

# Föreläsningsspass 16 & (17)

## PARTIKELDYNAMIK:

- Impuls och rörelsemängd
- Impulslagen
- Stötförlopp

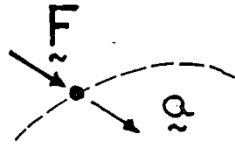
Avsnitt i kursboken: 10.1 och 10.2

# HÄRLEDDA LAGAR

Integrera m.a.p. sträcka =>

KRAFT = RÖRELSE

$$\vec{F} = m\vec{a}$$



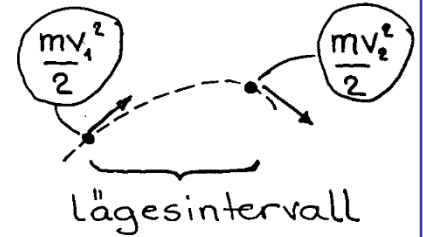
ögonblicksbild

Integrera m.a.p. tid =>

ARBETE =  
ÄNDRING AV RÖRELSEENERGI

$$\int \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int m\vec{a} \cdot d\vec{s}$$

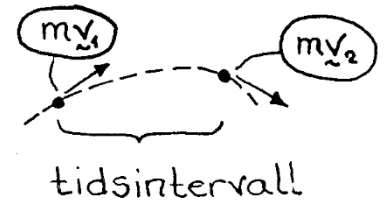
$$W = \Delta T$$



IMPULS =  
ÄNDRING AV RÖRELSEMÄNGD

$$\int \vec{F} dt = \int m\vec{a} dt$$

$$\vec{I} = \Delta \vec{p}$$



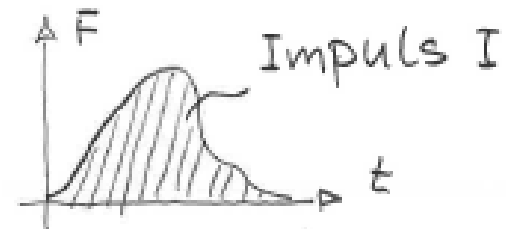
# IMPULSLAGEN 1D



$$F = ma, \quad a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow$$

$$F = m \frac{dv}{dt} ; \quad \int F dt = \int m dv ;$$

$$\underbrace{\int_{t_1}^{t_2} F dt}_{\text{Impuls}} = \underbrace{mv_2 - mv_1}_{\text{Rörelsemängd } p}$$



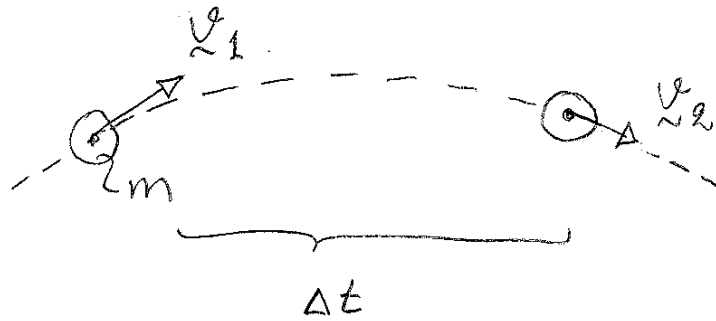
Impulslagen (1D):

$$I = \Delta p$$

IMPULSLAGEN:

$$\mathbf{I} = \Delta \mathbf{p}$$

HÄRLEDNING:



$$\text{Newton II : } \vec{F} = m \vec{a}$$

$$\text{Tidsintegration : } \underbrace{\int \vec{F} dt}_{\text{Impuls } \vec{I}} = \int m \vec{a} dt$$

Höger ledet :

