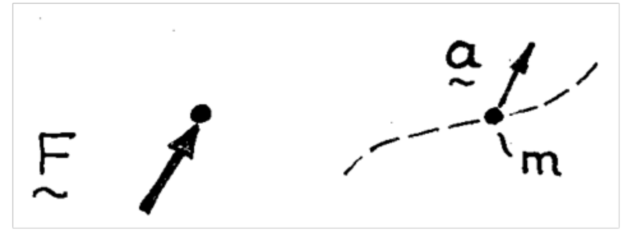
Föreläsningspass 11 o 12:

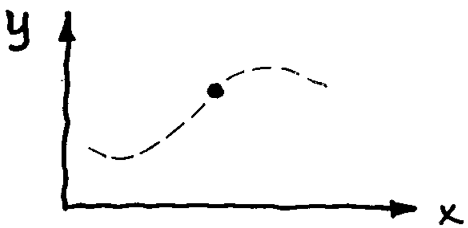
* Intro. partikeldynamik
* Plan kroklinjig rörelse
* Acc. lagen i planet (kinetik 2D)

Avsnitt i kursboken: 5.2, 6.1, 6.2

DYNAMIK

Partiklars kinematik och kinetik:

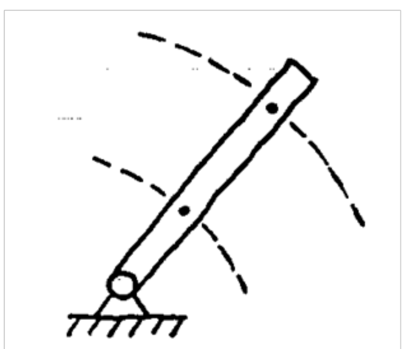


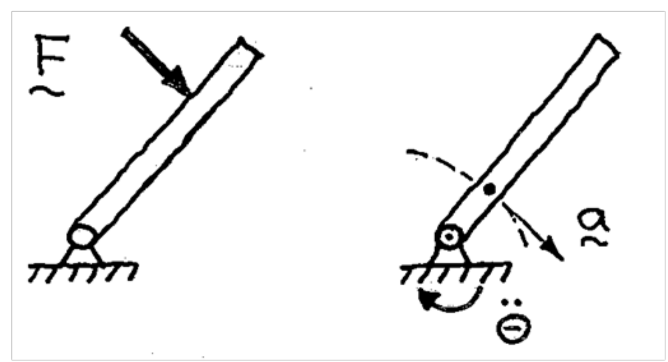


läge
hastighet
acceleration

$\underset{\sim}{F} = m\underset{\sim}{a}$
arbete - energi
impuls - rörelsemängd

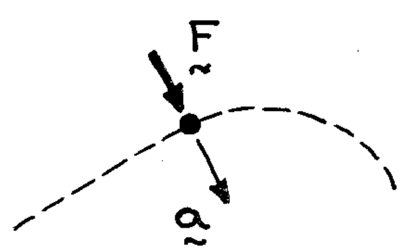
Stela kroppars kinematik och kinetik:



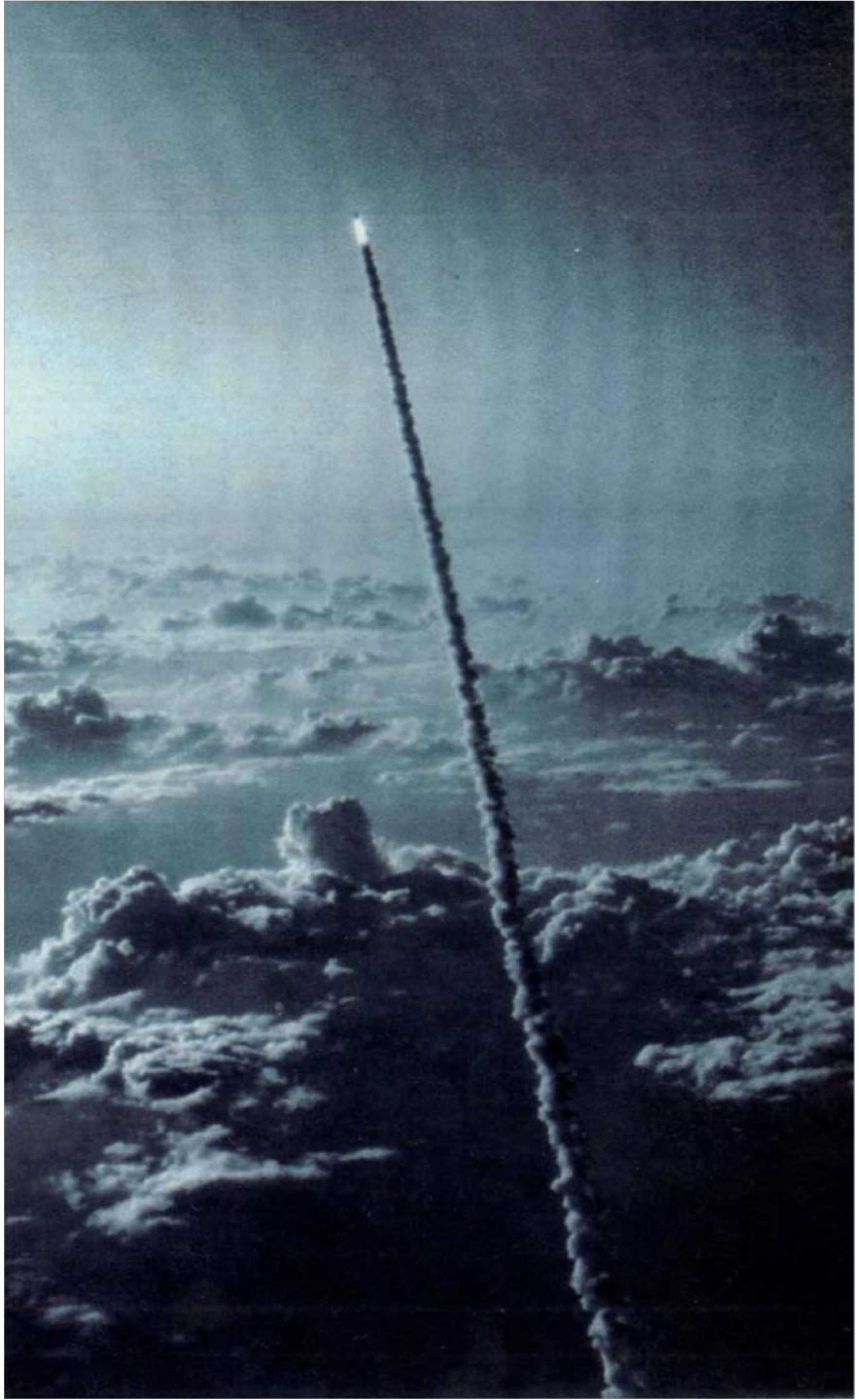


NEWTONS ANDRA LAG

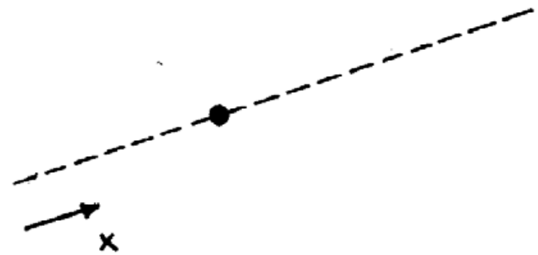
Accelerationen hos en <u>partikel</u>
är proportionell mot
och har samma riktning som
den resulterande kraft som verkar
på partikeln



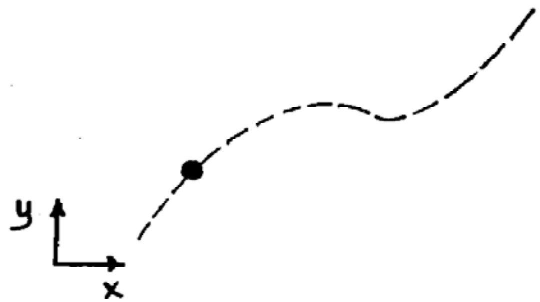
Partikelrörelse; rörelsebanan för en rymdfärja ...



