Föreläsningspass 7

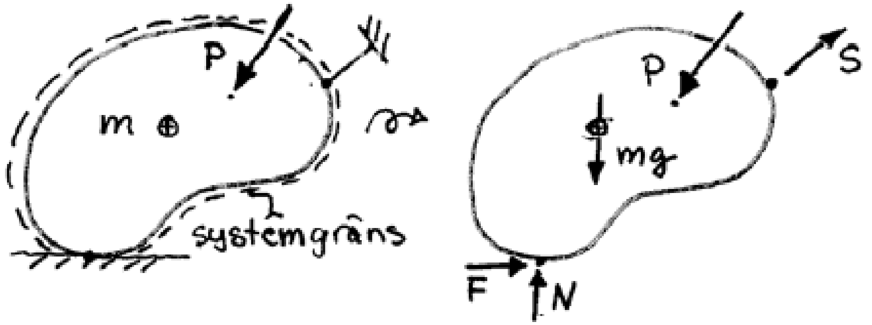
STATIK:

- Friläggning och jämvikt 3D

Avsnitt i kursboken: 2.3

FRILÄGGNING (rep.)

Den betraktade kroppen avgränsas och alla på kroppen verkande krafter och moment sätts ut:



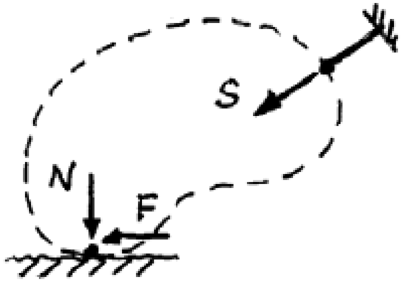
Krafter som verkar på kroppen:

a) Kända krafter och moment (P)

b) Tyngdkraften

c) Kontaktkrafter och moment som verkar längs systemgränsen

Kontaktkrafterna: Newtons 3:e lag om verkan och motverkan:



Friläggningen är minst lika viktig i 3D!

Boken:

2.3 Tredimensionella jämviktsproblem

(a) Jämviktsvillkor, jämviktsekvationer

Jämviktsvillkoren (2.1.1) innebär att för *varje* materiellt system i jämvikt skall systemet av yttre krafter bilda ett nollsystem. Sambanden

$$\Sigma F = 0 \qquad \Sigma M_A = 0$$ <- vektorer

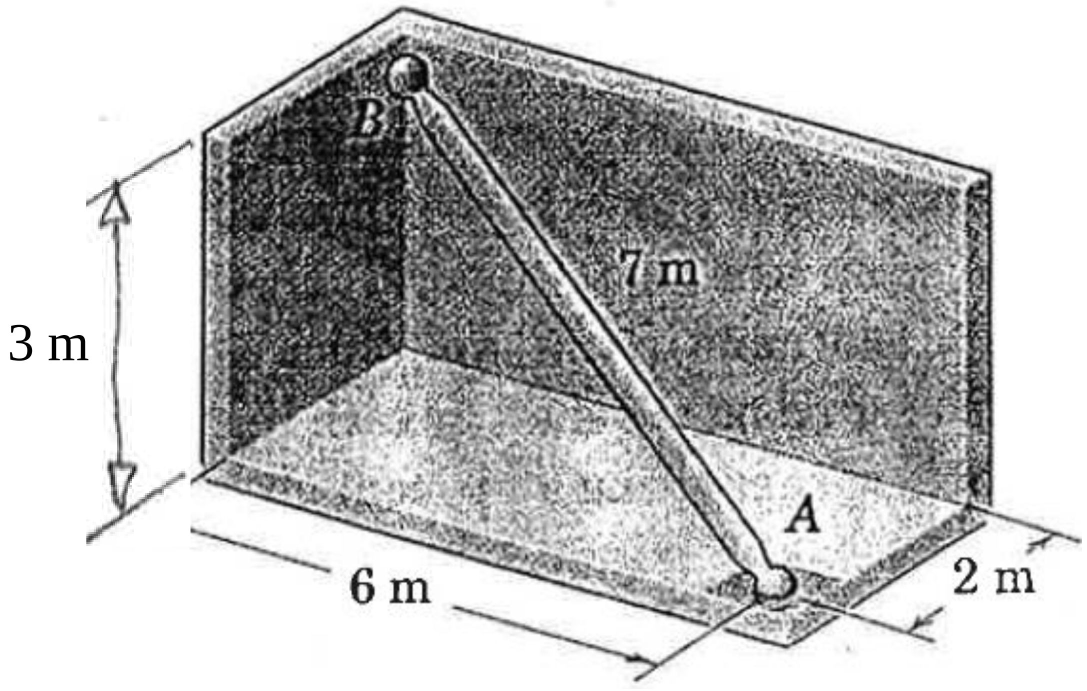
innehåller då sex komponentsamband. Om ett koordinatsystem A*xyz* placeras med origo i momentpunkten A kan dessa skrivas som

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 \qquad & \Sigma M_x &= 0 \\ \Sigma F_y &= 0 \qquad & \Sigma M_y &= 0 \\ \Sigma F_z &= 0 \qquad & \Sigma M_z &= 0 \end{aligned} \qquad (2.3.1)$$ <- skälärer