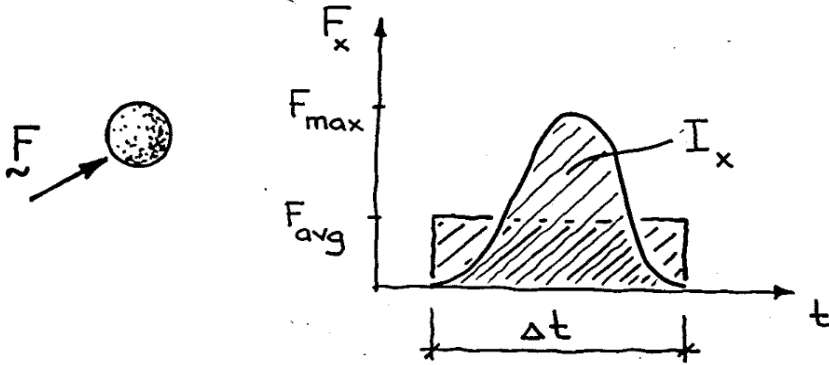
$$\int m \vec{a} dt = \int m \frac{d\vec{v}}{dt} dt = \int m d\vec{v} =$$

$$= \underbrace{m \vec{v}_2 - m \vec{v}_1}_{\Delta \vec{p}}$$

$\Delta \vec{p}$  ändring i rörelsemängd

# IMPULS OCH RÖRELSEMÄNGD

$$\vec{I} = \int \vec{F} dt$$



$F_{avg}$  är impulsens medelkraft  
(average force) dvs.

$$I_x = \int F_x dt = F_{avg} \cdot \Delta t$$

$$\rightarrow I_x = \int F_x dt = F_{x,avg} \cdot \Delta t$$

$$\uparrow I_y = \int F_y dt = F_{y,avg} \cdot \Delta t$$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$\vec{p}$  är en vektor  
(storlek + riktning)

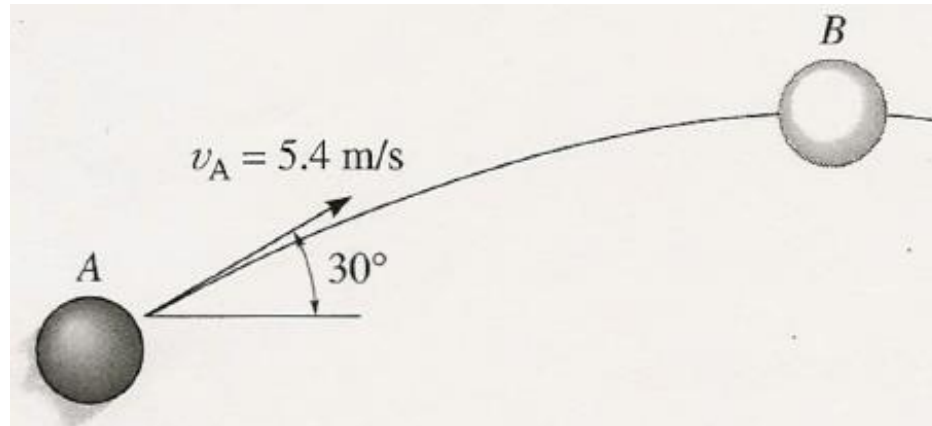
$\vec{p}$  kan uttryckas med skalära  
komponenter

$$\leftrightarrow p_x = mv_x$$

$$\uparrow p_y = mv_y$$

$$p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$$

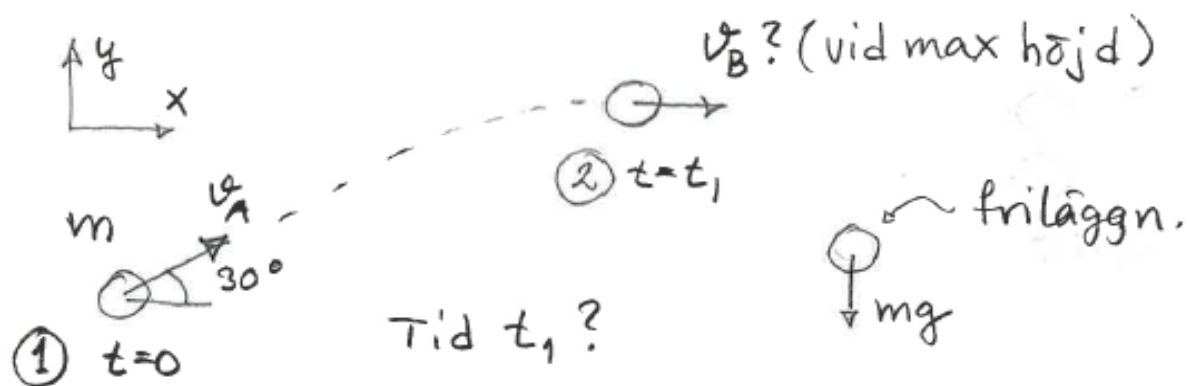
## Ex. Kastad boll



En boll kastas iväg med farten  $v_A$  enligt figuren.

