BEGREPP: *Kraftvektor och verkningslinje* (i rummet)

Du skall kunna använda vektorbegreppet för att uttrycka kraftverkan i rummet, dvs beskriva kraftens storlek och riktning med en vektor. I samband med kraftverkan behöver man också känna till kraftens verkningslinje som kan definieras på olika sätt.

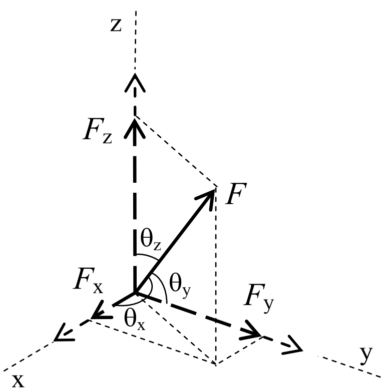
Introduktion: Det är viktigt att vara bekant med vektorbegreppet och kunna använda det i mekaniken. Storheter, förutom krafter, som beskrivs med vektorer är tex hastighet, acceleration och rörelsemängd. För många tredimensionella problem är det ibland en nödvändighet att utrycka kraften och riktningen för verkningslinjen med hjälp av vektorer.

Sammanhang: När det gäller krafter och moment i tre dimensioner blir hanteringen ofta enklare med användning av vektorer. Kraftvektorn kan ofta uttryckas med sitt belopp och en riktningsvektor som är geometriskt definierad. Även vid beräkning av moment behöver man kunna hantera vektorer.

Uppgift: Att uttrycka en kraft som en vektor i ett rätvinkligt koordinatsystem (x-y-z-system).

Metod: Vektorer kan uttryckas med parentesnotation eller med basvektorer enligt nedan

Kraftvektorn: $\boldsymbol{F} = (F_x, F_y, F_z) = F_x\,\mathbf{e}_x + F_y\,\mathbf{e}_y + F_z\,\mathbf{e}_z$



$\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$ och $\mathbf{e}_z$ är riktningsvektorer i x-, y-, respektive z-led.

F_x, F_y och F_z är kraftens komposanter i respektive riktning.

Kraftens komposanter kan också uttryckas med vinklar (riktningscosiner):

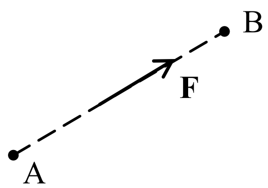
$F_x = F\cos\theta_x$, $F_y = F\cos\theta_y$ och $F_z = F\cos\theta_z$

Komposanterna F_x, F_y och F_z ersätter den ursprungliga kraften F.

Kraftens storlek (belopp) ges av $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$

Verkningslinjen:

När kraftens verkningslinje går genom två kända punkter t.ex. A och B kan riktningsvektorn $\boldsymbol{n}$ användas för att uttrycka kraften på vektorform:



Den geometriska vektorn mellan punkterna A och B är $\overline{AB}$. Då kan riktningsvektorn (längd =1) uttryckas som $\boldsymbol{n} = \dfrac{\overline{AB}}{|AB|}$ där $|AB|$ är längden av vektorn $\overline{AB}$. Kraftvektorn ges då av

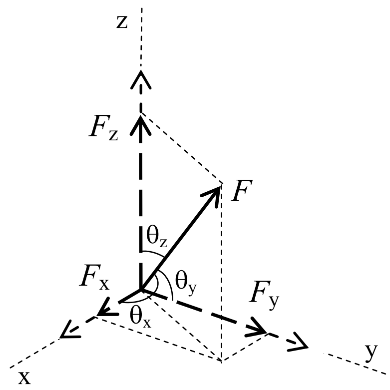
.

$$\boldsymbol{F} = F\cdot\boldsymbol{n}$$

Resultat: Du kan uttrycka en godtycklig kraft i rummet som en vektor med komposanter i tre rätvinkliga riktningar.

Exempel:

1. Uttryck kraften som en vektor och beräkna dess komposanter.



Kraftens storlek $F = 10$ kN.

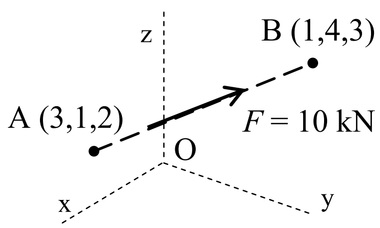
$\theta_x = 60^o$, $\theta_y = 45^o$ och $\theta_z = 30^o$.

$\mathbf{F} = F \cdot (\cos 60^\circ, \cos 45^\circ, \cos 30^\circ)$;

$\boldsymbol{F} = 10 \cdot (0.5, 0.71, 0.87)$;

$F_x = 5.0$ kN, $F_y = 7.1$ kN och $F_z = 8.7$ kN

2. Uttryck kraften genom två punkter som en vektor.



Kraftens verkningslinje passerar genom punkterna A och B. Använd den geometriska vektorn mellan punkterna A och B (i meter):

$\overline{AB} = (1, 4, 3) - (3, 1, 2) = (-2, 3, 1)$

Längden av vektorn $\overline{AB}$ blir

$|AB| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2 + 1^2} = 3.74$

Riktningsvektorn: $\mathbf{n} = \dfrac{\overline{AB}}{|AB|} = \dfrac{(-2, 3, 1)}{3.74} = (0.53,\ 0.80,\ 0.27)$ med längd 1

Genom att multiplicera kraftens storlek med riktningsvektorn $\boldsymbol{n}$ erhålls kraftvektorn

$\boldsymbol{F} = 10 \cdot (-0.53, 0.80, 0.27)$ med $F_x = -5.3$ kN, $F_y = 8.0$ kN och $F_z = 2.7$ kN

Relaterade begrepp: Många tredimensionella problem inom mekaniken förenklas betydligt om vektorrepresentation av krafterna används. Används i samband med begreppen *moment* och *jämvikt.*