommer att baseras på exempel som hittas i läroböcker för byggnadskonstruktion. Böckerna som främst kommer att användas är Byggkonstruktion av Tord Isaksson, Annika Mårtensson och Sven Thelandersson och Byggkonstruktion del 3 av Bengt Langesten.

1.4 Avgränsningar

Boverkets konstruktionsregler och Eurokoderna är väldigt omfattande och till stor del likartade, så detta examensarbete är begränsat till dimensionering av betongbalkar för tvärkraft i brottgränsstadiet och deformation av balkar i

bruksgränsstadiet. I båda avsnitten kommer beräkningar endast utföras på rektangulära balkar som utsätts för böjkrafter.
Vidare kommer skillnaderna i bestämmandet av dimensionerande last inte att beaktas i detta arbete eftersom detta hade försvårat jämförelsen av de områden som detta arbete avser att behandla.
Möjligheten till lastreduktion på grund av laster som angriper nära upplag kommer inte att användas i detta arbete.

2 Dimensionering med hänsyn till tvärkraft

Beräkningsgången för dimensionering av armerade betongbalkar är nästan den samma i alla tre metoder som behandlas i detta examensarbete.
Först bestäms tvärkraftskapaciteten för den böjarmerade betongbalken och om kapaciteten är mindre än den dimensionerande tvärkraften går man vidare till nästa steg.
I steg två beräknas hur mycket tvärkraftsarmering som behövs för att balkens tvärkraftskapacitet ska bli större än den dimensionerande tvärkraften.

2.1 Tvärkraftsdimensionering enligt Boverkets konstruktionsregler

Enligt boverkets konstruktionsregler, kapitel 7:3127, hittas dimensioneringsmetoderna för tvärkraft i Boverkets handbok om betongkonstruktioner (BBK -04).

2.1.1 Tvärkraftsdimensionering, metod 1

2.1.1.1 Betongkonstruktion utan tvärkraftsarmering

Tvärkraftskapaciteten i ett snitt hos en betongbalk är tillräcklig om

$$V_{Sd} \leq V_c + V_i \qquad [1]$$

där

V_{Sd}	är tvärkraft av dimensioneringslast
V_C	är betongens tvärkraftskapacitet
V_i	är inverkan av variabel effektiv höjd

i detta arbete kommer dock inte inverkan av V_i att beaktas eftersom det är rektangulära balkar som avhandlas, så i detta arbete kan sambandet skrivas

$$V_{Sd} \leq V_c$$

Ovan nämnda samband gäller en konstruktionsdel som endast är utsatt för vertikala belastningar.

Tvärkraftskapaciteten hos en böjarmerad betongkonstruktion V_C beräknas ur

$$V_c = b_w d f_v \qquad [2]$$

där

d är effektiva höjden

b_w är balklivets minsta bredd inom d i aktuellt tvärsnitt

f_v är betongens formella skjuvhållfasthet enligt nedan

Formella skjuvhållfastheten ges av

$$f_v = 0{,}30\xi(1 + 50\rho)f_{ct} \qquad [3]$$

där

$$\xi = \begin{cases} 1{,}4 & \text{för} \quad d \leq 0{,}2m \\ 1{,}6 - d & \text{för} \quad 0{,}2m < d \leq 0{,}5m \\ 1{,}3 - 0.4d & \text{för} \quad 0{,}5m < d \leq 1{,}0m \\ 0{,}9 & \text{för} \quad 1{,}0m < d \end{cases}$$

$$\rho = \frac{A_{s0}}{b_w d} \leq 0{,}02$$

och

ρ är böjarmeringsinnehållet

A_{s0} är minsta böjarmeringsarean i dragzonen i betraktad balkdel

2.1.1.2 Betongkonstruktion med statiskt verksam tvärkraftsarmering

Tvärkraftsarmeringen anses vara statiskt verksam om

$$V_s \geq 0{,}2 b_w d f_{ct} \qquad [4]$$

där

V_s är tvärkraftsarmeringens bidrag

b_w är balklivets minsta bredd inom tvärsnittet

d är effektiva höjden

f_{ct} är betongens draghållfasthet

Tvärkraftskapaciteten i ett snitt hos en betongbalk med tvärkraftsarmering är tillräcklig om

$$V_{Sd} \leq V_c + V_i + V_s \qquad [5]$$

där
V_{Sd} är tvärkraft av dimensioneringslast
V_C är betongens tvärkraftskapacitet
V_i är inverkan av variabel effektiv höjd (behandlas inte i detta arbete)
V_s är tvärkraftsarmeringens bidrag

V_C beräknas på samma sätt som i fallet för en betongkonstruktion utan tvärkraftsarmering, dock med ett villkor som tar hänsyn till risken för tryckbrott i balklivet enligt

$$V_d(-V_i) \leq 0{,}25 b_w d f_{cc} \qquad [6]$$

där
f_{cc} är betongens tryckhållfasthet

Tvärkraftsarmeringens bidrag beräknas ur

$$V_s = A_{sv} f_{sv} \frac{0{,}9d}{s} (\sin\beta + \cos\beta) \qquad [7]$$

där
A_{sv} är tvärsnittsarean för varje tvärkraftsarmerings bygel
f_{sv} är draghållfastheten för tvärkraftsarmeringen
d är effektiva höjden
s är avstånd mellan byglarna
β är vinkel mellan tvärkraftsarmeringen och balkaxeln

För att sambandet ovan ska gälla måste tvärkraftsarmeringen vara statiskt verksam.
I de flesta fall sätts β till 90° vilket gör att uttrycket inom parentesen blir 1 och då beräknas V_s ur

$$V_s = A_{sv} f_{sv} \frac{0{,}9d}{s}$$

Om man sätter $V_{Sd} = V_c + V_s$ får man $V_s = V_{Sd} - V_c$ och antar ett värde på diametern hos byglarna kan man ur ovan nämnda samband för V_s beräkna avståndet s.

s måste även uppfylla kravet

$$s \leq 0{,}75d(1 + \cot\beta) \text{ dock } \leq 1{,}5d \qquad [8]$$

$\cot\beta = 0$ då $\beta = 90°$

I uttrycket för V_s kan s sättas in direkt som $0{,}75d$ och då kan A_{sv} lösas ut och beräknas, då kan diametern på armeringsbyglarna bestämmas.

2.1.2 Tvärkraftsdimensionering, metod 2

Tvärkraftskapaciteten i ett snitt hos en betongbalk är tillräcklig om

$$V_{Sd} - V_i \leq V_{Rd} \qquad [9]$$

där

V_{Sd}	är tvärkraft av dimensioneringslast
V_{Rd}	är konstruktionens tvärkraftskapacitet
V_i	är inverkan av variabel effektiv höjd

i detta arbete kommer dock inte inverkan av V_i att beaktas så

$$V_{Sd} \leq V_{Rd}$$

Ovan nämnda samband gäller en konstruktionsdel som endast är utsatt för vertikala belastningar.

2.1.2.1 Betongkonstruktion utan tvärkraftsarmering

Tvärkraftskapaciteten hos en böjarmerad betongkonstruktion ges av

$$V_{Rdc} = \left(\frac{0{,}18k}{1{,}5\gamma_n}\sqrt[3]{100\rho f_{cck}} + 0{,}15\sigma_{cm}\right) b_w d \qquad [10]$$

där

V_{Rdc}	är tvärkraftskapaciteten
b_w	är balklivets minsta bredd inom tvärsnittet
d	är effektiva höjden
k	är en dimensionslös parameter
γ_n	är en partialkoefficient som beaktar säkerhetsklass
ρ	är böjarmeringsinnehåll
f_{cck}	är betongens karakteristiska tryckhållfasthet
σ_{cm}	är medeltryckspänning i osprucket tvärsnitt orsakat av spännkraft eller normalkraft, i detta arbete sätts denna alltid till 0

och

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2{,}0 \text{ med } d \text{ i mm}$$

$$\rho = \frac{A_{s0}}{b_w d} \leq 0{,}02$$

där
A_{s0} är tvärsnittsarean för böjarmeringen i betraktat tvärsnitt

Tvärkraftskapacitetens minsta värde är

$$V_{Rdc} = (v_{min} + 0{,}15\sigma_{cm})b_w d \qquad [11]$$

$$v_{min} = \frac{0{,}035}{\gamma_n}\sqrt{k^3 f_{cck}} \qquad [12]$$

2.1.2.2 Betongkonstruktion med tvärkraftsarmering
Tvärkraftskapaciteten för en konstruktion med tvärkraftsarmering ges av

$$V_{Rds} = A_{sv} f_{sv} \frac{z}{s}(\cot\theta + \cot\beta)\sin\beta \qquad [13]$$

där

V_{Rdc}	är tvärkraftskapacitet för tvärkraftsarmering
A_{sv}	är tvärsnittsarean för varje tvärkraftsarmeringsbygel
f_{sv}	är draghållfastheten för tvärkraftsarmeringen
z	är den inre hävarmen, den är approximativt 0.9d
s	är avstånd mellan byglarna
θ	är lutningen hos den tänkta tryckta betongsträvan och ska väljas så att $1{,}0 \leq \cot\theta \leq 2{,}5$ (BBK -04, sida 88)
β	är vinkel mellan tvärkraftsarmeringen och balkaxeln

Tvärkraftskapaciteten för dock inte överstiga

$$V_{Rd,max} = \alpha_c v b_w z f_{cc} \frac{\cot\theta + \cot\beta}{1 + \cot^2\theta} \qquad [14]$$

där

$V_{Rd,max}$	är tvärkraftskapacitet med hänsyn till tryckbrott i sneda betongsträvor
α_c	är faktor för inverkan av spännkraft eller annan tryckkraft, i detta arbete sätts denna alltid till 1
v	är utnyttjad andel av betongens tryckhållfasthet
b_w	är balklivets minsta bredd inom tvärsnittet
z	är den inre hävarmen, den är approximativt $0{,}9d$
f_{cc}	är betongens tryckhållfasthet
θ	är lutningen hos den tänkta tryckta betongsträvan och ska väljas så att $1{,}0 \leq \cot\theta \leq 2{,}5$ (BBK -04, sida 88)
β	är vinkel mellan tvärkraftsarmeringen och balkaxeln

v bestäms enligt ekvationen

$$v = 0{,}6\left(1 - \frac{f_{cck}}{250}\right) \qquad [15]$$

I de flesta fallen används tvärkraftsarmeringsbyglar som sätts vinkelrätt mot böjarmeringen d.v.s. $\beta = 90°$ vilket gör att uttrycken för tvärkraftskapaciteten kan skrivas som

$$V_{Rds} = A_{sv} f_{sv} \frac{z}{s} \cot\theta$$

kravet på att $s \leq 0{,}75d(1 + \cot\beta)$ dock $\leq 1{,}5d$ gäller även här i metod 2

och

$$V_{Rd,max} = v b_w z f_{cc} \frac{\cot\theta}{1 + \cot^2\theta}$$

Sätts $V_{Rds} = V_{Sd}$ eller $V_{Rds} = V_{Rd,max}$, beroende på vilket av V_{Sd} och $V_{Rd,max}$ som är minst, kan s eller A_{sv} lösas ut ur ekvationen för V_{Rds}. Valet av term att lösa ut avgör vilket av diametern på bygelarmeringen och avståndet mellan byglarna som måste antagas.

2.1.3 Ekvations referenser

1. (BBK -04, Ekv. 3.7.3.1a)
2. (BBK -04, Ekv. 3.7.3.2a)
3. (BBK -04, Ekv. 3.7.3.2b)
4. (BBK -04, Ekv. 3.7.4.2c)
5. (BBK -04, Ekv. 3.7.4.1a)
6. BBK -04, Ekv. 3.7.4.1b)
7. (BBK -04, Ekv. 3.7.4.2a)
8. (BBK -04, Ekv. 3.7.4.4)
9. (BBK -04, Ekv. 3.7.4.3a)
10. (BBK -04, Ekv. 3.7.3.7a)
11. (BBK -04, Ekv. 3.7.3.7b)
12. (BBK -04, Ekv. 3.7.3.7c)
13. (BBK -04, Ekv. 3.7.4.3c)
14. (BBK -04, Ekv. 3.7.4.3d)
15. (BBK -04, Ekv. 3.7.4.3f)

2.2 Tvärkraftsdimensionering enligt Eurokod 2

I områden där den dimensionerande tvärkraften är mindre än tvärkraftskapaciteten

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c} \quad [1]$$

erfordras ingen beräknad tvärkraftsarmering, dock en minimiarmering. Inom områden där den dimensionerande tvärkraften är större än tvärkraftskapaciteten bör tvärkraftsarmering läggas in så att konstruktionen kan klara belastningen.

$$V_{Ed} \leq V_{Rd} \quad [1]$$

2.2.1 Betongkonstruktion utan tvärkraftsarmering

Tvärkraftskapaciteten hos en böjarmerad betongkonstruktion ges av

$$V_{Rd,c} = \left(C_{Rd,c}k(100\rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1\sigma_{cp}\right)b_w d \quad [2]$$

där

$V_{Rd,c}$	är tvärkraftskapaciteten för tvärkraftsarmeringen
$C_{Rd,c}$	är en dimensionslös parameter
k	är en dimensionslös parameter
ρ_l	är böjarmeringsinnehåll
f_{ck}	är betongens karakteristiska tryckhållfasthet
k_1	är en dimensionslös parameter
σ_{cp}	är en parameter som orsakas av normalkraft, denna sätts alltid till 0 i detta arbete
b_w	är balklivets minsta bredd inom tvärsnittet
d	är effektiva höjden

och

$$C_{Rd,c} = \frac{0{,}18}{\gamma_c} \quad [3]$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2{,}0 \text{ med } d \text{ i mm}$$

$$\rho_l = \frac{A_{s0}}{b_w d} \leq 0{,}02$$

$$k_1 = 0{,}15 \qquad [3]$$

där
A_{s0} är tvärsnittsarean för böjarmeringen i betraktat tvärsnitt

Tvärkraftskapacitetens minsta värde är

$$V_{Rd,c} = \left(v_{min} + k_1 \sigma_{cp}\right) b_w d \qquad [4]$$

$$v_{min} = 0{,}035 k^{3/2} {f_{ck}}^{1/2} \qquad [3]$$

Om $V_{Sd} > V_{Rd,c}$ och det alltså inte behövs någon tvärkraftsarmering enligt beräkningarna bör ändå en minimiarmering läggas in enligt

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{(s b_w \sin\alpha)} \qquad [5]$$

$$s_{max} = 0{,}75 d (1 + \cot\alpha) \qquad [6]$$

där

ρ_w	är minimiarmeringsinnehållet
A_{sw}	är tvärsnittsarean för varje tvärkraftsarmeringsbygel
s	är avstånd mellan byglarna
b_w	är balklivets minsta bredd inom tvärsnittet
α	är vinkel mellan tvärkraftsarmeringen och balkaxeln
s_{max}	är maximalt avstånd i längsled mellan tvärkraftsarmeringsbyglar

Det minsta värdet för minimiarmeringsinnehållet erhålls ur

$$\rho_{w,min} = \frac{\left(0{,}08\sqrt{f_{ck}}\right)}{f_{yk}} \qquad [7]$$

där

$\rho_{w,min}$	är det minsta armeringsinnehållet för minimiarmeringen
f_{ck}	är karakteristiska tryckhållfastheten för betongen
f_{yk}	är karakteristiska sträckgränsen för armeringen

För att beräkna s eller diametern på minimiarmeringen sätts $\rho_w = \rho_{w,min}$ och då kan s eller A_{sw} lösas ut ur ekvationen för ρ_w.

2.2.2 Betongkonstruktion med tvärkraftsarmering

För betongkonstruktioner med vertikal tvärkraftsarmering är tvärkraftskapaciteten det lägsta av

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sv}}{s} z f_{ywd} \cot\theta \qquad [8]$$

$$s_{max} = 0{,}75d(1 + \cot\alpha) \qquad [9]$$

där

$V_{Rd,s}$	är tvärkraftskapacitet för tvärkraftsarmering
A_{sv}	är tvärsnittsarean för varje tvärkraftsarmeringsbygel
z	är den inre hävarmen, den är approximativt $0.9d$
s	är avstånd mellan byglarna
s_{max}	är maximalt avstånd i längsled mellan tvärkraftsarmeringsbyglar
f_{ywd}	är tvärkraftsarmeringens dimensionerande sträckgräns
θ	är lutningen hos den tänkta tryckta betongsträvan och ska väljas så att $1{,}0 \leq \cot\theta \leq 2{,}5$ (Eurokod 2 2008, 6.7N)
α	är vinkel mellan tvärkraftsarmeringen och balkaxeln

och

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} \frac{\cot\theta}{1 + \cot^2\theta} \qquad [10]$$

där

$V_{Rd,max}$	är tvärkraftskapacitet med hänsyn till tryckbrott i sneda betongsträvor
α_{cw}	är faktor för inverkan av spännkraft eller annan tryckkraft, i detta arbete sätts denna alltid till 1
v_1	är en hållfasthets reduktionsfaktor för betong med skjuvsprickor
b_w	är balklivets minsta bredd inom tvärsnittet
z	är den inre hävarmen, den är approximativt $0{,}9d$
f_{cd}	är betongens tryckhållfasthet
θ	är lutningen hos den tänkta tryckta betongsträvan och ska väljas så att $1{,}0 \leq \cot\theta \leq 2{,}5$ (Eurokod 2, 6.7N)

$$v_1 = 0{,}6 \qquad \text{för } f_{ck} \leq 60 \text{ MPa} \qquad [11]$$

$$v_1 = \frac{0{,}9 - f_{ck}}{200} > 0{,}5 \qquad \text{för } f_{ck} \geq 60 \text{ MPa} \qquad [12]$$

Sätts $V_{Rd,s} = V_{Sd}$ eller $V_{Rd,s} = V_{Rd,max}$, beroende på vilket av V_{Sd} och $V_{Rd,max}$ som är minst, kan s eller A_{sv} lösas ut ur ekvationen för $V_{Rd,s}$. Valet av term att lösa ut avgör vilket av diametern på bygelarmeringen och avståndet mellan byglarna som måste antas.