Använd impulslagen för att bestämma hastigheten vid högsta punkten - läge B. Beräkna också tiden för att nå dit..

# Ex. Boll - lösning:



$$(\rightarrow) \quad I_x = \Delta P_x ; \quad 0 = m v_B - m v_A \cos 30^\circ ;$$

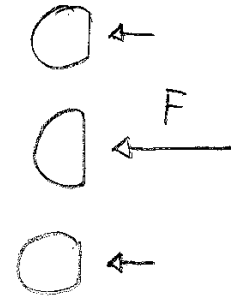
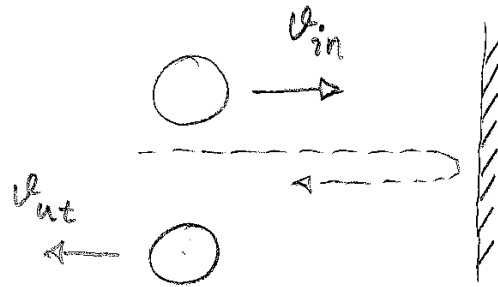
$$v_B = 5.4 \cdot \cos 30^\circ = 5.4 \cdot 0.866 = \underline{4.68 \text{ m/s}}$$

$$(\uparrow) \quad I_y = \Delta P_y ; \quad \int_0^{t_1} F_y dt = 0 - m v_A \sin 30^\circ ;$$

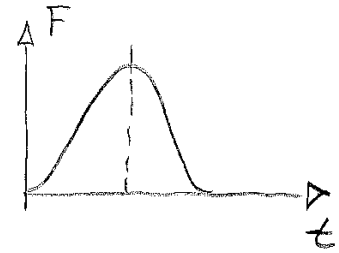
$$-m g \int_0^{t_1} dt = -m v_A \cdot \frac{1}{2} ; \quad g t_1 = \frac{v_A}{2} ;$$

$$t_1 = \frac{v_A}{2g} = \frac{5.4}{2 \cdot 9.81} = \underline{0.275 \text{ s}}$$

# STÖTFÖRLOPP - IMPULSLAGEN



$$I = \Delta p$$



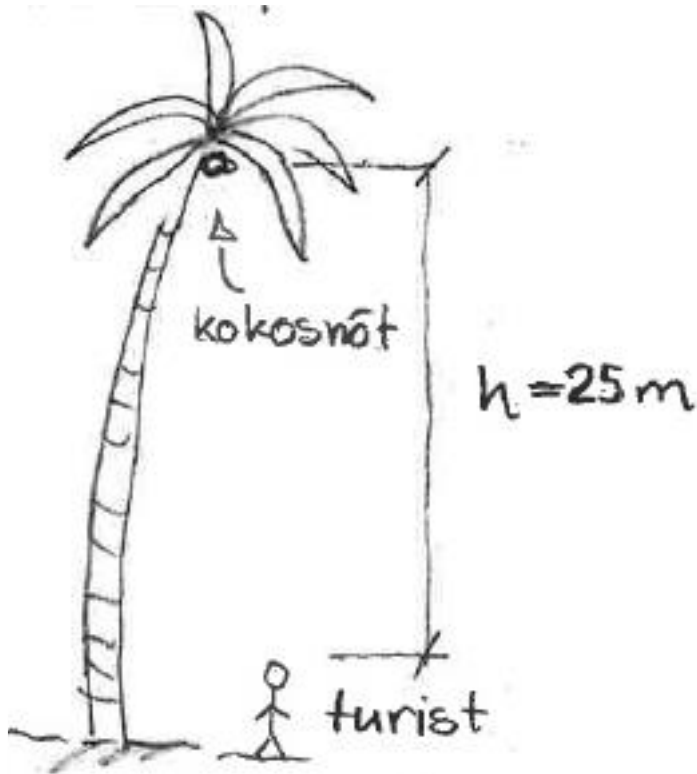
$\Rightarrow$

$$(\leftarrow) \quad \underline{I = m v_{ut} - m (-v_{in})}$$

- a) Plastisk stöt :  $v_{in} = v$     $v_{ut} = 0$   
 $I = m v$  (All rörelseenergi förloras)
- b) Elastisk stöt :  $v_{in} = v$     $v_{ut} = v$   
 $I = 2 m v$  (All rörelseenergi bevaras)

