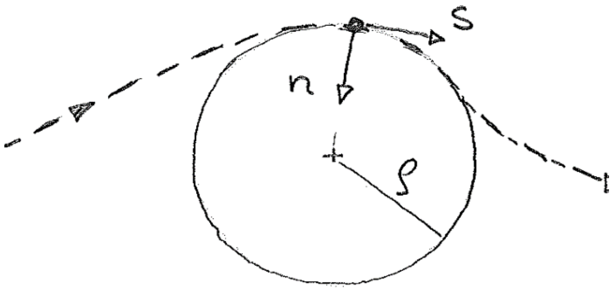
Föreläsningspass (11 och) **12**

PARTIKELDYNAMIK:

- Intro. partikeldynamik
- Plan kroklinjig rörelse
- Acc. lagen i planet (kinetik 2D)

Avsnitt i kursboken:
5.2, 6.1, 6.2

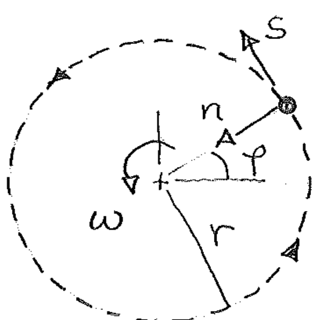
SAMMANFATTNING (Rep.): NATURLIGA KOORDINATER



Hastighet: $\underset{\sim}{v} = v\,\underset{\sim}{e}_s$

Acceleration: $\underset{\sim}{a} = \dot{v}\,\underset{\sim}{e}_s + \dfrac{v^2}{\rho}\,\underset{\sim}{e}_n$

Viktigt specialfall: Cirkelrörelse



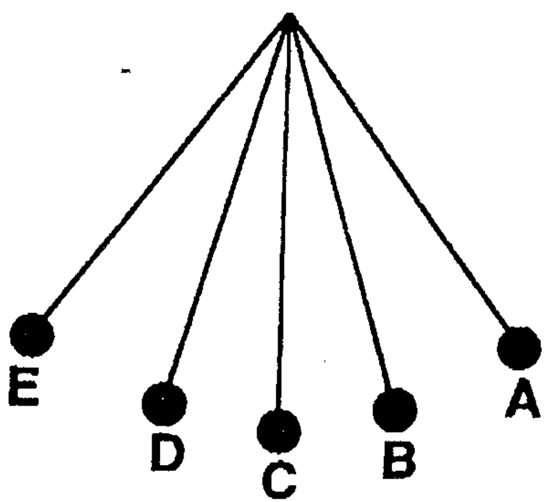
$$v = r\omega$$

$$\begin{cases} a_n = \dfrac{v^2}{r} = r\omega^2 \\ a_s = \dot{v} = r\dot{\omega} \end{cases}$$

Ex. Accelerationsvektorer vid pendelrörelse (Ny Teknik)

MINIPROBLEM

Kan professorerna sin sak?

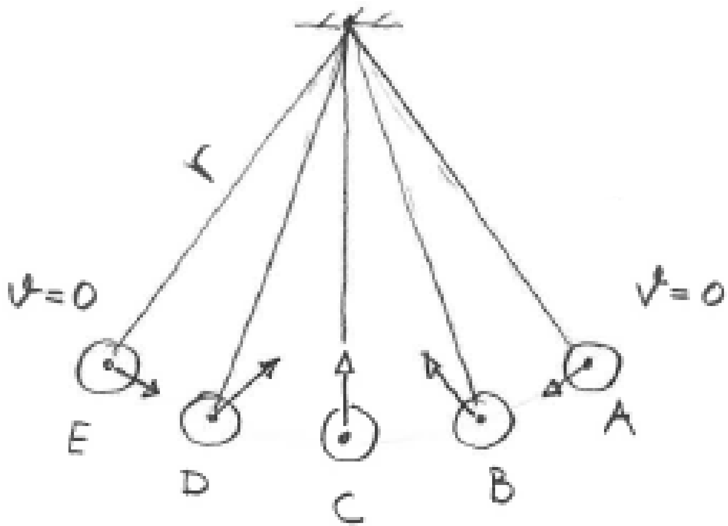


AV GÖRAN GRIMVALL

I en artikel i American Journal of Physics, januari 1995, av F Reif beskrivs ett pedagogiskt projekt kring förståelsen av fundamentala begrepp i fysik. Fysikprofessorer vid det berömda universitetet i Berkeley i Kalifornien, och förstaårsstudenter vid University of Washington som läst en inledande mekanikkurs, fick bl a ett problem där man med vektorpilar skulle markera accelerationen i lägena A – E för en fritt svängande pendel.