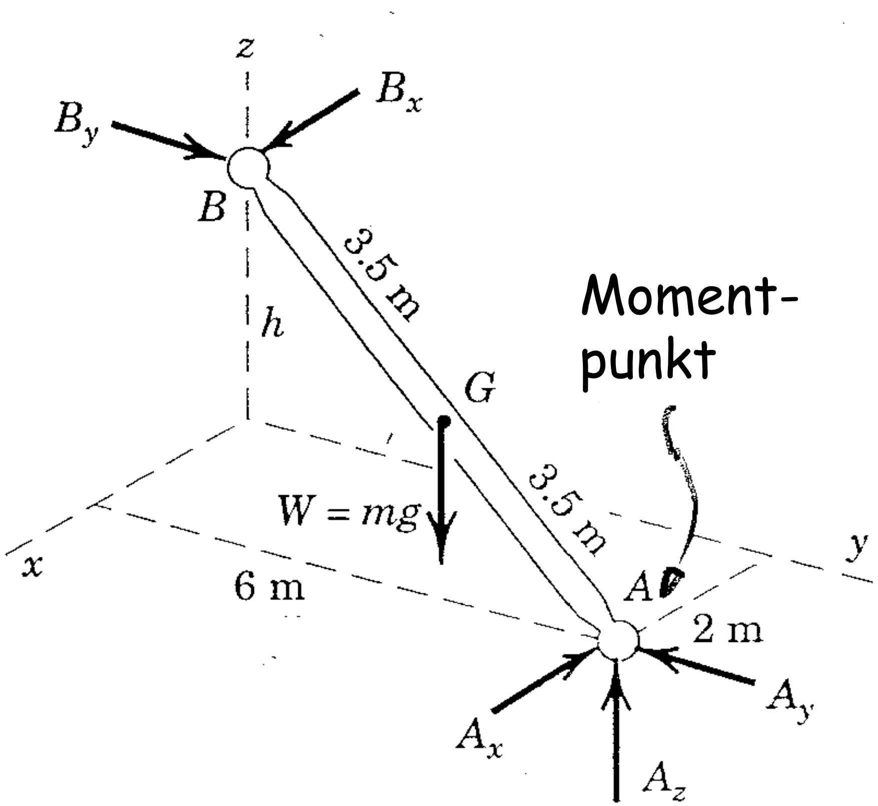
Ex. Ledad stång som vilar mot väggar

En stång med massan m=200kg är friktionsfritt ledad vid A och vilar mot glatta väggar vid B.

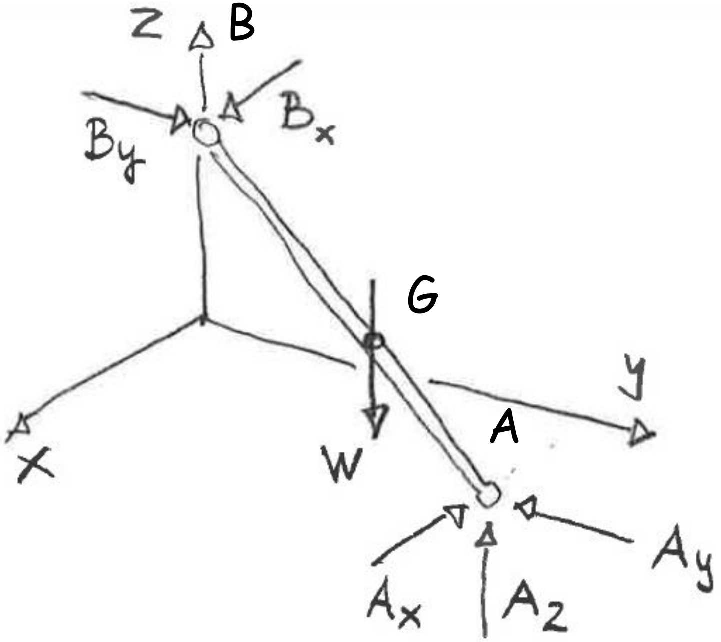
Bestäm reaktionskrafterna vid A och B



Friläggning:



Lösning med vektorer:



Krafter som verkar på stången:

$$\begin{cases} \underset{\sim}{B} = (B_x, B_y, 0) \\ \underset{\sim}{W} = (0, 0, -mg) \\ \underset{\sim}{A} = (-A_x, -A_y, A_z) \end{cases}$$

Kraft- och moment-ekvationerna:

$$\begin{cases} \underset{\sim}{B} + \underset{\sim}{W} + \underset{\sim}{A} = \underset{\sim}{0} \quad \ldots (1) \\ \overset{\curvearrowleft}{A} \quad \underset{\sim}{r}_{AG} \times \underset{\sim}{W} + \underset{\sim}{r}_{AB} \times \underset{\sim}{B} = \underset{\sim}{0} \end{cases}$$

$$\underset{\sim}{r}_{AG} = \frac{1}{2}\underset{\sim}{r}_{AB} \Rightarrow \quad \overset{\curvearrowleft}{A} \quad \underset{\sim}{r}_{AB} \times \left(\frac{1}{2}\underset{\sim}{W} + \underset{\sim}{B}\right) = \underset{\sim}{0} \quad \ldots (2)$$

$$\underset{\sim}{r}_{AB} = (-2, -6, 3)\ \text{m} \quad , \quad mg = 1962\ \text{N} \qquad (2) \Rightarrow$$

$$(-2, -6, 3) \times \left(B_x, B_y, -\frac{1}{2} \cdot 1962\right) = (0, 0, 0)$$