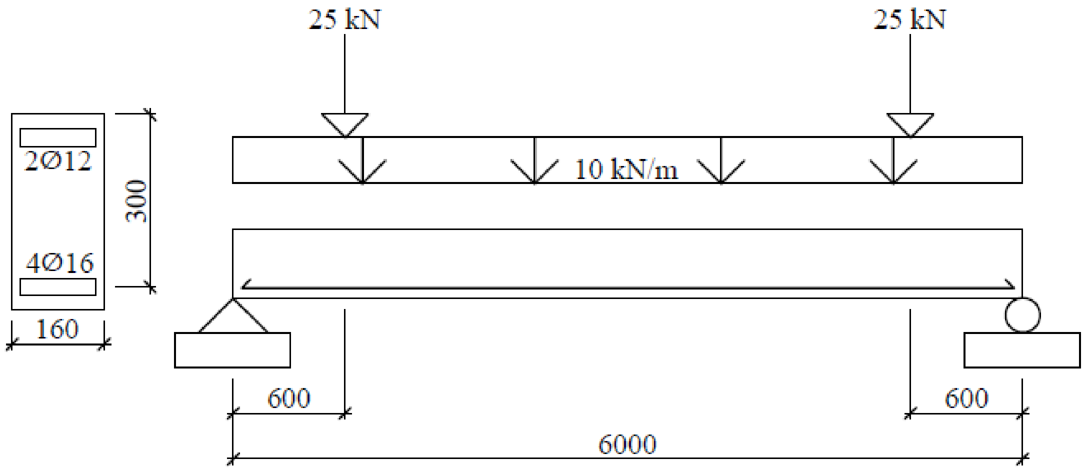
2.2.3 Ekvations referenser

1. (Eurokod 2 2008, sid 81)
2. (Eurokod 2 2008, Ekv. 6.2.a)
3. (Eurokod 2 2008, 6.3N)
4. (Eurokod 2 2008, Ekv. 6.2.b)
5. (Eurokod 2 2008, Ekv. 9.4)
6. (Eurokod 2 2008, Ekv. 9.6N)
7. (Eurokod 2 2008, Ekv. 9.5N)
8. (Eurokod 2 2008, Ekv. 6.13)
9. (Eurokod 2 2008, Ekv. 9.6N)
10. (Eurokod 2 2008, Ekv. 6.14)
11. (Eurokod 2 2008, 6.10aN)
12. (Eurokod 2 2008, 6,10bN)

2.3 Beräkningsexempel

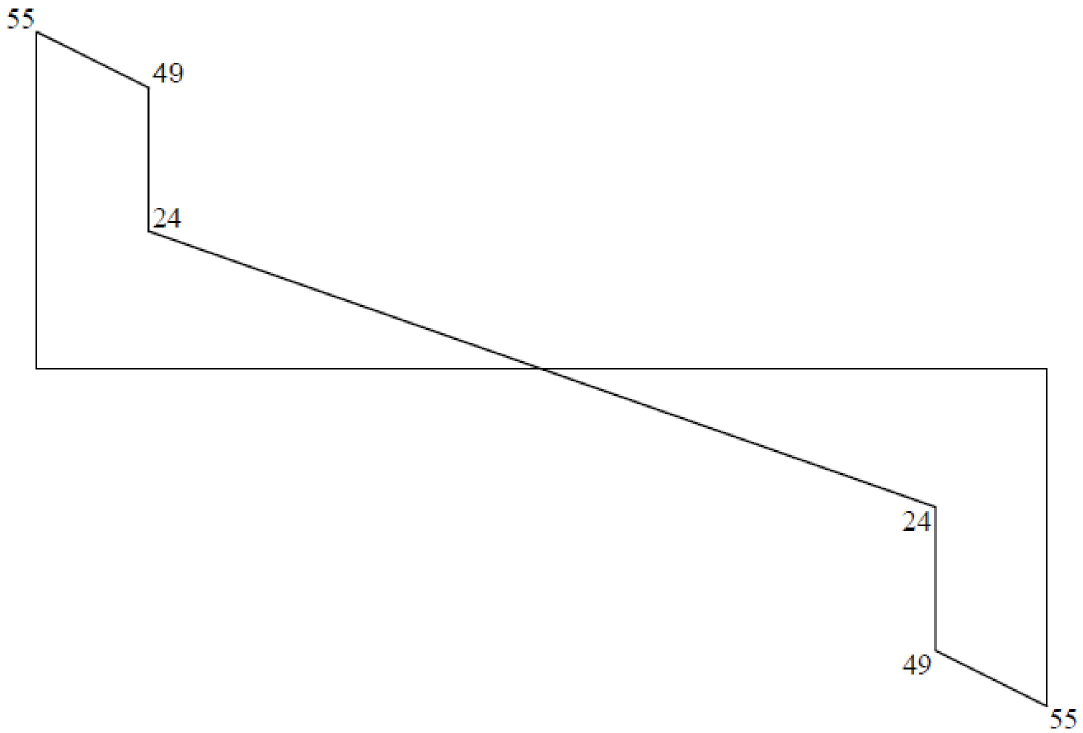
2.3.1 Exempel 1

Detta exempel hämtas från läroboken Byggkonstruktion av Tord Isaksson, Annika Mårtensson och Sven Thelandersson.
Exempel 7.5 sidan 368



Figur 2.1

Först beräknas upplagsreaktionerna vid stöd A och B, sedan ställs ett tvärkraftsdiagram upp.
Stödreaktionerna blir $R_A = R_B = 55$ kN på grund av symmetri.
Tvärkraftsdiagrammet ser ut enligt figur:



Figur 2.2

2.3.1.1 BKR, metod 1

Dimensioneringsvillkoret är

$V_{Sd} \leq V_c$

där

$V_{Sd} = R_A = R_B = 55$ kN

Materialvärden enligt Boverkets konstruktionsregler

$f_{cck} = 24$ MPa

$f_{ct} = 1{,}03$ MPa

$f_{cc} = 14{,}5$ MPa

$f_{yk} = 500$ MPa

$f_{sv} = f_{st} = 395$ MPa

Beräkning av betongbalkens tvärkraftskapacitet

$V_c = b_w d f_v$

där

$f_v = 0{,}30\xi(1 + 50\rho)f_{ct}$

$f_v = 0{,}30(1{,}6 - 0{,}3)(1 + 50 \cdot 16{,}75 \cdot 10^{-3}) \cdot 1{,}03 = 0{,}74$

och då blir

$V_c = 160 \cdot 300 \cdot 0{,}74 = 35{,}5$ kN

Kontroll av risken för livtryckbrott

$V_{Sd} \leq 0{,}25 b_w d f_{cc} \rightarrow 0{,}25 \cdot 160 \cdot 300 \cdot 14{,}5 = 174{,}0$ kN

$55 \leq 174$ alltså är villkoret uppfyllt.

Eftersom $V_{Sd} > V_c$ kommer det att kvävas tvärkraftsarmering för att uppnå en tillräcklig tvärkraftskapacitet.
Detta beräknas på följande vis

$$V_s = A_{sv} f_{sv} \frac{0{,}9d}{s} \leftrightarrow A_{sv} = \frac{V_s s}{f_{sv} 0{,}9d}$$

$V_s = V_{Sd} - V_c = 55 - 36 = 19$ kN

s sätts till sitt maximalt tillåtna värde som är

$s = 0{,}75d = 0{,}75 \cdot 300 = 225$ mm

vilket ger

$$A_{sv} = \frac{19 \cdot 10^3 \cdot 225}{395 \cdot 0{,}9 \cdot 300} = 40{,}1 \text{ mm}^2$$

Diametern på tvärkraftsarmeringsbyglarna

$$\emptyset = \sqrt{\frac{4A_{sv}}{2\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 40{,}1}{2\pi}} = 5{,}1 \text{ mm}$$

För att balken ska klara av påkänningen från tvärkraften behöver den ha byglar $\emptyset 5{,}1$. Den närmsta diametern på armeringsjärn som tillverkas är 6mm, så tvärkraftsarmeringen blir i detta fall byglar $\emptyset 6$ med ett centrum avstånd på 225.
Tvärkraftsarmeringsbyglarna ska monteras i det område där den dimensionerande tvärkraften är större än tvärkraftskapaciteten för den oarmerade betongbalken.

Kontroll av att tvärkraftsarmeringen är statiskt verksam

$$V_s \geq 0{,}2 b_w d f_{ct}$$

där

$$A_{sv} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6^2}{4} = 56{,}5$$

$$V_s = A_{sv} f_{sv} \frac{0{,}9d}{s} = 56{,}5 \cdot 395 \cdot \frac{0{,}9 \cdot 300}{225} = 26781$$

$$0{,}2 b_w d f_{ct} = 0{,}2 \cdot 160 \cdot 300 \cdot 1{,}03 = 9888$$

$26781 \geq 9888$ vilket ger att tvärkraftsarmeringen är statiskt verksam.

2.3.1.2 BKR, metod 2

Dimensioneringsvillkoret är
$V_{Sd} \leq V_{Rdc}$

där

$V_{Sd} = R_A = R_B = 55$ kN

Material värden enligt Boverkets konstruktionsregler
$f_{cck} = 24$ MPa
$f_{cc} = 14{,}5$ MPa
$f_{yk} = 500$ MPa
$f_{sv} = f_{st} = 395$ MPa

Beräkning av betongbalkens tvärkraftskapacitet

$$V_{Rdc} = \left(\frac{0{,}18k}{1{,}5\gamma_n}\sqrt[3]{100\rho f_{cck}} + 0{,}15\sigma_{cm}\right)b_w d$$

där

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{300}} = 1.816$$

$$A_{s0} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 16^2}{4} = 804{,}2 \text{ mm}^2$$

$$\rho = \frac{A_{s0}}{b_w d} = \frac{804{,}2}{160 \cdot 300} = 16{,}75 \cdot 10^{-3}$$

vilket ger

$$V_{Rdc} = \left(\frac{0{,}18 \cdot 1{,}816}{1{,}5 \cdot 1{,}1}\sqrt[3]{100 \cdot 16{,}75 \cdot 10^{-3} \cdot 24}\right)160 \cdot 300 = 32{,}6 \text{ kN}$$

V_{Rdc} begränsas nedåt av

$$V_{Rdc,min} = v_{min} b_w d$$

där

$$v_{min} = \frac{0{,}035}{\gamma_n}\sqrt{k^3 f_{cck}} = \frac{0{,}035}{1{,}1} \cdot \sqrt{1{,}816^3 \cdot 24} = 0{,}38$$

vilket ger

$$V_{Rdc,min} = v_{min} b_w d = 0{,}38 \cdot 160 \cdot 300 = 18{,}2 \text{ kN}$$

Eftersom $V_{Rdc} > V_{Rdc,min}$ används $V_{Rdc} = 32{,}6$.
V_{Rdc} är dock mindre än V_{Sd}vilket betyder att balken kommer att behöva tvärkraftsarmering för att öka tvärkraftskapaciteten. Det beräknas på följande vis.

Tvärkraftsarmeringens tvärsnittsarea då s sätts till sitt maximum, $\cot\theta$ till $2{,}5$ och $V_{Rd,s}$ sätts till V_{Ed} beräknas enligt

$$A_{sv} = \frac{V_{Sd}s}{0{,}9df_{sv}\cot\theta}$$

då

$$s = 0{,}75d = 0{,}75 \cdot 300 = 225 \text{ mm}$$

vilket ger

$$\mathrm{A_{sv}} = \frac{55 \cdot 10^3 \cdot 225}{0{,}9 \cdot 300 \cdot 395 \cdot 2{,}5} = 46{,}4 \text{ mm}^2$$

Diametern på armeringsbyglarna beräknas enligt

$$\emptyset = \sqrt{\frac{4A_{sv}}{2\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 46{,}4}{2\pi}} = 5{,}4 \text{ mm}$$

För att balken ska klara av påkänningen från tvärkraften behöver den ha byglar $\emptyset 5{,}4$. Den närmsta diametern på armeringsjärn som tillverkas är 6mm, så tvärkraftsarmeringen blir i detta fall byglar $\emptyset 6$ med ett centrum avstånd på 225.
Tvärkraftsarmeringsbyglarna ska monteras i det område där den dimensionerande tvärkraften är större än tvärkraftskapaciteten för den oarmerade betongbalken.

Kontroll av den tryckta betongsträvan

$$V_{Rd,max} = vb_wzf_{cc}\frac{\cot\theta}{1 + \cot^2\theta}$$

där

$$v = 0{,}6\left(1 - \frac{f_{cck}}{250}\right) = 0{,}6\left(1 - \frac{24}{250}\right) = 0{,}5424$$

vilket ger

$$V_{Rd,max} = 0{,}5424 \cdot 160 \cdot 0{,}9 \cdot 300 \cdot 14{,}5 \frac{2{,}5}{1 + 2{,}5^2} = 117 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,max} > V_{Sd}$$

Betongsträvan klarar belastningen.

2.3.1.3 Eurokod 2

Dimensioneringsvillkoret är
$V_{Ed} \leq V_{Rd}$

där

$$V_{Ed} = R_A = R_B = 55 \text{ kN}$$

Materialvärden enligt Eurokod
f_{ck} = 25 MPa
f_{cd} = 16,7 MPa då γ_C =1,5
f_{yk} = 500 MPa
f_{ywd} = 435 MPa då γ_S =1,15

Beräkning av betongbalkens tvärkraftskapacitet

$$V_{Rd,c} = \left(C_{Rd,c}k(100\rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1\sigma_{cp}\right)b_w d$$

med

$$C_{Rd,c} = \frac{0{,}18}{\gamma_C} = \frac{0{,}18}{1{,}5}$$

där

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{300}} = 1{,}816$$

$$A_{s0} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 16^2}{4} = 804{,}2 \text{ mm}^2$$

$$\rho_l = \frac{A_{s0}}{b_w d} = \frac{804{,}2}{160 \cdot 300} = 16{,}75 \cdot 10^{-3}$$

vilket ger

$$V_{Rd,c} = \left(\frac{0{,}18}{1{,}5} \cdot 1{,}816(100 \cdot 16{,}75 \cdot 10^{-3} \cdot 25)^{1/3}\right) 160 \cdot 300 = 36{,}3 \text{ kN}$$

$V_{Rd,c}$ begränsas nedåt av

$$V_{Rd,c,min} = v_{min} b_w d$$

där

$$v_{min} = 0{,}035 k^{3/2} {f_{ck}}^{1/2} = 0{,}035 \cdot 1{,}816^{3/2} \cdot 25^{1/2} = 0{,}43$$

vilket ger

$$V_{Rd,c,min} = v_{min} b_w d = 0{,}43 \cdot 160 \cdot 300 = 20{,}6 \text{ kN}$$

Alltså används $V_{Rd,c} = 36{,}3$kN, som är mindre än V_{Ed}, vilket betyder att balken kommer att behöva tvärkraftsarmering för att klara av belastningen.

Tvärkraftsarmeringens tvärsnittsarea då s sätts till sitt maximum, $\cot\theta$ till 2,5 och $V_{Rd,s}$ sätts till V_{Ed} beräknas enligt

$$A_{sv} = \frac{V_{Rd,s} s}{z f_{ywd} \cot\theta}$$

$$s = 0{,}75d = 0{,}75 \cdot 300 = 225 \text{ mm}$$

vilket ger

$$A_{sv} = \frac{55 \cdot 10^3 \cdot 225}{0{,}9 \cdot 300 \cdot 435 \cdot 2{,}5} = 42{,}1 \text{ mm}^2$$

Diametern på armeringsbyglarna beräknas enligt

$$\emptyset = \sqrt{\frac{4A_{sv}}{2\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 42{,}1}{2\pi}} = 5{,}2 \text{ mm}$$

För att balken ska klara av påkänningen från tvärkraften behöver den ha byglar Ø5,4. Den närmsta diametern på armeringsjärn som tillverkas är 6mm, så tvärkraftsarmeringen blir i detta fall byglar Ø6 med ett centrum avstånd på 225.
Tvärkraftsarmeringsbyglarna ska monteras i det område där den dimensionerande tvärkraften är större än tvärkraftskapaciteten för den oarmerade betongbalken.

I det område där $V_{Ed} < V_{Rd}$ bör det enligt föreskrifterna i Eurokod 2 läggas in en minsta tvärkraftsarmering som beräknas enligt

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{(sb_w \sin \alpha)}$$

då ρ_w sätts till

$$\rho_{w,min} = \frac{\left(0{,}08\sqrt{f_{ck}}\right)}{f_{yk}} = \frac{0{,}08 \cdot \sqrt{25}}{500} = 8 \cdot 10^{-4}$$

och s sätts till sitt maximum

$$s = 0{,}75d = 0{,}75 \cdot 300 = 225 \text{ mm}$$

vilket ger

$$A_{sw} = \rho_{w,min}(sb_w \sin \alpha) = 8 \cdot 10^{-4} \cdot 225 \cdot 160 \cdot 1 = 28{,}8 \text{ mm}^2$$

Diametern på armeringsbyglarna beräknas enligt

$$\emptyset = \sqrt{\frac{4A_{sv}}{2\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 28{,}8}{2\pi}} = 4{,}3 \text{ mm}$$

Minimiarmeringen för tvärkraft ska vara byglar Ø4,3. Den närmsta diametern på armeringsjärn som tillverkas är 6mm, så minimiarmeringen blir i detta fall byglar Ø6 med ett centrum avstånd på 225.

Minimiarmeringen ska monteras i det område av balken där tvärkraftskapaciteten hos betongen är större än den dimensionerande tvärkraften.

Kontroll av den tryckta betongsträvan

$$V_{Rd,max} = b_w z v_1 f_{cd} \frac{\cot\theta}{1 + \cot^2\theta}$$

där

$$v_1 = 0{,}6$$

vilket ger

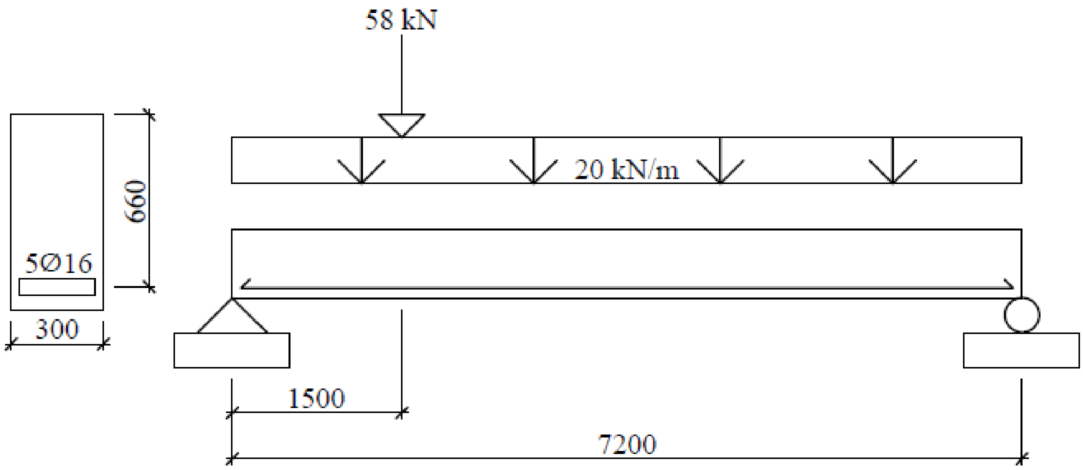
$$V_{Rd,max} = 160 \cdot 0{,}9 \cdot 300 \cdot 0{,}6 \cdot 16{,}7 \cdot \frac{2{,}5}{1 + 2{,}5^2} = 149 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,max} > V_{Ed}$$

Betongsträvan klarar belastningen.

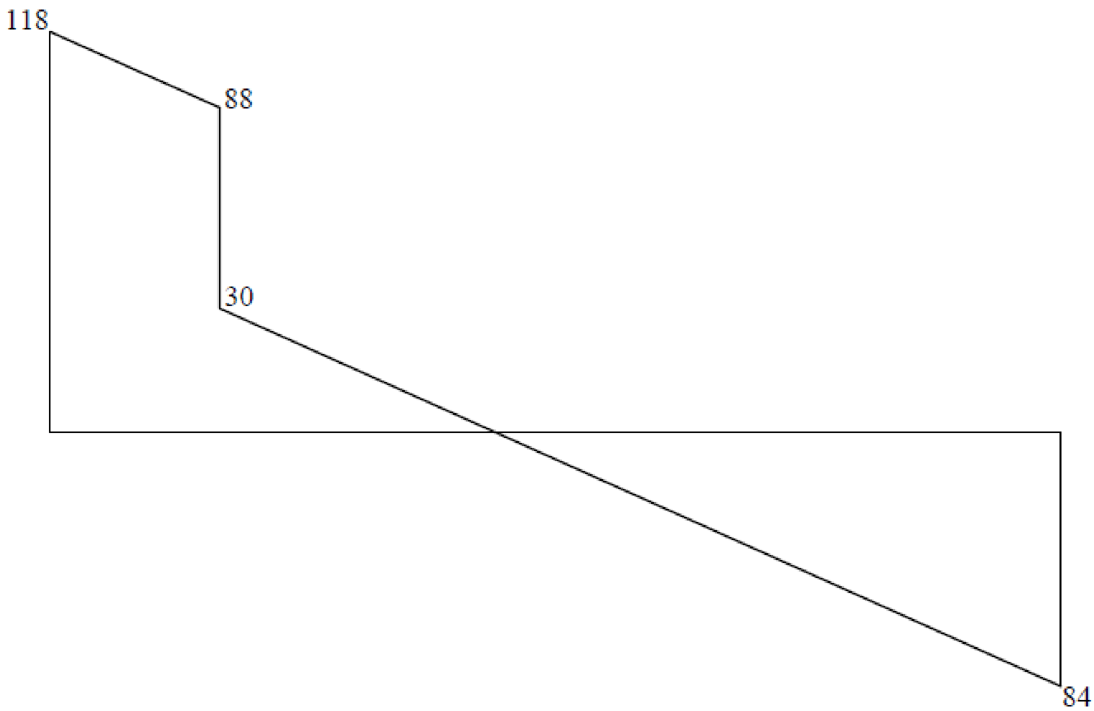
2.3.2 Exempel 2

Detta exempel baseras på exempel 22 sidan 80
i läroboken Byggkonstruktion del 3 betongkonstruktion av Bengt Langesten.