Hur många av de fem pilarna vid A – E får miniproblemläsarna rätt? Det begärs bara att pilarnas storlek och *riktning* är ungefär rätt. Man skall inte göra några räkningar.

Lösning – acc. vektorer:



Cirkelrörelse:

$$\boxed{\underline{a} = \dot{v}\,\underline{e}_s + \frac{v^2}{r}\,\underline{e}_n}$$

<u>Rörelse A till E:</u>

A till C : farten ökar
C till E — " — minskar

Vid A och E är $v=0 \Rightarrow a_n = 0$
Vid C är $\dot{v} = 0 \Rightarrow a_s = 0$

I B och D är tang. acc. (a_s) riktad mot C.

<u>Rörelse E till A:</u>

Acc. pilarnas riktning oförändrade
(genomför ovanstående resonemang som övning)

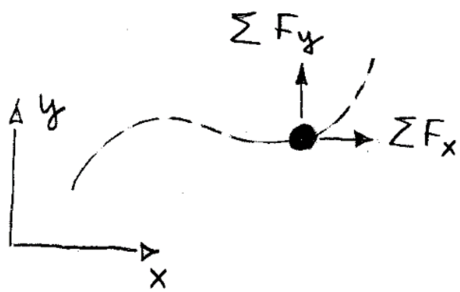
Resultat av testet .....

Ingen av de 124 studenterna klarade uppgiften helt rätt, och av 22 doktorander som var övningsassistenter i fysik klarade bara 3 uppgiften. Även en del fysikprofessorer gjorde fel.

ACCELERATIONSLAGEN 2D

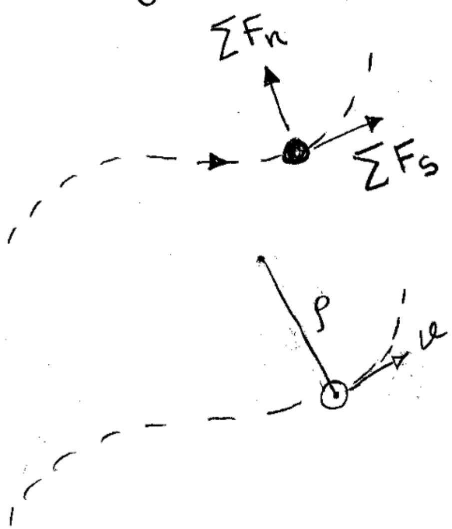
Samband mellan kraft och acceleration vid rörelse i planet:

* Rektangulära koordinater:



$$\boxed{\begin{aligned} (\rightarrow) \quad & \Sigma F_x = m a_x \\ (\uparrow) \quad & \Sigma F_y = m a_y \end{aligned}}$$

* Naturliga koordinater:



$$\boxed{\begin{aligned} (\nearrow) \quad & \Sigma F_s = m a_s \\ (\uparrow) \quad & \Sigma F_n = m a_n \end{aligned}}$$

$$\begin{cases} a_s = \dot{v} \\ a_n = \dfrac{v^2}{\rho} \end{cases}$$

Speciellt cirkelrörelse: ρ = konst.

