Föreläsningspass 14

PARTIKELDYNAMIK:

- Intro till härledda lagar
- Lagen för kinetiska energin
- Potentiell energin

Avsnitt i kursboken: 6.3

PARTIKELDYNAMIK

* Newtons 2:a lag :

$$\boxed{\underset{\sim}{F} = m\,\underset{\sim}{a}}$$

ögonblicksbild

Integration m.a.p.
sträcka eller tid =>

Härledda lagar :

* Lagen för kinetiska energin (T) :

$$\boxed{W = \Delta T}$$

lägesintervall

W : krafternas arbete

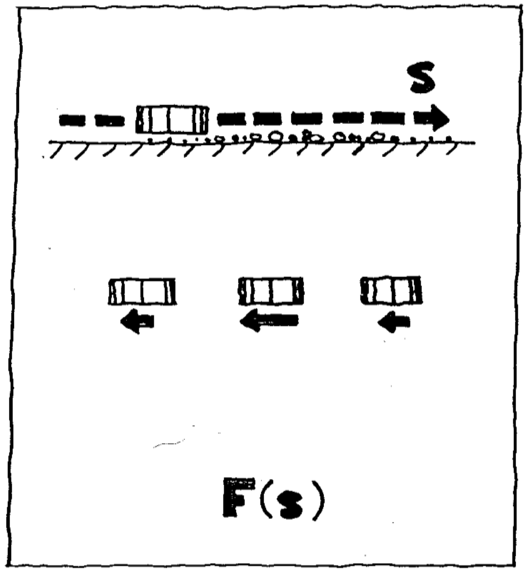
* Impulslagen :

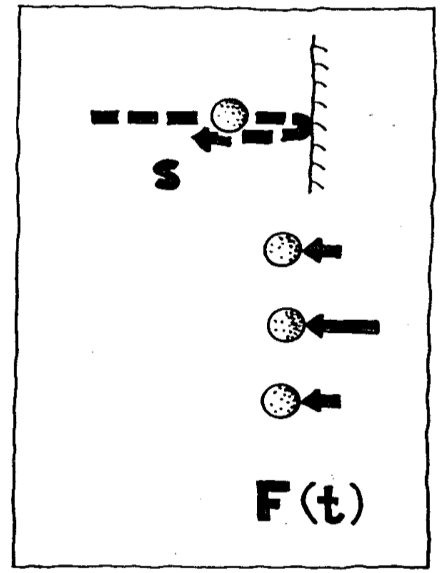
$$\boxed{\underset{\sim}{I} = \Delta\underset{\sim}{p}}$$

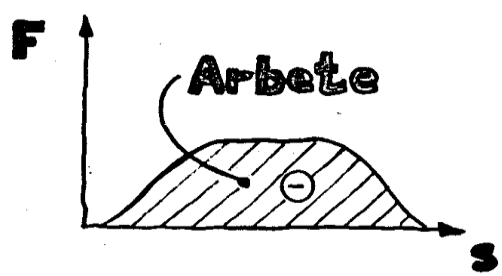
tidsintervall

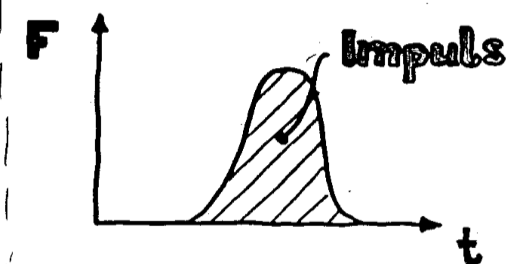
$\underset{\sim}{I}$: krafternas impuls
$\underset{\sim}{p}$: rörelsemängd

ARBETE - IMPULS









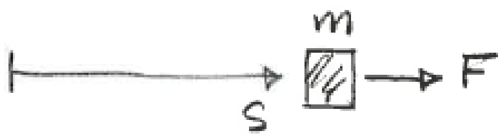
$$W = \int \underset{\sim}{F} \cdot d\underset{\sim}{s}$$

$$\underset{\sim}{I} = \int \underset{\sim}{F}\, dt$$

$$W = \text{skalär}$$

$$\underset{\sim}{I} = (I_x , I_y , I_z)$$

ARBETE OCH RÖRELSEENERGI 1D:



$NII: \quad F = ma$

Alt. uttryck för acceleration: $\quad a = v\dfrac{dv}{ds}$

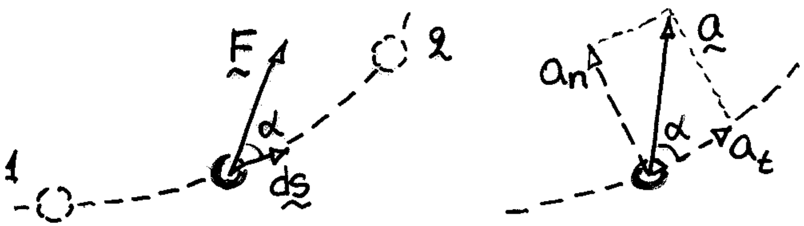
$$\Rightarrow \quad F = mv\frac{dv}{ds} \quad ; \quad F\,ds = mv\,dv$$

Integrera över ett intervall $s_1 < s < s_2$ =>

$$\int_{s_1}^{s_2} F\,ds = \int_{v_1}^{v_2} mv\,dv \quad ; \quad \underbrace{\int_{s_1}^{s_2} F\,ds}_{\text{Arbete } W} = \underbrace{\frac{1}{2}m\left(v_2^2 - v_1^2\right)}_{\text{Ändring i rörelseenergi } \Delta T}$$

dvs $\boxed{W = \Delta T}$

ARBETE OCH RÖRELSEENERGI - LAGEN FÖR KINETISKA ENERGIN: W=ΔT



Newtons 2:a lag skalärt med $\underset{\sim}{ds}$:

$$\underset{\sim}{F} \cdot \underset{\sim}{ds} = m \underset{\sim}{a} \cdot \underset{\sim}{ds} \quad ;$$

$$F ds \cos\alpha = m \underbrace{a \cos\alpha}\, ds \quad ;$$

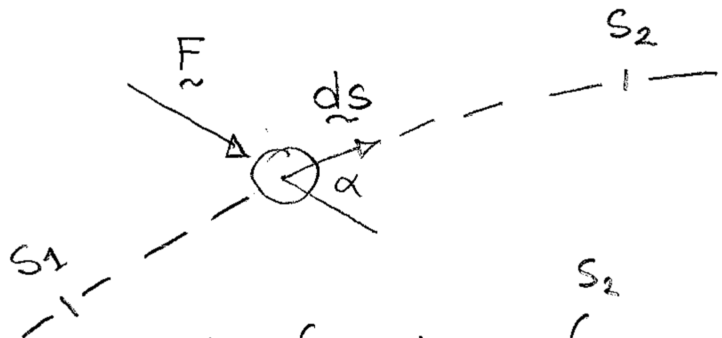
Använd $a\cos\alpha = a_t = v\frac{dv}{ds}$ och integrera:

$$\underbrace{\int_{s_1}^{s_2} F \cos\alpha \, ds}_{W} = \underbrace{\int_{v_1}^{v_2} m v \, dv}_{\frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \Delta T}$$

Vänsterledet W är <u>kraftens arbete</u>.
i intervallet $1 \rightarrow 2$
Högerledet ΔT är ändringen i
<u>rörelseenergin</u>.