Figur 2.3

Först beräknas upplagsreaktionerna vid stöd A och B, sedan ställs ett tvärkraftsdiagram upp.
Stödreaktionerna blir $R_A = 118$ kN och $R_B = 84$ kN
Tvärkraftsdiagrammet ser ut enligt figur:



Figur 2.4

2.3.2.1 BKR, metod 1

Dimensioneringsvillkoret är

$V_{Sd} \leq V_c$

$V_{Sd} = R_A = 118$ kN

Materialvärden enligt Boverkets konstruktionsregler

$f_{cck} = 24$ MPa

$f_{ct} = 1{,}03$ MPa

$f_{cc} = 14{,}5$ MPa

$f_{yk} = 500$ MPa

$f_{sv} = f_{st} = 395$ MPa

Beräkning av betongbalkens tvärkraftskapacitet

$V_c = b_w d f_v$

där

$f_v = 0{,}30\xi(1 + 50\rho)f_{ct}$

$f_v = 0{,}30(1{,}3 - 0{,}4 \cdot 0{,}66)(1 + 50 \cdot 5{,}1 \cdot 10^{-3}) \cdot 1{,}03 = 0{,}40$

och då blir

$V_c = 300 \cdot 660 \cdot 0{,}40 = 79{,}2$ kN

Kontroll av risken för livtryckbrott

$V_{Sd} \leq 0{,}25 b_w d f_{cc} \rightarrow 0{,}25 \cdot 300 \cdot 660 \cdot 14{,}5 = 717750 = 718$ kN

$118 \leq 718$ alltså är villkoret uppfyllt.

Eftersom $V_{Sd} \leq V_c$ kommer det att kvävas tvärkraftsarmering för att uppnå en tillräcklig tvärkraftskapacitet.

Detta beräknas på följande vis

$$V_s = A_{sv} f_{sv} \frac{0{,}9d}{s} \leftrightarrow A_{sv} = \frac{V_s s}{f_{sv} 0{,}9d}$$

$V_s = V_{Sd} - V_c = 118 - 79 = 39$ kN

s sätts till sitt maximalt tillåtna värde som är

$s = 0{,}75d = 0{,}75 \cdot 660 = 495$ mm

vilket ger

$$A_{sv} = \frac{39 \cdot 10^3 \cdot 495}{395 \cdot 0{,}9 \cdot 660} = 82{,}3 \text{ mm}^2$$

Diametern på tvärkraftsarmeringsbyglarna

$$\emptyset = \sqrt{\frac{4A_{sv}}{2\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 82{,}3}{2\pi}} = 7{,}2 \text{ mm}$$

För att balken ska klara av påkänningen från tvärkraften behöver den ha byglar $\emptyset 7{,}2$. Den närmsta diametern på armeringsjärn som tillverkas är 8mm, så tvärkraftsarmeringen blir i detta fall byglar $\emptyset 8$ med ett centrum avstånd på 495.
Tvärkraftsarmeringsbyglarna ska monteras i det område där den dimensionerande tvärkraften är större än tvärkraftskapaciteten för den oarmerade betongbalken.

Kontroll av att tvärkraftsarmeringen är statiskt verksam.

$$V_s \geq 0{,}2 b_w d f_{ct}$$

där

$$A_{sv} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 8^2}{4} = 100{,}5 \text{ mm}^2$$

$$V_s = A_{sv} f_{sv} \frac{0{,}9d}{s} = 100{,}5 \cdot 395 \cdot \frac{0{,}9 \cdot 660}{495} = 47637$$

$$0{,}2 b_w d f_{ct} = 0{,}2 \cdot 300 \cdot 660 \cdot 1{,}03 = 40788$$

$47637 \geq 40788$ vilket ger att tvärkraftsarmeringen är statiskt verksam.

2.3.2.2 BKR, metod 2

Dimensioneringsvillkoret är
$V_{Sd} \leq V_{Rdc}$

där
$V_{Sd} = R_A = 118$ kN

Materialvärden enligt Boverkets konstruktionsregler
$f_{cck} = 24$ MPa
$f_{cc} = 14{,}5$ MPa
$f_{yk} = 500$ MPa
$f_{sv} = f_{st} = 395$ MPa

Beräkning av betongbalkens tvärkraftskapacitet

$$V_{Rdc} = \left(\frac{0{,}18k}{1{,}5\gamma_n}\sqrt[3]{100\rho f_{cck}} + 0{,}15\sigma_{cm}\right)b_w d$$

där

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{660}} = 1{,}550$$

$$A_{s0} = \frac{5 \cdot \pi \cdot 16^2}{4} = 1005{,}3 \text{ mm}^2$$

$$\rho = \frac{A_{s0}}{b_w d} = \frac{1005{,}3}{300 \cdot 660} = 5{,}1 \cdot 10^{-3}$$

vilket ger

$$V_{Rdc} = \left(\frac{0{,}18 \cdot 1{,}550}{1{,}5 \cdot 1{,}1}\sqrt[3]{100 \cdot 5{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 24}\right)300 \cdot 660 = 77{,}2 \text{ kN}$$

V_{Rdc} begränsas nedåt av

$$V_{Rdc,min} = v_{min} b_w d$$

där

$$v_{min} = \frac{0{,}035}{\gamma_n}\sqrt{k^3 f_{cck}} = \frac{0{,}035}{1{,}1} \cdot \sqrt{1.550^3 \cdot 24} = 0{,}30$$

vilket ger

$$V_{Rdc,min} = v_{min} b_w d = 0{,}30 \cdot 300 \cdot 660 = 59{,}4 \text{ kN}$$

Eftersom $V_{Rdc} > V_{Rdc,min}$ används $V_{Rdc} = 77{,}2$ kN.

V_{Rdc} är dock mindre än V_{Sd}vilket betyder att balken kommer att behöva tvärkraftsarmering för att öka tvärkraftskapaciteten. Det beräknas på följande vis.

Tvärkraftsarmeringens tvärsnittsarea då s sätts till sitt maximum, $\cot\theta$ till 2,5 och $V_{Rd,s}$ sätts till V_{Ed} beräknas enligt

$$A_{sv} = \frac{V_{Sd}s}{0{,}9df_{sv}\cot\theta}$$

då

$$s = 0{,}75d = 0{,}75 \cdot 660 = 495 \text{ mm}$$

vilket ger

$$A_{sv} = \frac{118 \cdot 10^3 \cdot 495}{0{,}9 \cdot 660 \cdot 395 \cdot 2{,}5} = 99{,}6 \text{ mm }^2$$

Diametern på armeringsbyglarna beräknas enligt

$$\emptyset = \sqrt{\frac{4A_{sv}}{2\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 99{,}6}{2\pi}} = 8{,}0 \text{ mm}$$

För att balken ska klara av påkänningen från tvärkraften behöver den ha byglar Ø8,0. Den närmsta diametern på armeringsjärn som tillverkas är 8mm, så tvärkraftsarmeringen blir i detta fall byglar Ø8 med ett centrum avstånd på 495.
Tvärkraftsarmeringsbyglarna ska monteras i det område där den dimensionerande tvärkraften är större än tvärkraftskapaciteten för den oarmerade betongbalken.

Kontroll av den tryckta betongsträvan

$$V_{Rd,max} = vb_w z f_{cc} \frac{\cot\theta}{1 + \cot^2\theta}$$

där

$$v = 0.6\left(1 - \frac{f_{cck}}{250}\right) = 0{,}6\left(1 - \frac{24}{250}\right) = 0{,}5424$$

vilket ger

$$V_{Rd,max} = 0{,}5424 \cdot 300 \cdot 0{,}9 \cdot 660 \cdot 14{,}5 \frac{2{,}5}{1 + 2{,}5^2} = 483 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,max} > V_{Sd}$$

Betongsträvan klarar belastningen.

2.3.2.3 Eurokod 2

Dimensioneringsvillkoret är
$V_{Ed} \leq V_{Rd}$

där

$$V_{Ed} = R_A = 118 \text{ kN}$$

Materialvärden enligt Eurokod
f_{ck} = 25 MPa
f_{cd} = 16,7 MPa då γ_C =1,5
f_{yk} = 500 MPa
f_{ywd} = 435MPa då γ_S =1,15

Beräkning av betongbalkens tvärkraftskapacitet

$$V_{Rd,c} = \left(C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}\right) b_w d$$

med

$$C_{Rd,c} = \frac{0{,}18}{\gamma_C} = \frac{0{,}18}{1.5}$$

där

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{660}} = 1{,}550$$

$$A_{s0} = \frac{5 \cdot \pi \cdot 16^2}{4} = 1005{,}3 \text{ mm}^2$$

$$\rho_l = \frac{A_{s0}}{b_w d} = \frac{1005,3}{300 \cdot 660} = 5,1 \cdot 10^{-3}$$

vilket ger

$$V_{Rd,c} = \left(\frac{0,18}{1,5} \cdot 1,550 \cdot (100 \cdot 5,1 \cdot 10^{-3} \cdot 25)^{1/3}\right) 300 \cdot 660 = 86,0 \text{ kN}$$

$V_{Rd,c}$ begränsas nedåt av

$$V_{Rd,c,min} = v_{min} b_w d$$

där

$$v_{min} = 0,035 k^{3/2} {f_{ck}}^{1/2} = 0,035 \cdot 1,550^{3/2} \cdot 25^{1/2} = 0,43$$

vilket ger

$$V_{Rd,c,min} = v_{min} b_w d = 0,43 \cdot 300 \cdot 660 = 85,1 \text{kN}$$

Alltså används $V_{Rd,c} = 86,0$ kN, som är mindre än V_{Ed}, vilket betyder att balken kommer att behöva tvärkraftsarmering för att klara av belastningen.

Tvärkraftsarmeringens tvärsnittsarea då s sätts till sitt maximum, $\cot \theta$ till 2,5 och $V_{Rd,s}$ sätts till V_{Ed} beräknas enligt

$$A_{sv} = \frac{V_{Rd,s} s}{z f_{ywd} \cot \theta}$$

$$s = 0,75d = 0,75 \cdot 660 = 495 \text{ mm}$$

vilket ger

$$A_{sv} = \frac{118 \cdot 10^3 \cdot 495}{0,9 \cdot 660 \cdot 435 \cdot 2,5} = 90,4 \text{ mm}^2$$

Diametern på armeringsbyglarna beräknas enligt

$$\emptyset = \sqrt{\frac{4A_{sv}}{2\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 90,4}{2\pi}} = 7,6 \text{ mm}$$

För att balken ska klara av påkänningen från tvärkraften behöver den ha byglar Ø7,6. Den närmsta diametern på armeringsjärn som tillverkas är 8mm, så tvärkraftsarmeringen blir i detta fall byglar Ø8 med ett centrum avstånd på 495.
Tvärkraftsarmeringsbyglarna ska monteras i det område där den dimensionerande tvärkraften är större än tvärkraftskapaciteten för den oarmerade betongbalken.

I det område där $V_{Ed} < V_{Rd}$ bör det enligt föreskrifterna i Eurokod 2 läggas in en minsta tvärkraftsarmering som beräknas enligt

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{(sb_w \sin\alpha)}$$

då ρ_w sätts till

$$\rho_{w,min} = \frac{\left(0{,}08\sqrt{f_{ck}}\right)}{f_{yk}} = \frac{0{,}08 \cdot \sqrt{25}}{500} = 8 \cdot 10^{-4}$$

och s sätts till sitt maximum

$$s = 0{,}75d = 0{,}75 \cdot 660 = 495 \text{ mm}$$

vilket ger

$$A_{sw} = \rho_{w,min}(sb_w \sin\alpha) = 8 \cdot 10^{-4} \cdot 495 \cdot 300 \cdot 1 = 118{,}8 \text{ mm}^2$$

Diametern på armeringsbyglarna beräknas enligt

$$\emptyset = \sqrt{\frac{4A_{sv}}{2\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 118{,}8}{2\pi}} = 8{,}7 \text{ mm}$$

Minimiarmeringen för tvärkraft ska vara byglar Ø8,7. För att minimera materialmängden väljs Ø8 och centrumavståndet s räknas om enligt nedanstående formel.

$$s = \frac{f_{yk}A_{sw}}{0{,}08\sqrt{f_{ck}}b_w} = \frac{500 \cdot \left(2 \cdot \frac{\pi \cdot 8^2}{4}\right)}{0{,}08 \cdot \sqrt{25} \cdot 300} = 418{,}9\text{mm avrundas ned till } 418\text{mm}$$

Minimiarmeringen i balken blir således byglar Ø8 med ett centrumavstånd på 418mm och den ska monteras i det område av balken där tvärkraftskapaciteten hos betongen är större än den dimensionerande tvärkraften.

Kontroll av den tryckta betongsträvan

$$V_{Rd,max} = b_w z v_1 f_{cd} \frac{\cot\theta}{1+\cot^2\theta}$$

där

$$v_1 = 0{,}6$$

vilket ger

$$V_{Rd,max} = 300 \cdot 0{,}9 \cdot 660 \cdot 0{,}6 \cdot 16{,}7 \cdot \frac{2{,}5}{1+2{,}5^2} = 616 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,max} > V_{Ed}$$

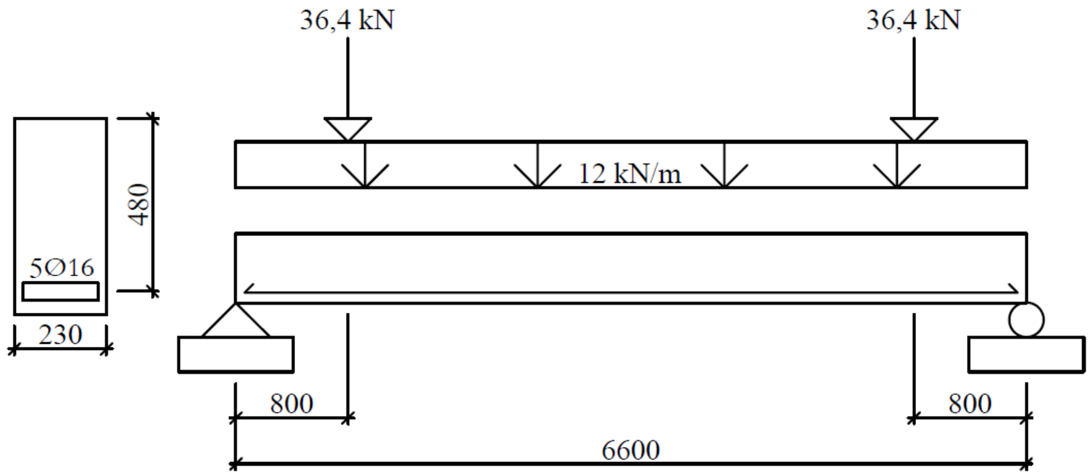
Betongsträvan klarar belastningen.

2.3.2.4 Anmärkning

I detta exempel överskrids betongens tvärkraftskapacitet även vid högra stödet i BKR metod 1 och 2. Eftersom skillnaden mellan tvärkraftskapaciteten och belastningen är liten kommer den beräknade armeringsmängden också att bli liten. Den minsta diametern som finns tillgänglig är 6mm och denna är betydligt större än den som kommer att krävas enligt BKR metod 1 och 2. Det kan dock inte monteras bara en armeringsbygel vid det högra upplaget utan minst 3 för att få en stabil montering.
Så förutom den beräknade mängden armeringsbyglar i metod 1 och 2 kommer det att behövas 3 byglar Ø6 med ett centrumavstånd på 495mm.

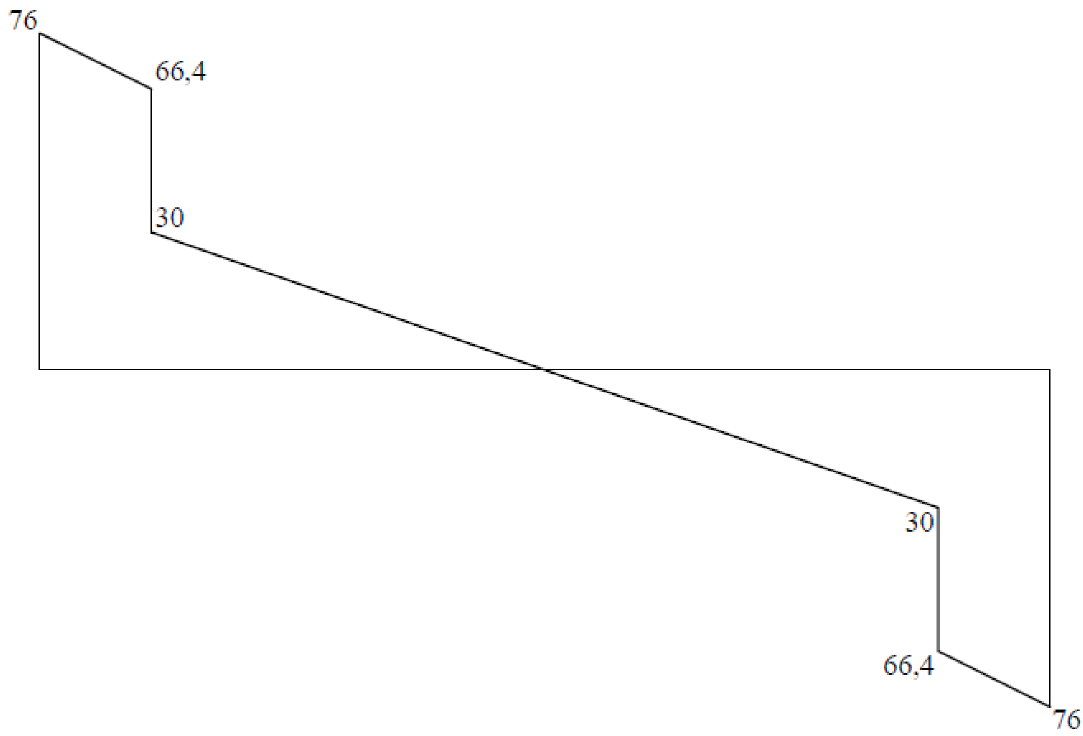
2.3.3 Exempel 3

Detta exempel är helt konstruerat av författaren till detta examensarbete.