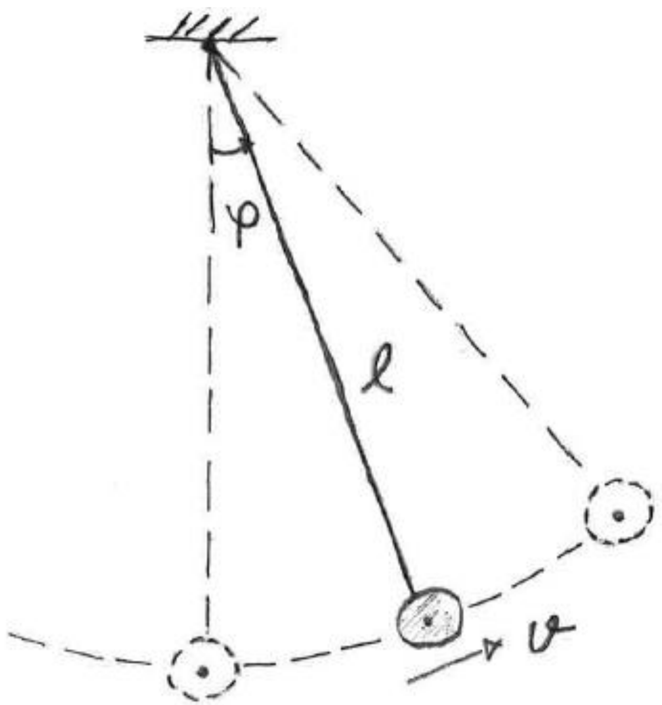
Ex. Pendelrörelse

a) Bestäm kraften S i repet och accelerationen för två lägen:

1) $\varphi = 0$ då $v = v_{max}$

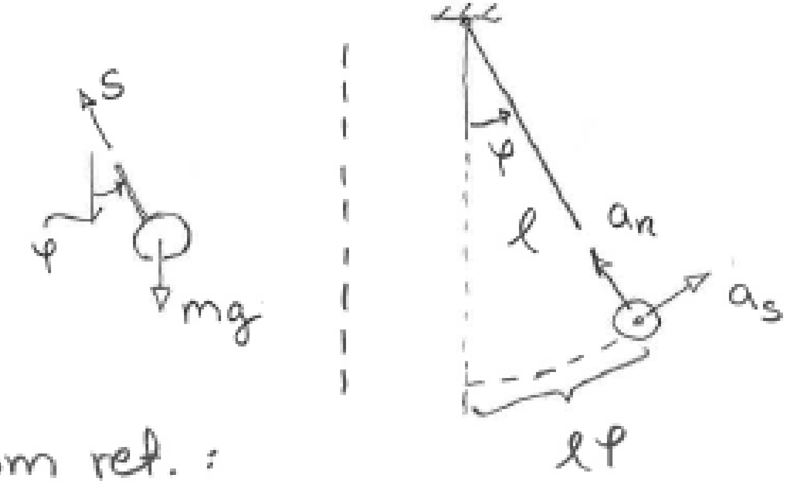
2) $\varphi = \varphi_{max}$ då $v = 0$

b) Ställ upp rörelsens ekvation för små utslag



Lösning – pendelrörelse:

Rita två fig. som tidigare:



Acc. lagen med a_n och a_s som ref.:

$$(\nwarrow)\quad S - mg\cos\varphi = m a_n$$

$$(\nearrow)\quad -mg\sin\varphi = m a_s$$

Kinematik: $v = \ell\dot{\varphi} \Rightarrow a_n = \dfrac{v^2}{\ell} = \ell\dot{\varphi}^2$ och $a_s = \dot{v} = \ell\ddot{\varphi}$

Alltså

$$(\nwarrow) \Rightarrow S = m\left(g\cos\varphi + \frac{v^2}{\ell}\right) \quad \ldots (1)$$

$$(\nearrow) \Rightarrow a_s = -g\sin\varphi \quad \ldots (2)$$

Lösning – pendelrörelse forts.

a)

1)

Rakt ner då $v = v_{max}$ och $\varphi = 0$

$S = m(g + \underbrace{\frac{v_{max}^2}{\ell}}_{a_n})$ max kraft

$a_s = 0$

2)

Vänd läget $\varphi = \varphi_{max}$ och $v = 0$

$S = mg\cos\varphi_{max}$

$a_s = -g\sin\varphi_{max}$ max a_s

$a_n = 0$

b)