Sarrus regel =>

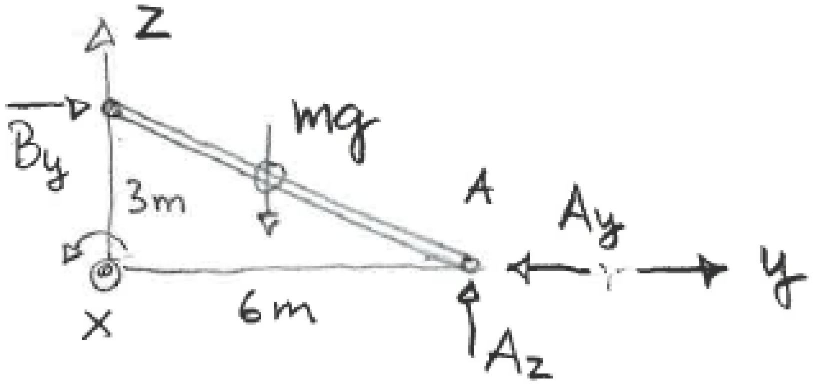
$$\begin{cases} 3B_x - 2 \cdot 981 = 0 \ ; \ B_x = 654\ \text{N} \\ 6 \cdot 981 - 3B_y = 0 \ ; \ B_y = 1962\ \text{N} \end{cases}$$

Lösning med vektorer forts.

$$(1) \Rightarrow \quad (654, 1962, 0) + (0, 0, -1962) + (-A_x, -A_y, A_z) = (0, 0, 0)$$

$$\Rightarrow A_x = 654\,N, \quad A_y = 1962\,N, \quad A_z = 1962\,N$$

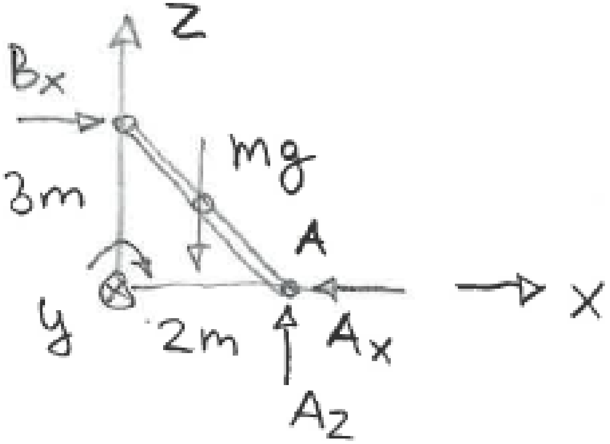
Lösning med projektioner:



$$\overset{\curvearrowleft}{A} \quad mg \cdot 3 - B_y \cdot 3 = 0 \; ; \; B_y = mg = \underline{\underline{1962\,N}}$$

$$(\rightarrow) \quad B_y - A_y = 0 \; ; \; A_y = \underline{\underline{1962\,N}}$$