Figur 2.5

Först beräknas upplagsreaktionerna vid stöd A och B, sedan ställs ett tvärkraftsdiagram upp.
Stödreaktionerna blir $R_A = R_B = 76$ kN på grund av symmetri.
Tvärkraftsdiagrammet ser ut enligt figur:



Figur 2.6

2.3.3.1 BKR, metod 1

Dimensioneringsvillkoret är

$V_{Sd} \leq V_c$

där

$V_{Sd} = R_A = R_B = 76$ kN

Materialvärden enligt Boverkets konstruktionsregler

f_{cck} = 24 MPa

f_{ct} = 1,03 MPa

f_{cc} = 14,5 MPa

f_{yk} = 500 MPa

$f_{sv} = f_{st}$ = 395 MPa

Beräkning av betongbalkens tvärkraftskapacitet

$V_c = b_w d f_v$

där

$f_v = 0{,}30\xi(1 + 50\rho)f_{ct}$

$f_v = 0{,}30(1{,}6 - 0{,}48)(1 + 50 \cdot 8{,}37 \cdot 10^{-3}) \cdot 1{,}03 = 0{,}49$

och då blir

$V_c = 230 \cdot 480 \cdot 0{,}49 = 54096$ N $= 54$ kN

Kontroll av risken för livtryckbrott

$V_{Sd} \leq 0{,}25 b_w d f_{cc} \rightarrow 0{,}25 \cdot 230 \cdot 480 \cdot 14{,}5 = 400200 = 400$ kN

$76 \leq 400$ alltså är villkoret uppfyllt.

Eftersom $V_{Sd} > V_c$ kommer det att krävas tvärkraftsarmering för att uppnå en tillräcklig tvärkraftskapacitet.

Detta beräknas på följande vis

$$V_s = A_{sv} f_{sv} \frac{0{,}9d}{s} \leftrightarrow A_{sv} = \frac{V_s s}{f_{sv} 0{,}9d}$$

$V_s = V_{Sd} - V_c = 76 - 54 = 22$ kN

s sätts till sitt maximalt tillåtna värde som är

$s = 0{,}75d = 0{,}75 \cdot 480 = 360$ mm

vilket ger

$$A_{sv} = \frac{22 \cdot 10^3 \cdot 360}{395 \cdot 0{,}9 \cdot 480} = 46{,}4 \text{ mm }^2$$

Diametern på tvärkraftsarmeringsbyglarna

$$\emptyset = \sqrt{\frac{4A_{sv}}{2\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 46{,}4}{2\pi}} = 5{,}4 \text{ mm}$$

För att balken ska klara av påkänningen från tvärkraften behöver den ha byglar $\emptyset 5{,}4$. Den närmsta diametern på armeringsjärn som tillverkas är 6mm, så tvärkraftsarmeringen blir i detta fall byglar $\emptyset 6$ med ett centrum avstånd på 360.
Tvärkraftsarmeringsbyglarna ska monteras i det område där den dimensionerande tvärkraften är större än tvärkraftskapaciteten för den oarmerade betongbalken.

Kontroll av att tvärkraftsarmeringen är statiskt verksam

$$V_s \geq 0{,}2 b_w d f_{ct}$$

där

$$A_{sv} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6^2}{4} = 56{,}5$$

$$V_s = A_{sv} f_{sv} \frac{0{,}9d}{s} = 56{,}5 \cdot 395 \cdot \frac{0.9 \cdot 480}{360} = 26781$$

$$0{,}2 b_w d f_{ct} = 0{,}2 \cdot 230 \cdot 480 \cdot 1{,}03 = 22742$$

$26781 \geq 22742$ vilket ger att tvärkraftsarmeringen är statiskt verksam.

2.3.3.2 BKR, metod 2

Dimensioneringsvillkoret är

$V_{Sd} \leq V_{Rdc}$

där

$V_{Sd} = R_A = R_B = 76$ kN

Materialvärden enligt Boverkets konstruktionsregler
$f_{cck} = 24$ MPa
$f_{cc} = 14{,}5$ MPa
$f_{yk} = 500$ MPa
$f_{sv} = f_{st} = 395$ MPa

Beräkning av betongbalkens tvärkraftskapacitet

$$V_{Rdc} = \left(\frac{0{,}18k}{1{,}5\gamma_n}\sqrt[3]{100\rho f_{cck}} + 0{,}15\sigma_{cm}\right)b_w d$$

där

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{480}} = 1{,}645$$

$$A_{s0} = \frac{5 \cdot \pi \cdot 16^2}{4} = 1005{,}3\text{mm}^2$$

$$\rho = \frac{A_{s0}}{b_w d} = \frac{1005{,}3}{230 \cdot 480} = 9{,}11 \cdot 10^{-3}$$

vilket ger

$$V_{Rdc} = \left(\frac{0{,}18 \cdot 1{,}645}{1{,}5 \cdot 1{,}1}\sqrt[3]{100 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-3} \cdot 24}\right)230 \cdot 480 = 55{,}4 \text{ kN}$$

V_{Rdc} begränsas nedåt av

$$V_{Rdc,min} = v_{min} b_w d$$

där

$$v_{min} = \frac{0{,}035}{\gamma_n}\sqrt{k^3 f_{cck}} = \frac{0{,}035}{1.1} \cdot \sqrt{1{,}645^3 \cdot 24} = 0{,}33$$

vilket ger

$$V_{Rdc,min} = v_{min} b_w d = 0{,}33 \cdot 230 \cdot 480 = 36{,}4 \text{ kN}$$

Eftersom $V_{Rdc} > V_{Rdc,min}$ används $V_{Rdc} = 55{,}4$.

V_{Rdc} är dock mindre än V_{Sd}vilket betyder att balken kommer att behöva tvärkraftsarmering för att öka tvärkraftskapaciteten. Det beräknas på följande vis.

Tvärkraftsarmeringens tvärsnittsarea då s sätts till sitt maximum, $\cot\theta$ till 2,5 och V_{Rds} sätts till V_{Sd} beräknas enligt

$$A_{sv} = \frac{V_{Sd}s}{0{,}9df_{sv}\cot\theta}$$

då

$$s = 0{,}75d = 0{,}75 \cdot 480 = 360 \text{ mm}$$

vilket ger

$$A_{sv} = \frac{76 \cdot 10^3 \cdot 360}{0{,}9 \cdot 480 \cdot 395 \cdot 2{,}5} = 64{,}1 \text{ mm}^2$$

Diametern på armeringsbyglarna beräknas enligt

$$\emptyset = \sqrt{\frac{4A_{sv}}{2\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 64{,}1}{2\pi}} = 6{,}4 \text{ mm}$$

Armeringen för tvärkraft ska vara byglar Ø6,4. Den närmsta diametern på armeringsjärn som tillverkas är 6mm, så här måste s ändras för att uppnå rätt hållfasthet.
s beräknas enligt när det gäller tvärkraftsarmering

$$s = \frac{A_{sv}zf_{ywd}\cot\theta}{V_{Rd,s}} = \frac{\left(2 \cdot \frac{\pi \cdot 6^2}{4}\right) 0{,}9 \cdot 480 \cdot 395 \cdot 2{,}5}{76 \cdot 10^3} = 317{,}4\text{mm}$$

Avrundas ner till 317mm

Tvärkraftsarmeringen i balken blir således byglar Ø6 med ett centrumavstånd på 307mm och den ska monteras i det område där den dimensionerande tvärkraften är större än tvärkraftskapaciteten för den oarmerade betongbalken.

Kontroll av den tryckta betongsträvan

$$V_{Rd,max} = vb_w z f_{cc} \frac{\cot\theta}{1+\cot^2\theta}$$

där

$$v = 0{,}6\left(1 - \frac{f_{cck}}{250}\right) = 0{,}6\left(1 - \frac{24}{250}\right) = 0{,}5424$$

vilket ger

$$V_{Rd,max} = 0{,}5424 \cdot 230 \cdot 0{,}9 \cdot 480 \cdot 14{,}5 \frac{2{,}5}{1+2{,}5^2} = 269 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,max} > V_{Sd}$$

Betongsträvan klarar belastningen.

2.3.3.3 Eurokod 2

Dimensioneringsvillkoret är
$V_{Ed} \leq V_{Rd}$

där

$$V_{Ed} = R_A = R_B = 76 \text{ kN}$$

Materialvärden enligt Eurokod
f_{ck} = 25 MPa
f_{cd} = 16,7 MPa då γ_C =1,5
f_{yk} = 500 MPa
f_{ywd} = 435 MPa då γ_S =1,15

Beräkning av betongbalkens tvärkraftskapacitet

$$V_{Rd,c} = \left(C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}\right) b_w d$$

med

$$C_{Rd,c} = \frac{0{,}18}{\gamma_C} = \frac{0{,}18}{1{,}5}$$

där

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{480}} = 1{,}645$$

$$A_{s0} = \frac{5 \cdot \pi \cdot 16^2}{4} = 1005{,}3 \text{ mm}^2$$

$$\rho_l = \frac{A_{s0}}{b_w d} = \frac{1005{,}3}{160 \cdot 300} = 9{,}11 \cdot 10^{-3}$$

vilket ger

$$V_{Rd,c} = \left(\frac{0{,}18}{1{,}5} \cdot 1{,}645(100 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-3} \cdot 25)^{1/3}\right) 230 \cdot 480 = 61{,}8 \text{ kN}$$

$V_{Rd,c}$ begränsas nedåt av

$$V_{Rd,c,min} = v_{min} b_w d$$

där

$$v_{min} = 0{,}035 k^{3/2} {f_{ck}}^{1/2} = 0{,}035 \cdot 1{,}645^{3/2} \cdot 25^{1/2} = 0{,}37$$

vilket ger

$$V_{Rd,c,min} = v_{min} b_w d = 0{,}37 \cdot 230 \cdot 480 = 40{,}8 \text{ kN}$$

Alltså används $V_{Rd,c} = 61{,}8$ kN, som är mindre än V_{Ed}, vilket betyder att balken kommer att behöva tvärkraftsarmering för att klara av belastningen.

Tvärkraftsarmeringens tvärsnittsarea då $\cot\theta = 2{,}5$, s sätts till sitt maximum och $V_{Rd,s}$ sätts till V_{Ed} beräknas enligt

$$A_{sv} = \frac{V_{Rd,s} s}{z f_{ywd} \cot\theta}$$

$$s = 0{,}75d = 0{,}75 \cdot 480 = 360 \text{ mm}$$

vilket ger

$$A_{sv} = \frac{76 \cdot 10^3 \cdot 360}{0{,}9 \cdot 480 \cdot 435 \cdot 2{,}5} = 58{,}2 \text{ mm}^2$$

Diametern på armeringsbyglarna beräknas enligt

$$\emptyset = \sqrt{\frac{4A_{sv}}{2\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 58{,}2}{2\pi}} = 6{,}1 \text{ mm}$$

Minimiarmeringen för tvärkraft ska vara byglar $\emptyset 6{,}1$. För att minimera materialmängden väljs $\emptyset 6$ och centrumavståndet s räknas om enligt nedanstående formel.

$$s = \frac{A_{sv} z f_{ywd} \cot\theta}{V_{Rd,s}} = \frac{\left(2 \cdot \frac{\pi \cdot 6^2}{4}\right) 0{,}9 \cdot 480 \cdot 435 \cdot 2{,}5}{76 \cdot 10^3} = 349{,}6 \text{ mm}$$

Avrundas ner till 349 mm

Tvärkraftsarmeringen i balken blir således byglar $\emptyset 6$ med ett centrumavstånd på 349mm och den ska monteras i det område där den dimensionerande tvärkraften är större än tvärkraftskapaciteten för den oarmerade betongbalken.

I det område där $V_{Ed} < V_{Rd}$ bör det enligt föreskrifterna i Eurokod 2 läggas in en minsta tvärkraftsarmering som beräknas enligt

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{(s b_w \sin\alpha)}$$

då ρ_w sätts till

$$\rho_{w,min} = \frac{\left(0{,}08\sqrt{f_{ck}}\right)}{f_{yk}} = \frac{0{,}08 \cdot \sqrt{25}}{500} = 8 \cdot 10^{-4}$$

och s sätts till sitt maximum

$$s = 0{,}75d = 0{,}75 \cdot 480 = 360 \text{ mm}$$

vilket ger

$$A_{sw} = \rho_{w,min}(s b_w \sin\alpha) = 8 \cdot 10^{-4} \cdot 360 \cdot 230 \cdot 1 = 66{,}2 \text{ mm}^2$$

Diametern på armeringsbyglarna beräknas enligt

$$\emptyset = \sqrt{\frac{4A_{sv}}{2\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 66{,}2}{2\pi}} = 6{,}5 \text{ mm}$$

Minimiarmeringen för tvärkraft ska vara byglar $\emptyset 6{,}5$. För att minimera materialmängden väljs $\emptyset 6$ och centrumavståndet s räknas om enligt nedanstående formel.

$$s = \frac{f_{yk}A_{sw}}{0{,}08\sqrt{f_{ck}}b_w} = \frac{500 \cdot \left(2 \cdot \frac{\pi \cdot 6^2}{4}\right)}{0{,}08 \cdot \sqrt{25} \cdot 230} = 307{,}3 \text{ mm}$$

Avrundas ned till 307 mm

Minimiarmeringen i balken blir således byglar $\emptyset 6$ med ett centrumavstånd på 307mm och den ska monteras i det område av balken där tvärkraftskapaciteten hos betongen är större än den dimensionerande tvärkraften.

Kontroll av den tryckta betongsträvan

$$V_{Rd,max} = b_w z v_1 f_{cd} \frac{\cot\theta}{1 + \cot^2\theta}$$

där

$$v_1 = 0{,}6$$

vilket ger

$$V_{Rd,max} = 230 \cdot 0{,}9 \cdot 480 \cdot 0{,}6 \cdot 16{,}7 \cdot \frac{2{,}5}{1 + 2{,}5^2} = 343 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,max} > V_{Ed}$$

Betongsträvan klarar belastningen.

2.4 Jämförelse av de olika beräkningsmetoderna

2.4.1 Sammanställning av resultaten från beräkningarna

Tabell 2.2 nedan sammanfattar resultaten från beräkningarna av betongens tvärkraftskapacitet, avståndet mellan- och diametern på tvärkraftsarmeringsbyglarna.

Tabell 2.2

	V_c (kN)	V_{Rdc} (kN)	$V_{Rd,c}$ (kN)	s (mm)			Ø Tvärkraftsbyglar (mm)		
Ex.	BKR 1	BKR 2	Euro	BKR 1	BKR 2	Euro	BKR 1	BKR 2	Euro
1	36	33	36	225	225	225	6	6	6
2	79	77	86	495	495	495	8	8	8
3	54	54	60	360	317	439	6	6	6

I tabellen syns det att Eurokod 2 ger en högre tvärkraftskapacitet för betongen medan metod 2 ger den lägsta, trots detta blir valet av armeringsdiameter den samma i alla exemplen.
Det finns dock en skillnad i centrumavståndet mellan byglarna i exempel två och tre för Eurokod 2 jämfört med de andra två beräkningsmetoderna.

Nästa tabell visar resultaten av dimensioneringen av minimiarmeringen enligt Eurokod 2.

Tabell 2.3

	Exempel 1	Exempel 2	Exempel 3
Ø byglar (mm)	6	8	6
s (mm)	225	418	307

Nedan i tabell 2.4 redovisas de slutgiltiga valen av tvärkraftsarmering för att uppfylla de krav som ställs för att uppnå tillfredsställande hållfasthet.

Tabell 2.4

	Tvärkraftsarmeringsbyglar (mm)		
Exempel	BKR 1	BKR 2	Eurokod
1	Ø6 med s 225	Ø6 med s 225	Ø6 med s 225
2	Ø8 med s 495*	Ø8 med s 495*	Ø8 med s 418
3	Ø6 med s 360	Ø6 med s 317	Ø6 med s 307

*Kommer även att behövas 3 stycken Ø6 med ett centrumavstånd på 495mm se kapitel 2.3.2.4.

I tabell 2.4 har centrumavståndet mellan tvärkraftsarmeringsbyglarna i Eurokod exempel två och tre krympt ytterligare eftersom minimiarmeringen är dimensionerande.

2.4.2 Jämförelse av formlerna för betongens tvärkraftskapacitet

De olika metoderna för att beräkna tvärkraftskapaciteten skrivs i denna del av arbetet på ett sätt så att de ser mer likartade ut, så att jämförelsen blir lättare.

BKR metod 1

$$V_c = (0{,}30\xi(1 + 50\rho)f_{ct})[b_w d]$$

BKR metod 2

$$V_{Rdc} = \left(\frac{0{,}18k}{1{,}5\gamma_n}\sqrt[3]{100\rho f_{cck}}\right)[b_w d]$$

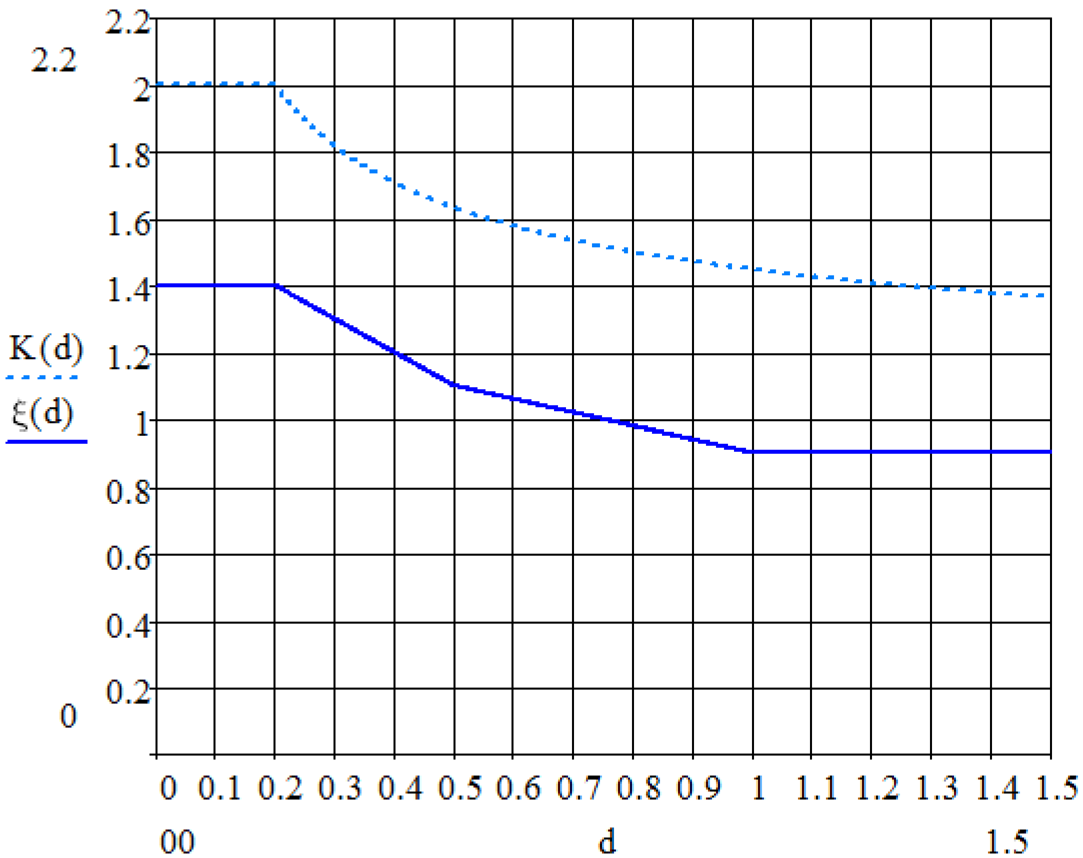
Eurokod 2

$$V_{Rd,c} = \left(\frac{0{,}18k}{1{,}5}\sqrt[3]{100\rho_l f_{ck}}\right)[b_w d]$$

