Mekanik för V och Bi

- **Föreläsningar och kursansvar:**
  Per-Erik Austrell
- **Seminarieräkning**
  David Kinsella
- **Övningar:**
  Erik Arnebrant,
  Frida Bengtsson,
  Johan Bengtsson,
  Jens Malmborg
  (Ernest Björklund)

Per-Erik Austrell

Föreläsningspass 1 och 2

- Vad är mekanik?
- Krafter 2D
- Moment

- Allmänt om kursen
- Jämvikt 2D introd.

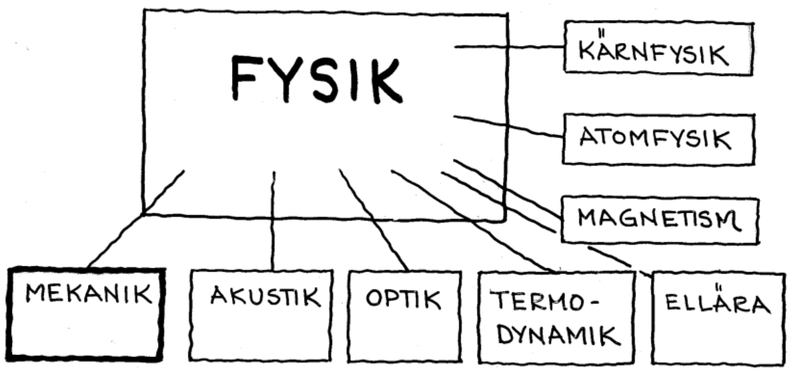
Avsnitt i kursboken:
I, 1.1, 1.2(ej e), 2.1

MEKANIK

MEKANIK

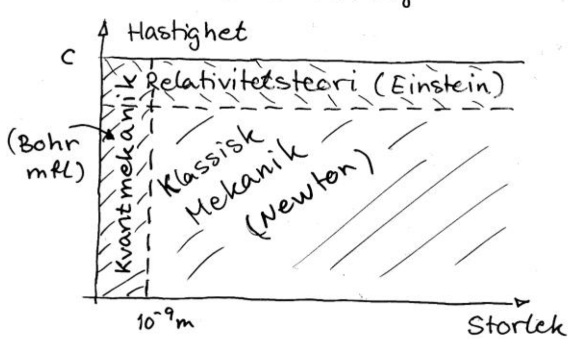
- den äldsta av fysikens vetenskaper
- formuleras med hjälp av fysikens språk - matematik
- ingår som del i de flesta ingenjörs-vetenskaperna

MEKANIK - EN DEL AV FYSIKEN

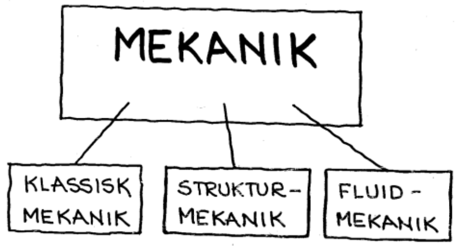


KLASSISK MEKANIK I DEN MODERNA FYSIKEN

Den klassiska mekaniken är giltig i de flesta sammanhang



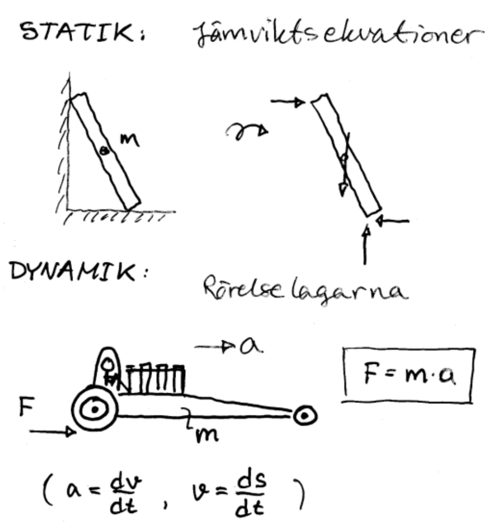
Men inte vid extremt höga hastigheter och atomära storlekar.