$$(\uparrow) \quad A_z - mg = 0 \; ; \; A_z = \underline{\underline{1962\,N}}$$



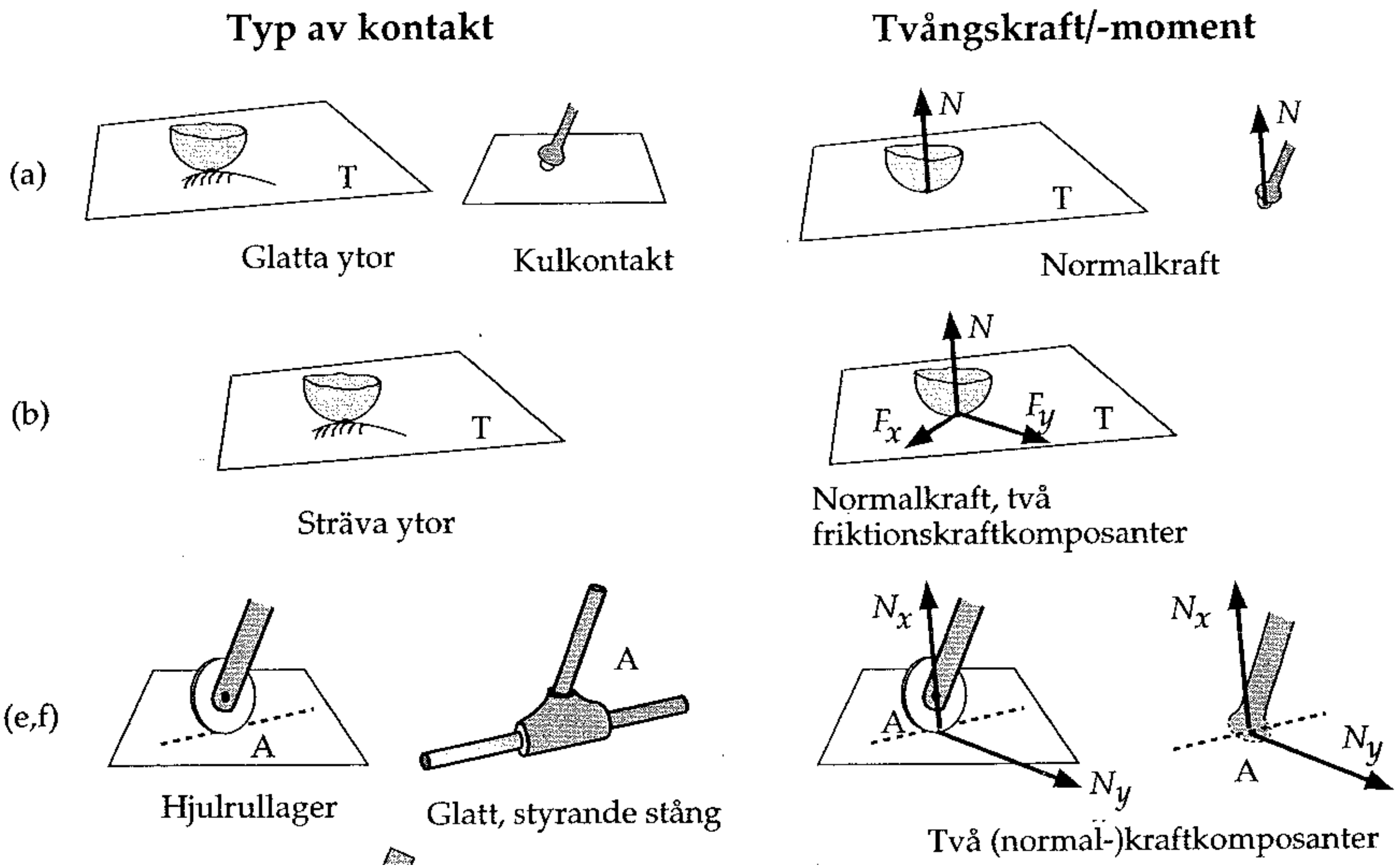
$$\overset{\curvearrowright}{A} \quad B_x \cdot 3 - mg \cdot 1 = 0 \; ;$$

$$B_x = \frac{mg}{3} = \underline{\underline{654\,N}}$$

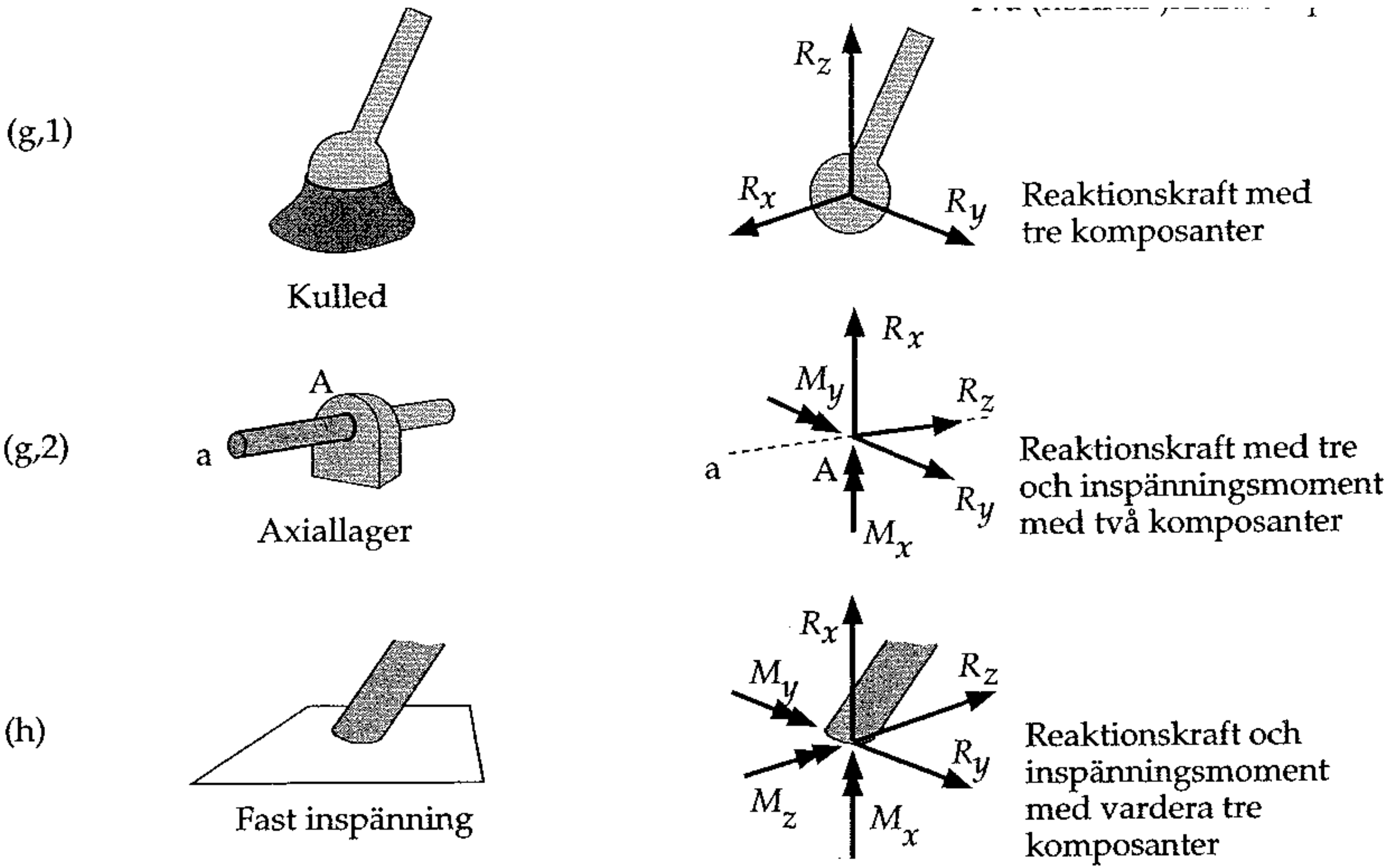
$$(\rightarrow) \quad B_x - A_x = 0 \; ; \; A_x = \underline{\underline{654\,N}}$$