2.4.2.1 Likheter och olikheter

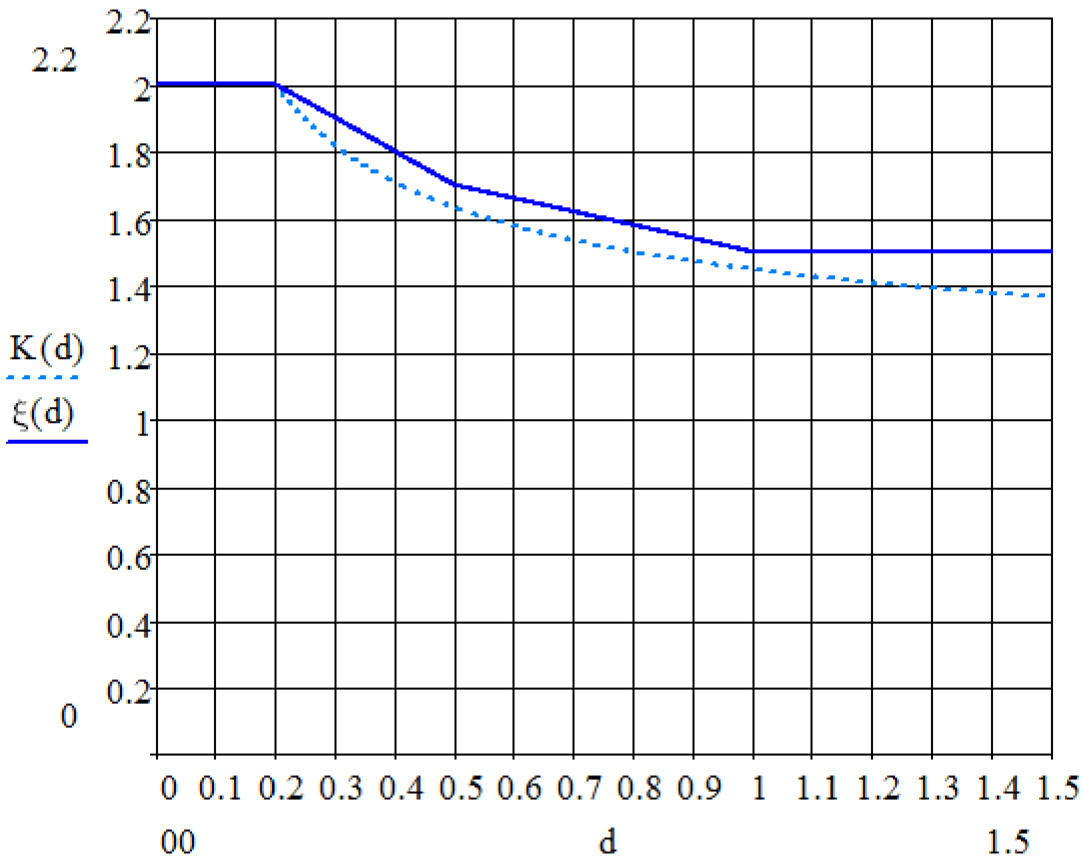
Gemensamt för alla tre sätt att beräkna tvärkraftskapaciteten är faktorerna ρ och $[b_w d]$.

BKR metod 2 och Eurokod 2 innehåller båda faktorn K som har samma funktion som faktorn ξ i BKR metod 1. Båda dessa faktorer tar hänsyn till den positiva inverkan av balkhöjder mindre än 0,9 m. För att enklare kunna visa hur lika dessa två faktorer är beskrivs de i figur 2.7.



Figur 2.7 jämförelse av faktorerna K och ξ

Om ξ adderas med 0,6 så att de båda kurvorna får samma startpunkt blir det ännu tydligare hur lika de båda funktionerna är och figur 7.8 visar resultatet.



Figur 2.8 jämförelse av faktorerna K och $\xi + 0{,}6$

I diagrammet ovan syns tydligt att kurvorna för K och ξ är likartade. Beräkningsmetoderna BKR metod 2 och Eurokod 2 är i stort likadana.
I formlerna finns egentligen bara en skillnad, nämligen att BKR metod 2 har en partialkoefficienten γ_n som inte har någon motsvarighet i metoden som beskrivs i Eurokod 2.
Partialkoefficienten γ_n är beroende av vilken säkerhetsklass konstruktionsdelen tillhör. I den lägsta säkerhetsklassen (klass 1) är $\gamma_n = 1{,}0$ vilket betyder att det inte blir någon skillnad mellan BKR metod 2 och metoden i Eurokod 2. Olikheten uppstår i säkerhetsklass 2 och 3 där γ_n i BKR är 1,1 respektive 1,2, i dessa båda fallen kommer BKR metod 2 ge en lägre tvärkraftskapacitet än om beräkningen görs enligt Eurokod 2.
Här bör det nämnas att det finns säkerhetsklasser i Eurokoden, men de används vid bestämmandet av dimensionerande last (Eurokod 0, bilaga NB).
Det finns även andra skillnader i beräkningarna för dimensionerande last som inte beaktas i detta arbete. Närmare bestämt så har partialkoefficienterna i lastkombinationerna ökats i Eurokoden vilket leder till en högre dimensionerande last jämfört med BKR. Nedan följer de vanligaste ekvationerna för bestämmandet av dimensionerande last i brottgränsstadiet, hämtade ut Boverkets konstruktionsregler och Eurokod 0.

$$F_d = 1{,}0G_k + 1{,}3Q_k + \sum 1{,}0\Psi Q_k$$

där

F_d	är dimensionerande värde för en last
G_k	är egentyngder samt tyngd av jord och vatten
Q_k	är variabel huvudlast
ΨQ_k	är övriga variabla laster med reduktionsfaktorn Ψ

respektive

$$F_d = \sum_{j\geq 1} \gamma_d 1{,}2G_{kj,sup} "+" \gamma_d 1{,}35P "+" \gamma_d 1{,}5Q_{k,1} "+" \sum_{i>1} \gamma_d 1{,}5\Psi_{0,i}Q_{k,i}$$

där

F_d	är dimensionerande värde för en last
γ_d	är partialkoefficient som beror på vilken säkerhetsklass konstruktionsdelen befinner sig i, vid gynnsamma laster används inte denna koefficient
$G_{kj,sup}$	är ogynnsam permanentlast, om gynnsam $=1{,}2G_{kj,inf}$
$"+"$	betyder ”att kombineras med”
P	är ogynnsam spännkraft, om gynnsam $=1{,}00P$
$Q_{k,1}$	är variabel huvudlast, om gynnsam =0
$\Psi_{0,i}$	är faktor för kombinationsvärde för variabel last
$Q_{k,i}$	är samverkande variabla laster, om gynnsam =0

Anledningen till att denna skillnad inte tas med i detta arbete är för att underlätta jämförandet av själva formlerna för tvärkraftsdimensionering. Inte heller de kapitel som rör deformation har med denna skillnad i beräkningarna, med samma motivering som ovan.
BKR metod 1 är den beräkningsmetod som skiljer sig mest från de andra två. Den största skillnaden är att BKR metod 1 använder betongens draghållfasthet och inte betongens tryckhållfasthet som både Eurokoden och BKR metod 2 använder.
En annan skillnad är det faktum att BKR metod 1 använder sig av den dimensionerande draghållfastheten medan de andra två metoderna använder den karakteristiska tryckhållfastheten. Detta gör att även BKR metod 1 tar hänsyn till vilken säkerhetsklass konstruktionsdelen tillhör.
Den sista skillnaden som finns mellan båda BKR metoderna och Eurokoden är värdet på de karakteristiska tryck- och draghållfastheterna hos betong, nämligen att de är lite högre i Eurokod 2 (se bilaga A).

2.4.3 Jämförelse av formlerna för tvärkraftsarmering

De olika metoderna för att beräkna mängden tvärkraftsarmering skrivs om i denna del av arbetet så att de ser mer likartade ut, vilket gör en jämförelse lättare.
En väsentlig skillnad mellan BKR metod 1 och de andra två metoderna är på vilket sätt mängden tvärkraftsarmeringen bestäms. I BKR metod 1 beräknas armeringsmängden genom att tvärkraftsarmeringen upptar den del av påkänningen som överskrider betongens tvärkraftskapacitet. Medan både i BKR metod 2 och Eurokod 2 görs helt nya beräkningar för tvärkraftsarmeringen där ingen hänsyn tas till den tidigare beräkningen av betongens tvärkraftskapacitet.

2.4.3.1 BKR metod 1

$$V_s = A_{sv} f_{sv} \frac{0{,}9d}{s}$$

2.4.3.2 BKR metod 2

$$V_{Rds} = A_{sv} f_{sv} \frac{0{,}9d}{s} \cot\theta$$

2.4.3.3 Eurokod 2

$$V_{Rd,s} = A_{sv} f_{ywd} \frac{0{,}9d}{s} \cot\theta$$

2.4.3.4 Likheter och olikheter

Likheterna mellan de tre olika sätten att beräkna tvärkraftsarmeringen är väldigt stora, det finns dock tre olikheter.
Den första är faktorn $\cot\theta$ som finns hos BKR metod 2 och Eurokod 2. $\mathrm{Cot}\,\theta$ är lutningen hos den tänkta betongsträvan som uppstår inom betongbalken och ges ett värde mellan 1 och 2,5.
Den andra skillnaden syns inte i formlerna ovan, utan beror på hur man beräknar det dimensionerandevärdet på armeringsjärnets draghållfasthet. Båda metoderna från BKR beräknar dimensionerande hållfasthetsvärdet på samma sätt enligt

$$f_{sv} = \frac{f_{yk}}{\eta \gamma_m \gamma_n}$$

och i Eurokoderna enligt

$$f_{ywd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_S}$$

Skillnaden mellan dessa två uttryck hittas i nämnaren, olikheten är dock mindre än vad som syns i formlerna eftersom $\eta\gamma_m = \gamma_S = 1{,}15$. Så den egentliga skillnaden mellan uttrycken är faktorn γ_n vilket är en säkerhetsfaktor som beror på vilken säkerhetsklass konstruktionsdelen tillhör. Nedan följer en tabell över hur draghållfastheten varierar beroende på vilken säkerhetsklass som används.

Tabell 2.1

Regelverk	Armering	f_{yk} (MPa)	f_{sv} (MPa) i säkerhetsklass		
			1	2	3
BRK	B500B	500	435	395	362
Eurokod	B500BT	500	435	435	435

Den sista olikheten mellan de tre beräkningsmetoderna är kanske den största och består i kravet på en minimiarmering för tvärkraft som finns i Eurokod 2. I Eurokod 2 kapitel 6.2 avsnitt 4 står det;

> ”Om ingen tvärkraftsarmering erfordras enligt dimensioneringsberäkningar, bör ändå en minimiarmering läggas in enligt 9.2.2”.

Ordet bör som används i citatet ovan kan öppna för tolkningen att minimiarmeringen inte måste användas, men om dimensionering ska anses vara gjord enligt Eurokoderna måste en minimiarmering läggas in enligt Eurokod 2 9.2.2.

Varför det är så förklaras i följande text.

I Eurokoderna finns det två karaktärer på styckena nämligen principer och råd, där principer skall följas medan råden får bytas mot andra dimensioneringsregler (Eurokod 0 2004, sid 10). Citatet från kapitel 6.2 är ett råd, principerna markeras i Eurokoderna med ett P efter styckets nummer. När alternativa dimensioneringsregler används måste det påvisas att de uppfyller kraven i de aktuella principerna och leder till att minst den säkerhetsnivå, brukbarhet och beständighet uppnås som kan förväntas vid användning av Eurokoderna (Eurokod 0 2004, sid 10). Om ett råd ersätts med en alternativ dimensioneringsregel kan dimensioneringen inte anses vara helt enligt Eurokoderna, detta finns att läsa i kapitel 1.4 i Eurokod 0.

Resonemanget ovan är baserat på stycken ur Eurokod 0, men är tillämpbart även för Eurokod 2 eftersom det i kapitel 1.4 i Eurokod 2 står; (1)P Reglerna i EN 1990 (Eurokod 0) gäller.

Det finns undantag till kravet på minimiarmering, den får utelämnas i plattor där lastfördelning i sidled är möjlig och i konstruktionsdelar som inte har väsentlig betydelse för bärverkets totala bärförmåga och stabilitet (Eurokod 2 2008, sid 81).
Andelen minimiarmering som krävs bestäms av armeringsjärnets draghållfasthet, betongens tryckhållfasthet och betongbalkens bredd. Vilken belastning balken utsätts för har ingen direkt inverkan på mängden minimiarmering. Belastningen har dock en indirekt inverkan på minimiarmeringen eftersom det är storleken på belastningen som är avgörande för vilken typ av betong som väljs. För vissa balkar kan detta leda till en märklig situation där minimiarmeringen blir större än den dimensioneringsberäknade armeringen, så är fallet i beräkningsexempel 2. När detta inträffar blir frågan vilken diameter som ska användas på armeringen, i Eurokod 2 finns det inget angivet om de fall där mängden minimiarmering blir större än den genom dimensionering bestämda tvärkraftsarmeringen.
Svensk betongförening har tagit fram en handbok för Eurokod 2 där en alternativ beräkningsgång än den som används i detta arbete ger ett svar på hur sådana fall behandlas. Nämligen att efter betongens tvärkraftskapacitet bestämts och det visats att tvärkraftsarmering krävs beräknas mängden minimiarmering som erfordras. Sen kontrolleras om minimiarmeringen klarar av belastningen från den dimensionerande tvärkraften (Svenska betongföreningen 2010, Vol 2, sid A-11). Blir då resultatet att minimiarmeringen ger en högre tvärkraftskapacitet än belastningen kräver används minimiarmeringen i hela balken vilken då anses uppfylla kraven på tvärkraftsarmering.

2.4.4 Ekonomiska aspekter

I detta kapitel kommer det göras en enklare jämförelse av kostnaderna för de olika armeringsresultaten från beräkningsexemplen.

2.4.4.1 Beräkningar

Material- och arbetskostnaden för armeringsjärn av kvalitén B500BT, som dessa beräkningar baseras på är enligt tabell

Tabell 2.5

Diameter (mm)	Pris (kr/ton)			Vikt (kg/m)	Tillägg för klippning (kr/ton)	Tillägg för bockning (kr/ton)	Total pris (kr/ton)
	12 m	6 m	2 m				
6	x	14850	x	0,222	1380*	2340	18570
8	11950	12450	18000	0,395	1380	2340	15670
10	11740	12240	16450	0,617	980	1950	14670
12	11700	12200	16450	0,888	980	1950	14630
16	11630	12130	16450	1,580	900	1790	14320
20	11630	12130	x	2,470	900	1790	14320
25	11670	x	x	3,850	980	1620	14270
32	11760	x	x	6,310	980	1620	14360

(Tabellen baseras på uppgifter från BE-Group 2011-01-13)
*detta värde och tillvägagångssättet för bestämning av totalpriset erhölls av BE-Group support.

Totala vikten på tvärkraftsarmeringen beräknas enligt

$$M_{sv,tot} = n(A_{sv} l_{sv} \rho_s)$$

där

$M_{sv,tot}$ är den totala massan av tvärkraftsarmeringen
n är antalet byglar i balken
A_{sv} är arean hos ett av tvärkraftsarmeringsjärnen
l_{sv} är längden av armeringsjärnet i en bygel
ρ_s är densiteten för stålet som är 7850 kg/m^3 (Burström 2001)

och
l_{sv} beräknas under förutsättningen att minsta täckande betongskiktet enligt BKR används, vilket är $\emptyset + 10$ (Isaksson & Mårtensson 2008). Samma minsta täckande betongskikt gäller för Eurokod (Eurokod 2 , Ekv. 4.2).

Vilket ger (i meter)

$$l_{sv} = \big(b_w - 2(\emptyset + 0{,}01)\big) + \big(d - 2(\emptyset + 0{,}01)\big) = (b_w + d) - 4(\emptyset + 0{,}01)$$

n beräknas enligt

$$n = \frac{l_{om}}{s}$$

där
l_{om} är längden på det område armering med samma diameter och s läggs in
s är avståndet mellan armeringsbyglarna

2.4.4.2 Exempel 1 BKR metod 1

$$M_{sv,tot} = 6 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 0{,}006^2}{4} \cdot \big((0{,}16 + 0{,}30) - 4(0{,}006 + 0.010)\big) \cdot 7850\right)$$
$$M_{sv,tot} = 0{,}53 \text{ kg}$$

Detta ger en materialkostnad på

$$0{,}53 \cdot \frac{18570}{1000} = 9{,}8 \text{ kr}$$

2.4.4.3 Exempel 1 BKR metod 2

$$M_{sv,tot} = 6 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 0{,}006^2}{4} \cdot \big((0{,}16 + 0{,}30) - 4(0{,}006 + 0{,}010)\big) \cdot 7850\right)$$
$$M_{sv,tot} = 0{,}53 \text{ kg}$$

Detta ger en materialkostnad på

$$0{,}53 \cdot \frac{18570}{1000} = 9{,}8 \text{ kr}$$

2.4.4.4 Exempel 1 Eurokod 2

Här tillkommer beräkning av minimiarmeringens massa.

$$M_{sv,tot} = M_{sv} + M_{sv,min}$$

$$M_{sv} = 6 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 0{,}006^2}{4} \cdot \big((0{,}16 + 0{,}30) - 4(0{,}006 + 0{,}010)\big) \cdot 7850 \right)$$
$$M_{sv} = 0{,}53$$

$$M_{sv,min} = 21 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 0{,}006^2}{4} \cdot \big((0{,}16 + 0{,}30) - 4(0{,}006 + 0{,}010)\big) \cdot 7850 \right)$$
$$M_{sv,min} = 1{,}85$$

vilket ger

$$M_{sv,tot} = 2{,}38$$

Detta ger en materialkostnad på

$$2{,}38 \cdot \frac{18570}{1000} = 44{,}2 \text{ kr}$$

2.4.4.5 Exempel 2 BKR metod 1

$$M_{sv,stödV} = 3 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 0{,}008^2}{4} \cdot \big((0{,}30 + 0{,}66) - 4(0{,}008 + 0{,}010)\big) \cdot 7850 \right)$$
$$M_{sv,stödV} = 1{,}1$$

$$M_{sv,stödH} = 3 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 0{,}006^2}{4} \cdot \big((0{,}30 + 0{,}66) - 4(0{,}006 + 0{,}010)\big) \cdot 7850 \right)$$
$$M_{sv,stödH} = 0{,}6$$

Detta ger en materialkostnad på

$$1{,}1 \cdot \frac{15670}{1000} + 0{,}6 \cdot \frac{18570}{1000} = 28{,}4 \text{ kr}$$

2.4.4.6 Exempel 2 BKR metod 2

$$M_{sv,stödV} = 3 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 0{,}008^2}{4} \cdot \big((0{,}30 + 0{,}66) - 4(0{,}008 + 0{,}010)\big) \cdot 7850\right)$$
$$M_{sv,stödV} = 1{,}1$$

$$M_{sv,stödH} = 3 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 0{,}006^2}{4} \cdot \big((0{,}30 + 0{,}66) - 4(0{,}006 + 0{,}010)\big) \cdot 7850\right)$$
$$M_{sv,stödH} = 0{,}6$$

Detta ger en materialkostnad på

$$1{,}1 \cdot \frac{15670}{1000} + 0{,}6 \cdot \frac{18570}{1000} = 28{,}4 \text{ kr}$$

2.4.4.7 Exempel 2 Eurokod 2

I detta fall är minimiarmeringen dimensionerande, så den finns längs hela balken, alltså

$$M_{sv,tot} = M_{sv,min}$$

$$M_{sv,min} = 18 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 0{,}008^2}{4} \cdot \big((0{,}30 + 0{,}66) - 4(0{,}008 + 0{,}010)\big) \cdot 7850\right)$$
$$M_{sv,min} = 6{,}31\text{kg}$$

vilket ger

$$M_{sv,tot} = 6{,}31$$

Detta ger en materialkostnad på

$$6{,}31 \cdot \frac{15670}{1000} = 98{,}9 \text{ kr}$$

2.4.4.8 Exempel 3 BKR metod 1

$$M_{sv,tot} = 6 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 0{,}006^2}{4} \cdot \big((0{,}23 + 0{,}48) - 4(0{,}006 + 0{,}010)\big) \cdot 7850\right)$$
$$M_{sv,tot} = 0{,}9 \text{ kg}$$

Detta ger en materialkostnad på

$$0{,}9 \cdot \frac{18570}{1000} = 16{,}7 \text{ kr}$$

2.4.4.9 Exempel 3 BKR metod 2

$$M_{sv,tot} = 6 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 0{,}006^2}{4} \cdot \big((0{,}23 + 0{,}48) - 4(0{,}006 + 0{,}010)\big) \cdot 7850 \right)$$
$$M_{sv,tot} = 0{,}9 \text{ kg}$$

Detta ger en materialkostnad på

$$0{,}9 \cdot \frac{18570}{1000} = 16{,}7 \text{ kr}$$

2.4.4.10 Exempel 3 Eurokod 2

I detta fall är minimiarmeringen dimensionerande, så den finns längs hela balken, alltså

$$M_{sv,tot} = M_{sv,min}$$

$$M_{sv,min} = 22 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 0{,}006^2}{4} \cdot \big((0{,}23 + 0{,}48) - 4(0{,}006 + 0{,}010)\big) \cdot 7850 \right)$$
$$M_{sv,min} = 3{,}2 \text{ kg}$$

Detta ger en materialkostnad på

$$3{,}2 \cdot \frac{18570}{1000} = 59{,}4 \text{ kr}$$

2.4.4.11 Jämförelse av resultat

I tabellen nedan redovisas resultaten av de ekonomiska beräkningarna.