Mekaniken ger teknisk allmänbildning nödvändig för en rad ämnen som tex

Mekanik är ett grundläggande ämne
i all ingeniörsutbildning

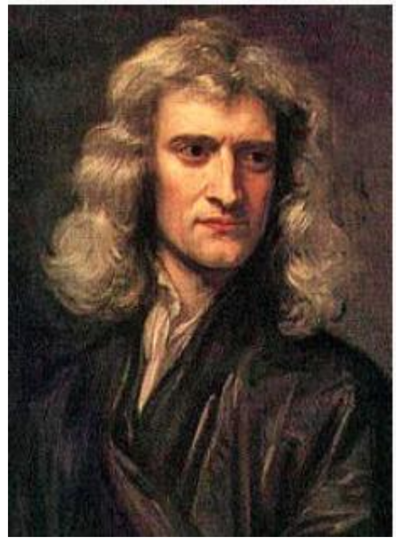
Behandlar begrepp som kraft, moment, arbete, energi mm med matematiska metoder



Isaac Newton
(1642-1727)

Den som mest förknippas med klassisk mekanik

En av tidernas största vetenskapsmän



Urklipp Sydsvenskan ...

FALL BAR FRUKT. Varje skolbarn har vid någon tidpunkt hört talas om det äpple som gjorde sambanden tydliga. Äpplet faller mot jorden för att jorden drar det till sig och Newton utarbetade beskrivningen av den universella gravitationen. Varje partikel i universum attraherar varje annan partikel med en kraft...

Hemlighetsfull, motsägelsefull och formidabel. Isaac Newton har betytt mer för modern matematisk forskning än någon annan. **Sidan B4**

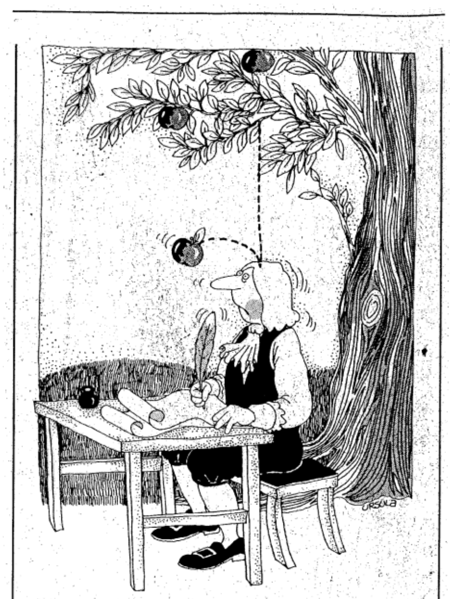


ILLUSTRATION: URSULA WILBY

NEWTONS PRINCIPIA

Sir Isaac Newton 1642 - 1727

"Philosophiae Naturalis Principia Mathematica" 1687

En mästerlig syntes av begreppen kraft och rörelse.

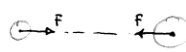
Rörelselagarna:

NI: Tröghetslagen (= GI)

NII: Rörelselagen $F = ma$

NIII: Verkan och motverkan

Gravitationslagen:

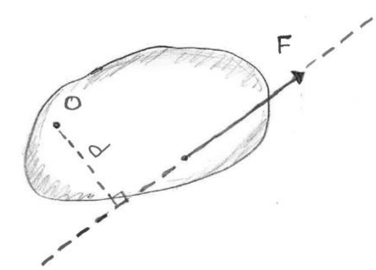


Den universella gravitationskonstanten.