Boken kap. 2.3b

TVÅNG OCH KONTAKTKRAFTER

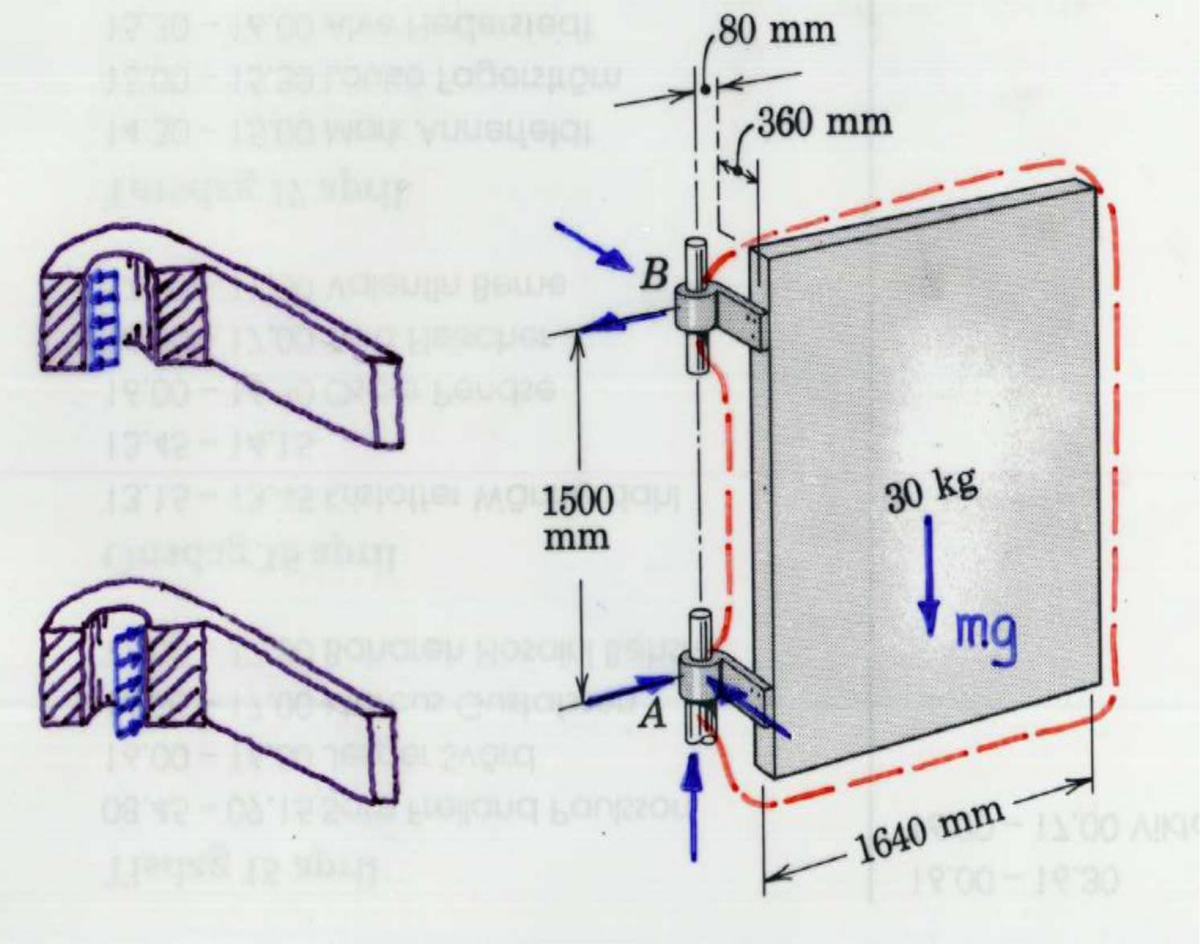


TVÅNG OCH KONTAKT... forts



Figur 2.3.5

Ex. Kontaktkrafter - gångjärnsled

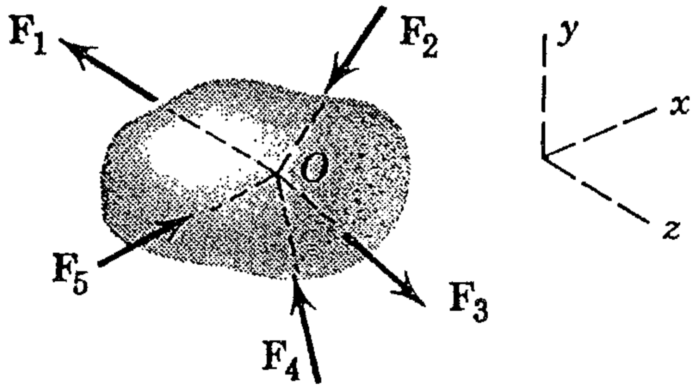
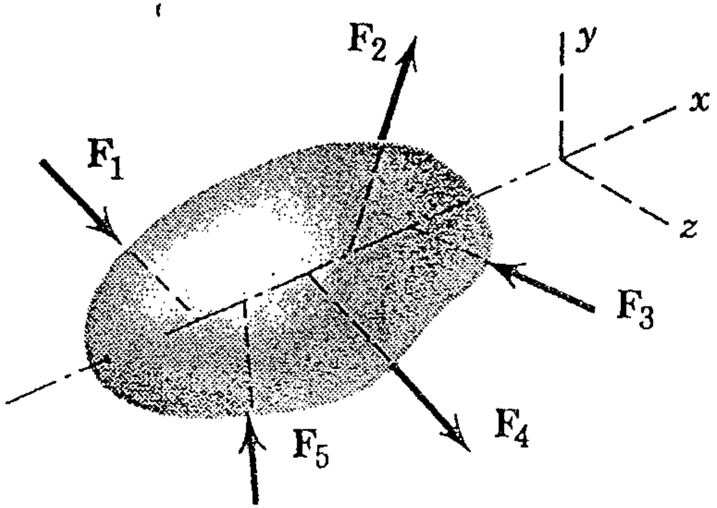


För gångjärn antar man oftast att de endast tar upp krafter, dvs man försummar de eventuella moment som verkar.