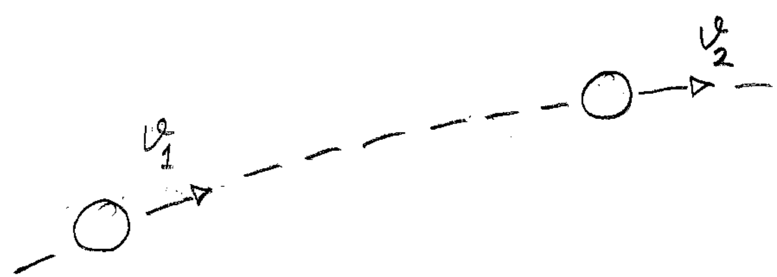
LAGEN FÖR KINETISKA ENERGIN: W=ΔT

Krafters arbete W :



$$W = \int \underset{\sim}{F} \cdot d\underset{\sim}{s} = \int_{s_1}^{s_2} F \cos\alpha \, ds$$

Rörelseenergi T :

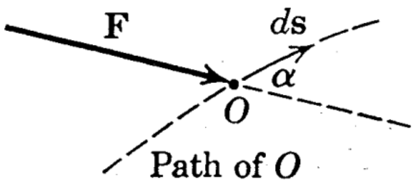


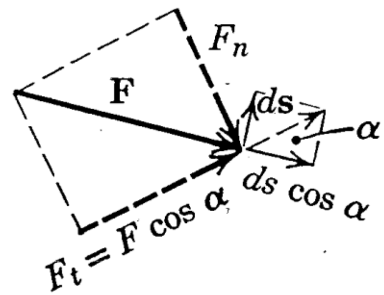
$$\Delta T = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

ARBETE; W OCH RÖRELSEENERGI; T

$$\boxed{W = \int \underset{\sim}{F} \cdot d\underset{\sim}{s}}$$

$$\boxed{T = \frac{1}{2} m v^2}$$





T är ett skalärmått

T är alltid positiv

Tolkning av $\underset{\sim}{F} \cdot d\underset{\sim}{s} = F \cdot ds \cdot \cos\alpha$:

$$\begin{cases} \text{Kraften i vägens riktning :} & F\cos\alpha \cdot ds \\ \text{Vägen i kraftens riktn. :} & F \cdot ds\cos\alpha \end{cases}$$

positivt arbete

$\longrightarrow$ $F \cdot \cos\alpha$

$\rightarrow$ ds

negativt arbete

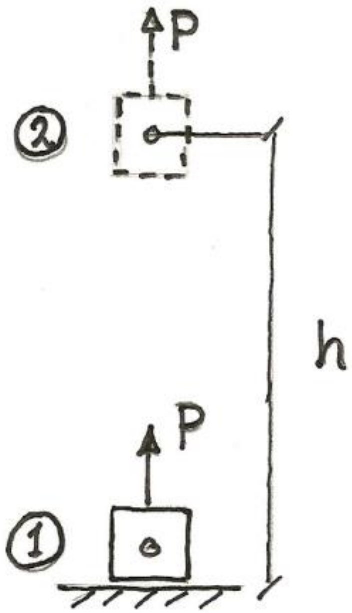
$\longrightarrow$ $F \cdot \cos\alpha$

$\leftarrow$ ds

ARBETE VS ENERGI

Potentiell energi definieras för tyngdkraft och fjäderkraft

Ex 1. Vertikalt lyft av massa - <u>Lägesenergi</u>



Friläggning:

Lagen om kinetiska energin
omformas mht tyngdkraft

ARBETE VS ENERGI forts.

Ex 1. Lägesenergi:

$$\boxed{W = \Delta T}$$

arbete vs energi

$$W \begin{cases} W_P = \int_0^h P\,ds = P\int_0^h ds = Ph & (\uparrow P, \uparrow ds) \\ W_{mg} = -\int_0^h mg\,ds = -mgh & (\downarrow mg, \uparrow ds) \end{cases}$$

dvs $W_P - mgh = \Delta T$

tyngdkraftens <u>arbete</u>

Kan skrivas som:

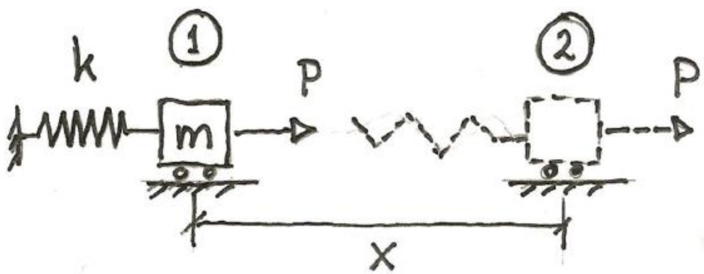
$$W_P = \Delta T + \underbrace{mgh}$$

läges-<u>energi</u>

Potentiell energi definieras för tyngdkraft och fjäderkraft

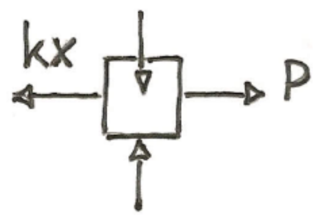
Ex 2. Fjäderenergi

Fjädern är ospänd i läge 1



Fjäderkraft:
$F=kx$ (linjär fjäder)

Friläggning:



Lagen om kinetiska energin omformas mht fjäderkraft

Ex 2. Fjäderenergi:

$$\boxed{W = \Delta T}$$

arbete vs energi

$$W \begin{cases} W_P = P s_x = Px & , \quad (\rightarrow P,\ ds \rightarrow) \\ W_{kx} = \int_0^x -kx\,dx = -\frac{1}{2}kx^2 & \quad (\leftarrow kx,\ ds \rightarrow) \end{cases}$$

$$\text{dvs} \quad W_P \underbrace{- \frac{1}{2}kx^2}_{\text{fjäderkraftens arbete}} = \Delta T$$

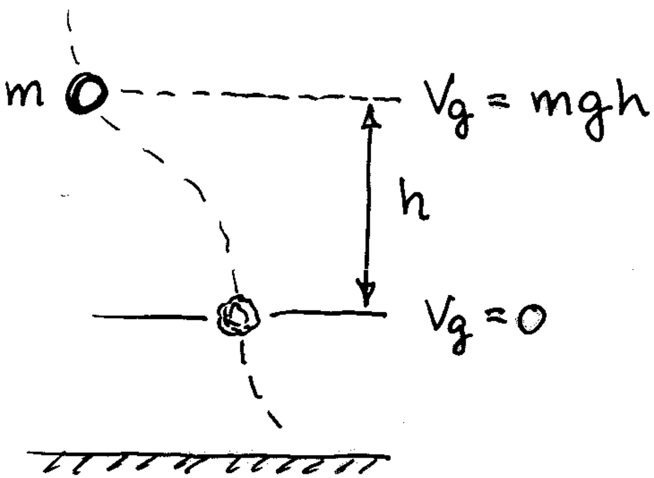
Kan skrivas som:

$$W_P = \Delta T + \underbrace{\frac{1}{2}kx^2}_{\text{fjäder-energi}}$$

POTENTIELL ENERGI

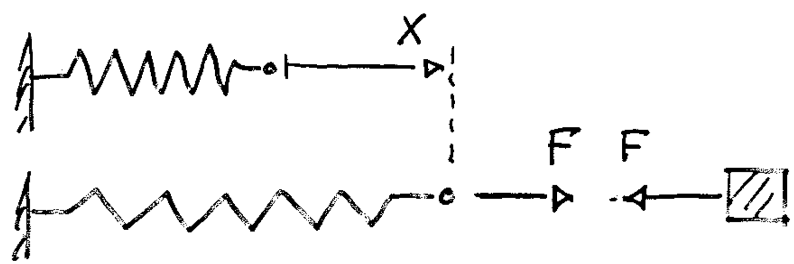
Inför integrerade storheter för tyngdkraft och fjäderkraft.

Lägesenergi :



$$\boxed{V_g = mgh}$$

Fjäderenergi:



$F = kx$

$$V_e = \int kx\,dx \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_e = \frac{1}{2}kx^2}$$

<u>Anm</u>. Trycks fjädern ihop samma sträcka blir energin den samma

MEKANISK ENERGI

Definition av mekanisk energi: $E = T + V_g + V_e$

$T = mv^2/2$ (noll vid v=0)

$V_g = mgh$ (noll vid referensnivån)

$V_e = kx^2/2$ (noll vid ospänd fjäder)

