LUND UNIVERSITY

KOMPOSITMATERIALS HYGRO-MEKANISKA EGENSKAPER

BJÖRN ANDERSSON

Department of Mechanics and Materials

Structural Mechanics

Master's Dissertation

Department of Mechanics and Materials
Structural Mechanics

ISRN LUTVDG/TVSM--99/5093--SE (1-89)
ISSN 0281-6679

KOMPOSITMATERIALS HYGRO-MEKANISKA EGENSKAPER

Examensarbete utfört av

BJÖRN ANDERSSON

Handledare

PER JOHAN GUSTAFSSON och KRISTIAN STÅLNE,
Avd. f. byggnadsmekanik

Copyright © 1999 by Structural Mechanics, LTH, Sweden.
Printed by KFS i Lund AB, Lund, Sweden.

For information, address:
Division of Structural Mechanics, LTH, Lund University, Box 118, SE-221 00 Lund, Sweden.
Homepage: http://www.byggmek.lth.se

Abstract

Björn Andersson,
Composite materials' hygro-mechanical properties,
Division of Structural Mechanics, Lund Institute of Technology,
Lund University, Lund 1999.

In this report, written in Swedish, the behaviour of paper reinforced plastics known as High Pressure Laminates, HPL, is studied. The material is regarded as anisotropic. Young's modulus, Poisson's ratio, shear modulus and the in-plane moisture elongations are measured.

Calculation of moisture induced deformations and forces are carried out, both for beam and plate theory.

Keywords

High pressure laminate, HPL, hygrodeformation, mechanical properties, tests, beam theory, plate theory.

Förord

Jag skulle vilja tacka mina handledare Per-Johan Gustafsson och Kristian Stålne. Ett varmt tack även till Evert Andersen´ för hjälp med provutrustningen och med provdatabehandling, Perstorp AB för material och studiebesök. Jag vill tacka alla trevliga människor på Byggnadsmekanik och Perstorp AB som jag kommit i kontakt med i samband med detta arbete.

Sammanfattning

Arbetet är indelat i två delar, en provnings del och en beräkningsdel. I provningsdelen bestäms styvhetsegenskaper samt fuktutvidgning hos tre olika material ingående i laminatgolv. I beräkningsdelen studeras hur ett laminatgolv deformeras vid fuktbelastning. Både vid provningarna och beräkningarna beaktas att materialen är anisotropa med olika egenskaper i olika riktningar.

Provningarna visar att styvhetsegenskaperna är starkt kopplade till fuktnivån i materialen. Fuktutvidgningsegenskaperna är mycket olika för de olika materialen.

I beräkningsdelen jämförs platteori och balkteori, beräkningarna ger likartade resultat.

Deformationerna i ett laminatgolv kan i vissa fall bli så stora att golvet måste bytas ut och ett antal förslag till förbättringar och vidare studier föreslås.

1. INLEDNING 1

2. KOMPOSITER 3

2.1 Allmänt 3

2.2 Beskrivning av begrepp 3

3. BESKRIVNING AV PERSTORPSLAMINAT 5

3.1 Golvets egenskaper och tillverkningsprocessen 5

3.2 Ingående material 7

4. FUKT 9

5. STYVHETSPROVNINGAR 11

5.1 Provningsmetodik 11

5.2 Teori för beräkning av styvheter 12
5.2.1 Beteckningar 12
5.2.2 Ortotropi 13
5.2.3 Anisotropi 16
5.2.4 Vridning för bästa ortotropi riktning 19
5.2.5 Verifierande prov 19

5.3 Provutrustning 20

5.4 Måttnoggrannhet 22

5.5 Konditionering 25

5.6 Behandling av mätdata 28

5.7 Resultat 30

5.8 Analys av resultaten 35

6. FUKTUTVIDGNINGSPROVNINGAR 37

6.1 Teori 37

6.2 Provningsmetodik 38

6.3 Mätutrustning **39**

6.4 Måttnoggrannhet **40**

6.5 Resultat **41**

6.6 Analys av resultaten **42**

7. BERÄKNINGAR 43

7.1 Balkteori **43**

7.2 Fuktpåverkan **46**

7.3 Platteori **48**

7.4 Belastningsfall **50**

7.5 Programmen **51**

7.6 Resultat **52**

7.7 Analys och jämförelse av resultat **55**

8. SLUTSATSER OCH FRAMTIDA BEHOV 57

LITTERATURFÖRTECKNING 59

APPENDIX A

APPENDIX B

1. Inledning

Redan hösten 1998 påbörjades ett uppdrag från Perstorp AB att utföra mätningar av fuktinverkan på de mekaniska egenskaperna hos så kallat ”Perstorps laminat”. Detta projekt lades av olika anledningar ned, men har nu återupptagits i omarbetad form och resulterat i detta examensarbete. Examensarbetet har utförts på avdelningen för Byggnadsmekanik vid Lunds Tekniska Högskola. Målsättningen var att bestämma vilken inverkan fukt har på de mekaniska egenskaperna hos laminatet. Samt att beräkna hur ett golv deformeras vid fuktbelastning. De mekaniska egenskaper som mätes var styvheten i olika riktningar samt fuktutvidgning, dessutom studerades ortotropin hos laminatet. Under arbetets gång har även sorptionskurvor och densiteter bestämts.

När dessa parametrar är kända är det meningen att för ett godtyckligt uppbyggt laminat kunna beräkna deformationer och spänningar för specifika belastningsfall och fuktsituationer. För detta har balk och platt teori använts.

Materialen som provades är tre olika varianter av härdplastimpregnerat papper med en tjocklek av ca 0.5 mm. Provningarna har utförts i avdelningen för Hållfasthetsläras provningslaboratorium vid Lunds Tekniska Högskola samt i Väg och Vatten sektionens klimatrum, även detta vid LTH.

2. Kompositer

2.1 Allmänt

Kompositer kan delas upp i kompositstrukturer och kompositmaterial[1]. En kompositstruktur är t.ex. ett fackverk eller ett hus. Kompositmaterial kan definieras på många sätt beroende på om man ser på makro- eller mikronivå.

Ett av de mer generella är : två eller flera ingående material som tillsammans ger ett nytt (förhoppningsvis bättre) material. Denna definition skulle inkludera i stort sett samtliga förekommande material exempelvis brons som består av tenn och koppar eller stål som består av järn och olika legeringsämnen. Ofta brukar kompositer på mikro nivå uteslutas och man ser endast på makro nivå. I vardagligt tal menas vanligen sammansättningar av olika fibrer och ett bindemedel (matris). Ett vanligt exempel är glasfiberarmerad härdplast eller, som i detta arbete, fenol- eller melamin-impregnerat papper.

En fiberkomposit består av två huvuddelar: fibrer och matris. Fibrerna kan vara av olika slag både naturliga (trä) eller artificiella (kolfiber, glasfiber), medan matrisen oftast är en polymer av något slag. Beroende på tillverknings metod kan fibrerna vara korta eller kontinuerliga, orienterade eller slumpmässigt orienterade.

En fiberkomposit har generellt sett olika egenskaper i olika riktningar. Genom att kombinera fiber och matris på ett lämpligt sätt kan material med utmärkta specifika egenskaper tillverkas, speciellt om hänsyn tas till den låga vikt de ofta har.

2.2 Beskrivning av begrepp

I detta kapitlet beskrivs en del begrepp som är väsentliga för förståelsen av arbetet.

Homogent-inhomogent. Ett material som har samma egenskaper överallt sägs vara homogent. Motsatsen är inhomogent.

Isotropt-anisotropt. Ett material som har samma egenskaper i alla riktningar sägs vara isotropt, om det däremot har olika egenskaper är det anisotropt.

Ortotropt. Ortotropi är ett specialfall av anisotropi då materialet har givna symmetririktningar(huvudriktningar), 90 grader mot varandra. En fiberkomposit med kontinuerliga fiber är på det makroskopiska planet ortotropt och homogent. Även papper har normalt sett denna egenskap.

Laminat. En lamell är ett tunt skikt som tillsammans med ett antal andra lameller bygger upp ett laminat. Genom att variera lamellernas ingående komponenter och fiberriktningar kan man bygga upp ett laminat med önskvärda mekaniska egenskaper.

Riktningar. Papper har två huvudriktningar, MD (machine direction) och CD (cross direction).

Poissons tal eller tvärkontraktionstal. Den faktor som anger längdförändringen 90° mot belastningsriktningen.

3. Beskrivning av Perstorpslaminat

3.1 Golvets egenskaper och tillverkningsprocessen.

Pergo golvet lanserades på 80-talet och är ett golv bestående av ett dekorativt laminat påklistrat på en högdensitetsspånskiva. Det dekorativa laminatet ges ofta ett utseende som gör att golvet ser ut som ett parkettgolv av trä. Denna teknik gör det möjligt att tillverka ett slitstarkt, tunt och naturtroget parkettgolv till lågt pris.

