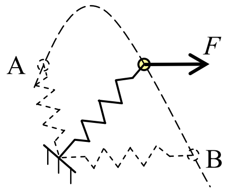
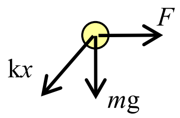
BEGREPP: *Energisatsen (för en partikel)*

Du behöver förstå begreppet *potentiell energi* och för att kunna använda *energisatsen* som formuleras med hjälp av den sk *totala mekaniska energin.*

Introduktion: I förra avsnittet beräknades arbetet för var och en av krafterna som verkar på den aktuella kroppen. Det sammanlagda arbetet sätts sedan lika med förändring av rörelseenergin enligt lagen om kinetiska energin; $W = \Delta T$. Men tyngdkraftens och fjäderkraftens arbete förekommer ofta och kan formuleras om med hjälp av begreppet *potentiell energi* för att förenkla beräkningarna.





Betrakta partikeln i figuren som påverkas av tyngdkraft, fjäderkraft och en yttre last F i sin rörelse från A till B.

Arbetet för krafterna som verkar på partikeln beräknas och vi får

$$W_F + W_{mg} + W_{kx} = \Delta T.$$

Arbetet för tyngdkraften och fjäderkraften är bara beroende av start- och slutlägena och beräknas på samma sätt varje gång. Genom att införa potentiell energi för tyngdkraften V_g och för fjäderkraften V_e enligt

$$W_{mg} = -\Delta V_g \quad och \quad W_{kx} = -\Delta V_e$$

kan lagen om kinetiska energin skrivas om i form av *energisatsen* som

$$W_F = \Delta(T + V_g + V_e).$$

Storheterna T, V_g, och V_e är nu av samma karaktär och beräknas bara i start- och slutlägena Vad gäller arbete så är det bara de övriga krafternas arbete (här W_F) som behöver beräknas. Energisatsen säger då att ändringen i den *totala mekaniska energin E* given av

$$E = T + V_g + V_e$$

är lika med arbetet som andra krafter än tyngdkraft och fjäderkraft uträttar. Detta har den stora fördelen att vi ofta inte behöver veta i detalj hur kraftsituationen ser ut mellan start- och slutlägena. Om tex kraften F ovan är horisontell och konstant mellan A och B kan vi enkelt beräkna dess arbete utan att känna rörelsebanan. Detta arbete är lika med skillnaden i den totala mekaniska energin i slut- respektive startläget. Vad som händer mellan A och B behöver vi inte reda ut.

Sammanhang: Använd energisatsen då en partikel rör sig mellan två väldefinierade lägen och däremellan påverkas av krafter som tyngdkraft och fjäderkraft. Energisatsen kan utvidgas till att omfatta ett system av partiklar och även stela kroppar (behandlas senare).

Uppgift: Hur genomför man en beräkning med hjälp av energisatsen?

Metod: Beräkna mekaniska energin E som består av lägesenergi V_g, fjäderenergi V_e och rörelseenergi T ;

$$V_g = m \cdot g \cdot h \qquad V_e = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \qquad T = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

	Anm.
V_g	Välj en (godtycklig) referensnivå, h är avståndet ifrån referensnivån och räknas positiv ovanför referensnivån och negativ under.
V_e	Fjäderns energi blir densamma vid utdragning eller hoptryckning en sträcka x (i förhållande till ospänd längd) och är alltid positiv. En linjär fjäder med fjäderstyvhet k (N/m) är ospänd då $x = 0$ och energin är noll.
T	Rörelseenergin beräknas enligt tidigare och är alltid positiv.

<u>Beräkningsgång:</u>

1. Beräkna totala mekaniska energin E vid startläge (läge 1) och slutläge (läge 2):

$$E_1 = T_1 + V_{g1} + V_{e1} \quad \text{och} \quad E_2 = T_2 + V_{g2} + V_{e2}$$

2. Beräkna arbetet W^* som andra krafter verkande på kroppen utför dvs krafter som <u>inte</u> är fjäderkrafter kx eller tyngdkrafter mg:

$$W^* = \sum kraft \text{ x } sträcka$$

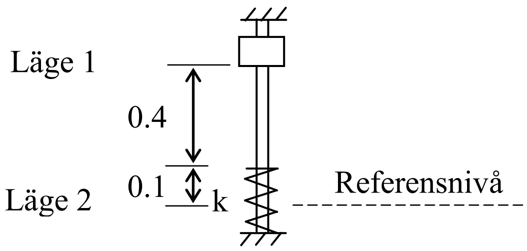
Friktion är en typisk kraft som ingår i övriga krafters arbete.

3. Använd energisatsen: $W^* = \Delta E$ där $\Delta E = E_2 - E_1$

<u>Anm.</u> Om inga andra krafter än tyngdkraft eller fjäderkrafter verkar på kroppen är $E_2 = E_1$ eftersom W^*=0. Energin omvandlas då mellan olika former utan förluster från start till slutläget.

Resultat: Om en kropp påverkas av ett komplicerat kraftspel mellan två lägen är beräkning med energisatsen oftast avsevärt enklare än att använda tex accelerationslagen.

Exempel: En vikt med massan m =10 kg faller fritt från vila utan friktion längs en vertikal stång mot en fjäder med styvheten k = 500 N/m. Beräkna hastigheten för massan när fjädern är hoptryckt x=0.1 m.



Beräkna mekaniska energin vid läge 1:

$$E_1 = T_1 + V_{g1} + V_{e1}$$

$$T_1 = 0$$

$$V_{g1} = m \cdot g \cdot h = 10 \cdot 9.81\,(0.4 + 0.1) = 49.05 \text{ J}$$

$$V_{e1} = 0$$

Beräkna mekaniska energin vid läge 2:

$$E_2 = T_2 + V_{g2} + V_{e2}$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot v_2^2$$

$$V_{g2} = 0$$

$$V_{e2} = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 0.1^2 = 2.5 \text{ J}$$

Eftersom inga andra krafter än tyngdkraft mg eller fjäderkrafter kx verkar på kroppen blir:

$$W^* = 0 \Rightarrow E_2 = E_1 \;; \qquad 5 \cdot v_2^2 + 2.5 = 49.05 \;; \qquad v_2 = 3.05 \text{ m/s}$$

#

Relaterade begrepp: I samband med stelkroppsdynamik kommer vi att utvidga definitionen på rörelseenergi till att även omfatta ett bidrag som kommer från kroppen rotation.