

Föreläsningspass 4

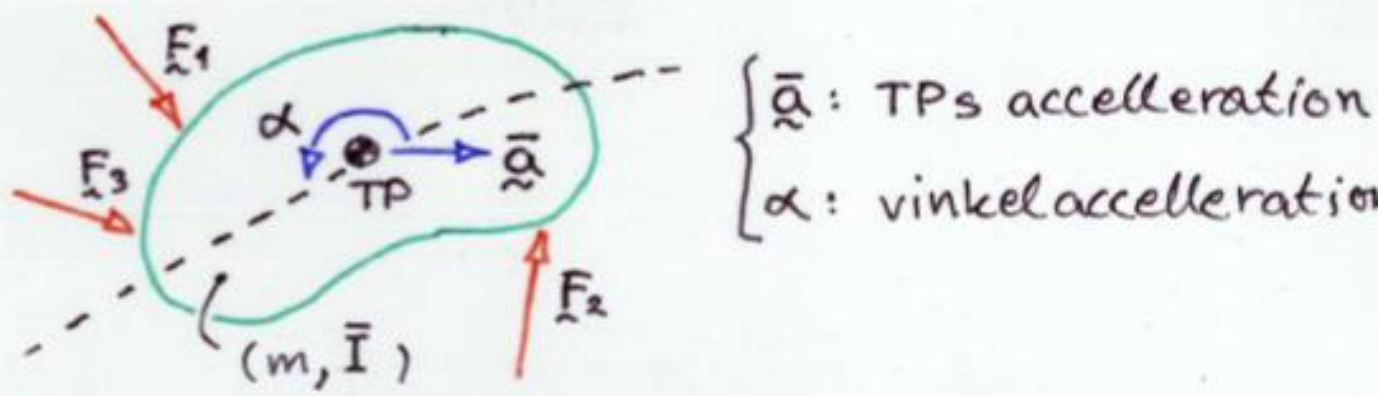
- Intro till dynamiken
- Partikelkinematik 1D

Avsnitt i kursboken: 5.1

DYNAMIK - JÄMVIKT - STATIK

* DYNAMIK :

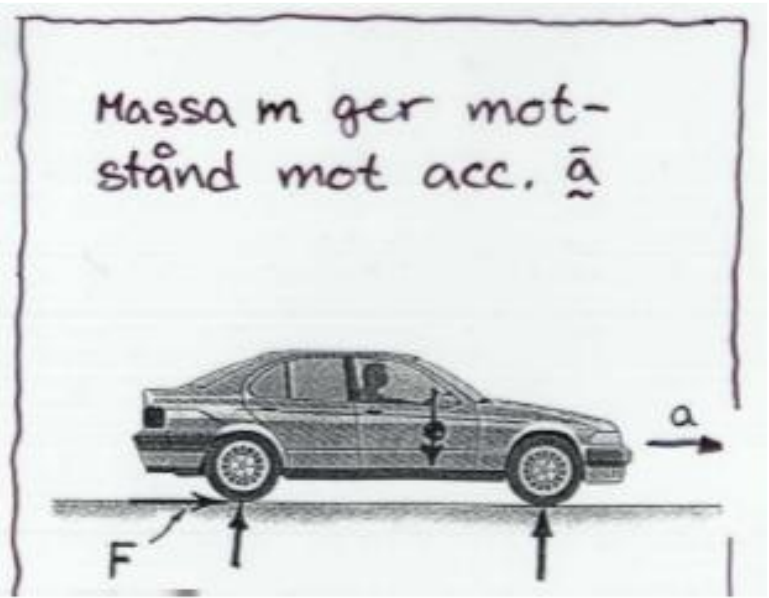
Stel kropp påverkad av krafter och moment (massa m , tröghetsmoment \bar{I})



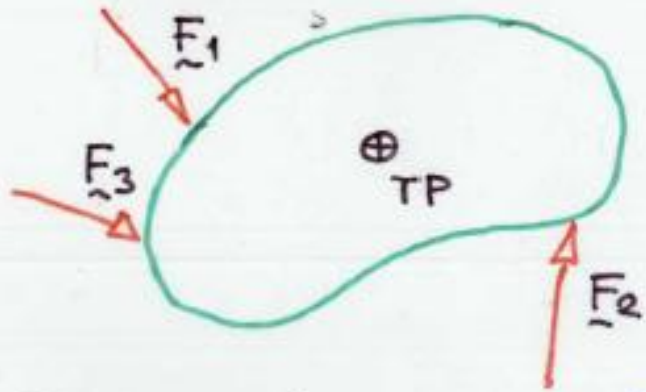
Rörelse-ekvationerna:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_i = m \cdot \bar{a} \\ \sum_{TP} M_i = \bar{I} \cdot \alpha \end{array} \right.$$

obalanserade krafter \Rightarrow acceleration \bar{a}
 — u — moment \Rightarrow vinkelacc. α