Tabell 2.6

	Kostnad (kr/balk)		
	Exempel 1	Exempel 2	Exempel 3
BKR 1	9,8	28,4	16,7
BKR 2	9,8	28,4	16,7
Eurokod 2	44,2	98,9	59,4

Tabellen visar att det inte finns någon skillnad mellan de olika metoderna i BKR, skillnaden är dock betydande om man jämför resultaten från Eurokod 2 och BKR beräkningarna. Kostnadsökningen från beräkningarna i BKR till Eurokod 2 är i snitt 385 %.
Den stora skillnaden mellan beräkningsmetoderna i BKR och Eurokod 2 är kravet på minimiarmering som införts i Eurokoden. Vilken belastning konstruktionen utsätts för har ingen direkt inverkan på beräkningarna av minimiarmeringen, istället används karakteristiska sträckgränsen för armeringen, karakteristiska tryckhållfastheten för betong, balklivets minsta bredd i dragen zon och avståndet mellan minimiarmeringsbyglarna vid bestämmandet av storleken på minimiarmeringen.

3 Skillnader i beräkning av deformation

Detta kapitel kommer att jämföra beräkningarna av deformationen hos en rektangulär betongbalk upplagd på två stöd utsatt för en jämt utbredd långtidslast. Anledningen till denna snäva avgränsning är att beräkningar av mer avancerade element och laster oftast kräver datorprogram. Trots begränsningarna kommer kapitlet att kunna visa på skillnader i de olika deformationsberäkningarna.

3.1 Beräkning av böjdeformation enligt BKR

I BKR kapitel 4.6.1.4 står det;

> ”Deformation beräknas med utgångspunkt från krökning med beaktande av kontinuitetsvillkor. I Betonghandbok – Konstruktion avsnitt 4.6:2 ges en mera ingående beskrivning av metoder för beräkning av böjdeformationer.”

3.1.1 Beräkning av böjdeformation vid korttidslast

Krökningen vid korttidsbelastning hos den osprucken betongbalk kan beräknas enligt

$$\frac{1}{r_f} = \frac{M}{E_c I_1} \qquad [1]$$

där

$\frac{1}{r_f}$	är krökningen
M	är böjande moment
E_c	är elasticitetsmodul för betong
I_1	är tröghetsmoment för betong i stadium 1

Beräkningen av I_1 görs enligt

$$I_1 = \frac{bh^3}{12}$$

där

b	är balkens bredd
h	är balkens höjd

Uttrycket ovan kan för en tvåstödsbalk med jämt utbredd belastning skrivas som

$$y_{mitt} = \frac{5ql^4}{384 E_c I_1}$$

där

y_{mitt} är mittnedböjningen
q är last per meter
l är balkens längd

Detta visas i bilaga B.

Krökningen vid korttidsbelastning hos den sprucken betongbalk kan beräknas enligt

$$\frac{1}{r_f} = \frac{M}{E_c I_2} \qquad [2]$$

där

$\frac{1}{r_f}$ är krökningen
M är böjande moment
E_c är elasticitetsmodulen för betong
I_2 är tröghetsmomentet för betong i stadium 2

Uttrycket ovan kan för en tvåstödsbalk med jämt utbredd belastning skrivas som

$$y_{mitt} = \frac{5ql^4}{384E_c I_2}$$

där

y_{mitt} är mittnedböjningen
q är last per meter
l är balkens längd

Detta visas i bilaga B.

3.1.2 Beräkning av böjdeformation vid långtidslast

När effekter av långtidslast ska beräknas ersätts elasticitetsmodulen E_c i formlerna ovan med effektiva elasticitetsmodulen E_{ef} som bestäms enligt

$$E_{ef} = \frac{E_c}{1 + \varphi_{ef}} \qquad [3]$$

där

E_{ef}	är betongens effektiva elasticitetsmodul
E_c	är betongens elasticitetsmodul
φ_{ef}	är effektiva kryptalet

Effektiva kryptalet bestäms enligt

$$\varphi_{ef} = \varphi \frac{M_{0L}}{M_{0d}} \qquad [4]$$

där

M_{0L}	är momentet vid långtidslast
M_{0d}	är momentet vid dimensionerande last

Och φ ges av tabellen nedan.

Tabell 3.1

Miljö	RH%	φ
Inomhus i uppvärmda lokaler	55	3
Normalt utomhus samt inomhus i icke uppvärmda lokaler	75	2
Mycket fuktig miljö	≥95	1

3.1.3 Samverkan mellan spruckna och ospruckna delar i balken

I de område som uppstår mellan sprickorna tar betongen fortfarande upp dragpåkänningar. För att korrigera detta faktum kan enligt BKR sidan 148 en faktor v multipliceras med krökningen.

$$v = 1 - \frac{\beta}{k_1} \cdot \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \text{ dock lägst 0,4} \qquad [4]$$

Om tvärsnittet endast påverkas av böjande moment då kan uttrycket för v vid långtidslast skrivas

$$v = 1 - \frac{0{,}2}{k_1} \cdot \frac{M_r}{M} \text{ dock lägst 0,4} \qquad [6]$$

där

k_1 är en koefficient som beaktar armeringens vidhäftning enligt tabell nedan

M_r är sprickmomentet

M är momentet

Tabell 3.2 k_1 värde för olika armeringstyper

Armeringstyp	k_1
Kamstänger	0,8
Profilerade stänger	1,2
Släta stänger	1,6

och

$$M_r = f_{cbt}W \quad [7]$$

där

f_{cbt} är böjdraghållfastheten

W är böjmotståndet

f_{cbt} bestäms enligt

$$f_{cbt} = k\frac{f_{ct}}{\zeta} \quad [8]$$

där

k är en koefficient som beror på tvärsnittets höjd

f_{ct} är dimensioneringsvärdet för betong, i bruksgränstillståndet lika med f_{ctk}

ζ är en säkerhetsfaktor enligt Isaksson, Mårtensson & Thelandersson 2008 kan faktorn sättas till 1,0 om en felbedömning inte medför stor hälsorisk eller allvarlig förstörelse. Så i detta arbete sätts $\zeta = 1{,}0$

M_r används också för att bestämma om en balk är sprucken eller inte, om $M_r \leq M$ är den sprucken.

k bestäms enligt

$$k = 0{,}6 + \frac{0{,}4}{\sqrt[4]{h}} \quad 1 \leq k \leq 1{,}45$$

där

h är tvärsnittets totala höjd i meter

Alltså beräknas den totala mittnedböjningen för en tvåstödsbalk belastad med en jämtfördelad långtidslastlast enligt

$$y_{mitt} = \frac{5ql^4}{384E_{ef}I_2}v$$

Beräkningen av I_2 görs enligt

$$I_2 = 0{,}5bd^3\xi^2\left(1 - \frac{\xi}{3}\right) \qquad [9]$$

Anm. Båda leden är dividerade med E jämfört med tabellen, en fullständig härledning återfinns i Byggkonstruktion del 3 av Bengt Langesten sidorna 185-186.

där

b	är balkens bredd
d	är avståndet mellan balkens överkant och tyngdpunkten på dragarmeringen

och

$$\xi = \alpha\rho\left(\sqrt{1 + \frac{2}{\alpha\rho}} - 1\right)$$

där

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{ef}}$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd}$$

där

E_s	är stålets elasticitetsmodul
A_s	är arean för dragarmeringen

3.1.4 Ekvations referenser

1. (Betonghandbok 1990, vol. konstruktion sid 415)
2. (BBK 2004, Ekv. 4.6.1.3b)
3. (BBK 2004, Ekv. 4.3a)
4. (BBK 2004, Ekv. 2.4.7d)
5. (BBK 2004, Ekv. 4.5.5c)
6. (Langesten 2006, sid 181)
7. (Johannesson & Vretblad 2006, sid 115)
8. (Betonghandbok 1990, vol. konstruktion sid 341)
9. (Isaksson & Mårtensson 2008, sid 96)

3.2 Beräkning av böjdeformation enligt Eurokod

I Eurokod 2 kapitel 7.3.4 stycke (7) står det;

> ”Det mest noggranna sättet att bestämma nedböjningar med metoden enligt (3) ovan är att beräkna krökningen för ett stort antal tvärsnitt längs bärverksdelen och sedan beräkna nedböjningen med hjälp av numerisk integration. I de flesta fall är det acceptabelt att beräkna nedböjningen för två fall, med bärverksdelen antingen i ospprucket eller helt uppsprucket tillstånd och sedan interpolera med användning av uttryck (7.18).”

$$\alpha = \zeta \alpha_{II} + (1 - \zeta)\alpha_I \qquad [1]$$

där

α	är aktuell deformationsparameter, som förenkling även nedböjning
α_I	är värdet för parametern beräknat i osprucket tillstånd
α_{II}	är värdet för parametern beräknat i sprucket tillstånd
ζ	är fördelningskoefficient beaktar dragspänning i betong mellan sprickor

och

$$\zeta = 1 - \beta \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2$$

där

$\zeta = 0$	för ospruckna tvärsnitt
β	är koefficient som beaktar inverkan på medeltöjningen av lastens varaktighet eller upprepande belastningar, β är 1,0 för enstaka korttidslast och 0,5 för långtidslast eller många cykler av upprepad belastning
σ_{sr}	är spänningen i dragarmeringen beräknad för spricklasten
σ_s	är spänningen i dragarmeringen beräknad för sprucket tvärsnitt

$\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}$ kan ersättas med $\frac{M_{cr}}{M}$ vid böjning

där

M_{cr}	är sprickmomentet
M	är belastande moment

Sprickmomentet beräknas enligt

$$M_{cr} = f_{ctm} \frac{I}{(h-y)} \qquad [2]$$

där
f_{ctm} är draghållfastheten
I är tröghetsmomentet i osprucket stadium
h är balkens höjd
y är avståndet från trycktkant till tyngdpunktsaxeln

M_{cr} används också för att bestämma om en balk är sprucken eller inte, om $M_{cr} \leq M$ är den sprucken.

3.2.1 Beräkning av böjdeformation vid korttidslast

Vid beräkning av mittnedböjning hos en tvåstödsbalk som utsätts för en jämtfördelad korttidslast sätts $\beta = 1{,}0$ vid bestämmandet av ζ och

α ersätts med krökningen $\frac{1}{r}$ i uttrycket

$$\alpha = \zeta \alpha_{II} + (1-\zeta)\alpha_I$$

vilket ger

$$\frac{1}{r} = \zeta \left(\frac{1}{r}\right)_{II} + (1-\zeta)\left(\frac{1}{r}\right)_I$$

I uttrycket ovan kan sedan $\frac{1}{r}$ ersättas med $y_{mitt} = \frac{5ql^4}{384EI}$, vilket visas i bilaga B.

Mittnedböjningen kan då beräknas enligt

$$y_{mitt} = \zeta \left(\frac{5ql^4}{384EI_{II}}\right) + (1-\zeta)\left(\frac{5ql^4}{384EI_I}\right)$$

där
I_I är tröghetsmomentet i osprucket stadium
I_{II} är tröghetsmomentet i sprucket stadium

Tröghetsmomenten för en rektangulärbalk beräknas enligt

$$I_I = \frac{bh^3}{12}$$

$$I_{II} = 0{,}5bd^3\xi^2\left(1 - \frac{\xi}{3}\right) \qquad [3]$$

Anm. Båda leden är dividerade med E jämfört med tabellen, en fullständig härledning återfinns i Byggkonstruktion del 3 av Bengt Langesten sidorna 185-186.

där

b är balkens bredd

d är avståndet mellan balkens överkant och tyngdpunkten på dragarmeringen

och

$$\xi = \alpha\rho\left(\sqrt{1 + \frac{2}{\alpha\rho}} - 1\right)$$

där

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{ef}}$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd}$$

där

E_s är stålets elasticitetsmodul

A_s är arean för dragarmeringen

3.2.2 Beräkning av böjdeformation vid långtidslast

Vid beräkning av mittnedböjning hos en tvåstödsbalk som utsätts för en jämtfördelad långtidslast sätts $\beta = 0{,}5$ vid bestämmandet av ζ och

α ersätts med krökningen $\frac{1}{r}$ i uttrycket

$$\alpha = \zeta\alpha_{II} + (1 - \zeta)\alpha_I$$

vilket ger

$$\frac{1}{r} = \zeta\left(\frac{1}{r}\right)_{II} + (1-\zeta)\left(\frac{1}{r}\right)_{I}$$

I uttrycket ovan kan sedan $\frac{1}{r}$ ersättas med $y_{mitt} = \frac{5ql^4}{384EI}$, vilket visas i bilaga B.

Mittnedböjningen kan då beräknas enligt

$$y_{mitt} = \zeta\left(\frac{5ql^4}{384E_{c,eff}I_{II}}\right) + (1-\zeta)\left(\frac{5ql^4}{384E_{c,eff}I_{I}}\right)$$

där

$E_{c,eff}$	är effektiva elasticitetsmodulen som beaktar krypning
I_I	är tröghetsmomentet i ospruckét stadium
I_{II}	är tröghetsmomentet i sprucket stadium

Tröghetsmomenten för en rektangulärbalk beräknas enligt

$$I_I = \frac{bh^3}{12} \qquad [4]$$

$$I_{II} = 0{,}5bd^3\xi^2\left(1-\frac{\xi}{3}\right) \qquad [5]$$

Anm. Båda leden är dividerade med E jämfört med tabellen, en fullständig härledning återfinns i Byggkonstruktion del 3 av Bengt Langesten sidorna 185-186.

där

b	är balkens bredd
d	är avståndet mellan balkens överkant och tyngdpunkten på dragarmeringen

och

$$\xi = \alpha\rho\left(\sqrt{1+\frac{2}{\alpha\rho}} - 1\right)$$

där

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{ef}}$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd}$$

där

E_s	är stålets elasticitetsmodul
A_s	är arean för dragarmeringen

Effektiva elasticitetsmodulen $E_{c,eff}$ beräknas enligt

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)} \quad [6]$$

där

E_{cm}	är karakteristiskelasticitetsmodulen för betong
$\varphi(\infty, t_0)$	är tillämpligt kryptal med hänsyn till last och tidsperiod enligt kapitel 3.1.4 i Eurokod 2 se bilaga C.

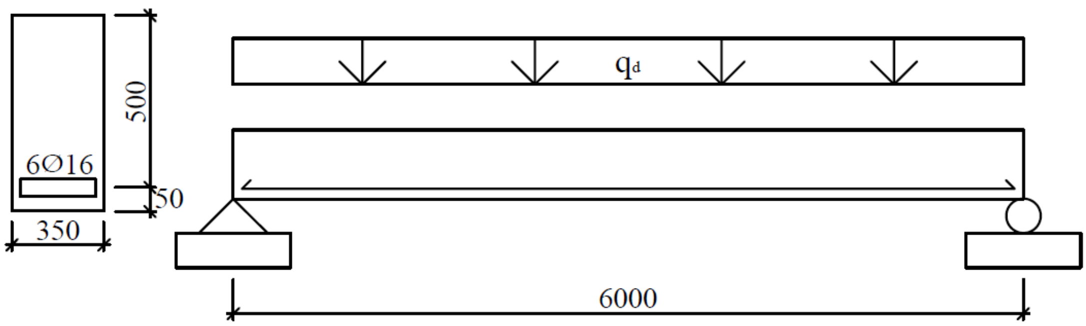
3.2.3 Ekvations referenser

1. (Eurokod 2 2008, Ekv. 7.18)
2. (Svenska betongföreningen 2010, volym 2)
3. (Isaksson & Mårtensson 2010, sid 114)
4. (Johannesson & Vretblad 1999, sid 22)
5. (Isaksson & Mårtensson 2010, sid 114)
6. (Eurokod 2 2008, Ekv. 7.20)

3.3 Beräkningsexempel

Dessa beräkningar kommer att baseras på exempel 10.3 i Byggkonstruktion 2010 av Tord Isaksson, Annika Mårtensson och Sven Thelandersson. Samma balk kommer att användas i alla tre exemplen, det som kommer att förändras är miljön den befinner sig i.

Gemensamma förutsättningar;
Betong C25
Cement typ N
Total balkhöjd h =550mm
Armering 6Ø16 B500BT
Last $q_{dl} = 29{,}8$ kN/m, $q_d = 38{,}2$ kN/m



Figur 3.1

Mittnedböjningen kommer att bestämmas för långtidslast, eftersom det ger störst nedböjning.

3.3.1 Exempel 1

I detta exempel befinner sig balken inomhus i uppvärmt utrymme med en relativ fuktighet på 50 %.