OLIKA TYPER AV RÖRELSE



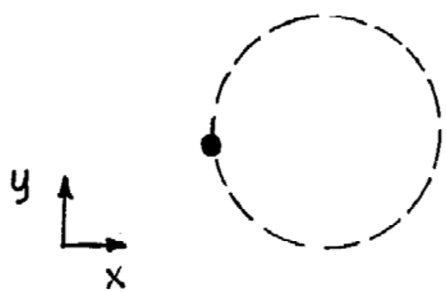
Rätlinjig rörelse



Plan kroklinjig rörelse

- generell

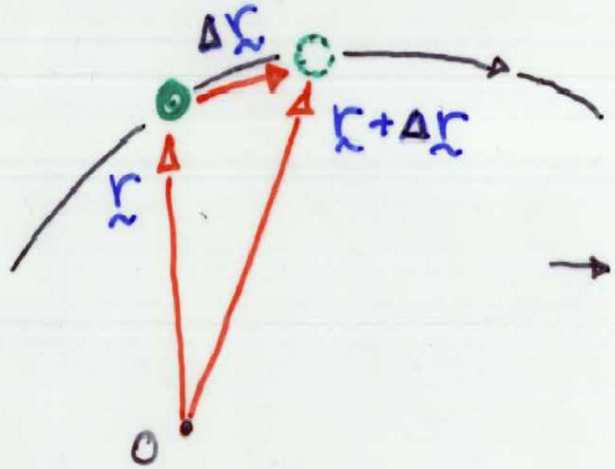
- kastparabel



- cirkelrörelse

HASTIGHETSVEKTORN

* Hastighet : Ândring av läge



Medel hastighet:

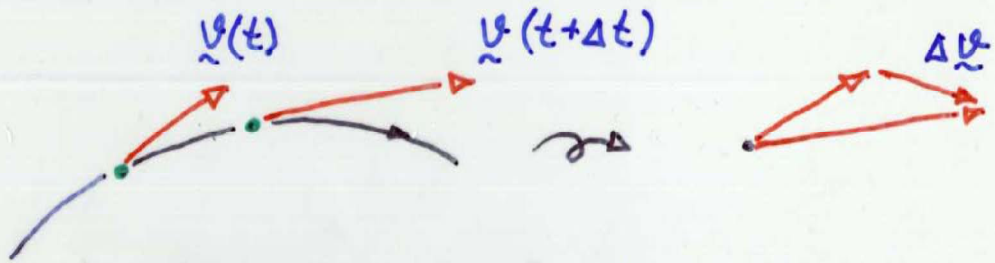
$$\mathbf{v}_m = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \longrightarrow \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

→ Tidsderivatan av läges vektorn.

Hastighets vektorn $\mathbf{v}$ är riktad tangentiellt i rörelsens riktning.

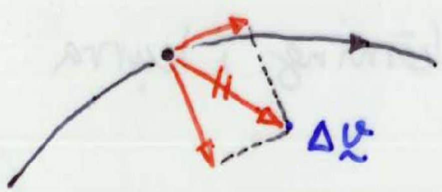
ACCELERATIONSVEKTORN

* Acceleration: Ändring av hastighet



Medelacceleration $\underset{\sim}{a}_m = \frac{\Delta \underset{\sim}{v}}{\Delta t} \longrightarrow \underset{\sim}{a} = \frac{d\underset{\sim}{v}}{dt}$