GRUNDLÄGGANDE BEGREPP

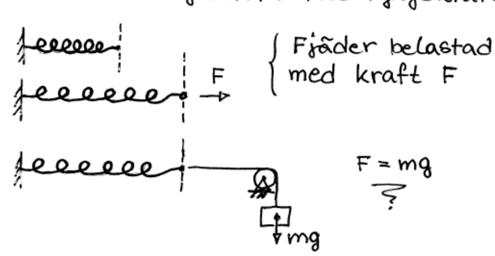
* Rum: Geometriskt område, beskrivs av två eller tre koordinater
* Tid: Grundvariabel i dynamiken
* Partikel: Kropp vars storlek är utan betydelse
* Stelkropp: Kropp vars deformation under belastning är försumbar
* Massa: Mått på en kropps motstånd mot hastighetsändring. Också upphov till gravitationsverkan.
* Kraft: Verkan mellan kroppar i form av "drag" eller "tryck"

Kraft och Moment

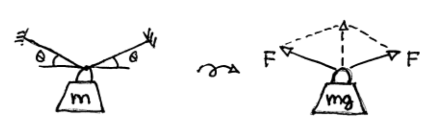


VAD ÄR KRAFT?

* Krafter kan jämföras med tyngdkraft:



* Kraft är en vektorstorhet:



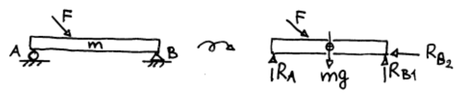
* Två typer av krafter i mekaniken:
  Gravitationskraft och kontakt -
  krafter.

OLIKA TYPER AV KRAFTER:

* Yttre eller inre krafter

I mekanikkursen behandlas endast yttre krafter

* Yttre krafter är antingen pålagda eller reaktionskrafter



* I kursen förekommer kontaktkrafter eller kroppskrafter

  Ex. R_A respektive mg ovan.

* Förutom punktkrafter förekommer också fördelade krafter

  Ex Gravitationskraft och hydrostatiskt tryck.

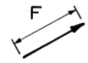
PUNKTKRAFTEN - EN IDEALISERING

Utbredda laster, kraft/ytenhet eller kraft/volymsenhet ersätts med punktkrafter

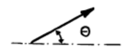
ofta användbart att räkna med krafter som om de var koncentrerade till en punkt.

EN KRAFT KÄNNETECKNAS AV

- storlek



- riktning



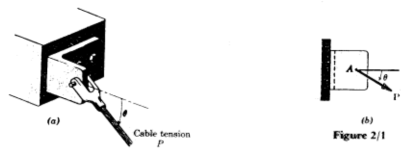
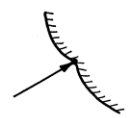
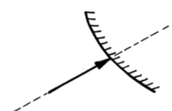


Figure 2/1

- angreppspunkt
  (deformerbar kropp
  hållfasthetslära)

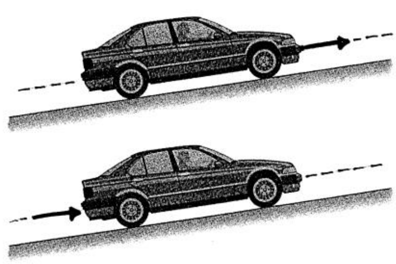


- verkningslinje
  (stel kropp
  klassisk mekanik)



KRAFTENS VERKNINGSLINJE

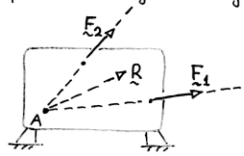
Verkningslinjen är parallell med kraften och passerar genom kraftens angreppspunkt



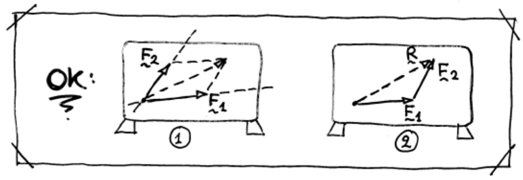
En kraft som verkar på en stel kropp kan förflyttas längs verkningslinjen

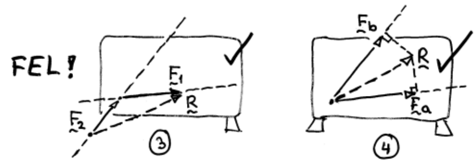
ADDITION AV KRAFTER

Krafter är vektorstorheter som adderas med parallellogram lagen.



Resultanten R skall passera genom A





③ och ④ ger en felaktig resultant R!