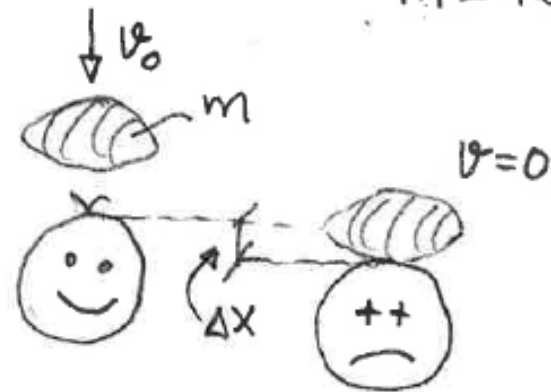


# Ex. Kokosnöt i huvudet



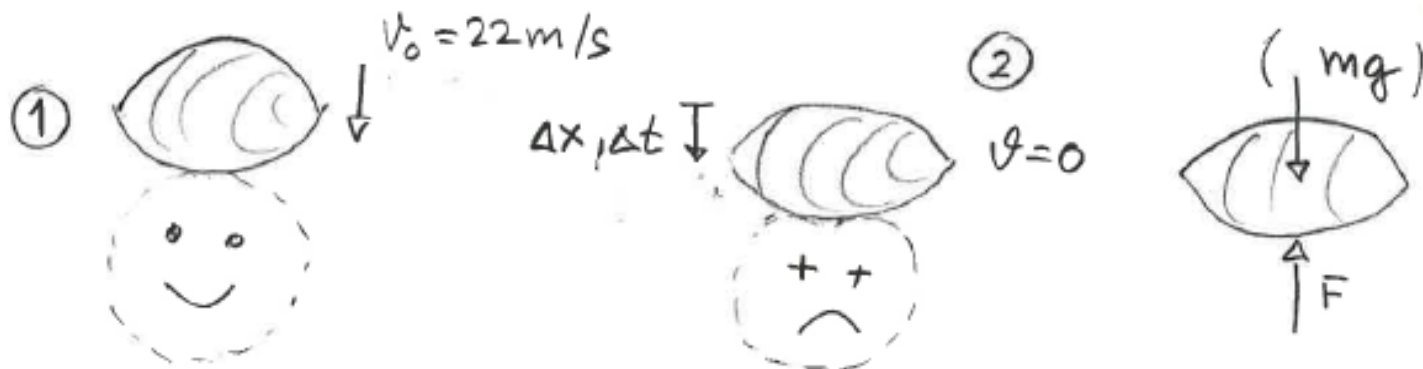
$$v_0 = \sqrt{2gh} = 22 \text{ m/s}$$

$$m = 4 \text{ kg}$$



Bestäm storlek och varaktighet för kontaktkraften mellan nöt och huvud

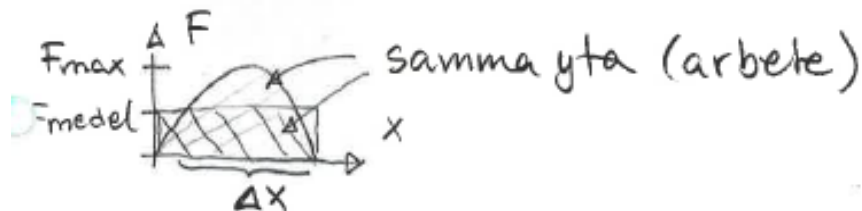
# Ex. Kokosnöt - lösning:



} Antag att  $\Delta x = 0.05 \text{ m}$   
} Försumma  $mg$  vid sidan av  $F$  (kolla)

Energisatsen:  $W^{(ik)} = \Delta T$ ; ①  $\rightarrow$  ②  $\Rightarrow$

$$-\int_0^{\Delta x} F(x) dx = 0 - \frac{1}{2} m v_0^2 ; \quad F_{medel} \cdot \Delta x = \frac{1}{2} m v_0^2$$