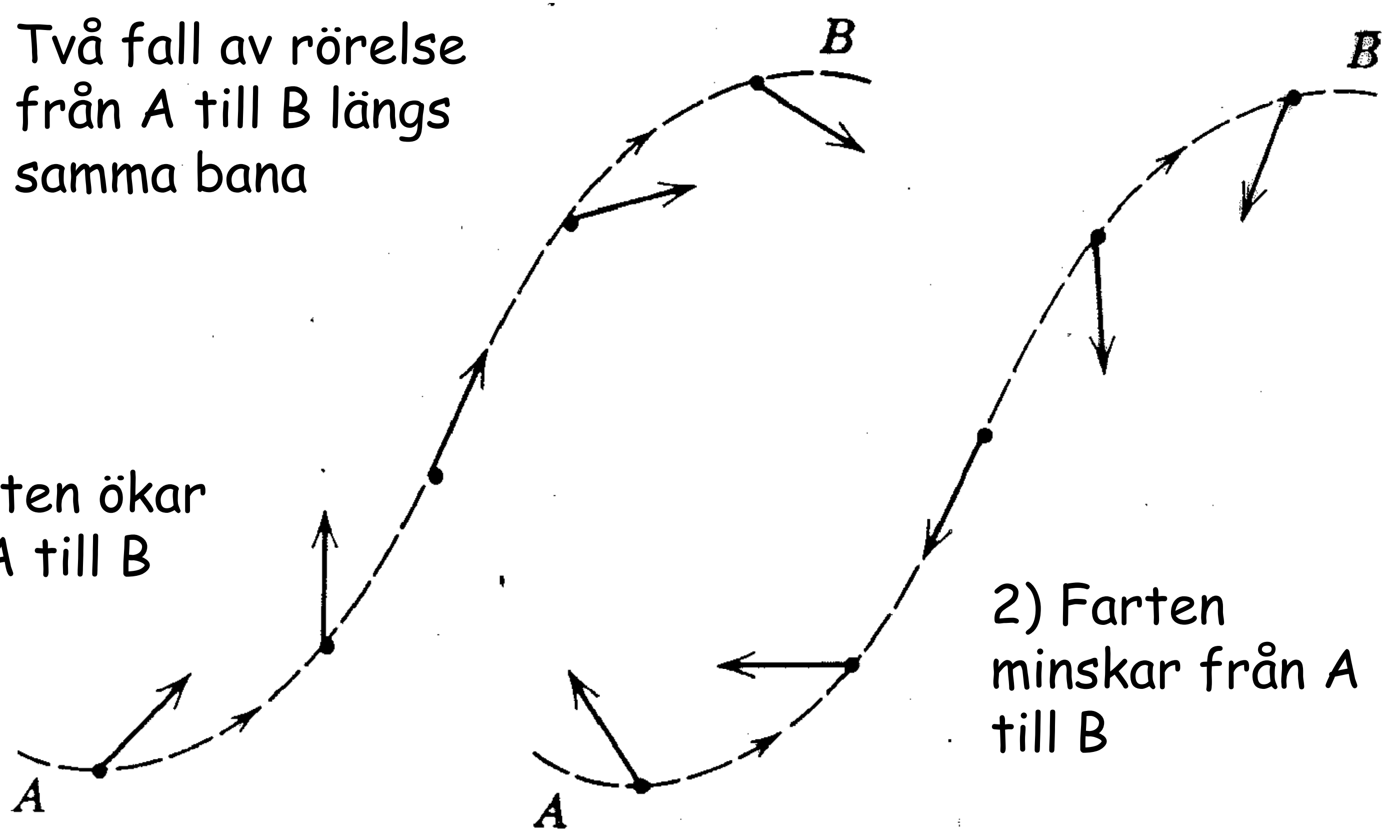
Hastighetsändringen kan delas upp i en tangentiell- och en normalkomponent.



Normalkomponenten är riktad mot partikelbanans krökningscentrum.

ACCELERATIONSVEKTORNS RIKTNING

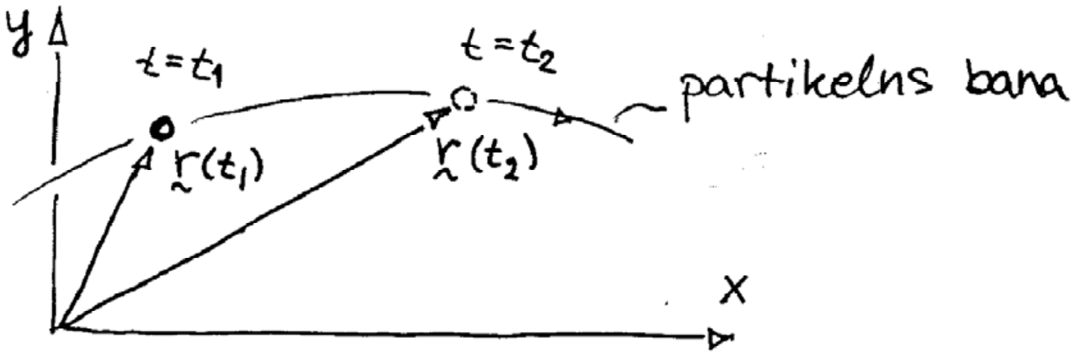
Två fall av rörelse från A till B längs samma bana