Låt $W^{(ik)}$ beteckna allt arbete <u>utom det</u> som utförs av tyngdkraften *mg* och fjäderkrafter *kx* =>

$$W^{(ik)} = \Delta T + \Delta V_g + \Delta V_e$$

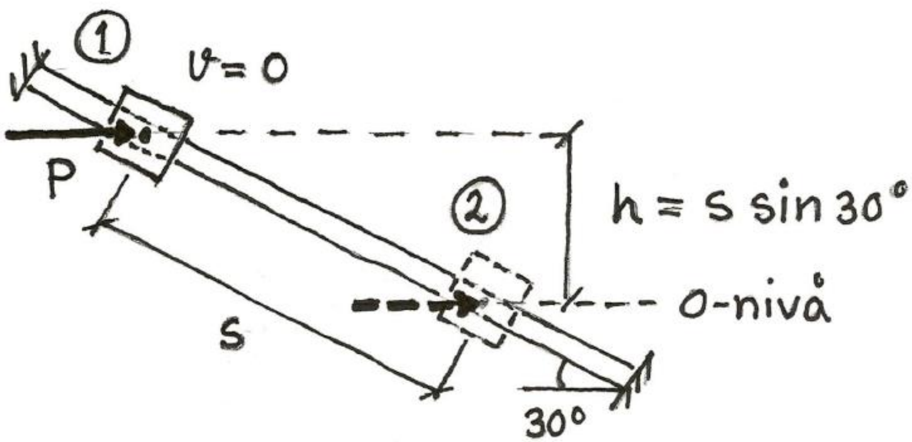
Då tecknas <u>Energisatsen</u>: $W^{(ik)} = \Delta E$

<u>Anm</u>. $W^{(ik)}$ innehåller typiskt yttre krafters arbete och arbete orsakat av friktionskrafter.

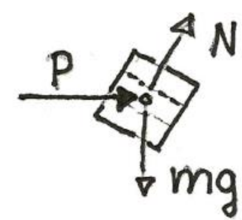
Ex. Energisatsen: Lägesenergi

Hylsa med massan *m* på glatt stång. Start från vila i läge 1.

Vad blir hastigheten i läge 2 ?

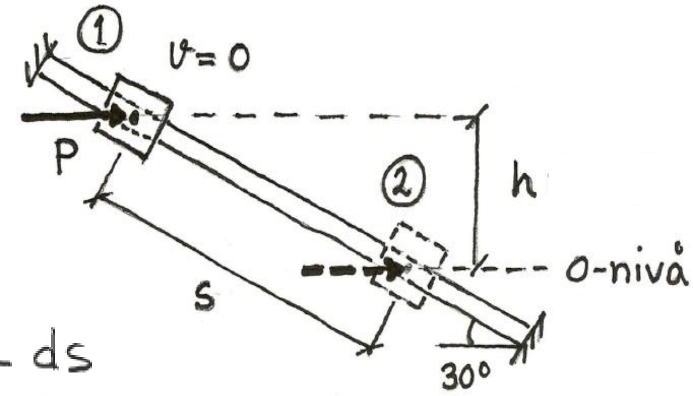


Friläggning:



Sätt P=10N, m=2kg och s=3m

Ex. Energisatsen, lösning:



Energi för s =3m, P =10N, m =2kg

Normalkraften uträttar inget arbete, ty $N \perp ds$

Läge 1: endast lägesenergi

$$E_1 = mgh = mg\,s\sin 30^\circ =$$
$$= 2\cdot 9.81\cdot 1.5 = 29.4\ J$$

Läge 2: endast rörelseenergi

$$E_2 = \frac{1}{2}mv^2 = 1\cdot v^2$$

Övriga krafters arbete:

$$W^{(ik)} = P\cos 30^\circ \cdot s = 10\cdot 0.866\cdot 3 = 26.0\ J$$

Energisatsen:

$$W^{(ik)} = E_2 - E_1\ ;\quad 26.0 = v^2 - 29.4\ ;\quad v^2 = 26.0 + 29.4\ ;\quad v = \sqrt{55.4} = 7.4\,\text{m/s}$$