Ex. Kokosnöt forts.

$$\bar{F}_{\text{medel}} = \frac{m v_0^2}{2 \Delta x} = \frac{4 \cdot 22^2}{0.1} = 19.4 \text{ kN}$$

dvs ca vikten av 2 ton  $\Rightarrow$  ok försumma mg

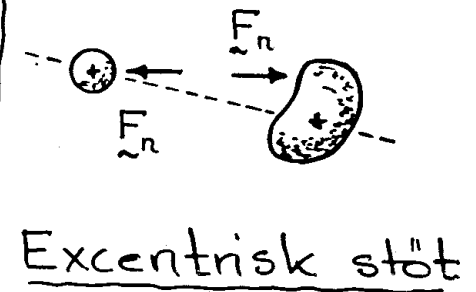
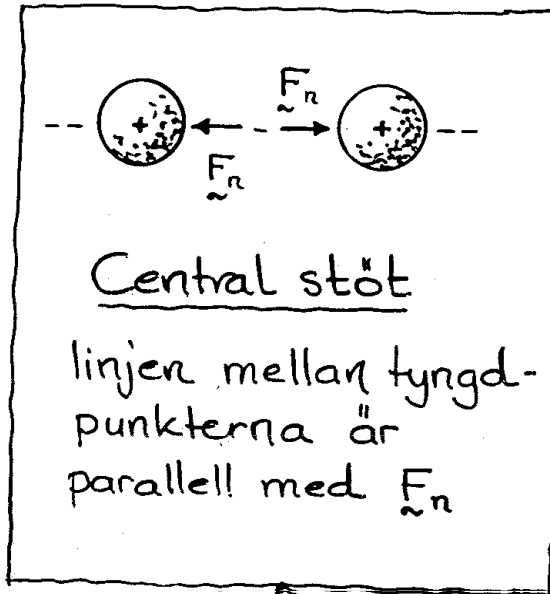
hur länge varar kontakten?

Impuls lagen :  $(\uparrow) \int_0^{\Delta t} F(t) dt = \Delta p ;$

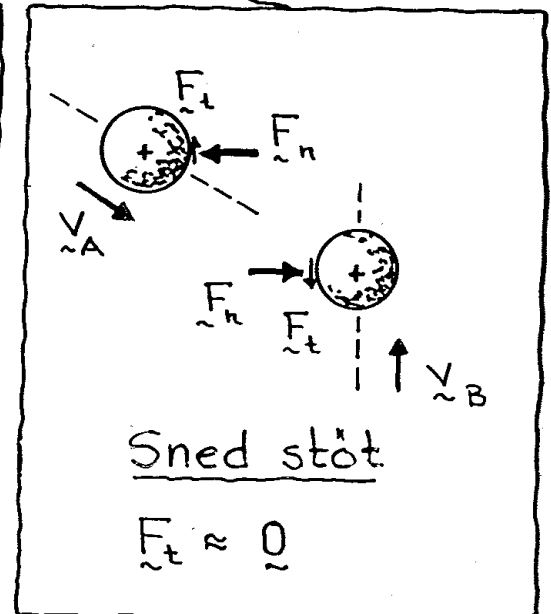
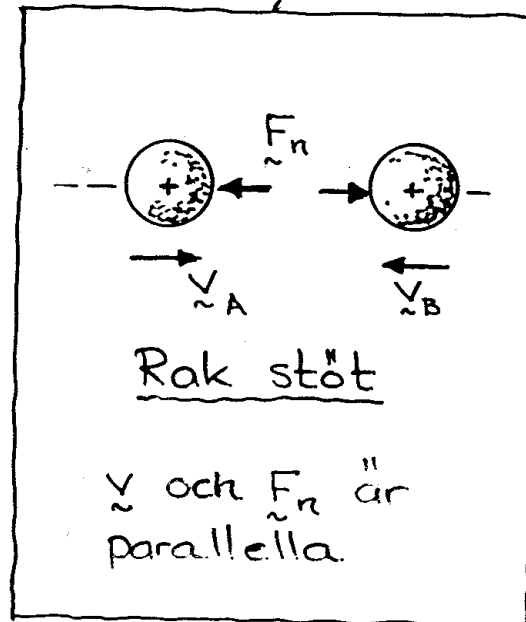
$$\bar{F}_{\text{medel}} \Delta t = 0 - (-m v_0) ; \quad \Delta t = \frac{m v_0}{\bar{F}_{\text{medel}}} ;$$

$$\Delta t = \frac{4 \cdot 22}{19.4 \cdot 10^3} = \underline{\underline{4.5 \text{ ms}}}$$