3.3.1.1 BRK

Balken tillhör säkerhetsklass 2.
Först kontrolleras om balken är osprucken (stadium 1) eller sprucken (stadium 2).

$$M = \frac{q_d L^2}{8} = \frac{29{,}8 \cdot 6^2}{8} = 178{,}8 \text{ kNm}$$

$$M_r = f_{cbt}W$$

$$f_{cbt} = k\frac{f_{ct}}{\zeta}$$

$$f_{ct} = f_{ctd}$$

$$k = 0{,}6 + \frac{0{,}4}{\sqrt[4]{h}} = 0{,}6 + \frac{0{,}4}{\sqrt[4]{550}} = 1{,}06$$

$$f_{cbt} = k\frac{f_{ct}}{\zeta} = 1{,}06\frac{1{,}7}{1{,}0} = 1{,}80 \text{ MPa}$$

$$M_r = f_{cbt}W = 1{,}80 \cdot 10^3 \cdot \frac{0{,}35 \cdot 0{,}55^2}{6} = 31{,}8 \text{ kNm}$$

Vilket ger

$M_r < M$ vilket betyder att balken är sprucken

Effektiva kryptalet är

$$\varphi_{ef} = \varphi\frac{M_{0L}}{M_{0d}}$$

I detta fall kan M_{0L} och M_{0d} ersättas med q_{dl} och q_d, vilket ger

$$\varphi_{ef} = \varphi\frac{q_{dl}}{q_d} = 3 \cdot \frac{29{,}8}{38{,}2} = 2{,}34$$

$$E_{ef} = \frac{E_c}{1 + \varphi_{ef}} = \frac{31}{1 + 2{,}34} = 9{,}3 \text{ GPa}$$

Tröghetsmomentet i stadium 2 blir

$$I_2 = 0{,}5bd^3\xi^2\left(1 - \frac{\xi}{3}\right)$$

$$\xi = \alpha\rho\left(\sqrt{1+\frac{2}{\alpha\rho}}-1\right)$$

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{ef}} = \frac{200}{9,3} = 21,5$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{6\cdot\pi\cdot 8^2}{350\cdot 500} = 6,9\cdot 10^{-3}$$

då blir

$$\xi = 21,5\cdot 6,9\cdot 10^{-3}\cdot\left(\sqrt{1+\frac{2}{21,5\cdot 6,9\cdot 10^{-3}}}-1\right) = 0,42$$

vilket ger

$$I_2 = 0,5\cdot 0,35\cdot 0,5^3\cdot 0,42^2\left(1-\frac{0,42}{3}\right) = 3,32\cdot 10^{-3}$$

Faktorn som beaktar betongens verkan mellan sprickorna beräknas enligt

$$v = 1-\frac{0,2}{k_1}\cdot\frac{M_r}{M} = 1-\frac{0,2}{0,8}\cdot\frac{31,8}{178,8} = 0,96$$

Nu kan mittnedböjningen beräknas enligt

$$y_{mitt} = \frac{5ql^4}{384E_{ef}I_2}v = \frac{5\cdot 29,8\cdot 6^4}{384\cdot 9,3\cdot 10^6\cdot 3,32\cdot 10^{-3}}\cdot 0,96 = 0,0156\text{ m}$$

Max nedböjningen bli 15,6 mm

3.3.1.2 Eurokod

Först bestäms balkens tröghetsmoment i osprucket stadium enligt

$$I_I = \frac{bh^3}{12} = \frac{0,35\cdot 0,55^3}{12} = 4,85\cdot 10^{-3}\text{ m}^4$$

För att beräkna tröghetsmomentet i stadium två måste $E_{c,eff}$ först bestämmas

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)}$$

där

$$\varphi(\infty, t_0) = 2{,}7$$

vilket ger

$$E_{c,eff} = \frac{31{,}0}{1 + 2{,}7} = 8{,}4 \text{ GPa}$$

Tröghetsmomentet i stadium 2 bestäms enligt

$$I_{II} = 0{,}5bd^3\xi^2\left(1 - \frac{\xi}{3}\right)$$

där

$$\xi = \alpha\rho\left(\sqrt{1 + \frac{2}{\alpha\rho}} - 1\right)$$

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{c,eff}} = \frac{200}{8{,}4} = 23{,}8$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{6 \cdot \pi \cdot 8^2}{350 \cdot 500} = 6{,}9 \cdot 10^{-3}$$

då blir

$$\xi = 23{,}8 \cdot 6{,}9 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{2}{23{,}8 \cdot 6{,}9 \cdot 10^{-3}}} - 1\right) = 0{,}43$$

vilket ger

$$I_2 = 0{,}5 \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}5^3 \cdot 0{,}43^2\left(1 - \frac{0{,}43}{3}\right) = 3{,}46 \cdot 10^{-3}$$

Vidare måste ζ bestämmas

$$\zeta = 1 - \beta \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^2$$

där

$$M_{cr} = f_{ctm} \frac{I}{(h-y)} = 2{,}6 \cdot 10^3 \cdot \frac{4{,}85 \cdot 10^{-3}}{\left(0{,}55 - \frac{0{,}55}{2}\right)} = 45{,}9 \text{ kNm}$$

$$M = \frac{q_d L^2}{8} = \frac{29{,}8 \cdot 6^2}{8} = 178{,}8 \text{ kNm}$$

det ger

$$\zeta = 1 - 0{,}5 \left(\frac{45{,}9}{178{,}8}\right)^2 = 0{,}97$$

Nu kan y_{mitt} beräknas enligt

$$y_{mitt} = \zeta \left(\frac{5ql^4}{384 E_{c,eff} I_{II}}\right) + (1-\zeta)\left(\frac{5ql^4}{384 E_{c,eff} I_I}\right)$$

$$= 0{,}97 \left(\frac{5 \cdot 29{,}8 \cdot 6^4}{384 \cdot 8{,}4 \cdot 10^6 \cdot 3{,}46 \cdot 10^{-3}}\right) + 0{,}03 \left(\frac{5 \cdot 29{,}8 \cdot 6^4}{384 \cdot 8{,}4 \cdot 10^6 \cdot 4{,}85 \cdot 10^{-3}}\right)$$
$$= 0{,}01678 + 0{,}0003703 = 0{,}172 \text{ m}$$

Max nedböjningen bli 17,2 mm

3.3.2 Exempel 2

I detta exempel befinner sig balken inomhus i uppvärmt utrymme med en relativ fuktighet på 80 %.

3.3.2.1 BRK

Balken tillhör säkerhetsklass 2.
Först kontrolleras om balken är osprucken (stadium 1) eller sprucken (stadium 2).

$$M = \frac{q_d L^2}{8} = \frac{29{,}8 \cdot 6^2}{8} = 178{,}8 \text{ kNm}$$

$$M_r = f_{cbt} W$$

$$f_{cbt} = k \frac{f_{ct}}{\zeta}$$

$$f_{ct} = f_{ctd}$$

$$k = 0{,}6 + \frac{0{,}4}{\sqrt[4]{h}} = 0{,}6 + \frac{0{,}4}{\sqrt[4]{550}} = 1{,}06$$

$$f_{cbt} = k \frac{f_{ct}}{\zeta} = 1{,}06 \frac{1{,}7}{1{,}0} = 1{,}80\text{MPa}$$

$$M_r = f_{cbt} W = 1{,}80 \cdot 10^3 \cdot \frac{0{,}35 \cdot 0{,}55^2}{6} = 31{,}8 \text{ kNm}$$

Vilket ger

$M_r < M$ vilket betyder att balken är sprucken

Effektiva kryptalet är

$$\varphi_{ef} = \varphi \frac{M_{0L}}{M_{0d}}$$

I detta fall kan M_{0L} och M_{0d} ersättas med q_{dl} och q_d, vilket ger

$$\varphi_{ef} = \varphi \frac{q_{dl}}{q_d} = 2 \cdot \frac{29{,}8}{38{,}2} = 1{,}56$$

$$E_{ef} = \frac{E_c}{1 + \varphi_{ef}} = \frac{31}{1 + 1{,}56} = 12{,}1 \text{ GPa}$$

Tröghetsmomentet i stadium 2 blir

$$I_2 = 0{,}5bd^3\xi^2\left(1 - \frac{\xi}{3}\right)$$

$$\xi = \alpha\rho\left(\sqrt{1 + \frac{2}{\alpha\rho}} - 1\right)$$

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{ef}} = \frac{200}{12{,}1} = 16{,}5$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{6 \cdot \pi \cdot 8^2}{350 \cdot 500} = 6{,}9 \cdot 10^{-3}$$

då blir

$$\xi = 16{,}5 \cdot 6{,}9 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{2}{16{,}5 \cdot 6{,}9 \cdot 10^{-3}}} - 1\right) = 0{,}38$$

vilket ger

$$I_2 = 0{,}5 \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}5^3 \cdot 0{,}38^2\left(1 - \frac{0{,}38}{3}\right) = 2{,}76 \cdot 10^{-3}$$

Faktorn som beaktar betongens verkan mellan sprickorna beräknas enligt

$$v = 1 - \frac{0{,}2}{k_1} \cdot \frac{M_r}{M} = 1 - \frac{0{,}2}{0{,}8} \cdot \frac{31{,}8}{178{,}8} = 0{,}96$$

Nu kan mittnedböjningen beräknas enligt

$$y_{mitt} = \frac{5ql^4}{384E_{ef}I_2}v = \frac{5 \cdot 29{,}8 \cdot 6^4}{384 \cdot 12{,}1 \cdot 10^6 \cdot 2{,}76 \cdot 10^{-3}} \cdot 0{,}96 = 0{,}0146 \text{ m}$$

Max nedböjningen bli 14,6 mm

3.3.2.2 Eurokod

Först bestäms balkens tröghetsmoment i osprucket stadium enligt

$$I_I = \frac{bh^3}{12} = \frac{0{,}35 \cdot 0{,}55^3}{12} = 4{,}85 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^4$$

För att beräkna tröghetsmomentet i stadium två måste $E_{c,eff}$ först bestämmas

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)}$$

där

$$\varphi(\infty, t_0) = 2{,}0$$

vilket ger

$$E_{c,eff} = \frac{31{,}0}{1 + 2{,}0} = 10{,}3\ \mathrm{GPa}$$

Tröghetsmomentet i stadium 2 bestäms enligt

$$I_{II} = 0{,}5bd^3\xi^2\left(1 - \frac{\xi}{3}\right)$$

där

$$\xi = \alpha\rho\left(\sqrt{1 + \frac{2}{\alpha\rho}} - 1\right)$$

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{c,eff}} = \frac{200}{10{,}3} = 19{,}4$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{6 \cdot \pi \cdot 8^2}{350 \cdot 500} = 6{,}9 \cdot 10^{-3}$$

då blir

$$\xi = 19{,}4 \cdot 6{,}9 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{2}{19{,}4 \cdot 6{,}9 \cdot 10^{-3}}} - 1 \right) = 0{,}40$$

vilket ger

$$I_2 = 0{,}5 \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}5^3 \cdot 0{,}40^2 \left(1 - \frac{0{,}40}{3}\right) = 3{,}03 \cdot 10^{-3}$$

Vidare måste ζ bestämmas

$$\zeta = 1 - \beta \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^2$$

där

$$M_{cr} = f_{ctm} \frac{I}{(h-y)} = 2{,}6 \cdot 10^3 \cdot \frac{4{,}85 \cdot 10^{-3}}{\left(0{,}55 - \frac{0{,}55}{2}\right)} = 45{,}9 \text{ kNm}$$

$$M = \frac{q_d L^2}{8} = \frac{29{,}8 \cdot 6^2}{8} = 178{,}8 \text{ kNm}$$

det ger

$$\zeta = 1 - 0{,}5 \left(\frac{45{,}9}{178{,}8}\right)^2 = 0{,}97$$

Nu kan y_{mitt} beräknas enligt

$$y_{mitt} = \zeta \left(\frac{5ql^4}{384E_{c,eff}I_{II}}\right) + (1-\zeta)\left(\frac{5ql^4}{384E_{c,eff}I_I}\right)$$

$$= 0{,}97 \left(\frac{5 \cdot 29{,}8 \cdot 6^4}{384 \cdot 10{,}3 \cdot 10^6 \cdot 3{,}46 \cdot 10^{-3}}\right)$$

$$+0{,}03 \left(\frac{5 \cdot 29{,}8 \cdot 6^4}{384 \cdot 10{,}3 \cdot 10^6 \cdot 4{,}85 \cdot 10^{-3}}\right) = 0{,}01369 + 0{,}0003020$$
$$= 0{,}0140 \text{ m}$$

Max nedböjningen bli 14,0mm

3.3.3 Exempel 3

I detta exempel befinner sig balken inomhus i uppvärmt utrymme med en relativ fuktighet på 95 %.

3.3.3.1 BRK

Balken tillhör säkerhetsklass 2.
Först kontrolleras om balken är osprucken (stadium 1) eller sprucken (stadium 2).

$$M = \frac{q_d L^2}{8} = \frac{29{,}8 \cdot 6^2}{8} = 178{,}8 \text{ kNm}$$

$$M_r = f_{cbt} W$$

$$f_{cbt} = k \frac{f_{ct}}{\zeta}$$

$$f_{ct} = f_{ctd}$$

$$k = 0{,}6 + \frac{0{,}4}{\sqrt[4]{h}} = 0{,}6 + \frac{0{,}4}{\sqrt[4]{550}} = 1{,}06$$

$$f_{cbt} = k \frac{f_{ct}}{\zeta} = 1{,}06 \frac{1{,}7}{1{,}0} = 1{,}80 \text{ MPa}$$

$$M_r = f_{cbt} W = 1{,}80 \cdot 10^3 \cdot \frac{0{,}35 \cdot 0{,}55^2}{6} = 31{,}8 \text{ kNm}$$

Vilket ger

$M_r < M$ vilket betyder att balken är sprucken

Effektiva kryptalet är

$$\varphi_{ef} = \varphi \frac{M_{0L}}{M_{0d}}$$

I detta fall kan M_{0L} och M_{0d} ersättas med q_{dl} och q_d, vilket ger

$$\varphi_{ef} = \varphi \frac{q_{dl}}{q_d} = 1 \cdot \frac{29{,}8}{38{,}2} = 0{,}78$$

$$E_{ef} = \frac{E_c}{1+\varphi_{ef}} = \frac{31}{1+0,78} = 17,4 \text{ GPa}$$

Tröghetsmomentet i stadium 2 blir

$$I_2 = 0,5bd^3\xi^2\left(1-\frac{\xi}{3}\right)$$

$$\xi = \alpha\rho\left(\sqrt{1+\frac{2}{\alpha\rho}}-1\right)$$

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{ef}} = \frac{200}{17,4} = 11,5$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{6\cdot\pi\cdot 8^2}{350\cdot 500} = 6,9\cdot 10^{-3}$$

då blir

$$\xi = 11,5\cdot 6,9\cdot 10^{-3}\cdot\left(\sqrt{1+\frac{2}{11,5\cdot 6,9\cdot 10^{-3}}}-1\right) = 0,33$$

vilket ger

$$I_2 = 0,5\cdot 0,35\cdot 0,5^3\cdot 0,33^2\left(1-\frac{0,33}{3}\right) = 2,12\cdot 10^{-3}$$

Faktorn som beaktar betongens verkan mellan sprickorna beräknas enligt

$$v = 1-\frac{0,2}{k_1}\cdot\frac{M_r}{M} = 1-\frac{0,2}{0,8}\cdot\frac{31,8}{178,8} = 0,96$$

Nu kan mittnedböjningen beräknas enligt

$$y_{mitt} = \frac{5ql^4}{384E_{ef}I_2}v = \frac{5\cdot 29,8\cdot 6^4}{384\cdot 17,4\cdot 10^6\cdot 2,12\cdot 10^{-3}}\cdot 0,96 = 0,0136 \text{ m}$$

Max nedböjningen bli 13,6 mm

3.3.3.2 Eurokod

Först bestäms balkens tröghetsmoment i osprucket stadium enligt

$$I_I = \frac{bh^3}{12} = \frac{0{,}35 \cdot 0{,}55^3}{12} = 4{,}85 \cdot 10^{-3}\mathrm{m}^4$$

För att beräkna tröghetsmomentet i stadium två måste $E_{c,eff}$ först bestämmas

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)}$$

där

$$\varphi(\infty, t_0) = 2{,}0$$

vilket ger

$$E_{c,eff} = \frac{31{,}0}{1 + 2{,}0} = 10{,}3\ \mathrm{GPa}$$

Tröghetsmomentet i stadium 2 bestäms enligt

$$I_{II} = 0{,}5bd^3\xi^2\left(1 - \frac{\xi}{3}\right)$$

där

$$\xi = \alpha\rho\left(\sqrt{1 + \frac{2}{\alpha\rho}} - 1\right)$$

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{c,eff}} = \frac{200}{10{,}3} = 19{,}4$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{6 \cdot \pi \cdot 8^2}{350 \cdot 500} = 6{,}9 \cdot 10^{-3}$$

då blir

$$\xi = 19{,}4 \cdot 6{,}9 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{2}{19{,}4 \cdot 6{,}9 \cdot 10^{-3}}} - 1\right) = 0{,}40$$

vilket ger

$$I_2 = 0{,}5 \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}5^3 \cdot 0{,}40^2 \left(1 - \frac{0{,}40}{3}\right) = 3{,}03 \cdot 10^{-3}$$

Vidare måste ζ bestämmas

$$\zeta = 1 - \beta \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^2$$

där

$$M_{cr} = f_{ctm} \frac{I}{(h - y)} = 2{,}6 \cdot 10^3 \cdot \frac{4{,}85 \cdot 10^{-3}}{\left(0{,}55 - \frac{0{,}55}{2}\right)} = 45{,}9 \text{ kNm}$$

$$M = \frac{q_d L^2}{8} = \frac{29{,}8 \cdot 6^2}{8} = 178{,}8 \text{ kNm}$$

det ger

$$\zeta = 1 - 0{,}5 \left(\frac{45{,}9}{178{,}8}\right)^2 = 0{,}97$$

Nu kan y_{mitt} beräknas enligt

$$y_{mitt} = \zeta \left(\frac{5ql^4}{384 E_{c,eff} I_{II}}\right) + (1 - \zeta) \left(\frac{5ql^4}{384 E_{c,eff} I_I}\right)$$

$$= 0{,}97 \left(\frac{5 \cdot 29{,}8 \cdot 6^4}{384 \cdot 10{,}3 \cdot 10^6 \cdot 3{,}46 \cdot 10^{-3}}\right)$$

$$+0{,}03 \left(\frac{5 \cdot 29{,}8 \cdot 6^4}{384 \cdot 10{,}3 \cdot 10^6 \cdot 4{,}85 \cdot 10^{-3}}\right) = 0{,}01369 + 0{,}0003020$$
$$= 0{,}0140 \text{ m}$$

Max nedböjningen bli 14,0mm

3.4 Jämförelse av resultat

Beräkningsresultaten sammanställs i tabell 3.3 nedan.

Tabell 3.3

	Nedböjning (mm)	
Exempel	BKR	Eurokod
1	15,6	17,2
2	14,6	14,0
3	13,6	14,0

I tabellen framgår att skillnaderna i resultaten inte är så stora, det som är mest anmärkningsvärkt är att det inte finns någon skillnad mellan exempel 2 och 3 när beräkningsmetoderna i Eurokod 2 används.