1) Farten ökar från A till B

2) Farten minskar från A till B

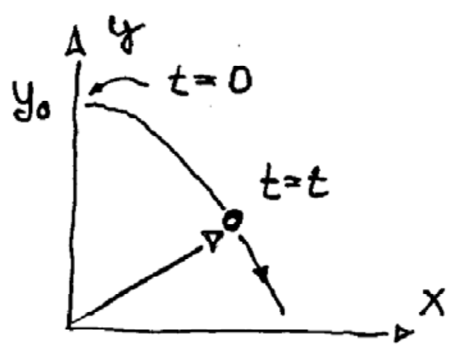
PLAN RÖRELSE - KARTESISKA KOORDINATER



Lägesvektorn: $\boxed{\underset{\sim}{r}(t) = x(t)\,\underset{\sim}{e}_x + y(t)\,\underset{\sim}{e}_y}$

Ex

Kaströrelse



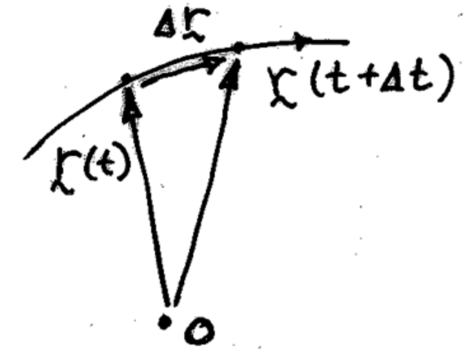
$$\begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = y_0 - g\dfrac{t^2}{2} \end{cases}$$

#

TIDSDERIVATAN AV LÄGESVEKTORN

Definitionen av derivata utvidgad till vektorer:

$$\boxed{\frac{d\underset{\sim}{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \underset{\sim}{r}}{\Delta t}}$$

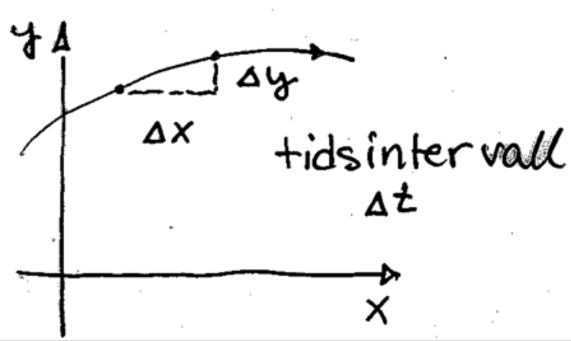


För xy-koordinater:

$$\frac{d\underset{\sim}{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(x(t)\,\underset{\sim}{e}_x + y(t)\,\underset{\sim}{e}_y\right) = \frac{dx}{dt}\,\underset{\sim}{e}_x + \frac{dy}{dt}\,\underset{\sim}{e}_y$$

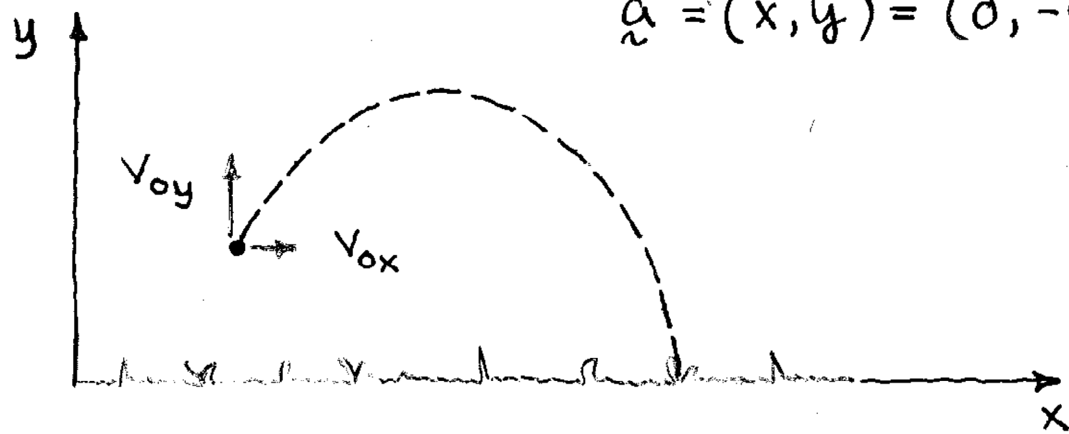
eftersom $\underset{\sim}{e}_x$ och $\underset{\sim}{e}_y$ är fixa vektorer