Laminatet består av ett antal lager av melamin- och fenolimpregnerade pappersark som har pressats ihop under högt tryck och värme, så kallat high pressure laminate (HPL). Varje lager har två huvudriktningar, en maskinriktning MD och en tvärsviktning CD. Dessa riktningar har uppstått vid pappers tillverkningen och beror på att fibrerna orienterar sig i tillverkningsprocessen. De flesta fibrerna hamnar i MD-riktningen. Detta gör att olika egenskaper erhålls i de olika riktningarna.

Melamin och fenol är två härdplaster som används för att binda ihop dels fibrerna dels de olika papperslagerna. Fenolen är seg medan melaminet har goda egenskaper när det gäller reptålighet, slagtålighet, hårdhet samt resistens mot kemikalier. Laminatet består av tre olika sorters lager – underst ett stomlager (core) sedan ett dekorlager(dekor) och överst ett slitlager (overlay).

I tillverkningsprocessen (bild 1) passerar först papperet ett bad av antingen fenol eller melamin upplöst i vatten. Därefter torkas det i en varmluftsugn och sedan rullas det antingen upp på rulle eller kapas i ark. Arken läggs ihop till önskvärd kombination och pressas sedan under högt tryck och hög temperatur, ofta används mönsterplåtar för att få en struktur i laminatet efterliknande t.ex. trä. De papper som placerats på rulle läggs ihop och pressas i en kontinuerlig press och kapas sedan till ark.

Undersidan på laminatet slipas och limmas sedan mot en spånplatta. Det är vanligt att golvplattorna före leverans kapas till plankformat och förses med not och spont för att underlätta läggningen av golvet.

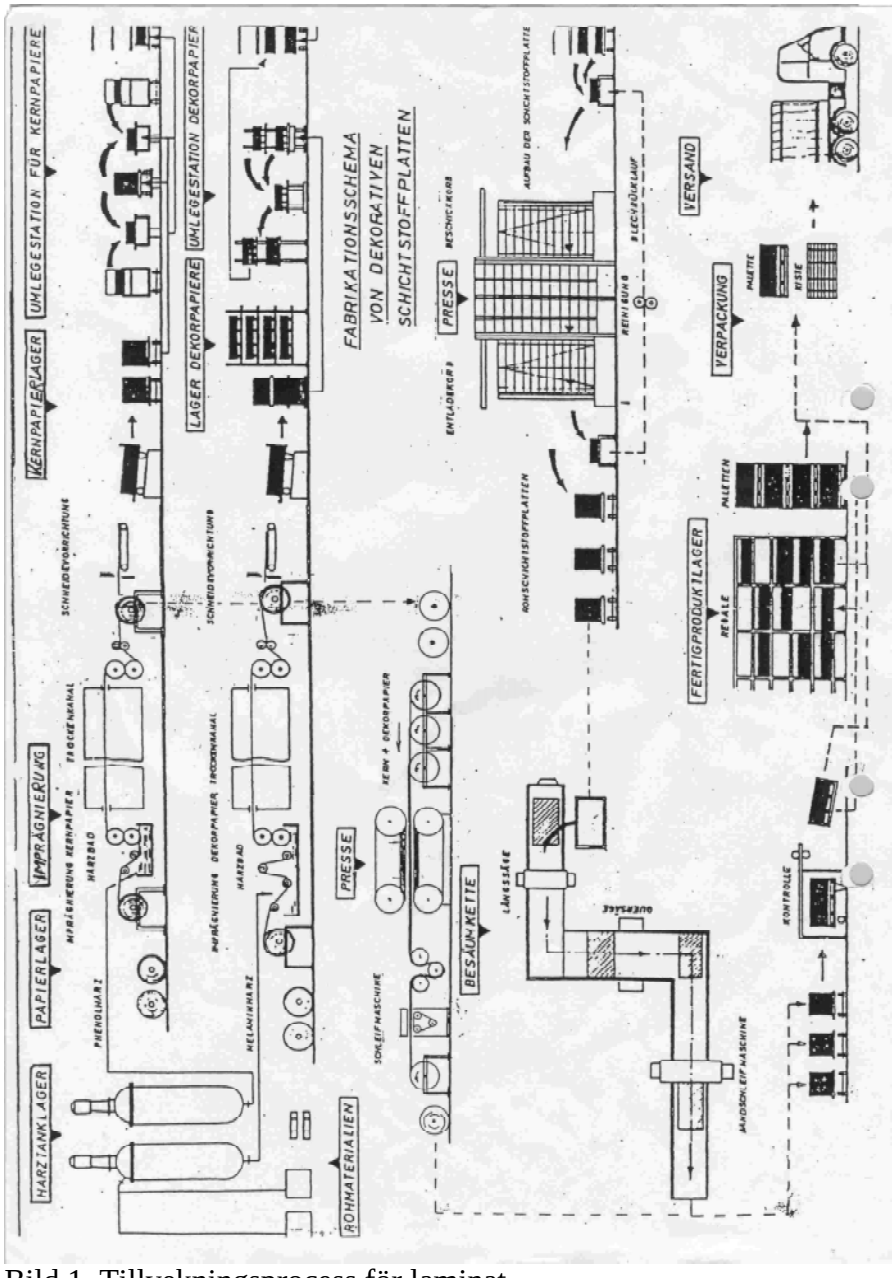


Bild 1. Tillvekningsprocess för laminat.

En vanlig kombination kan vara två lager stomme, ett lager dekor samt två lager slitskikt. Spånplattan är vanligtvis 6-10 mm tjock. Enligt tidigare undersökningar [2] kan laminatet anses homogent och ortotropt, d.v.s. egenskaperna är lika överallt och bestämda symmetririktningar finns. Det kan även anses uppträda linjärelastiskt vid små töjningar.

3.2 Ingående material

Stommen (core) består av fenolimpregnerat sulfatbaserat oblekt råpapper och är avsett att ge laminatet en viss seghet. Fenolhalten är 20-25% och pappersmassan består till största delen av kortfibermassa [3].

Dekoren är blekt papper som man tryckt ett mönster på och impregnerat med ca 30% melamin. Det innehåller även 35% fyllmedel i form av titanoxid. Pappersmassan består till 80% av kortfiber.

Slitlagret består av melaminimpregnerat blekt papper som efter impregneringen blir transparent. Melaminhalten är 40% och för att öka slitstyrkan har aluminiumoxid blandats i.

Materialen som kom från Perstorp AB levererades i form av ark ca 350×250 mm. Tjockleken var ca 0.5 mm vilket motsvarar 3 lager papper. Även ark bestående av ett lager av varje material levererades med inbördes ordning: core, dekor, overlay. Lagrens huvudriktningar ligger alla i samma riktning.

4. Fukt

Luftfuktighet mäts oftast i relativ fuktighet, R.H (relative humidity) vilket anger andelen vattenånga som finns i luften i förhållande till det mättade tillståndet då fukten börjar kondensera (på ytor). Det mättade tillståndet är beroende på luftens temperatur och är alltså inte ett absolutvärde (50% R.H. vid 20°C innebär mindre vikt vattenånga per m^3 luft än 50% R.H vid 40°C) När det gäller fuktnivån i material brukar man beteckna den på två olika sätt antingen *u* fuktkvot eller *w* fukthalt.

$$u = \frac{vikt\ vatten}{vikt\ torrt\ material}$$

$$w = \frac{vikt\ vatten}{volym\ torrt\ material}$$

Förhållandet mellan den relativa luftfuktigheten och fuktigheten i materialet beskrivs med en s.k. sorptionskurva. Det komplicerar att sorptionskurvan ofta är olika vid fuktning och torkning. Detta fenomen benämns hysteres. Sorptionskurvan varierar även med temperaturen.

Om ett material med en viss fuktnivå placeras i en annan miljö kommer fuktnivån efter ett tag att ställa in sig på ett nytt värde. Denna process följer i regel Fick's lag [3] och är normalt relativt långsam.

Fuktnivån i material påverkar ibland de mekaniska egenskaperna och kan dessutom ge upphov till fukttöjningar. Dessa töjningar kan orsaka spänningar och deformationer av materialet, vilket är speciellt ogynnsamt för golv då man vill ha ett plant golv som inte deformeras.

Töjningen p.g.a. fukt brukar betecknas β och kan vara relaterad antingen till Δw eller Δu.

HPL består av träfibrer och plast. När trä blir vått minskar dess styvhet och det sväller. Detta innebär att de mekaniska egenskaperna för materialet kommer att ändras då det blir utsatt för fukt. Styvheten för materialet bör sjunka vid högre fuktigheter och det bör även svälla. Samtliga uppmätta värden har relaterats till fuktkvoten *u*.

5. Styvhetsprovningar

5.1 Provningsmetodik

De parametrar som önskades mätas var elasticitetsmodulerna i MD och CD riktningarna, skjuvmodul, samt Poissions tal i MD och CD riktningarna. Provningarna utfördes genom mätning av töjningar vid dragbelastning av rektangulära provbitar. Töjningen mätes först i belastningsriktningen för att sedan avlastas. Därefter belastades provet i samma riktning och töjningen vinkelrätt belastningsriktningen mätes. Endast det linjärelastiska området undersöktes och det bestämdes genom att först belasta provbitar för att sedan avlasta, därefter mätes den kvarvarande töjningen. Om denna är liten eller obefintlig ansågs materialet vara linjärelastiskt upp till den aktuella spänningen.