3.5 Likheter och skillnader i beräkningsmetoderna

Boverkets konstruktionsregler:

$$y_{mitt} = \frac{5ql^4}{384E_{ef}I_2}v$$

Eurokod:

$$y_{mitt} = \zeta\left(\frac{5ql^4}{384E_{c,eff}I_{II}}\right) + (1-\zeta)\left(\frac{5ql^4}{384E_{c,eff}I_I}\right)$$

Här syns en tydlig skillnad mellan de båda regelsamlingarna nämligen:

$$(1-\zeta)\left(\frac{5ql^4}{384E_{c,eff}I_I}\right)$$

Denna del av ekvationen har endast en liten inverkan på den totala mittnedböjningen så om man bortser från den fås:

Boverkets konstruktionsregler:

$$y_{mitt} = \frac{5ql^4}{384E_{ef}I_2}v$$

Eurokod:

$$y_{mitt} = \zeta\left(\frac{5ql^4}{384E_{c,eff}I_{II}}\right)$$

Dessa uttryck är nu väldigt lika, men det finns dock kvar två skillnader mellan dessa beräkningsmetoder, faktorerna v, ζ och hur E_{ef}, $E_{c,eff}$ bestäms.
Först jämförs v, ζ.

$$v = 1 - \frac{0{,}2}{k_1} \cdot \frac{M_r}{M}$$

där
$k_1 = 0{,}8$

vilket ger
$$\frac{0{,}2}{k_1} = 0{,}25$$

och
$$\zeta = 1 - \beta \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^2$$

där
$\beta = 0{,}5$

Här framgår det hur lika de båda faktorerna är och att de beaktar samma sak.
Vidare jämförs E_{ef}, $E_{c,eff}$.

$$E_{ef} = \frac{E_c}{1 + \varphi_{ef}}$$

där
$$\varphi_{ef} = \varphi \frac{M_{0L}}{M_{0d}}$$

och
$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)}$$

där
$\varphi(\infty, t_0)$ bestäms med hjälp av figuren som återges i bilaga C

Den enda skillnaden mellan E_{ef} och $E_{c,eff}$ är hur kryptalet φ bestäms. I beräkningsexemplen framgår att när kryptalet fastställts enligt Eurokoden är det i princip det samma som kryptalet hämtat ur tabellen i BKR. Det finns

dock ett undantag och det är för höga relativa fuktigheter (≥95 %) eftersom det inte finns en motsvarande figur i Eurokod 2 för tabellvärdet i BKR.
En sista skillnad som inte framgår av beräkningarna eller genomgången av beräkningsmetoderna är att i Eurokod 2 sätts tydligare begränsningar av hur stor nedböjningen får vara.
I Eurokod 2 sidan 125 stycke 4 står det:

> ”Bärverkets utseende och användbarhet kan försämras om beräknad nedböjning av en balk, platta eller konsol under kvasi-permanent last överstiger L/250 av spannets längd. Nedböjningen bestäms i förhållande till upplagen. Överhöjning kan användas för att helt eller delvis kompensera for nedböjningen. Gjutformens överhojning bör dock i allmänhet inte överstiga L/250 av spannets längd.”

Vidare går det att läsa i stycke 5:

> ”Deformationer som kan skada angränsande delar av bärverket bör begränsas. For nedböjning som inträffar efter bärverkets färdigstallande under kvasi-permanent last är L/500 av spannets längd normalt ett lämpligt gränsvarde. Andra begränsningar, anpassade till känsligheten hos angränsande bärverksdelar får användas.”

Motsvarande text i Boverkets konstruktionsregler återfinns på sidan 34:

> ”Byggnadsverksdelar och deras upplag skall ha sådan styvhet att deformationer eller förskjutningar av byggnadsverksdelen vid avsedd användning inte inverkar menligt på dess funktion eller skadar andra byggnadsverksdelar.”

I dessa stycken framgår det att Eurokoderna har ökat tydligheten för hur mycket nedböjning som får uppkomma i en betongkonstruktion.

4 Slutsats

När två så övergripande och komplexa regelsamlingar som Boverkets konstruktionsregler och Eurokod ska jämföras är det svårt att få med alla aspekter trots de avgränsningar som råder i denna avhandling. Alla faktorer som spelar in vid deformationsberäkningar och tvärkraftsdimensionering har inte kommit med, men examensarbetet kan ändå belysa stora skillnader mellan de två regelsamlingarna.

Vid tvärkraftsdimensionering är alla tre beräkningsmetoder som redovisas väldigt lika varandra, den absolut största skillnaden är införandet av kravet på minimiarmering för tvärkraft i Eurokod 2. Kostnadsökningen för en balk som dimensionerats enligt Eurokod 2 är betydande jämfört med en balk som dimensioneras enligt någon av metoderna i BKR. Den ekonomiska skillnaden borde egentligen vara större eftersom det ökade antalet byglar medför en ökning av monteringsarbete och monteringsmaterial. I rapporten fiberkompositarmering i kantbalkar från avdelningen för byggnadskonstruktion på Lunds tekniska högskola redovisas lyckade försök med att använda glasfiberarmering istället för stålarmering i kantbalkar på broar. Några av slutsatserna från det arbetet är att även om materialkostnaden för glasfiberarmering är högre än för stålarmering, så finns det fördelar vad gäller beständighet och minskat underhåll, transporter och hantering på arbetsplatser. Med den ökande mängden tvärkraftsarmering som Eurokoderna kräver kan rapporten fiberkompositarmering i kantbalkar användas som grund för en studie i de ekonomiska och dimensioneringsmässiga möjligheterna att använda fiberkompositarmering i huskonstruktion.
Att den rent formelmässiga skillnaden mellan metoderna hämtade ur BRK är större än skillnaden mellan beräkningsmetoden från Eurokod och BKR metod 2 beror med största sannolikhet på att Boverket uppdaterade BKR samtidigt som förstandarden ENV Eurokod började publiceras.

Vad gäller beräknandet av deformation hos enkelarmerade betongbalkar är metoderna också väldigt likartade, det finns i detta arbete tre påvisade skillnader.
Den första är att Eurokoderna använder faktorn ζ för att beakta betongen mellan sprickorna på ett annat sätt jämfört med metoden från Boverkets konstruktionsregler. Sättet som faktorerna ζ, v bestäms på är likartade och resultatet nästan identiskt, den stora skillnaden är att i Eurokod 2 används ζ för att vikta mellan nedböjningen för en sprucken respektive osprucken balk. Medan faktorn v endast minskar nedböjningen av en sprucken balk.
Den andra skillnaden återfinns vid bestämmandet av effektiva elasticitetsmodulen och då främst i hur kryptalet tas fram. I Boverkets konstruktionsregler tas värdet ur en tabell med tre nivåer för den relativa

fuktigheten medan det i Eurokoden används två figurer. Dessa två figurer korresponderar mot två medelvärden för den relativa fuktigheten. Vid bestämmandet av kryptalet med hjälp av figurerna i Eurokod 2 blir resultaten nästan det samma som tabellvärdet som fås i BKR.
Sista skillnaden finns i att Eurokoderna har infört tydligare begränsningar för hur stor nedböjningen får vara hos konstruktionsdelar. I Boverkets författningssamling står det endast att läsa allmänt om att nedböjningen inte ska orsaka skada eller olägenhet medan Eurokoden sätter siffror på begränsningen.

En övergripande skillnad mellan BKR och Eurokoderna är hur den dimensionerande lasten beräknas, i detta arbete används samma belastning i alla exempel vilket inte borde vara fallet, eftersom i Eurokoderna har vissa partialkoefficienter höjts. Denna höjning bör leda till ökade värde på de dimensionerade lasterna, men denna effekt utelämnas i detta arbete för att enbart se skillnaderna på beräkningsmetoderna som berör tvärkraftsarmering och deformation.
Det finns ytterligare en övergripande skillnad mellan BKR och Eurokoderna, nämligen att partialkoefficienten för säkerhetsklass har flyttats. I Eurokoden påverkar den beräkningarna för dimensionerande last och i BKR används den vid bestämmandet av dimensionerande hållfasthet. Denna olikhet mellan beräkningsreglerna tas det ingen hänsyn till i detta examensarbete, även detta görs för att endast skillnaderna på beräkningsmetoderna som berör tvärkraftsarmering och deformation ska beaktas.

Skillnaderna i tvärkraftsdimensionering som påvisas i detta arbete kommer att leda till ökad hållfasthet för samma belastning i förhållande till Boverkets konstruktionsregler. Detta leder till ökade kostnader för att använda betongbalkar men utan motsvarande belastningsökning.
Skillnaden i resultaten från deformationsberäkningarna är däremot så pass små att de inte medför någon större förändring jämfört med BKR.

5 Referenser

BE-Group. http://www.begroup.com/sv/BE-Group-sverige/Produkter/Armering/Sortiment/Armeringsstal/Armeringsstal_B500BT/ [2011-01-13] Prislistan går att ladda ner i pdf format

Boverkets handbok om betongkonstruktioner: BBK 04. 3. uppl. (2004). Karlskrona: Boverket
Tillgänglig på Internet: http://www.boverket.se/Global/Webbokhandel/Dokument/2004/boverkets_handbok_om_betongkonstruktioner_BBK_04.pdf

Bruneby, Thomas, Orre, Per, Rosell, Ebbe & Sentler, Lars (2004). Fiberkompositarmering i kantbalkar Lund: Media tryck

Eurokod 0: Grundläggande dimensioneringsregler för bärverk = Eurocode 0: Basis of structural design. *(2004)*. Stockholm: SIS

Eurokod 2: Dimensionering av betongkonstruktioner = Eurocode 2 : Design of concrete structures. Del 1-1 = Part 1-1, Allmänna regler och regler för byggnader = General rules and rules for buildings. 1. utg. (2008). Stockholm: SIS

Isaksson, Tord & Mårtensson, Annika (2010). Byggkonstruktion: regel- och formelsamling: baserad på Eurokod. 2. uppl. Lund: Studentlitteratur

Isaksson, Tord & Mårtensson, Annika (2008). Byggkonstruktion: regel- och formelsamling. 1. uppl. Lund: Studentlitteratur

Isaksson, Tord, Mårtensson, Annika & Thelandersson, Sven (2005). Byggkonstruktion. Lund: Studentlitteratur

Isaksson, Tord, Thelandersson, Sven & Mårtensson, Annika (2010). Byggkonstruktion: baserad på Eurokod. 2. uppl. Lund: Studentlitteratur

Johannesson, Paul & Vretblad, Bengt (1999[1995]). Byggformler och tabeller. 9. uppl. Stockholm: Liber

Langesten, Bengt, Byggkonstruktion. 1, Byggnadsstatik, 3. uppl., Liber utbildning, Stockholm, 1995

Langesten, Bengt (1995). Byggkonstruktion. 3, Betongkonstruktion. 5. uppl. Stockholm: Liber utbildning

Lorentsen, Mogens, Cederwall, Krister & Östlund, Lars (red.) (1990). Betonghandbok. Konstruktion. 2. utg. Solna: Svensk byggtjänst
Regelsamling för konstruktion: Boverkets konstruktionsregler, BKR, byggnadsverkslagen och byggnadsverksförordningen. 1. uppl. (2003). Karlskrona: Boverket
Tillgänglig på internet:
http://www.boverket.se/Global/Webbokhandel/Dokument/2003/regelsamling_for_konstruktion.pdf

Svenska betongföreningens handbok till Eurokod 2. Vol 2. (2010). Stockholm: Svenska betongföreningen

THE TREATY OF ROME (Romfördraget) (1957)
Tillgänglig på internet:
http://ec.europa.eu/economy_finance/emu_history/documents/treaties/rometreaty2.pdf

6 Bilaga A - hållfasthetsvärden för betong

Betong-kvalitet	BBK		Eurokod			
	f_{ck} (MPA)	f_{ctk} (Mpa)	f_{ck} (MPA)	f_{ctm} (MPa)	$f_{ct,0.05}$ (MPa)	$f_{ct,0.95}$ (MPa)
C12	11,5	1,05	12	1,6	1,1	2,0
C16	15,5	1,25	16	1,9	1,3	2,5
C20	19,0	1,45	20	2,2	1,5	2,9
C25	24,0	1,70	25	2,6	1,8	3,3
C30	29,0	1,90	30	2,9	2,0	3,8
C35	33,5	2,10	35	3,2	2,2	4,2
C40	38,0	2,40	40	3,5	2,5	4,6
C45	43,0	2,55	45	3,8	2,7	4,9
C50	47,5	2,75	50	4,1	2,9	5,3
C55	52,0	2,85	55	4,2	3,0	5,5
C60	57,0	2,95	60	4,4	3,1	5,7

Värdena i tabellen är hämtade ur Boverkets konstruktionsregler kapitel 7:221 och 7:222 samt från Eurokod 2 tabell 3.1.

7 Bilaga B – samband mellan krökning och tabellformler

I denna bilaga visas sambandet mellan krökningen och tabellformeln för mittnedböjningen hos en tvåstödsbalk utsatt för en jämt utbreddlast hämtat från Betonghandbok vol. konstruktion.

$$q \text{ analogt med } \frac{1}{r}$$

$$R \text{ analogt med } \theta$$

$$M \text{ analogt med } a$$

$$q = -R' = -M'' \text{ analogt med } \frac{1}{r} = -\theta' = -a''$$

där

q	är lastintensiteten
R	är tvärkraften
M	är momentet

och

$\frac{1}{r}$	är krökningen
θ	är vinkeländring
a	är nedböjningen som ofta betecknas med y

Ur böjformeln fås följande sambandet

$$M = \frac{E}{r} I \leftrightarrow \frac{1}{r} = \frac{M}{EI} \quad [1]$$

där

E	är elasticitetsmodulen
I	är tröghetsmomentet

Nu har vi ett samband mellan nedböjning och krökning, nämligen

$$-y'' = \frac{1}{r} = \frac{M}{EI}$$

vilket ger

$$\frac{M}{EI} = -y'' \leftrightarrow EIy'' = -M$$

Eftersom det är mittnedböjningen som ska beräknas för en tvåstödsbalk är

$$M = M_x = -\frac{q}{2}x^2 + R_A$$

där

M_x	är momentet i ett snitt på avståndet x från stöd A
q	är en jämtfördelad last

och

$R_A = \frac{ql}{2} = R_B$ p.g.a. symmetri

R_A	är stödreaktionen vid stöd A
l	är balkens längd

Detta ger

$$EIy'' = -M_x = \frac{q}{2}x^2 - R_A$$

Genom integration två gånger fås

$$EIy' = \frac{q}{6}x^3 - \frac{R_A}{2}x^2 + C$$

$$EIy = \frac{q}{24}x^4 - \frac{R_A}{6}x^3 + Cx + D$$

Nedböjningen är 0 vid stöden, alltså $y = 0$ då $x = 0$ och $x = l$ insatt i funktionen ovan ger det $D = 0$ och

$$C = -\frac{ql^3}{24} + \frac{ql^2}{6}$$

Med C och D insatt i ekvationen EIy ger

$$EIy = \frac{q}{24}x^4 - \frac{R_A}{6}x^3 + \left(-\frac{ql^3}{24} + \frac{ql^2}{6}\right)x$$

För att få fram mittnedböjningen sätts

$$x = \frac{l}{2}$$

vilket ger

$$EIy_{mitt} = \frac{ql^4}{384} - \frac{ql^4}{96} - \frac{ql^4}{48} + \frac{ql^4}{24} = \frac{ql^4 - 4ql^4 - 8ql^4 + 16ql^4}{384} = \frac{5ql^4}{384}$$

Löses y ut ur funktionen ovan ger det

$$y_{mitt} = \frac{5ql^4}{384EI}$$

Enligt tabellformeln är y

$$y_{max} = y_{mitt} = \frac{5ql^4}{384EI} \qquad [2]$$

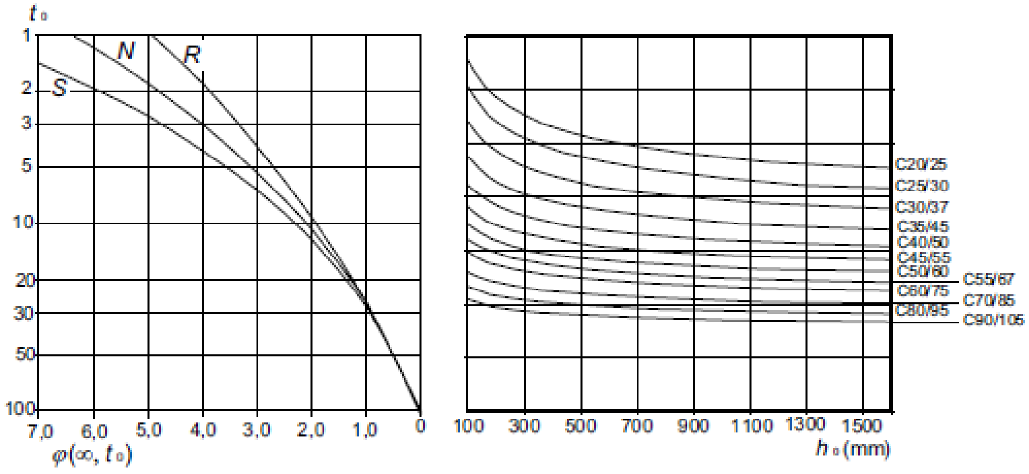
Alltså kan tabellformeln användas i beräkningarna för mittnedböjningen utan att först bestämma krökningen.

7.1 Ekvations referenser

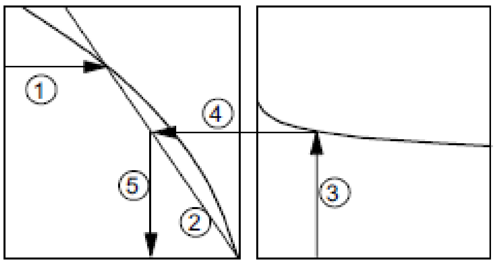
1. (Langesten 1995, vol. 1)
2. (Johannesson & Vretblad 1999, sid 37)

8 Bilaga C – slutgiltigt kryptal enligt Eurokod 2

Denna text är återgiven från standarderna SS-EN 1992-1-1:2005 med vederbörligt tillstånd från SIS Förlag AB, www.sis.se, 08- 555 523 10, som även säljer den kompletta standarden.



a) inomhusförhållanden - RH = 50%

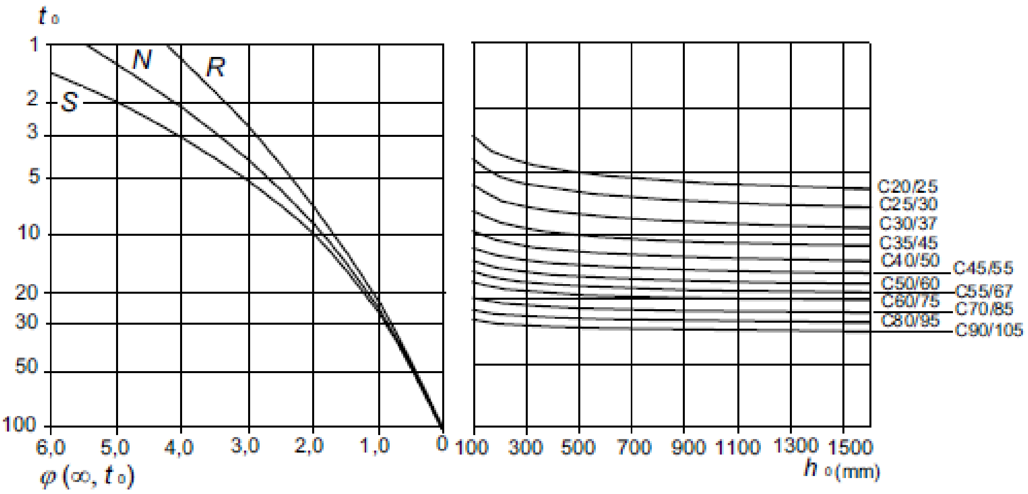


ANM.

– skärningspunkten mellan linjerna 4 och 5 kan även ligga över punkt 1

– för t_0 > 100 är det tillräckligt noggrant att anta

t_0 = 100 (och använda tangenten)



b) utomhusförhållanden – RH = 80%

Där
$\varphi(\infty, t_0)$ är slutgiltigt kryptal
t_0 är betongens ålder vid tiden för pålastning
h_0 är betongtvärsnittets fiktiva tjocklek som bestäms enligt

$$h_0 = \frac{2A_c}{u}$$

där
A_c är tvärsnittsarean
u är omkretsen för den del som är exponerad för uttorkning