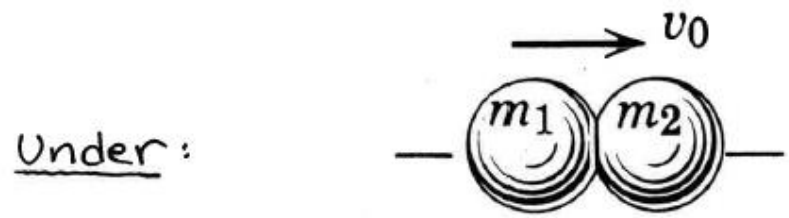
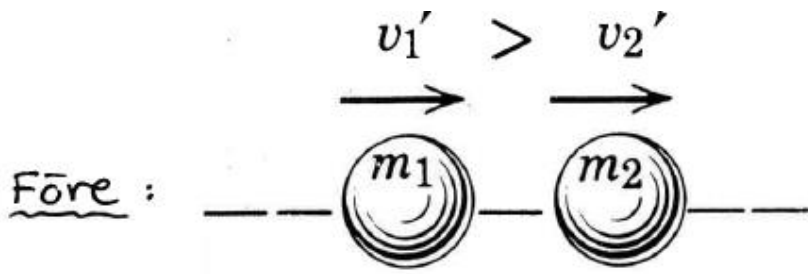
# OLIKA TYPER AV STÖTFÖRLOPP



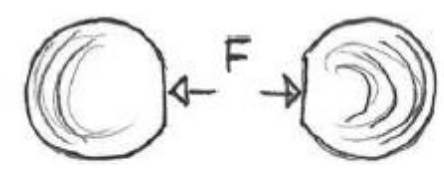
Vi behandlar endast rak central stöt.



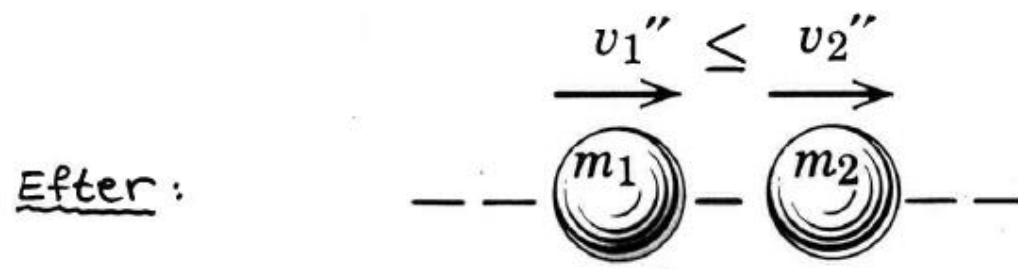
# RAK CENTRAL STÖT



I kontakten:

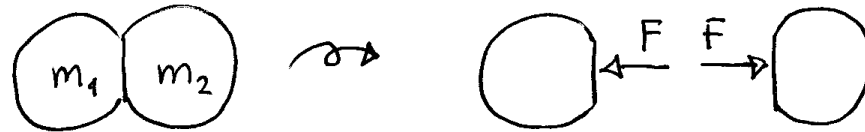


NIII => Samma impuls verkar på de båda kropparna



# RÖRELSEMÄNGDEN BEVARAS VID STÖTFÖRLOPP:

Vid kontakt (Newton III):



$$\rightarrow \text{Part. 1: } \int (-F) dt = m_1 v_1'' - m_1 v_1'$$

$$\rightarrow \text{Part. 2: } \int F dt = m_2 v_2'' - m_2 v_2'$$

Addera:

$$m_1 v_1'' - m_1 v_1' + m_2 v_2'' - m_2 v_2' = 0;$$

$$m_1 v_1' + m_2 v_2' = m_1 v_1'' + m_2 v_2''$$

Tolkning:

Totala rörelsemängden före stöt = Totala rörelsemängden efter stöt