Elasticitetsmodulerna mätes med dragprovmaskin genom att först belasta och avlasta provet tre gånger till 5 Mpa för att få en känd lasthistoria, därefter mätes pålagd last och töjningen längs och tvärs belastningsriktningen. Genom att göra mätningar i 0, 45, +/-60 och 90 grader kundes parametrarna beräknas både under antagande om ortotropi och anisotropi.

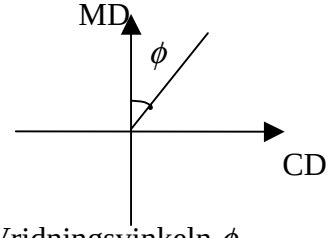
Mätningarna utfördes för de tre olika materialen vid fyra olika fuktighetsnivåer 35, 65, 87 och 100% RH. Samtliga provningar har utförts vid 20°C.

Varje mätning utfördes tre gånger för att få ett mått på variationen hos mätningarna. Dessutom har några provningar vid 20° vridning och 35 % RH. utförts för verifiering av ortotropi antagandet. Även ett laminat bestående av ett lager av varje material har dragits i 0, 20, 90 °.

5.2 Teori för beräkning av styvheter

5.2.1 Beteckningar

För att förstå beräkningarna förklaras här använda beteckningar och dragriktningar.



Figur 1. Vridningsvinkeln ϕ

Provbiten som belastas med en dragkraft är placerad en vinkel ϕ medurs mot materialets MD-riktning. Kraften appliceras i provets längstriktning och spänningen som uppstår betecknas med σ_ϕ. Töjningen mäts längs och tvärs provet och betecknas med ε_x respektive ε_y. Spänningar transformeras sedan till det naturliga koordinatsystemet med MD och CD som huvudriktningar, därefter kan de önskade materialparametrarna beräknas.

Exempel på beteckningar:
σ_{30} =spänningen i en provbit i trettio grader mot huvudriktningen
ε_{30}^{x} =töjningen längs en provbit trettio grader mot huvudriktningen

5.2.2 Ortotropi

För bakomliggande teori som inte redovisas här hänvisas till [4], [5] och [6]. Om plant spänningstillstånd antages, p.g.a. att tjockleken är mycket mindre än utsträckningen i övriga dimensioner. Samt att materialet antages ortotropt med kända symmetriaxlar. Gäller enligt Hooke's lag [7]:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_2}{E_2} & 0 \\ -\frac{\nu_1}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}$$

eller

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \qquad (1)$$

som kortare kan skrivas

$$\boldsymbol{\varepsilon = S\sigma}$$

Detta kan inverteras och ger

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}$$

där

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_2 E_1}{1-\nu_1\nu_2} = \frac{\nu_1 E_2}{1-\nu_1\nu_2} = Q_{21}$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1-\nu_1\nu_2}$$

$$Q_{66} = G$$

Index 1 och 2 representerar de två huvudriktningarna (här valda till MD och CD) och index 6 representerar skjuvningen som ibland betecknas med sambandet:

$$\tau = G\gamma$$

Men här har τ ersatts med σ_6 och γ med ε_6.

För bestämning av styvhetsegenskaperna med dragprov är det fördelaktigt att använda ekvation (1). Genom att utföra dragprov i 0°,45° och 90° kan matrisen ***S*** bestämmas. Vid dragprovningen är endast spänningen i den belastade riktningen skild från noll och då fås S_{11}, S_{22}, S_{12} och S_{21} direkt ur σ_ϕ, ε_x och ε_y vid dragningen i 0° och 90°. S_{12} och S_{21} blir överbestämd då dessa har samma värde om materialet är linjärelastiskt ortotropt.

$$S_{11} = \frac{\varepsilon_0^x}{\sigma_0}$$

$$S_{12} = \frac{\varepsilon_0^y}{\sigma_0}$$

$$S_{22} = \frac{\varepsilon_{90}^x}{\sigma_{90}}$$

$$S_{21} = \frac{\varepsilon_{90}^y}{\sigma_{90}}$$

S_{66} kan beräknas med dragprov i riktningen $\phi = 45°$. Då σ_ϕ , ε_x och ε_y är kända fås:

$$S_{45}^{x} = \frac{\varepsilon_{45}^{x}}{\sigma_{45}}$$

$$S_{45}^{y} = \frac{\varepsilon_{45}^{y}}{\sigma_{45}}$$

$$S_{66} = \frac{\left(S_{45}^{x} - S_{45}^{y}\right)}{8}$$

Elasticitetsmodulerna och tvärkontraktionstalen fås ur

$$E_1 = \frac{1}{S_{11}}$$

$$E_2 = \frac{1}{S_{22}}$$

$$\nu_1 = -S_{21} * E_1 = -S_{12} * E_1$$

$$\nu_2 = -S_{21} * E_2 = -S_{12} * E_2$$

$$G = \frac{1}{S_{66}}$$

5.2.3 Anisotropi

Om anisotropi antages får fler mätningar utföras för att kunna bestämma det utökade antalet styvhetsparametrar:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{26} \\ S_{61} & S_{61} & S_{66} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}$$

Där $S_{12}=S_{21}$, $S_{16}=S_{61}$, $S_{26}=S_{62}$

Vid dragning i huvudriktningen $\varphi=0^\circ$ behövs liksom tidigare ingen transformation utan S_{11} och S_{12} fås direkt genom

$$S_{11} = \frac{\varepsilon_x}{\sigma_0}$$

$$S_{12} = \frac{\varepsilon_y}{\sigma_0}$$

Vid dragning i vinklar som inte sammanfaller med huvudriktningarna måste storheterna transformeras till utgångsläget. Efter lite räkning kan följande matriser [7] ställas upp.

$\varepsilon=\boldsymbol{S}\sigma$
$\varepsilon=\boldsymbol{T}\varepsilon_\varphi$
$\sigma=\boldsymbol{R}\sigma_\varphi$

$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix} m^2 & n^2 & mn \\ n^2 & m^2 & -mn \\ -2mn & 2mn & m^2-n^2 \end{bmatrix}$$

och

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2-n^2 \end{bmatrix}$$

där $m=cos\varphi$ och $n=sin\varphi$

detta ger

$\varepsilon_{\varphi}=\boldsymbol{T^{1}SR}\sigma_{\varphi}$

Genom att utföra dragprov med töjningsmätning längs och tvärs i två sneda riktningar φ_1, φ_2 mot huvudriktningarna. Samt genom att beräkna $\boldsymbol{T^{1}SR}$ kan fyra ekvationer ställas upp och de okända storheterna kan beräknas. Dessa samband beskrivs i följande ekvationssystem.

$\boldsymbol{VS_0=S'}$

Där

$$\boldsymbol{V}=\begin{bmatrix} n^4 & m^2n^2 & -4m^3n & -4mn^3 \\ m^2n^2 & -4n^2m^2 & -2m^2n^2\cos 2\varphi_1 & 2m^2n^2\cos 2\varphi_1 \\ p^4 & o^2p^2 & -4o^3p & -4op^3 \\ o^2p^2 & -4o^2p^2 & -2o^2p^2\cos 2\varphi_2 & 2o^2p^2\cos 2\varphi_2 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{S'}=\begin{bmatrix} S_{xx1}-S_{11}m^4-S_{12}2m^2n^2 \\ S_{xy1}-S_{11}m^2n^2-S_{12}(m^4+n^4) \\ S_{xx2}-S_{11}o^4-S_{12}2o^2p^2 \\ S_{xy2}-S_{11}o^2p^2-S_{12}(o^4+p^4) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{S_0}=\begin{bmatrix} S_{22} \\ S_{66} \\ S_{16} \\ S_{26} \end{bmatrix}$$

$m=cos\varphi_1$ $n=sin\varphi_1$ $o=cos\varphi_2$ $p=sin\varphi_2$

S_{11} och S_{12} är kända från mätningarna i huvudriktningen. S_{xx1}, S_{xy1}, S_{xx2} och S_{xy2} är styvheterna längs och tvärs för de två vinklarna φ_1, φ_2 och bestäms på

samma sätt som dragningen i 0°. För att kunna lösa ekvationssystemet måste ***V*** vara inverterbar för de vinklar man mäter. Genom att sätta φ_1=60° och φ_2=-60° blir den inventerbar och då kan styvhetsmatrisen $\boldsymbol{S_0}$ beräknas som

$$\boldsymbol{S_0=V^{-1}S'}$$

Då matrisen **S** är känd kan de mekaniska egenskaperna beräknas. Om värdena för S_{13} och S_{23} är små antages materialet ortotropt och då fås

$$E_1=\frac{1}{S_{11}}$$

$$E_2=\frac{1}{S_{22}}$$

$$G=\frac{1}{S_{66}}$$

$$\nu_1=-S_{12}*E_1$$

$$\nu_2=-S_{12}*E_2$$

5.2.4 Vridning för bästa ortotropiriktning

Eftersom det inte är säkert att de uppgivna MD och CD riktningarna sammanfaller med huvudriktningarna i materialet så utförs en vridning för att hitta den riktning som minimerar S_{16} och S_{26}. Denna vridning utförs med ekvationen $\boldsymbol{T^{-1}SR}=\boldsymbol{S}\varphi$ genom att vrida huvudriktningen från –90 grader till 90 grader med 0.1 graders intervall. Den vinkel som minimerar $S_{16}^2+S_{26}^2$ anses vara bästa ortotropi riktning.