1.2 Krafter i två dimensioner

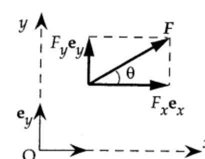
(a) Koordinatsystem, komponenter

Som vi såg i föregående avsnitt är det alltid möjligt att dela upp en kraft i komposanter längs givna riktningar enligt parallellogramlagen. Speciellt kan vi tänka oss att dessa komposanter bildar rät vinkel med varandra.

Vi kan då införa ett rätvinkligt koordinatsystem Oxy enligt figur 1.2.1 och ersätta en kraft $\boldsymbol{F}$ med komposanter parallella med koordinataxlarna. Då gäller

$$\boldsymbol{F} = F_x \mathbf{e}_x + F_y \mathbf{e}_y \tag{1.2.1}$$

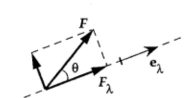
där $\mathbf{e}_x$ och $\mathbf{e}_y$ är enhetsvektorer parallella med koordinataxlarna.



Figur 1.2.1

Mellan kraftens komponenter F_x och F_y, kraftens belopp $F = |\boldsymbol{F}|$ och vinkeln θ i figur 1.2.1 råder då följande samband:

$$\begin{cases} F_x = F\cos\theta \\ F_y = F\sin\theta \end{cases} \qquad \begin{cases} F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\ \tan\theta = F_y/F_x \end{cases} \tag{1.2.2}$$



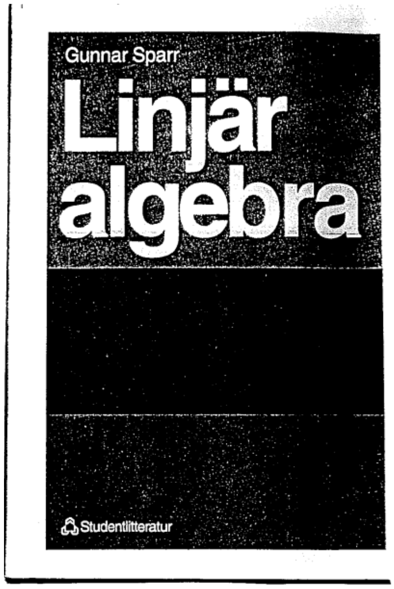
Figur 1.2.2

Betrakta figur 1.2.2, där kraften $\boldsymbol{F}$ delats upp i två mot varandra vinkelräta komposanter, där riktningen av den ena bestäms av enhetsvektorn $\mathbf{e}_\lambda$. Denna komposant kan skrivas

$$\boldsymbol{F}_\lambda = F_\lambda \mathbf{e}_\lambda \tag{1.2.3}$$

där $F_\lambda = |\boldsymbol{F}|\cos\theta = \boldsymbol{F} \cdot \mathbf{e}_\lambda$

Om vinkeln $\theta \le 90^\circ$ är alltså F_λ lika med beloppet av komposanten $\boldsymbol{F}_\lambda$.



Innehåll

1 **Linjära ekvationssystem**
- 1.1 Inledande exempel . . . . .
- 1.2 Gausselimination . . . . . .
- 1.3 De tre typerna av lösningsm
- 1.4 Notiser . . . .

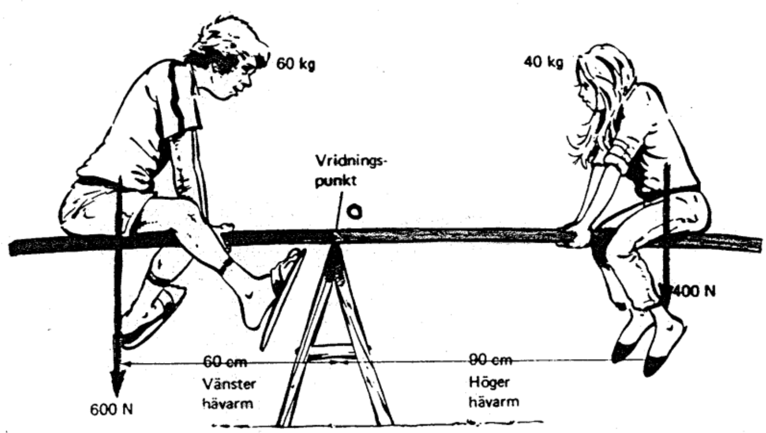
2 **Geometriska vektorer** 17
- 2.1 Vektorbegreppet 17
- 2.2 Räkneoperationer för vektorer 20
- 2.3 Bas och koordinater 28
- 2.4 Linjärt beroende och linjärt oberoende 33
- 2.5 Basbyten 37
- 2.6 Notiser 40