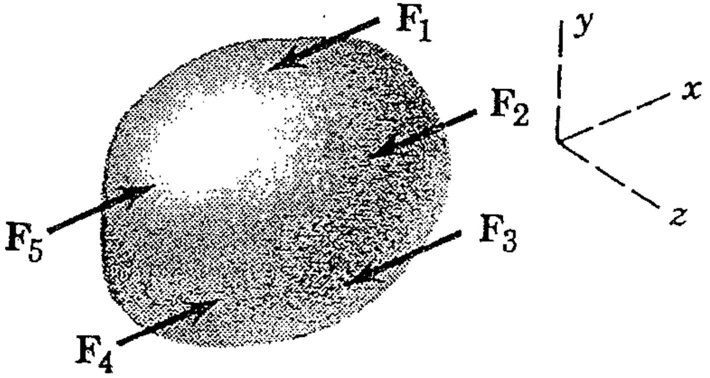
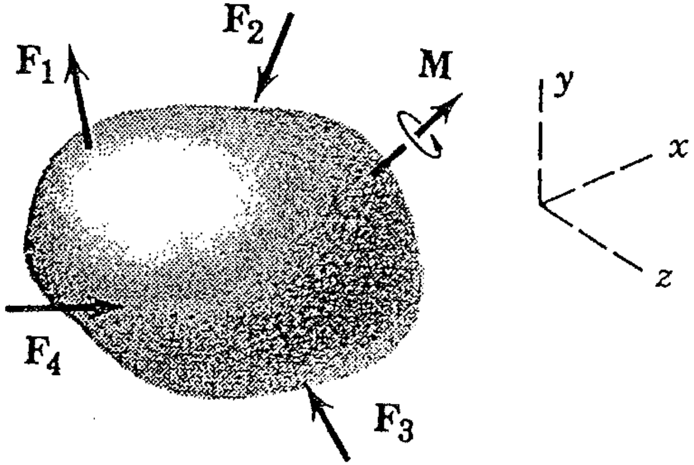
Eftersom man oftast har minst två gångjärn enligt figuren blir momentet försummbart.

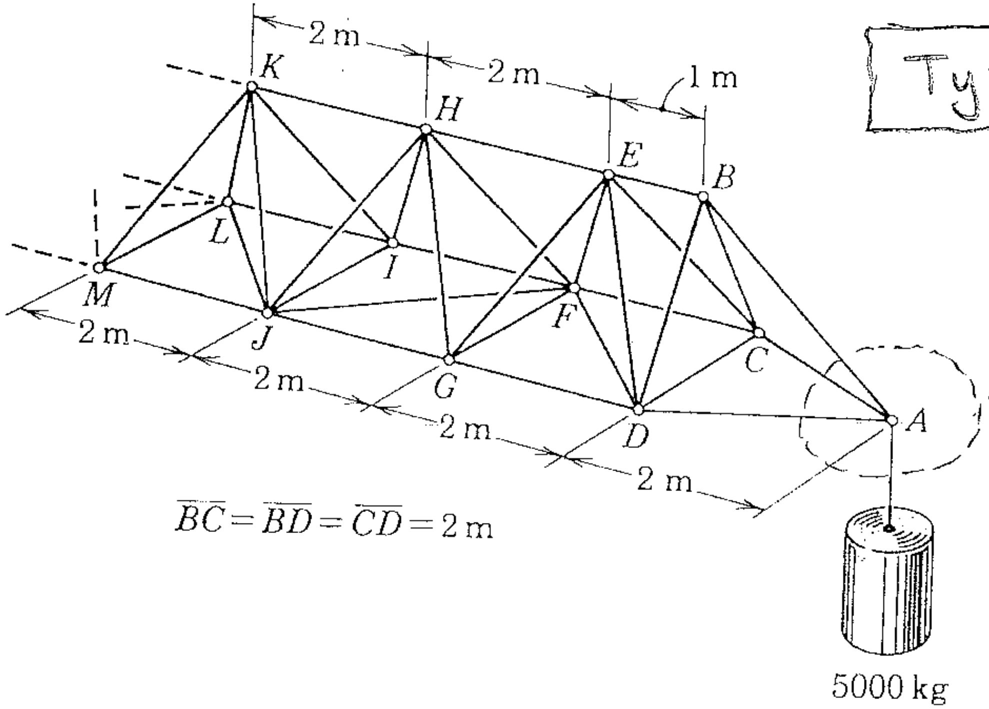
I friläggningen behövs alltså enbart krafter enligt figuren.