5.2.5 Verifierande prov

Verifierande prov har utförts genom belastning i riktningen $\varphi=20°$ mot huvudriktningen. Genom att transformera den beräknade styvhetsmatrisen till den aktuella riktningen kan man jämföra de experimentella värdena samt om antagandet om ortotropi gäller. För transformationen används ekvationen enligt tidigare, fast med nollor insatta på S_{16} och S_{26}.

5.3 Provutrustning

Dragprovningarna har utförts med en utrustning tillverkad av Evert Andersen´ (bild 2) och är ursprungligen avsedd för att göra dragprov på segelduk. Det har visat sig att den även fungerar bra att göra provningar på tunna lameller då förutsättningarna är liknande.

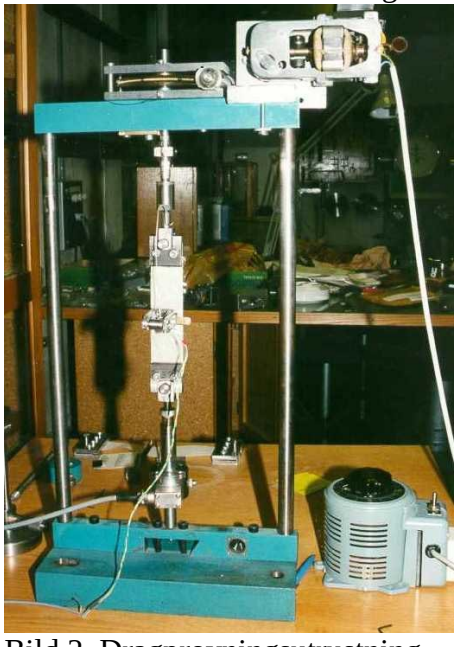


Bild 2. Dragprovningsutrustning

Bild 3. Töjningsgivaren, mässingsbrickor och inplastat prov

Draghastigheten är 0.5 mm/min. Dragprovmaskinen har en 500 N lastcell och är kopplad till en HBM mätförstärkare som i sin tur är kopplad till en PC.

Töjningen registreras av en töjningsgivare (bild 3) bestående av två ledade armar och en induktivgivare, även denna är kopplad till mätförstärkaren. Provbiten belastas och töjningen i belastningsriktningen mäts. Därefter avlastas provet för att sedan belastas i samma riktning igen. Denna gång mäts töjningen vinkelrätt mot belastningsriktningen. Mjukvaran i datorn lagrar mätvärdena en gång i sekunden och det går att kontrollera värdena genom diagram.

Mätvärdena överförs sedan till Matlab som är ett beräkningsprogram främst avsett för matrisberäkningar. I Matlab behandlas mätdata i ett program (se appendix B) och som utdata fås styvhetsegenskaperna. Vid tidigare mätningar [8] har det framkommit att provbitar av det här slaget ibland vill krökas något tvärs belastningsriktningen. För att förhindra detta används en klämma bestående av två 10 mm breda mässingsbrickor som spänns över provet. För att proverna ska förbli konditionerade under mätningen viras de in i plastfolie (bild 3).

5.4 Måttnoggrannhet.

Töjningsgivaren kalibrerades med en mätklocka (Miutoyo ID-C112B) med en noggrannhet på 1 µm, kalibreringsfaktorn blev 1.04. Mätnoggrannheten blev att töjningsgivaren aldrig visade mer än 1% fel. Det är tveksamt om man kan räkna med en noggrannhet på mer än +/- 5 µm med tanke på temperaturvariationer och andra felkällor.

Provbitarna har de ungefärliga måtten 140*40*0.5 mm. Bredden på provbitarna mäts med skjutmått med en noggrannhet på 0.2 mm. Likaså avståndet mellan mätspetsarna på töjningsgivaren (25 mm). Tjockleken på proven mäts på tio punkter med mikrometer med en noggrannhet på 0.02 mm och ett medelvärde beräknas.

För att få exaktare mätning av töjningen provades en töjningsgivare med 35 mm mellan spetsarna men det visade sig att den var något instabil. Därför användes den ursprungliga givaren med 25 mm mellan spetsarna.

Inverkan av plastfolien (”gladpack”) bestämdes genom att 8 lager plastfolie placerades i dragprovmaskinen och belastades. Den kraft som uppstod vid typisk maxtöjning av en provkropp var < 1 N, att jämföra med de maximala 300-450 N som uppstår vid en normal dragprovning. Denna kraft anses därför försumbar.

Mässingsbrickorna som spänns över provet medför en osäkerhet då det uppstår en friktionskraft mellan brickorna/plasten/provet som uppmättes till ca 2 N. Då provbitarna skärs ut samt vid uppspänningen i dragprovmaskinen kan ett fel på ca 2° från den antagna riktningen fås.

Ett sätt att kontrollera noggrannheten i utdata från anisotropiantagandet är att mata in värden i datorprogrammet och därefter analysera utdata. Om ett ortotropt material med egenskaper och fel enligt tabell 1 och 2, vilket är typiska värden för core vid u=3.5%, matas in,
får ***S*** matrisen följande utseende

$$S = \begin{bmatrix} 666 & -253 & -9 \\ -253 & 1031 & 19 \\ -9 & 19 & 222 \end{bmatrix} * 10^{-13}$$

vilket ger korrekta värden på styvhetsegenskaperna. Däremot ger programmet en optimal vridning av huvudaxlarna på 4.3°.

Styvhetsegenskaperna för de nya huvudriktningarna är de samma som utan vridning. Ett fel på 2° grader och ett mätfel på 0.01 mm i tjockleken kan ge ett fel i styvheten på ca 0.15-0.3 Gpa vid 7-15 Gpa. S_{16} och S_{26} har värden som är 1-2% av S_{22} och försummas om de är mindre än 3%.

Egenskap	Värde
E_{MD}	15 Gpa
E_{CD}	9.7 Gpa
G	4.5 Gpa
ν_1	0.38
ν_2	0.246

Tabell 1. Kontrollmaterialets egenskaper. Typiska värden för core vid u=3.5%.

Egenskap	Antaget värde	Verkligt värde
Vinkel i 0° riktningen	0°	0°
Vinkel i -60° riktningen	-60°	-58°
Vinkel i 60° riktningen	60°	62°
Tjocklek 0°	0.53 mm	0.53 mm
Tjocklek -60°	0.53 mm	0.52 mm
Tjocklek 60°	0.53 mm	0.54 mm

Tabell 2. Kontrollmaterialets dimensioner. Typiska värden för provkroppar vid dragprovning enligt anisotropiantagandet.

Inverkan av hållare:
Töjningen i CD riktningen blir då provet belastas i MD riktningen

$$\varepsilon_{CD} = -\frac{\nu_1}{E_{MD}}\sigma_{MD}$$

vilket vid en spänning på 20 Mpa ger en töjning ε_{CD}=-0.008
Töjningen i CD riktningen då provet belastas med en kraft från hållaren F_{CD} =2N är

$$\varepsilon_{CD} = \frac{\sigma_{CD}}{E_{CD}} = \frac{F_{CD}}{A_{CD} * E_{CD}}$$

där A_{CD} är arean på den klämda arean mellan klämman d.v.s. 0.5*10 mm^2

Med E_{CD}= 9.7 Gpa fås att ε_{CD} =41*10^{-6}

I förhållande till töjningen ε_{CD}=-0.008 är storleken på felet 41*10^{-6}

$$\frac{41*10^{-6}}{0.008} = 0.5\%$$

Att jämföra med det fallet då provet kan deformeras fritt. Antag att provet kröker sig med en krökningsradie 200 mm på medelradien.

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\varphi\left(R + \frac{t}{2}\right) - L}{L} = \frac{\frac{L}{R}\left(R + \frac{t}{2}\right) - L}{L} =$$

$$\frac{\frac{25}{200}\left(200 + \frac{0.5}{2}\right) - 25}{25} = 0.00125$$

vilket ger ett relativtfel på

$$\frac{0.00125}{0.008} = 15.6\%$$

Vilket visar att klämmorna förbättrar noggrannheten.

Ett rimligt värde på noggrannheten borde vara ca +/- 5 % för styvheter och ca +/-10% för poissons tal, samt att så länge inte programmet ger en vridning på mer än 5° så kan materialets huvudaxlar antas sammanfalla med MD och CD riktningarna. Om S_{16} och S_{26} är små, mindre än 3% av S_{22}, kan materialet antas vara ortotropt.