xy-koordinater:



KASTPARABELN

$\underset{\sim}{a} = (\ddot{x}, \ddot{y}) = (0, -g)$ acceleration



$$\begin{cases} a_x = 0 \\ V_x = V_{0x} \\ x = V_{0x} t + x_0 \end{cases} \qquad \begin{cases} a_y = -g \\ V_y = -gt + V_{0y} \\ y = -\frac{gt^2}{2} + V_{0y} t + y_0 \end{cases}$$

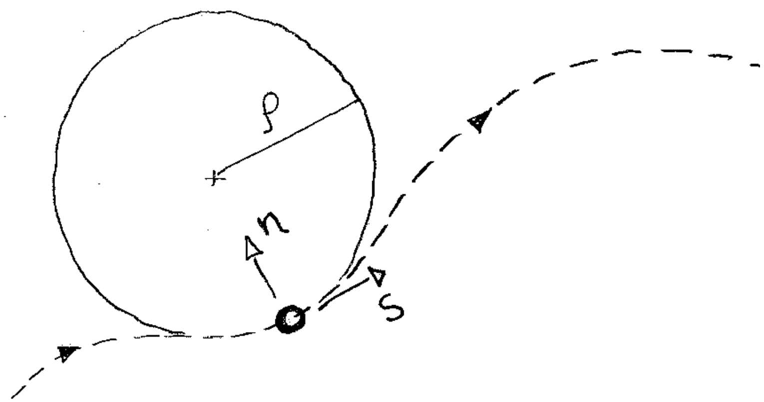
eliminering av t

$$t = \frac{x - x_0}{V_{0x}}$$

$$y = -\frac{g}{2V_{0x}^2}(x-x_0)^2 + \frac{V_{0y}}{V_{0x}}(x-x_0) + y_0$$ andragradsuttryck i x

NATURLIGA KOORDINATER VID PLAN RÖRELSE

Vid ett givet ögonblick kan partikeln anses följa en cirkelbana som momentant har radien ρ.



De sk. naturliga koordinaterna definieras av tangential- och normalriktningarna (s, n).

* Hastighetsvektorn:

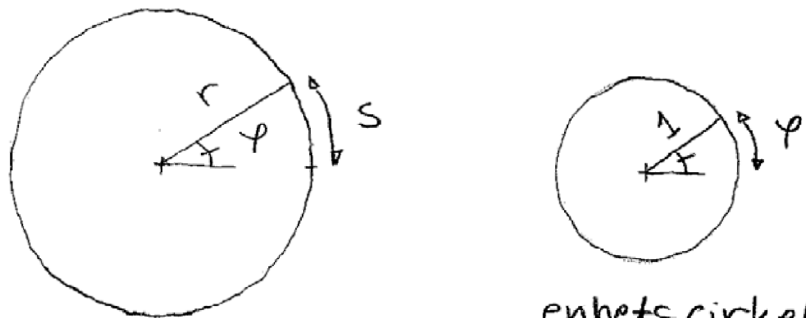
$$\underset{\sim}{v} = v \underset{\sim}{e}_s \qquad \text{(alltid tangentiell)}$$

* Accelerationsvektorn:

$$\underset{\sim}{a} = a_s \underset{\sim}{e}_s + a_n \underset{\sim}{e}_n$$

Sambanden för cirkelrörelse är viktiga.