JÄMVIKTSSYSTEM

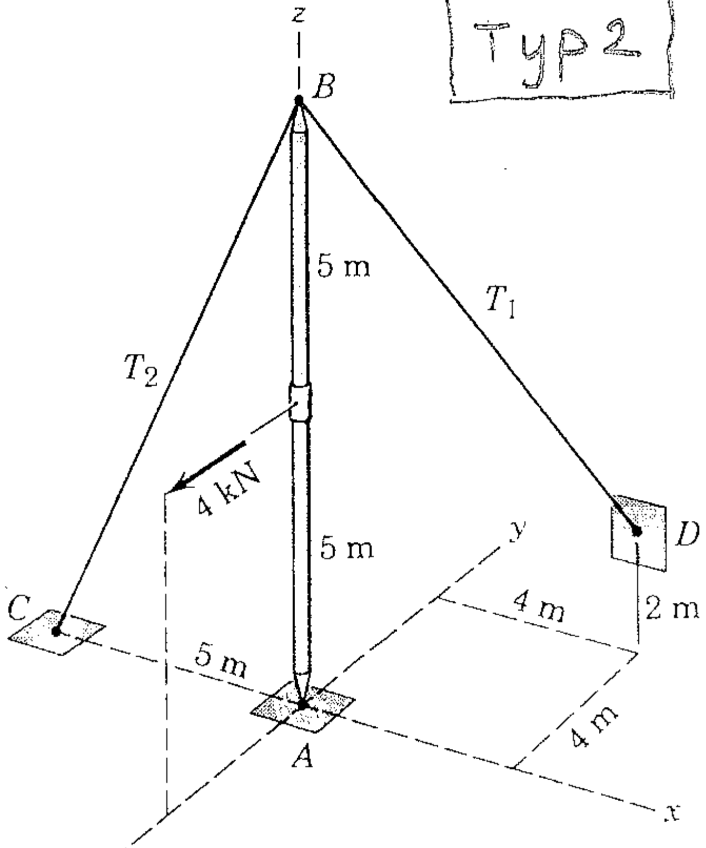
CATEGORIES OF EQUILIBRIUM IN THREE DIMENSIONS		
Force System	Free-Body Diagram	Independent Equations
1. Concurrent at a point TYP 1 ?		$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma F_y = 0$ $\Sigma F_z = 0$
2. Concurrent with a line TYP 2 ?		$\Sigma F_x = 0$ $\quad \Sigma M_y = 0$ $\Sigma F_y = 0$ $\quad \Sigma M_z = 0$ $\Sigma F_z = 0$

JÄMVIKTSSYSTEM forts.

3. Parallel **TYP3**		$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma M_y = 0$ $\Sigma M_z = 0$
4. General **TYP4**		$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma M_x = 0$ $\Sigma F_y = 0$ $\Sigma M_y = 0$ $\Sigma F_z = 0$ $\Sigma M_z = 0$