5.5 Konditionering

Innan provningarna utfördes konditionerades materialet. Först torkades proverna i 105°C så allt förångningsbart vatten försvinner och de vägdes kontinuerligt tills ingen viktminskning mellan tre mättillfällen kunde mätas, se diagram 1. Vågen hade en noggrannhet på 1 mg och proverna vägde ungefär 4 g styck. Den totala viktminskningen uppmätes till 0.12-0.16 g per prov. Torkningstiden var 27 timmar (diagram 1). Då man därefter viste materialets torra vikt kunde man genom att mäta provernas dimensioner beräkna den torra densiteten, se tabell 3. De i denna tabell visade värden är medelvärden från 15 provkroppar per material.

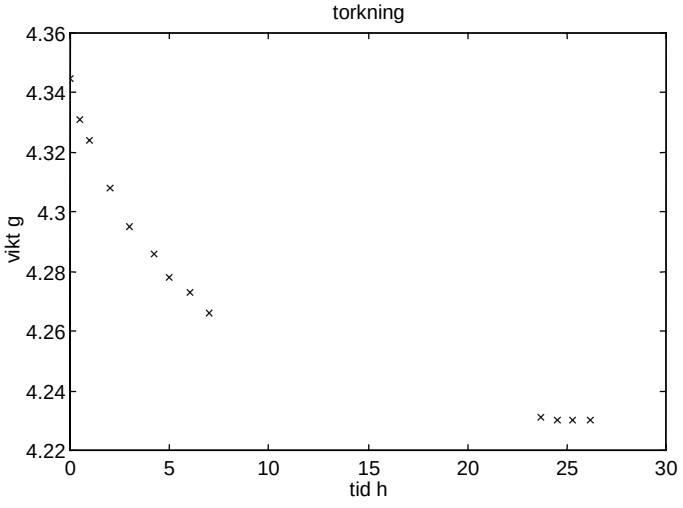


Diagram 1. Exempel på torkningstid.

Material	**Densitet kg/m^3**
Core	1200+/-30
Dekor	1350+/-35
Overlay	1490+/-35

Tabell 3. Materialens densiteter, medelvärde och avvikelse.

Efter torkning placerades proven i olika fuktrum med 35, 65 respektive 87% RH. Ett antal prov placerades även i en box med vatten för att försöka maximera fuktinnehållet. Bitarna låg på ett galler ovanför vattenytan. Proverna vägdes kontinuerligt tills jämvikt ställdes in, vilket tog 2 till 3 veckor, se diagram 1. Vågen som användes hade en noggrannhet på 0.01 g och för att få en bättre noggrannhet vägdes två-tre prover tillsammans. Noggrannheten för fuktkvoten var +/- 0.1 %.

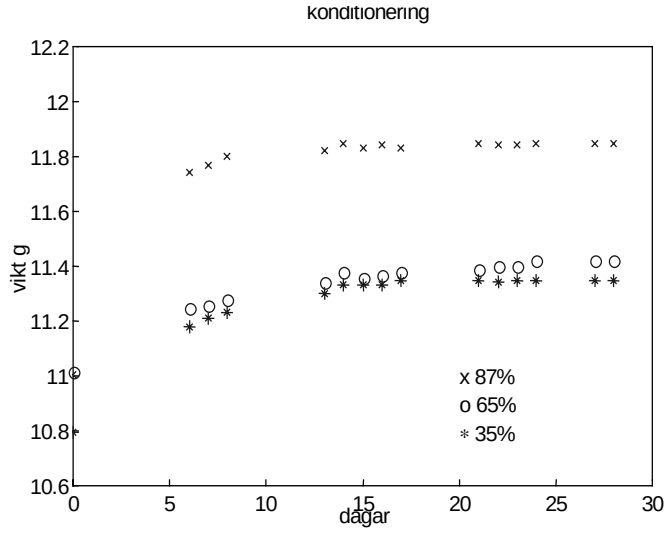


Diagram 2. Provernas vikt efter dagar för core.

Fuktnivån i rummen kontrollerades i början med hårhygrometer och varierade något i fuktrummen +/- 3% R.H. I 35 % R.H rummet fanns en display på klimatanläggningen varvid fuktigheten kontrollerades kontinuerligt. I samband med att proverna vägdes vid konditioneringen erhölls en sorptionskurvorna för varje nivå och dessa visas i diagram 3-5. Den övre kurvan avser torkning och den undre absorption. För att inte provernas fuktinnehåll skulle förändras under styvhetsmätningarna, som utfördes i ett annat rum, så virades de in i plastfolie. Proverna vägdes före och efter inplastningen för att kontrollera att ingen fuktförändring skett.

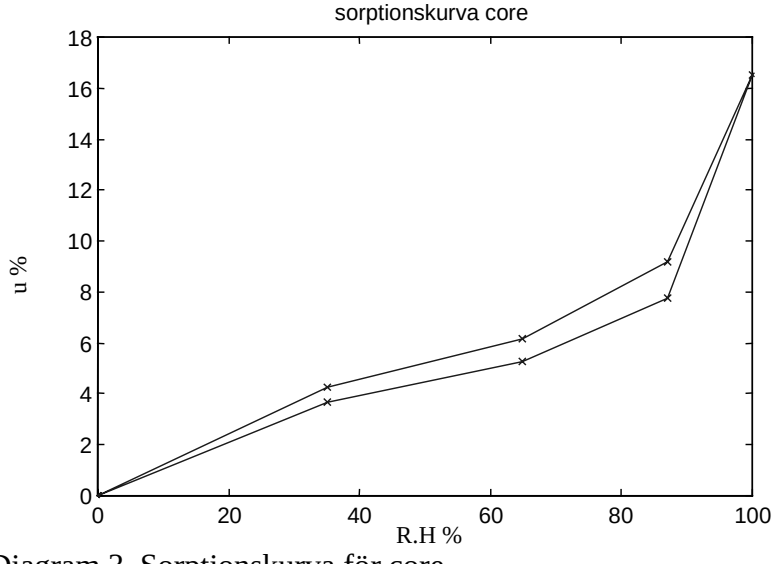


Diagram 3. Sorptionskurva för core.

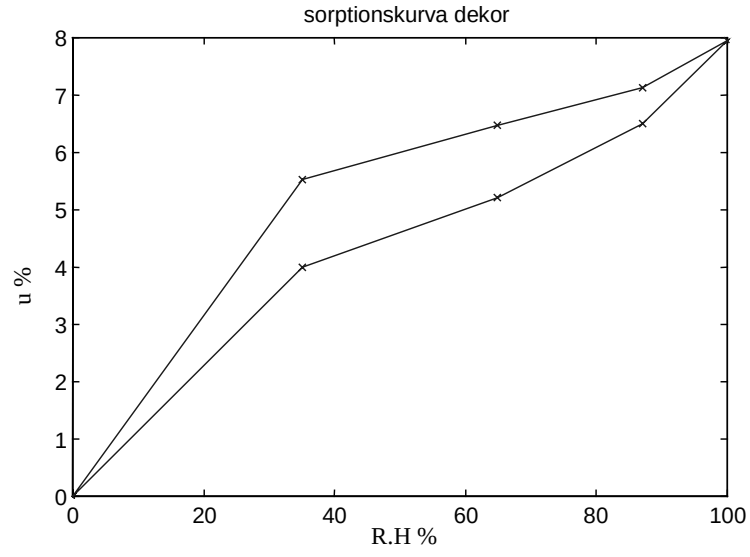


Diagram 4. Sorptionskurva för dekor.

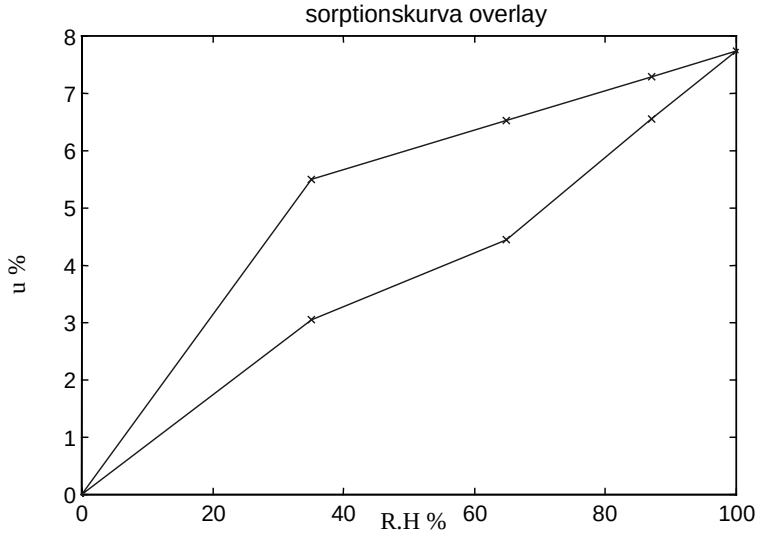


Diagram 5. Sorptionskurva overlay.

