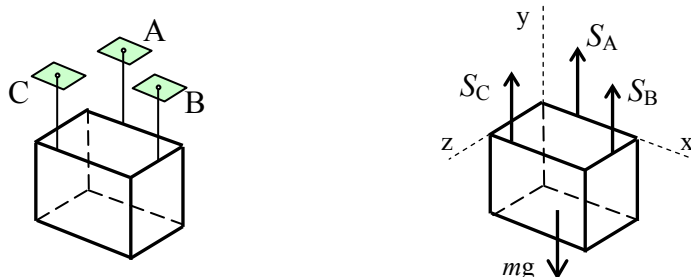


BEGREPP: Jämvikt i tre dimensioner

Du skall kunna frilägga en kropp och ställa upp balansekvationer för kraft och moment i tre dimensioner.

Introduktion: En låda med massan m hänger i tre vertikala linor. I figuren till höger nedan visas lådan frilagd. Lådan påverkas av tyngdkraften mg samt linkrafterna S_A , S_B och S_C . Hur kan du beräkna storleken på linkrafterna?



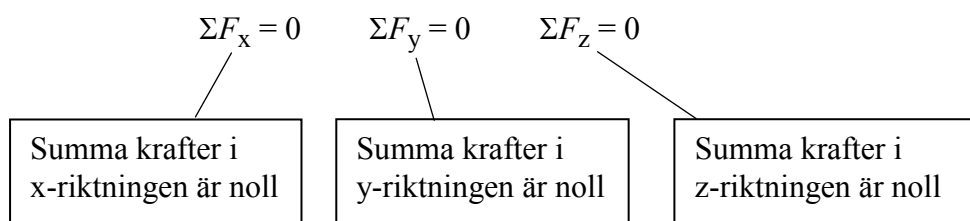
För att kunna beräkna de tre obekanta linkrafterna krävs att tre jämviktsekvationer utnyttjas. Eftersom samtliga krafter verkar i y-riktningen kan endast en kraftekvation utnyttjas dvs $\Sigma F_y = 0$. Men genom att utnyttja momentjämvikt kring x-axeln och även z-axeln får man ytterligare två jämviktsekvationer; $\Sigma M_x = 0$ och $\Sigma M_z = 0$. Krafterna mg , S_B och S_C ger en vridande verkan kring x-axeln och samtliga krafter ger en vridverkan kring z-axeln. Här använder vi alltså två momentekvationer jämfört med en som är brukligt i det plana fallet.

Sammanhang: Begreppet *friläggning* förutsätts redan vara tillämpat och du har infört krafter (och eventuella kraftpar) som verkar på kroppen på ett korrekt sätt. Principiellt är det ingen större skillnad mellan jämvikt i planet och i rummet. Metodiken är den samma men antalet möjliga jämviktsekvationer att utnyttja är fler.

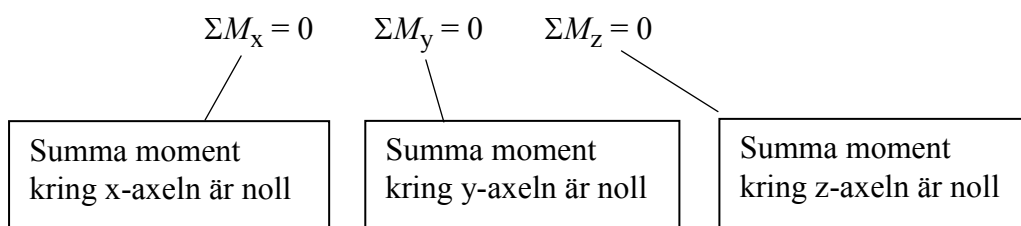
Uppgift: Hur genomför man en *jämviktsberäkning i tre dimensioner*?

Metod: En kropp är i jämvikt när summan av alla krafter och moment som verkar på kroppen är noll, dvs både kraftverkan och vridande verkan på kroppen skall vara i balans. Vid tre dimensioner har man att beakta kraftverkan i tre riktningar och vridande verkan kring tre axlar. Det ger 6 jämviktsvillkor som representeras av 3 samband för kraftjämvikt och 3 samband för momentjämvikt.

De tre sambanden för kraftjämvikt kan tecknas i tre vinkelräta riktningar:



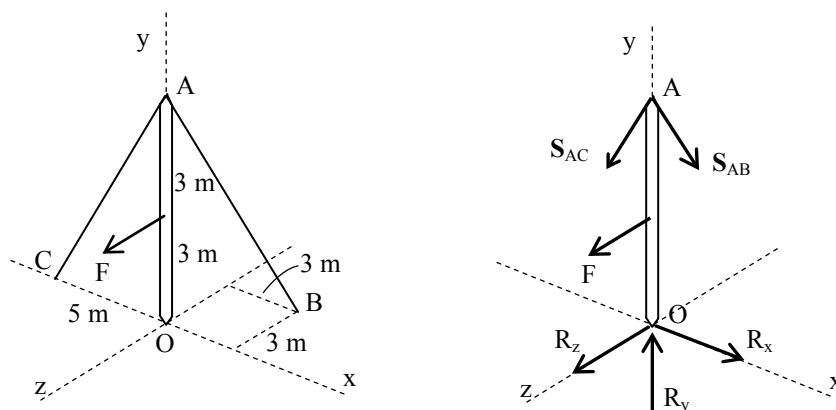
Sambanden för momentjämvikt ger tre ekvationer. En för varje koordinataxel:



Precis som tidigare gäller jämviktsekvationerna bara för frilagda kroppar!

Resultat: Du kan genomföra jämviktsberäkningar även för kroppar påverkade av krafter och moment med godtycklig riktning i rummet.

Exempel: En mast belastas med en kraft $F = 5$ kN. Masten är stagad av två linor AB och AC och den är ledat infäst vid O. Beräkna linkrafterna S_{AB} och S_{AC} .



Beräkna riktningsektorn för respektive linor och uttryck linkrafterna som vektorer:

$$\mathbf{n}_{AB} = \frac{(3, -6, -3)}{7.35} = (0.41, -0.82, -0.41) \quad \text{och} \quad \mathbf{n}_{AC} = \frac{(-5, -6, 0)}{7.81} = (-0.64, -0.77, 0)$$

$$\mathbf{S}_{AB} = S_{AB} \mathbf{n}_{AB} \quad \text{och} \quad \mathbf{S}_{AC} = S_{AC} \mathbf{n}_{AC}$$

Krafterna är nu uppdelade i komponenter. Eftersom frågan gäller linkrafterna och inte reaktionskrafterna i leden (vid origo) används momentjämvikt kring x- och z-axeln:

$$\left[\curvearrowright] \Sigma M_{ox} = 0 \quad 5 \cdot 3 - 0.41 S_{AB} \cdot 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad S_{AB} = 6.1 \text{ kN}$$

$$\left[\curvearrowright] \Sigma M_{oz} = 0 \quad -0.41 S_{AB} \cdot 6 + 0.64 S_{AC} \cdot 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad S_{AC} = 3.9 \text{ kN}$$

Relaterade begrepp: En *friläggning* skall vara genomförd innan *jämviktsberäkningen* kan påbörjas. Kännedom om begreppen *kraft och moment i tre dimensioner* är också nödvändigt.