3 **Linjer och plan** 43
- 3.1 Koordinatsystem 43
- 3.2 Linjens ekvation 47
- 3.3 Planets ekvation 53
- 3.4 Geometrisk teori för linjära ekvationssystem 58
- 3.5 Notiser 62

4 **Skalär produkt** 63
- 4.1 Definition och räknelagar 63
- 4.2 Ortonormerad bas 68
- 4.3 Några geometriska tillämpningar 73

5 **Vektorprodukt** 81
- 5.1 Orientering 81
- 5.2 Vektorprodukt och skalär trippelprodukt 84
- 5.3 Räknelagar 87
- 5.4 Vektorprodukt i ortonormerade baser 89
- 5.5 Några geometriska tillämpningar 91
- 5.6 Vektoriell trippelprodukt 95

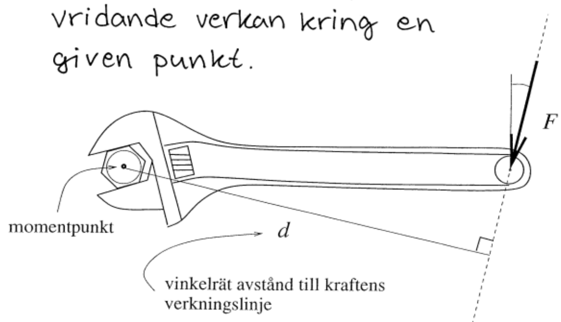
VAD ÄR MOMENT ?



600N x 0.6m =400N x 0.9m   Moment map O

DEFINITION AV MOMENT

Moment är ett mått på en krafts vridande verkan kring en given punkt.

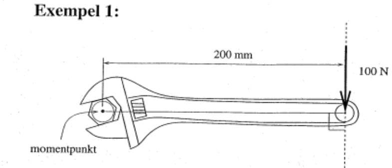


$$\boxed{M = F \cdot d}$$

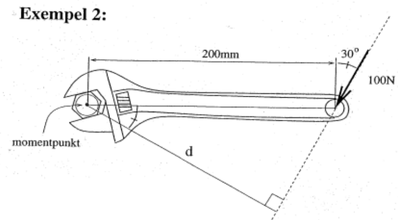
Momentet räknas i förhållande till en referensriktning ;
↷ medurs eller ↶ moturs

MOMENT BERÄKNING :

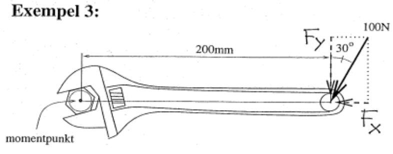
Exempel 1:



Exempel 2:



Exempel 3:



Lösningar .....

Ex 1.

↷ $M = 100 \cdot 0.2 = \underline{20 \text{ Nm}}$

Ex 2

Hävarmen : $d = 200 \cdot \cos 30° =$
$= 173 \text{ mm}$

↷ $M = 100 \cdot 0.173 = \underline{17.3 \text{ Nm}}$

Ex 3

Komposantuppdelning :

$$\begin{cases} F_x = 100 \cdot \sin 30° = 50 \text{ N} \\ F_y = 100 \cdot \cos 30° = 87 \text{ N} \end{cases}$$

↷ $M = 50 \cdot 0 + 87 \cdot 0.2 = \underline{17.3 \text{ Nm}}$