5.6 Behandling av mätdata.

De mätdata som erhålls från ett dragprov består av en matris med två kolumner, i den första finns kraften i N och i den andra längdändringen i mm. Mätdata registreras en gång i sekunden och ett dragprov ger ungefär 90 mätpunkter. För längdändringen behövs som tidigare nämnts en omräknings faktor (1.04). För att få spänningen i materialet delas kraften med tvärsnitts arean av provet (ca 20 mm^2) och för att få töjningen delas förlängningen med avståndet mellan mätspetsarna (25 mm). Om materialet är lineärelastiskt ska en plot av spänningen mot töjningen ge en rät linje som går genom origo, men på grund av olika fel kan mätdata avvika både från den räta linjen och från origo. Mätdata approximeras med en minsta kvadrat anpassning till en rät linje [9]. Vid denna anpassning ansätts först en rät linje:

$$\sigma = c_0 + E\varepsilon$$

där
c_0=avvikelsen från origo

och
E=lutningskoefficienten(styvheten)

Det ekvationssystem som vi skulle vilja lösa för att bestämma C_0 och E är

$$Ac = \sigma$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_1 \\ 1 & \varepsilon_2 \\ .. & .. \end{bmatrix}$$

$$c = \begin{bmatrix} c_0 \\ E \end{bmatrix}$$

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ .. \end{bmatrix}$$

om antalet registreringstillfällen är fler än två blir detta ekvationsytem överbestämt och har ingen matematisk lösning, men genom att multiplicera med A^T på båda sidor fås

$$A^T Ac = A^T \sigma$$

Detta uttryck minimerar kvadratsumman på de vertikala avstånden mellan mätpunkterna och den ansatta linjen.

Lösningen är de värden på c_0 och E som enligt minsta kvadratmetoden är optimala. En dragprovkurva med anpassad linje visas i diagram 6.

Ett alternativt sätt att beräkna lutningskoefficienten är att beräkna lutningen mellan två mätpunkter och sedan beräkna lutningen för nästa par. Detta görs för samtliga punkter och sedan beräknas medelvärdet. Nackdelen är att om de två mätpunkterna skulle ligga väldigt nära varandra med liten eller ingen skillnad i töjning, vilket ger en stor eller oändlig lutningskoefficient(se diagram 6 vid $\varepsilon \sim 0.9*10^{-3}$). För att undvika detta väljs de två mätpunkterna med fem punkters mellanrum.

En jämförelse mellan de två metoderna visade att så länge mätdata inte var för ojämna gav det likvärdiga värden. Om däremot det förekommit en del störningar under mätningen så kunde en orimligt stor eller oändlig lutning förekomma. Därför valdes minsta kvadrat anpassningen. Programmet finns i appendix B.

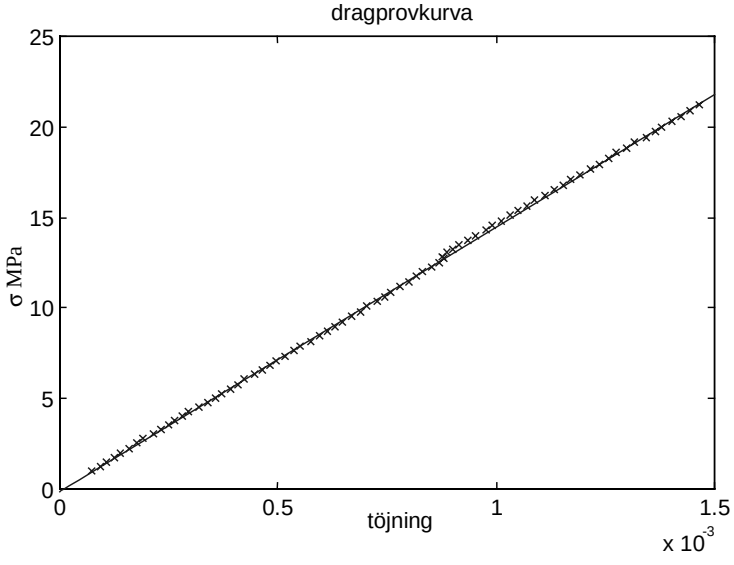


Diagram 6. Typisk dragprovkurva.

5.7 Resultat

Provningen för det lineära området visade att materialen vid 35 och 65 % RH nivåerna var lineär elastiska till minst 25 Mpa medan för 87 och 100 % fick nivån sänkas till 15 Mpa för att proven inte skulle börja plasticera. Resultaten av mätningarna redovisas i diagram 7-12 och är uppdelade för varje material och för styvheter och Poissons tal. För varje storhet har en kurva anpassats med hjälp av ett andragrads polynom för styvheterna och en rät linje för Poissons tal. Samtliga mätvärden finns redovisade i appendix A.

För varje fuktighet och storhet har medelvärde och standardavvikelse beräknats och typiska värden redovisas i tabell 4. De verifierande mätningarna redovisas i tabell 5 och är medelvärden från två dragningar. När det gäller provningarna för laminaten med ett lager av varje material så deformerades de så kraftigt (se omslagsbild) vid torkningen att det inte gick att mäta styvheten i tvärsriktningen.

Egenskap	**Medelvärde**	**Standardavvikelse**
E_{MD}	10-15 GPa	~0.5 GPa
E_{CD}	6-13 GPa	~0.5 Gpa
G	3-5 GPa	~0.2 Gpa
ν_1	0.3-0.4	~0.03
ν_2	0.2-0.3	~0.03

Tabell 4. Typiska mätvärden: medelvärden och avvikelser.

Dragning	**Uppmätt värde(GPa)**	**Beräknat värde(Gpa)**
Core 20° x	13.88	14.46
Core 20° y	-40.08	-43.2
Dekor 20° x	13.13	13.96
Dekor 20° y	-45.67	-40.1
Overlay 20° x	10.56	11.81
Overlay 20° y	-33.64	-38.9
Laminat 0° x	11.83	14.17
Laminat 20° x	10.24	13.73
Laminat 90° x	8.70	10.97

Tabell 5. Verifierande dragningar, x avser styvheten i belastningsriktningen och y vinkelrätt mot belastningsriktningen.

Värdena för S_{16} och S_{26} redovisas inte eftersom de skulle ta för stor plats. De ligger normalt sett under 3% av S_{22}.

För redovisningen av styvhetsegenskaperna som funktion av fuktkvoten i diagram 7-12 gäller följande markeringar.

För styvheterna.

E_{MD} mätt direkt i MD riktningen: ×
E_{CD} mätt direkt i CD riktningen:
E_{CD} beräknat enligt anisotropiantagandet: o
G enligt ortotropiantagandet: ◊
G enligt anisotropiantagandet: *

För tvärkontraktionen.

ν_1 och ν_2 enligt anisotropiantagandet: ×, o

Vid ortotropiantagandet fås ett överbestämt system som gör att ν_1 och ν_2 kan beräknas på två olika sätt, antingen genom att använda E_{MD} eller E_{CD}.

För ν_1 kommer det ena värdet att sammanfalla med värdet enligt anisotropiantagandet medan det andra betecknas med: *.
För ν_2 betecknas de två värdena med: ◊.

Observera att skalorna på diagrammen är olika.

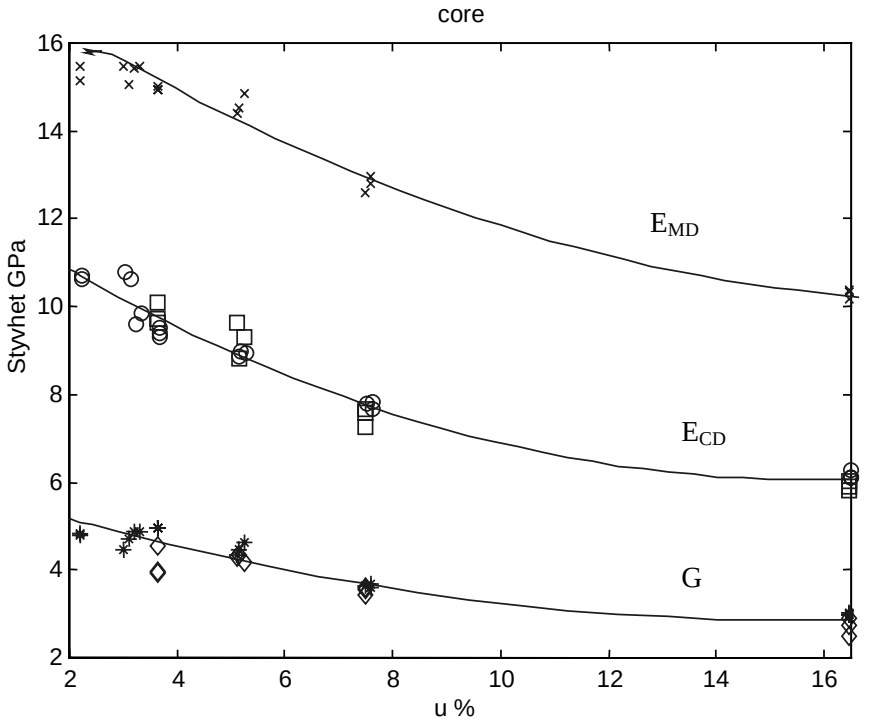


Diagram 7. Styvheter core som funktion av fuktkvoten.