JÄMVIKT:



Krafter och moment
i balans dvs

$$\begin{cases} \sum \vec{F}_i = 0 \\ \sum M_i = 0 \end{cases}$$

Rörelse ekv. $\Rightarrow \vec{a} = 0$ och $\alpha = 0$

Alltså $\begin{cases} \text{TPs hastighet} & \vec{v} = \text{konst.} \\ \text{vinkel hastighet} & \omega = \text{konst.} \end{cases}$

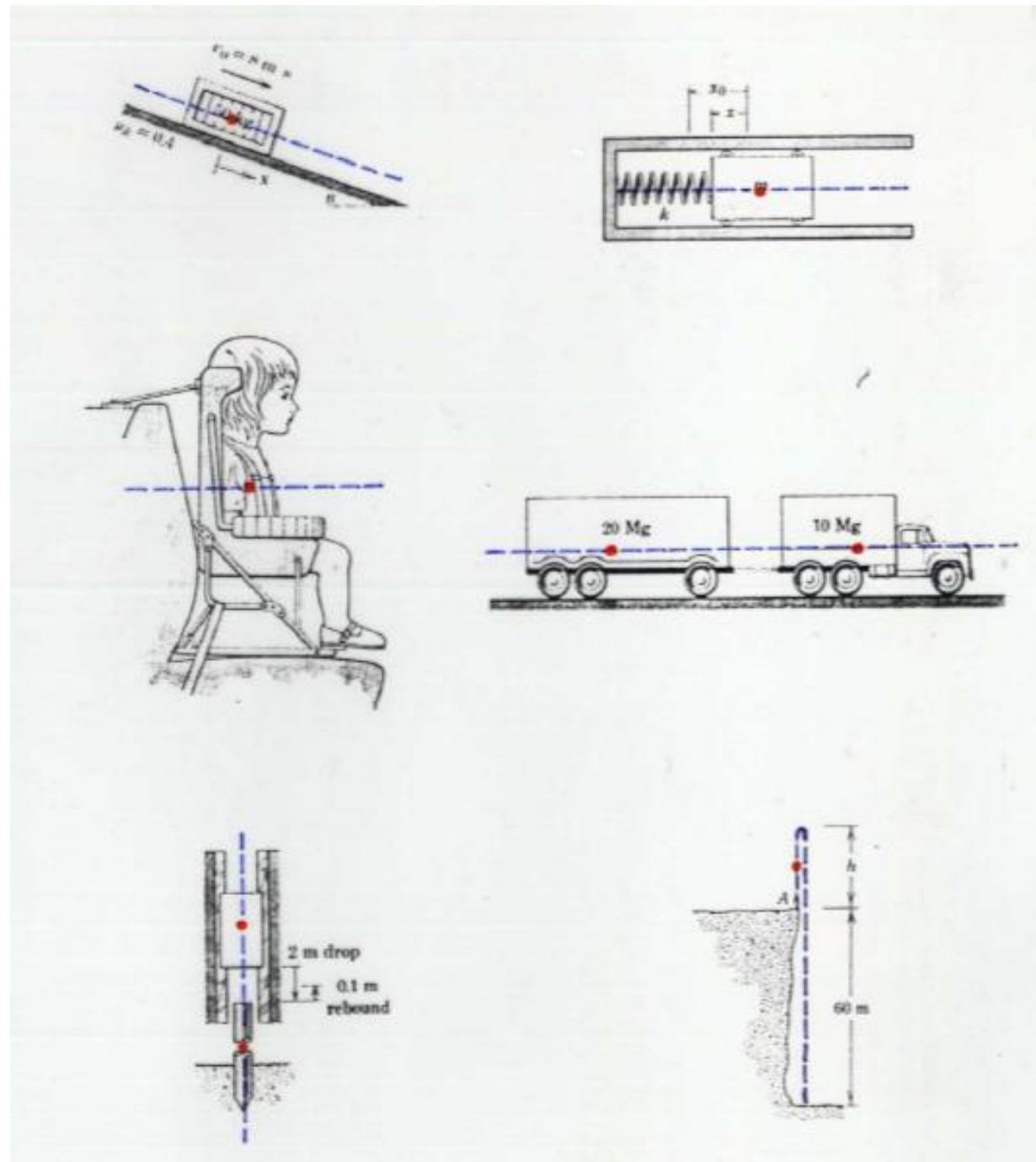
STATIK:

Behandlar kroppar i vila som uppfyller: $\begin{cases} \vec{v} = 0 \\ \omega = 0 \end{cases}$

Jämvikts-
ekvationerna: $\begin{cases} \sum \vec{F}_i = 0 \\ \sum M_i = 0 \end{cases}$

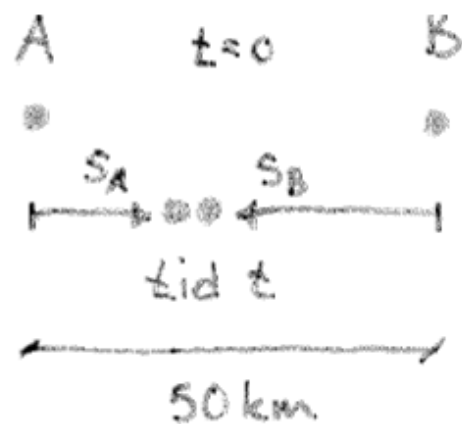
RÄTLINJIG RÖRELSE

Betrakta tyngdpunktens rörelse som funktion av tiden.



KALLE & HOBBE

av Bill Watterson



$$S_A + S_B = 50 \text{ km}$$

$$\frac{S_A}{t} = 50 \text{ km/h}$$

$$\frac{S_B}{t} = 60 \text{ km/h}$$

$$50t + 60t = 50 ; t = \frac{50}{110} = 0.45 \text{ h}$$

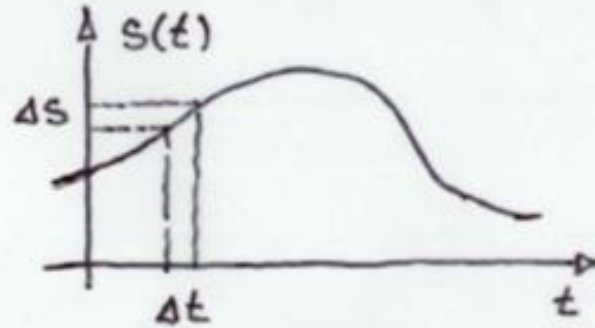
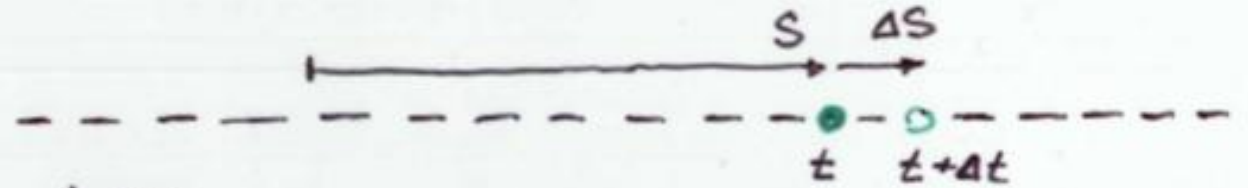
Svar : 17:27



DEFINITION AV HASTIGHET OCH ACCELERATION

Hastighet:

Partikel i rätlinjig rörelse:

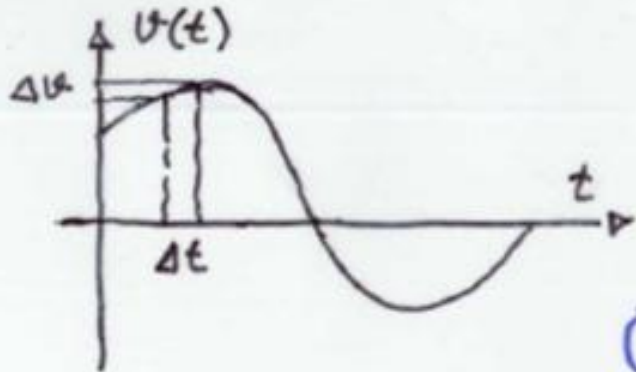


Medelhastighet: $\frac{\Delta s}{\Delta t}$

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \dots (1)$$

Momentan hastighet

Acceleration:



Medelacceleration: $\frac{\Delta v}{\Delta t}$

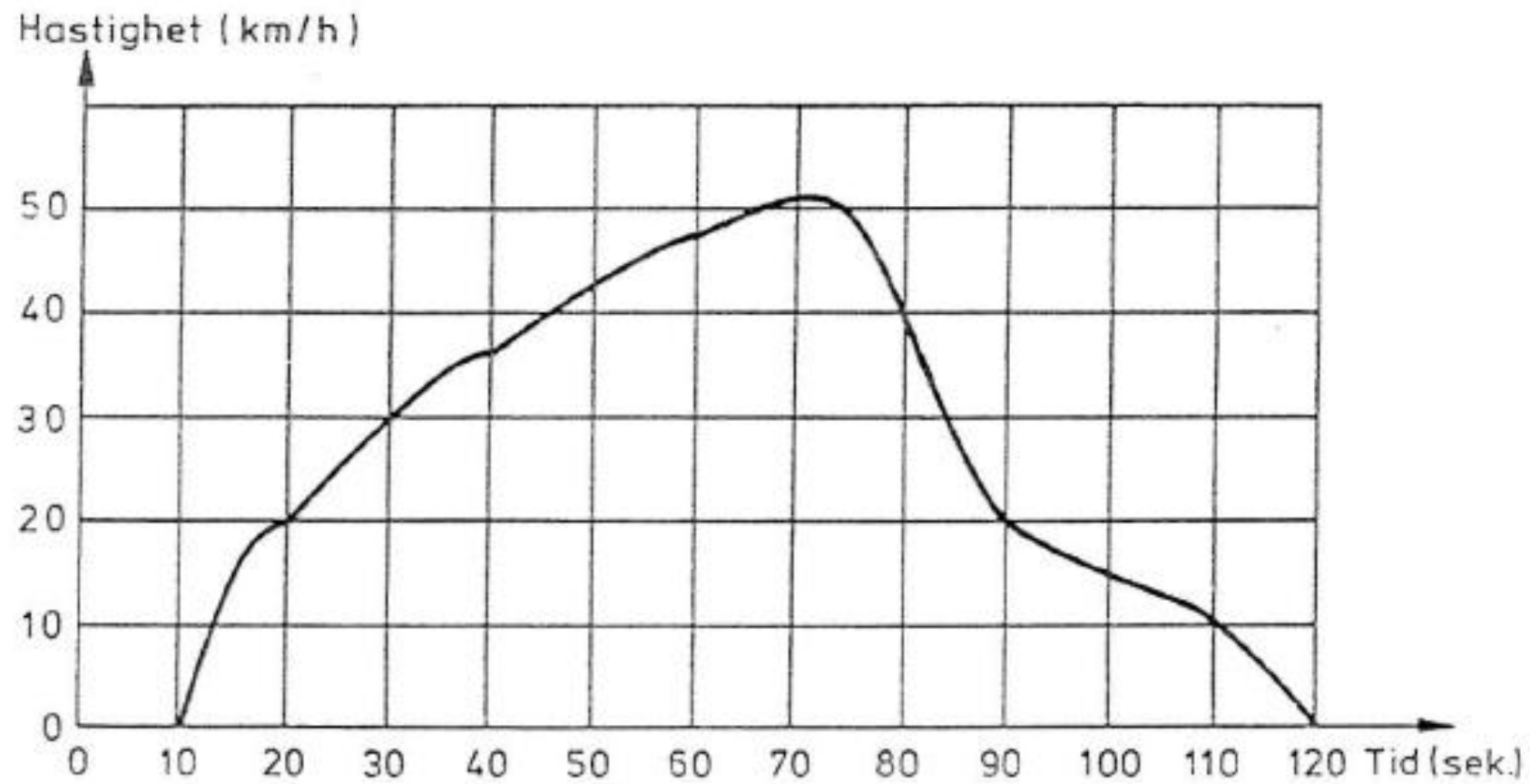
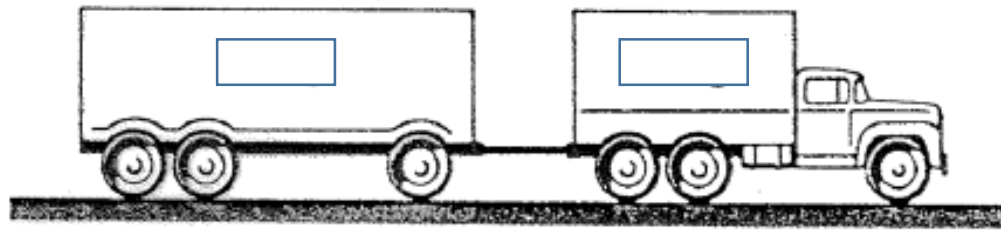
$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \dots (2)$$