CIRKELRÖRELSE: SAMBAND VINKEL-PERIFERIAVSTÅND



enhetscirkel

<u>Definition:</u> Vinkeln i radianer = sträckan längs enhets-cirkelns omkrets

Likformiga cirklar ovan ⇒

$$\frac{s}{r} = \frac{\varphi}{1} \quad \text{dvs} \quad \boxed{s = r\varphi}$$

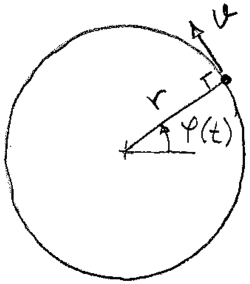
Viktigt geometriskt samband vid cirkelrörelse!

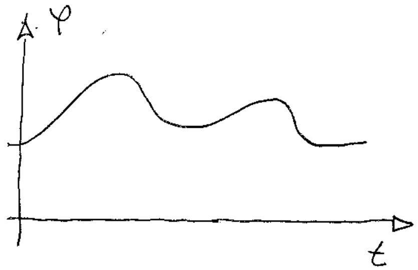
där φ anges radianer.

Cirkelrörelse....

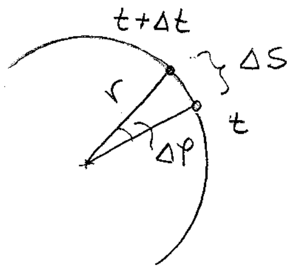
HASTIGHET VID CIRKELRÖRELSE

Samband vinkelhastighet och periferi-hastighet:





Betrakta tidsintervallet Δt:



$v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ . . . (*)

Geometri: $\Delta S = r \Delta \varphi$

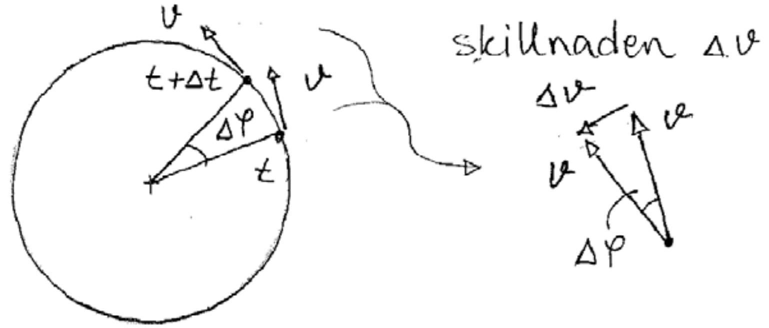
Insatt i (*) och gränsövergång ⇒

$$v = r \frac{d\varphi}{dt}$$

Vinkelhastighet: $\omega(t) = \frac{d\varphi}{dt}$

Alltså $\boxed{v(t) = r \cdot \omega(t)}$

ACCELERATION VID CIRKELRÖRELSE MED KONSTANT FART



$\Delta v \perp v$

v = konst. =>

Acceleration under tiden Δt:

$$a_n = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \ldots \quad (*)$$

Geometri : $\Delta v = v \Delta\varphi$

Insatt i (*) och gränsövergång $\Rightarrow$

$$a_n = v\frac{d\varphi}{dt} \quad \text{där} \quad \frac{d\varphi}{dt} = \omega$$

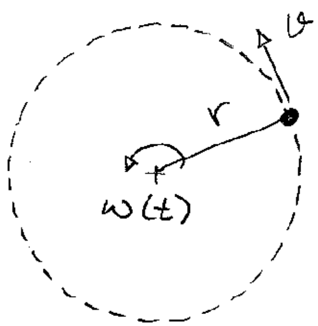
Utnyttja $\omega = v/r$ $\Rightarrow$

Normalaccelerationen :

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{r}} \quad \perp \text{ mot } v$$

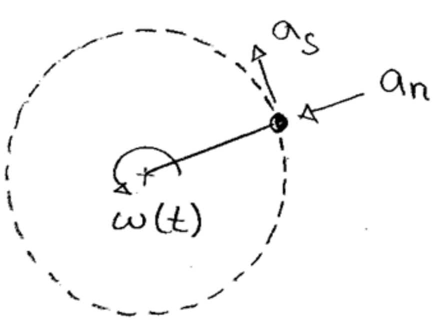
ALLMÄN CIRKELRÖRELSE: HASTIGHET OCH ACCELERATION

Hastighet:



$v = r\omega$

Acceleration:



$$\begin{cases} a_s = \dot{v} \\ a_n = \dfrac{v^2}{r} \end{cases}$$

<u>Tangentialaccelerationen</u> a_s beror av hastighetsändringen i banans riktning pss som i rätlinjig rörelse

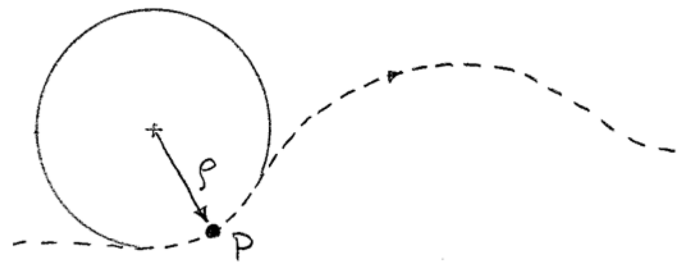
<u>Normalaccelerationen</u> a_n beror bara av riktningsändringen på hastigheten enl. tidigare.

Alt. formulering:
(mha $v = r\omega$)

$$\begin{cases} a_s = r\dot{\omega} \\ a_n = r\omega^2 \end{cases}$$

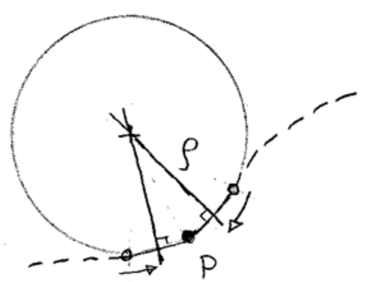
ALLMÄN RÖRELSEBANA I PLANET

Krökningsradien i punkten P:



En enda cirkel med radien ρ passar rörelsebanan i punkten P.

Till varje punkt på banan kan man associera en cirkel med bestämd krökningsradie ρ.

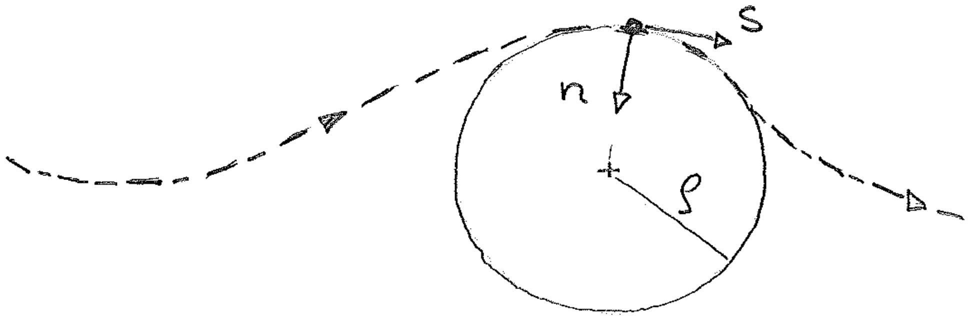


Tre punkter som inte ligger på en linje definierar en cirkel

Då punkterna närmar sig varandra fås en unik cirkel associerad med punkten P.

Partikeln rör sig momentant i en cirkelbana med radien ρ.

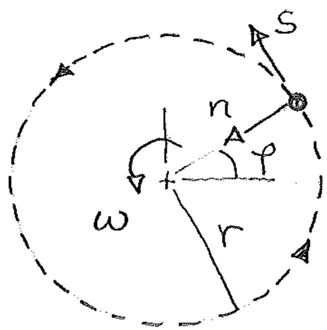
SAMMANFATTNING: NATURLIGA KOORDINATER



Hastighet: $\underset{\sim}{v} = v\,\underset{\sim}{e}_s$

Acceleration: $\underset{\sim}{a} = \dot{v}\,\underset{\sim}{e}_s + \frac{v^2}{\rho}\,\underset{\sim}{e}_n$

Viktigt specialfall: Cirkelrörelse



$v = r\omega$

$$\begin{cases} a_n = \frac{v^2}{r} = r\omega^2 \\ a_s = \dot{v} = r\dot{\omega} \end{cases}$$