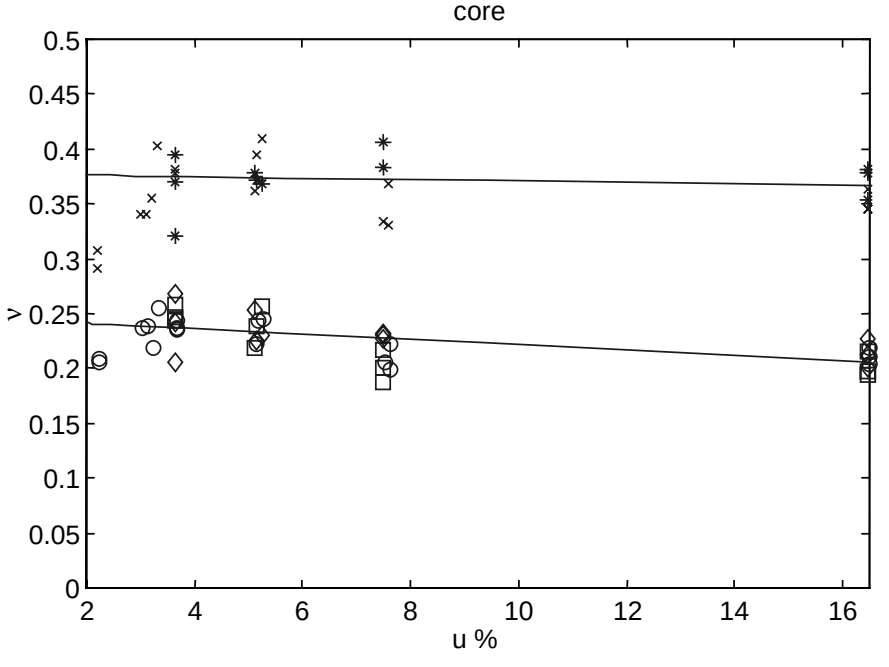


Diagram 8. Tvärkontraktionstal core som funktion av fuktkvoten.

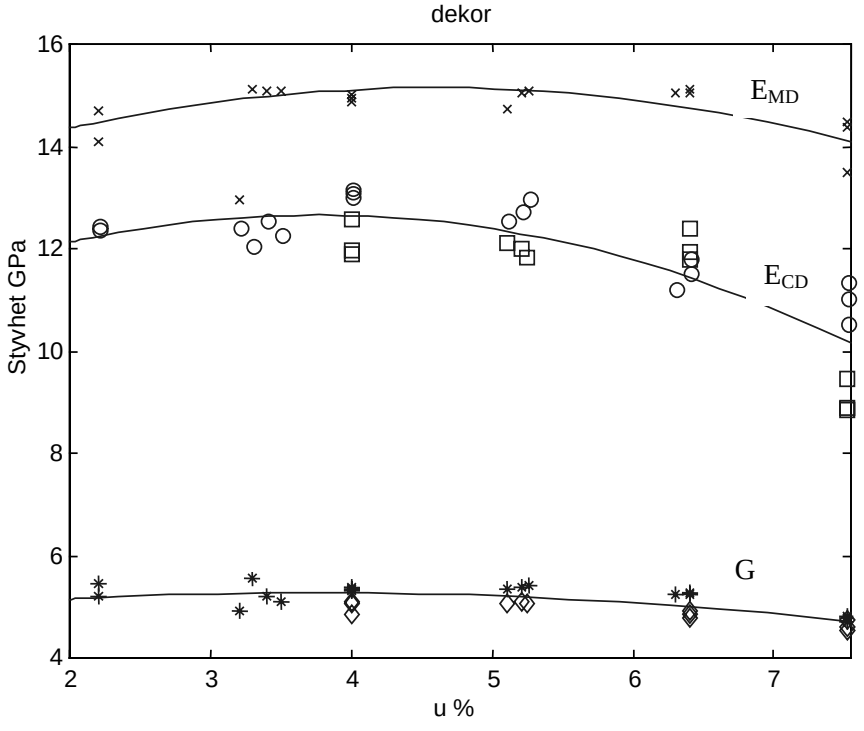


Diagram 9. Styvheter dekor som funktion av fuktkvoten.

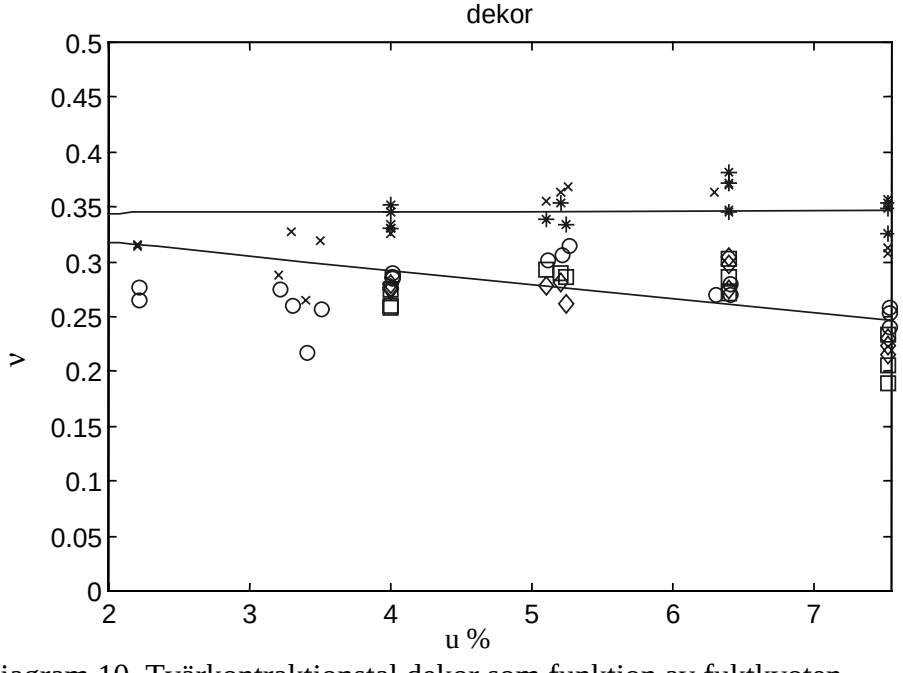


Diagram 10. Tvärkontraktionstal dekor som funktion av fuktkvoten.

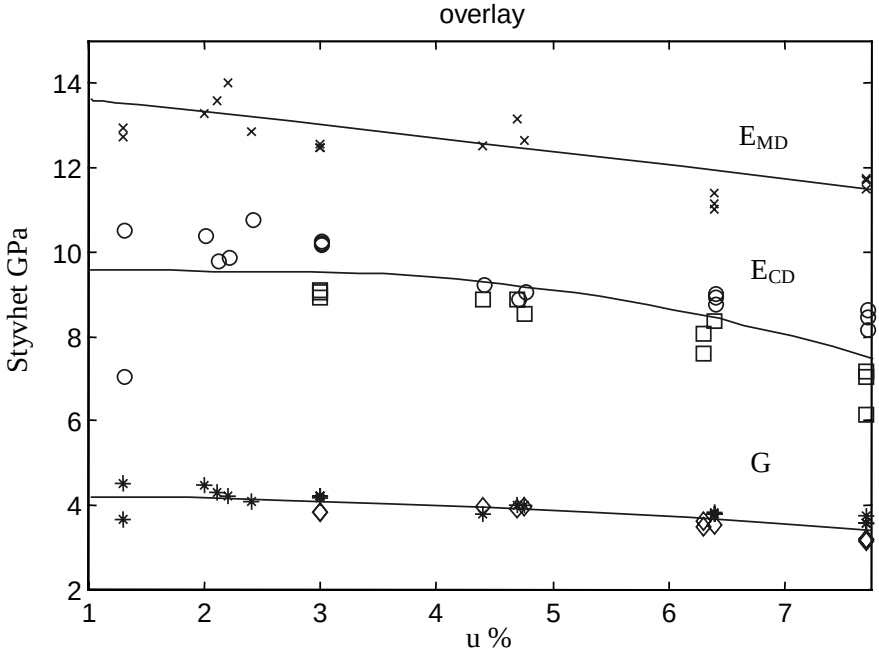


Diagram 11. Styvheter overlay som funktion av fuktkvoten.

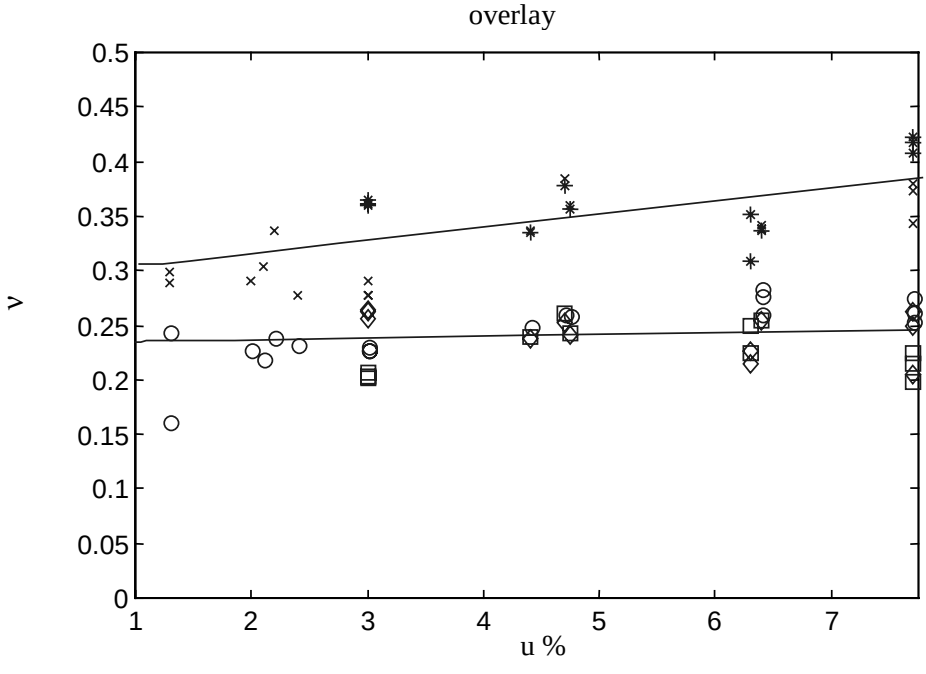


Diagram 12. Tvärkontraktionstal overlay som funktion av fuktkvoten.