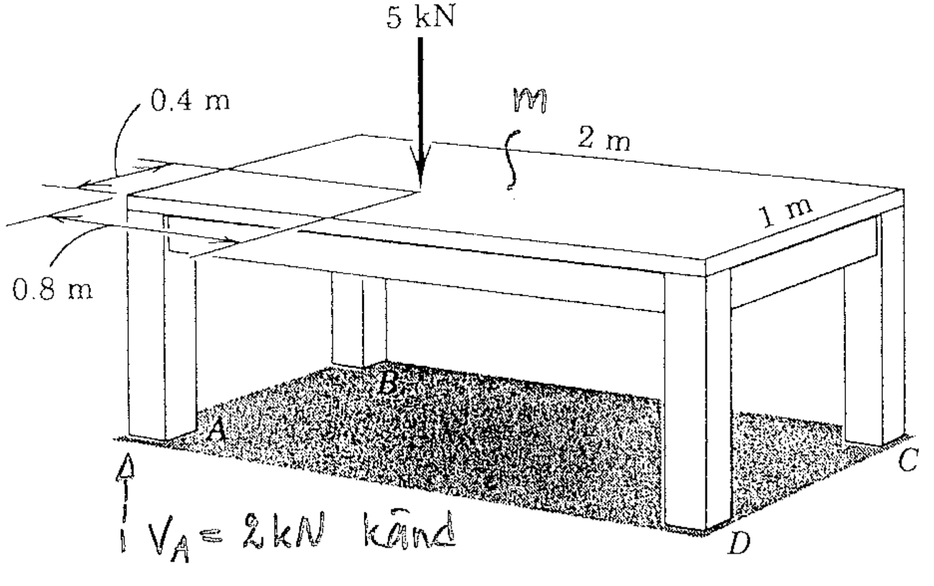
Typ 1



Typ 2

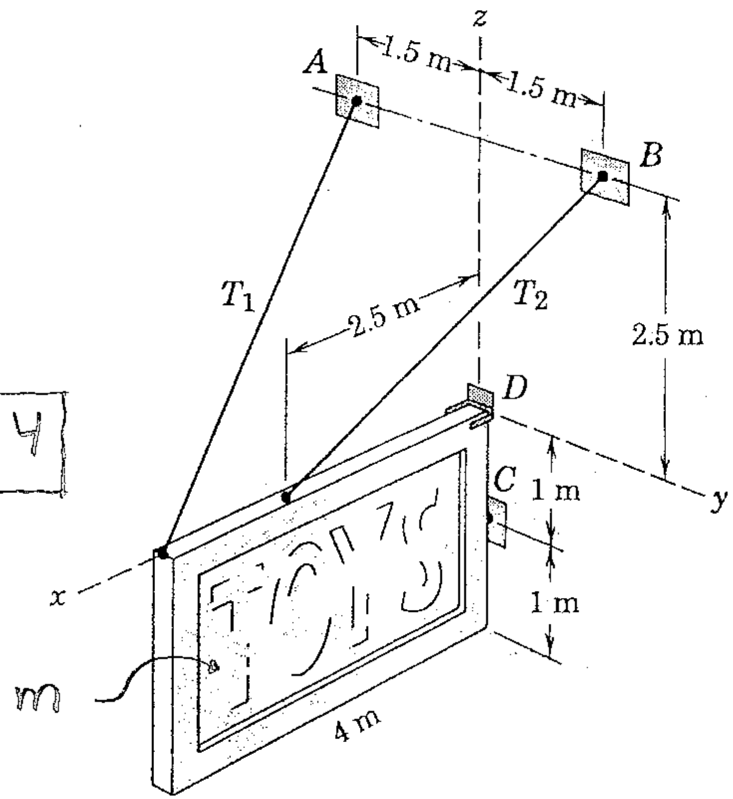
Ex. Jämviktssystem

Typ 3



Ex. Jämviktssystem forts.

Typ 4



Boken kap. 2.3c

OLIKA TYPER AV JÄMVIKTSBERÄKNINGAR

1. Jämviktsläget obestämt

Denna situation är inte den mest vanliga i våra tillämpningar.

Förutom jämviktsläget kan en eller flera krafter vara okända.

2. Jämviktsläget givet

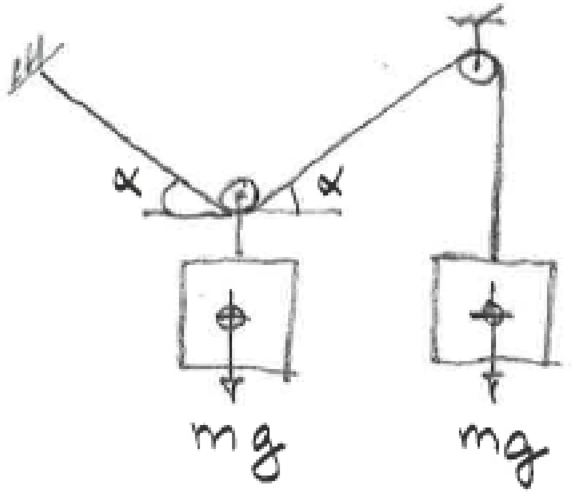
Den vanligaste situationen i aktuella tillämpningar

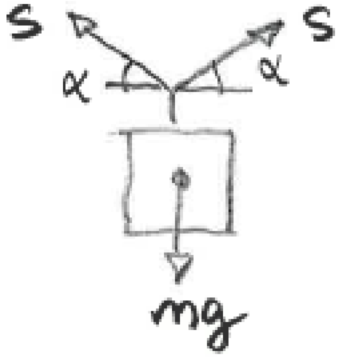
3. Problem där uppdelning i delsystem behövs

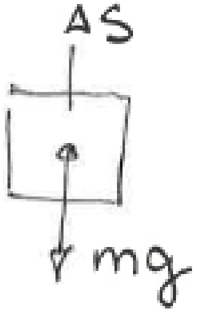
Frågeställningen gäller ofta samband mellan yttre belastningar på ett system och vissa krafter som uppträder inne i systemet som en följd av belastningarna. Fackverken är exempel på sådana system.

Ex. Jämviktsläget obestämt

Bestäm vinkeln α vid jämvikt.







$(\uparrow)\quad 2S\sin\alpha = mg \qquad \ldots (1)$

$(\uparrow)\quad S = mg \qquad \ldots (2)$

(2) i $(1) \Rightarrow \quad \sin\alpha = \frac{1}{2}$

$\alpha = 30^\circ$