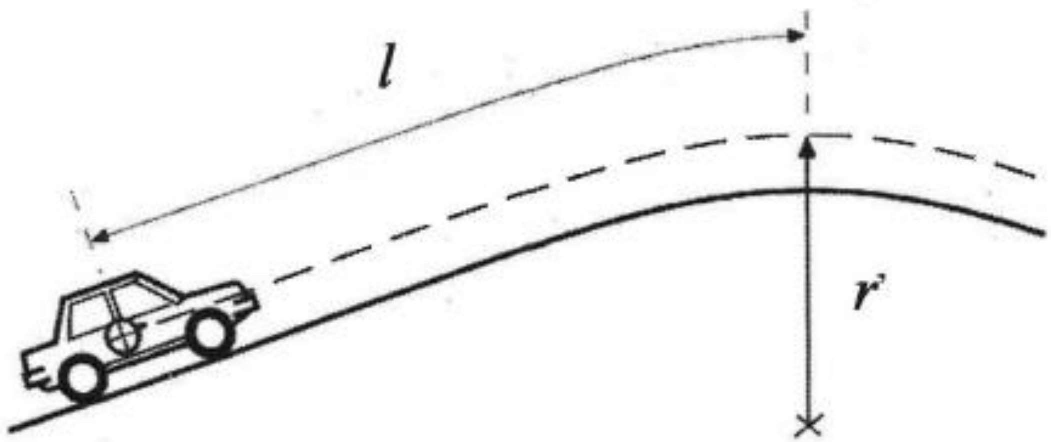
Rörelsens ekv. vid små utslag:

Kinematik: $a_s = \ell\ddot{\varphi}$ i (2) $\Rightarrow$ $\ell\ddot{\varphi} = -g\sin\varphi$

Antag små vinklar, dvs $\sin\varphi \approx \varphi$ $\Rightarrow$ $\ell\ddot{\varphi} + g\varphi = 0$;

$$\boxed{\ddot{\varphi} + \frac{g}{\ell}\varphi = 0}$$ En svängningsekv. (Fp 13)

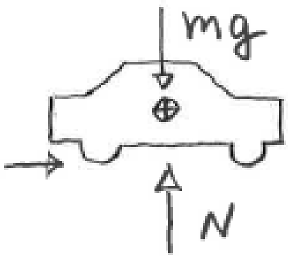
Ex. Bil över krön



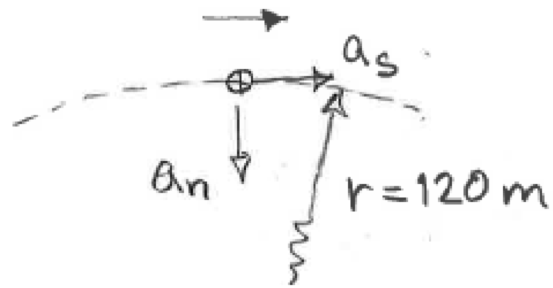
En bil startar från vila och kör upp för backen med den konstanta accelerationen a = 5 m/s^2 hela sträckan l.

Hur lång måste sträckan l vara för att bilen nätt och jämnt ska lyfta från underlaget på krönets topp där krökningsradien för tyngdpunktens bana är r = 120m?

Lösning – bil över krön:



På krönet :



$$\begin{cases} a_s = 5\,m/s^2 \\ a_n = \dfrac{v^2}{r} \end{cases}$$

$$N\text{II} : \;(\downarrow)\quad mg - N = m a_n$$

Lyfter nätt och jämnt $\Rightarrow$ $N = 0$;

$$\cancel{m}g = \cancel{m}\frac{v^2}{r} \;;\quad v^2 = rg \quad \ldots (1)$$

kinematik : $\quad v^2 = 2 a_s \ell \quad \ldots (2)$

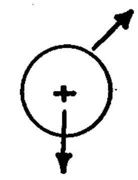
Eliminera v^2 i (1) och (2) $\Rightarrow$

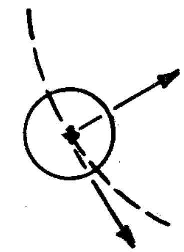
$$rg = 2 a_s \ell \;;\quad \ell = rg/2a_s = \frac{120 \cdot 9.81}{2 \cdot 5} = \underline{\underline{118\,m}}$$

$$\left(\text{Farten} : v = \sqrt{2 \cdot 5 \cdot 118} = 34\,m/s \approx 124\,km/h\right)$$

BERÄKNINGSGÅNG:

* Rita två figurer:





En friläggning med alla verkande krafter och en rörelsebild med rörelsebana och accelerationsvektorer

* Välj referensriktningar: Accelerationsriktningarna är bra.

* Ställ upp rörelseekvationerna.

$(\rightarrow)\ \Sigma F_x = ma_x$; $(\nearrow)\ \Sigma F_n = ma_n$

$(\uparrow)\ \Sigma F_y = ma_y$ $\quad(\searrow)\ \Sigma F_s = ma_s$

* Kinematiska samband kan behövas