Momentan acceleration

Desutom (1) i (2) \Rightarrow

$$a = \frac{d^2s}{dt^2}$$

Ex. Färdskrivare



ANALYSENS HUVUDSATS VS HASTIGHET OCH ACCELERATION

Enligt analysens huvudsats är de två centrala operationerna inom analysen, derivering och integrering, varandras inverser.

https://sv.wikipedia.org/wiki/Analysens_fundamentalsats

Att integrera hastigheten som funktion av tiden ger alltså sträckan, eftersom derivatan av sträckan är hastigheten.

Motsvarande gäller för accelerationen: integration ger hastigheten.

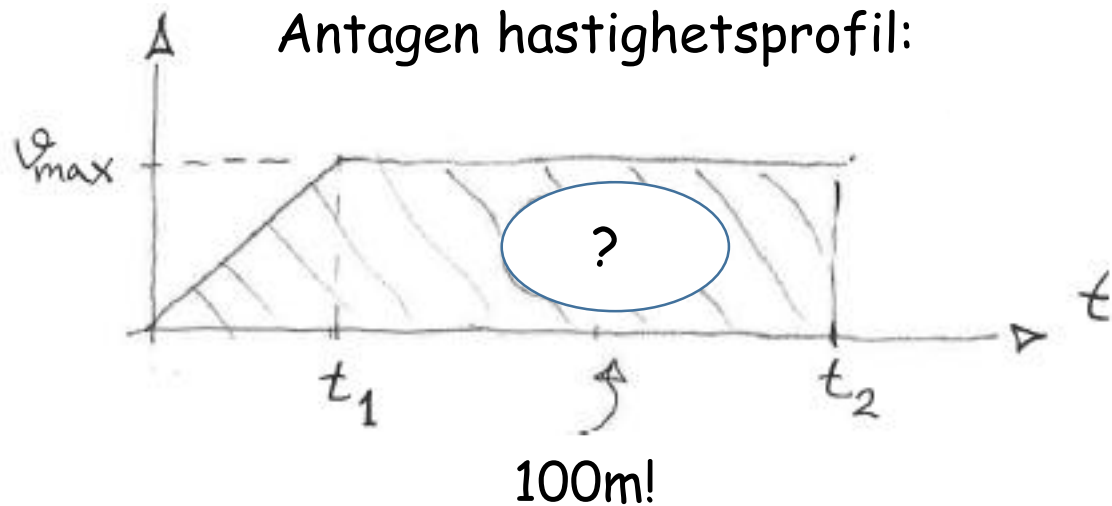
Ex. Usain Bolt; 100m-lopp
Topphastighet?



Ex. Usain Bolt, v_{max} ?

Världsrekord 9.58s på 100m:

Medelhastighet $100/9.58=10.4\text{m/s}=38\text{km/h}$



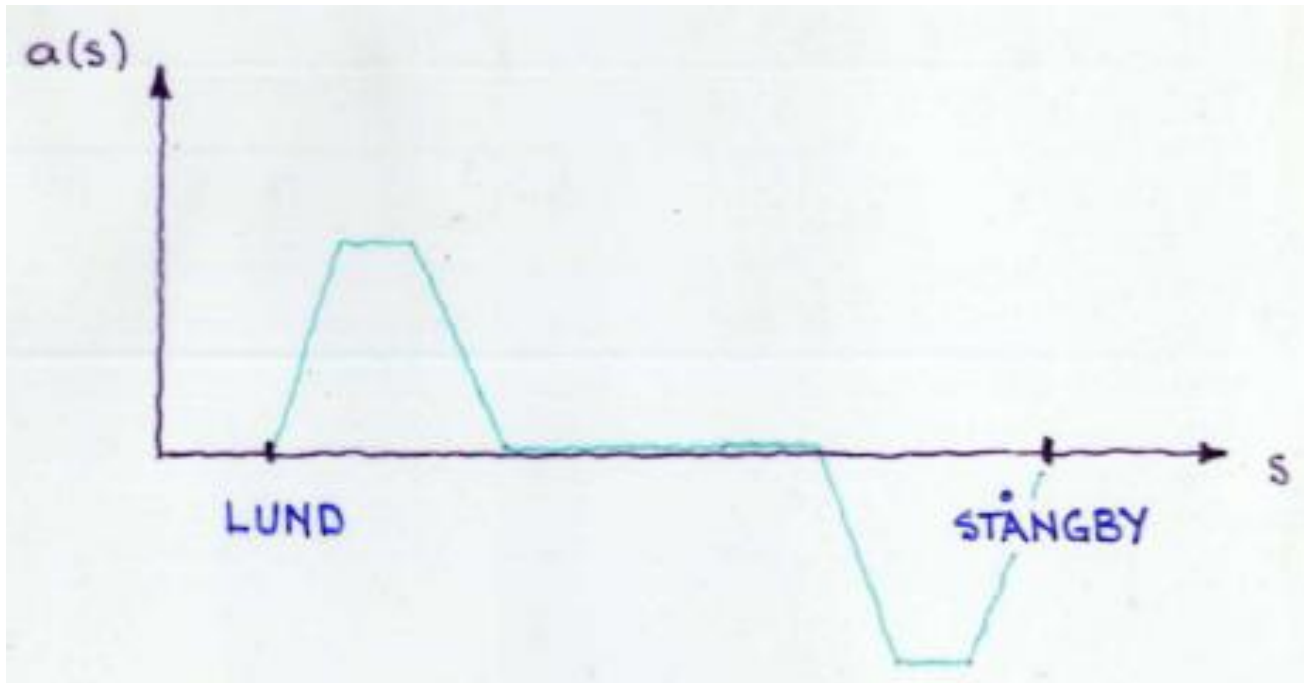
med tider: $\begin{cases} t_1 \approx 3\text{s} \\ t_2 = 9.58\text{s} \end{cases}$

Ytan under kurvan:

$$\frac{1}{2} v_{max} \cdot t_1 + (t_2 - t_1) \cdot v_{max} = 100\text{m}; \quad v_{max} \cdot \left(t_2 - \frac{t_1}{2}\right) = 100;$$

$$v_{max} = \frac{100}{9.58 - 1.5} = 12.4\text{m/s} \approx \underline{\underline{45\text{km/h}}}$$

ACCELERATION SOM FUNKTION AV STRÄCKA



ALTERNATIVT UTTRYCK FÖR ACCELERATION

Användning av kedjeregeln i definitionen av acceleration

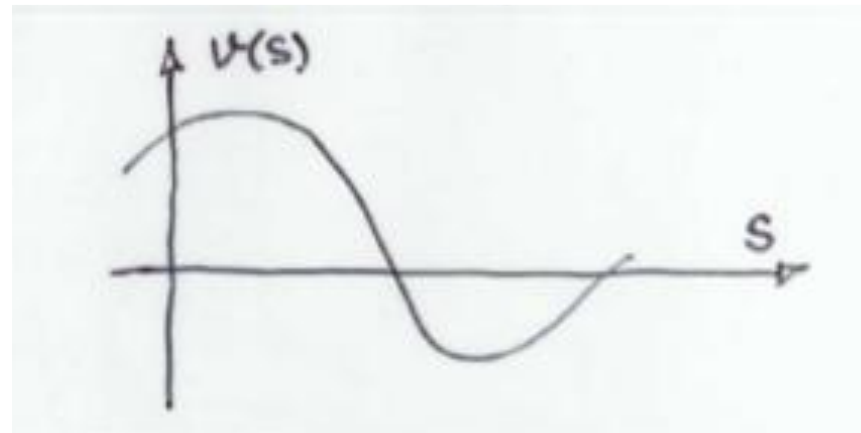
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{dv}{ds} v$$

D.v.s. tidsvariabeln har eliminerats

Alltså

$$a = v \frac{dv}{ds}$$

Hastigheten betraktas nu som en funktion av läget:



Ex. med konstant acceleration och acceleration som funktion av sträckan

$$a = v \frac{dv}{ds}, \quad a = a_0 = \text{konst.} \Rightarrow a_0 ds = v dv; \quad a_0 \int_{s_0}^s ds' = \int_{v_0}^v v' dv';$$

$$a_0 (s - s_0) = \left[\frac{v'^2}{2} \right]_{v_0}^v; \quad a_0 s = a_0 s_0 + \frac{1}{2} (v^2 - v_0^2)$$

$$\text{Antag att } s_0 = v_0 = 0 \Rightarrow v^2 = 2a_0 s; \quad v = \sqrt{2a_0 s}$$

Fritt fall: $s = 190 \text{ m}$ & $a_0 = g \Rightarrow$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 190} = 61 \text{ m/s} = \underline{220 \text{ km/h}} \quad (\text{utan luftmotstånd})$$