5.8 Analys av resultaten

I diagram 13 har styvheten för core som funktion av vinklen plottats för värdena enligt ortotropi och anisotropi antaganden. För anisotropi antagandet har värdena plotats dels om S_{13} och S_{23} tagits med, dels om de satts till noll. Kurvorna är beräknade på medelvärdena för respektive mätningar. Mätdata för dragningar i 0, 20, 45 ,60,-60 och 90° har plotats.

Skillnaden mellan kurvorna vid anisotropi antagandet är inte så stor medan ortotropikurvan avviker lite mer. Den maximala skillnaden ligger omkring 1 Gpa vilket är den ungefärliga mätnoggrannheten. Mätpunkterna ligger i intervallet mellan de tre kurvorna och ansluter inte bättre till någon kurva än någon annan.

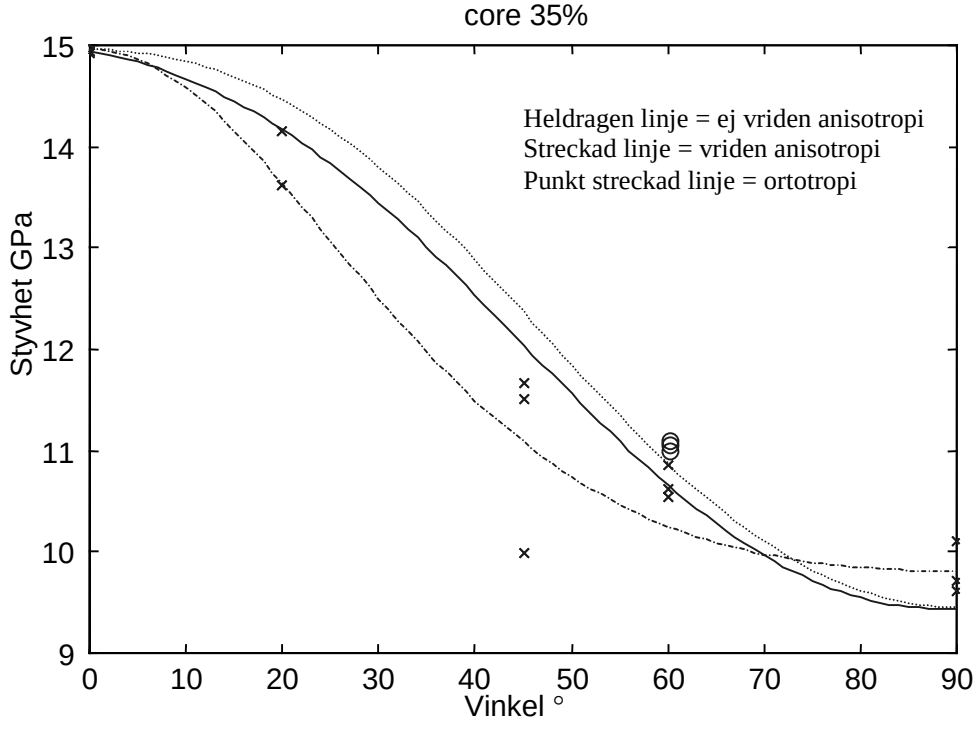


Diagram 13. Styvheten som funktion av vinklen.

För dessa mätningarna gav programmet en optimal vridning på -2.2° och om kurvan för anisotropi flyttas något åt vänster så ansluter den lite bättre till ortotropi antagandet. Dock ligger alla avvikelser inom felmarginalerna så antagandet att materialets huvudaxlar sammanfaller med MD och CD riktningarna är en god approximation.

Den stora spridningen på vridningsvinklen(se appendix A) speciellt för dekor och overlay tyder på en variation inom materialet, men totalt sett borde man kunna anta att samtliga material inom en godtagbar noggrannhet har MD och CD som huvudaxlar. För dekor och overlay är kvoten mellan E_{CD} och E_{MD} mindre vilket gör att det blir svårare att bestämma eventuella ortotropiriktningar. S_{16} och S_{26} var normalt mindre än 3 % av S_{22} vilket är i samma storleksordning som felmarginalen. Detta betyder på att materialen kan anses ortotropt.

Att kvoten är mindre beror på att fiberinnehållet är mindre samt att olika fyllmedel tillsats. Enligt de dragningar som utförts i 20° riktningen i tabell 5 kan de uppmätta värdena jämföras med de beräknade. De uppmätta värdena ligger inom 10 % från de beräknade vilket anses som tillfredsställande. För mätningarna på laminatet så ligger de ca 20 % lägre än de beräknade värdena. Skillnaden borde inte vara så stor och kan bero på att provbitarna var deformerade efter torkningen, variationer i materialet eller mätfel speciellt då tjockleken.

Styvheten för core sjunker kraftigt vid högre fuktighet medan Poissons tal inte förändras med ändrad fuktighet. Dekor och overlay påverkas inte i lika stor utsträckning av fukten. För dessa material verkar Poissons tal ha ett maximum vid 65-87 % R.H. för att sjunka vid högre och lägre R.H. Core absorberar mycket mer vatten än de övriga materialen vilket kan förklaras med att det innehåller mer fibrer och fenol istället för melamin. Detta förklarar även minskningen i styvhet. Hänsyn måste även tas till att variationer i materialet förekommer och att detta inverkar på mätdata. Man måste även ha i åtanke att det är väldigt små töjningar som mäts, speciellt tvärs proverna vilket gör att osäkerheten för tvärkontraktionstalet är stor.

6. Fuktutvidgningsprovningar

6.1 Teori

Fuktutvidgningen i laminatet uppkommer på två olika sätt, dels genom att plasten absorberar fukt, dels genom att fibrerna absorberar fukt. Större delen av fuktutvidgningen beror på det senare som dessutom sker betydligt fortare. Svällningen i fibrerna är störst i tvärsriktningen, ungefär 10 ggr större än i längsriktningen [2]. Detta i kombination med att fibrerna huvudsakligen ligger orienterade i MD riktningen gör att fuktutvidgningen i CD riktningen blir mycket större än i MD riktningen. Fuktutvidgningen är givetvis kopplad till andelen fukt i materialet och ofta anses fuktutvidgningen vara linjär mot fuktkvoten. Fuktutvidgningen betecknas

$$\beta = \frac{\Delta\varepsilon}{u_1 - u_2}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

β är dimensionslös eller 1/%.
Alternativt skulle β kunna kopplas till fukthalt genom en annan definition:

$$\beta = \frac{\varepsilon}{W_1 - W_2} = \frac{\varepsilon}{(W_1 - W_2)\rho}$$

där ρ är materialets torra densitet.

I denna rapport redovisas β-värden definierade enligt det första alternativet, d.v.s. som töjningsändring per fuktkvotsändring.

6.2 Provningsmetodik

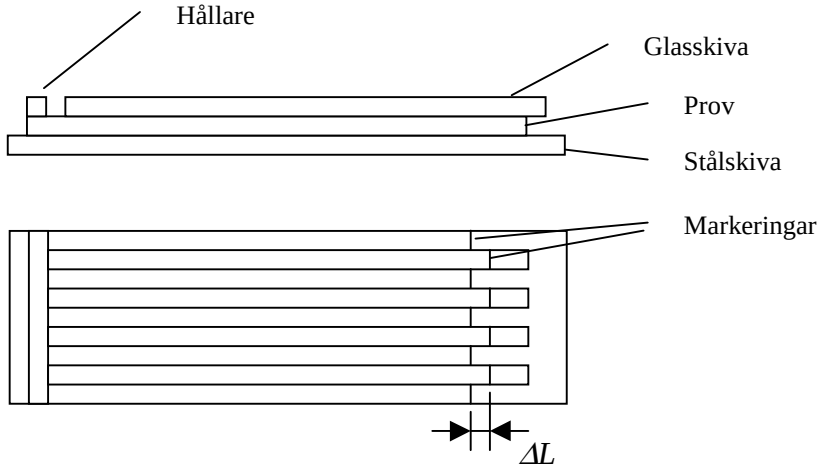
Fuktändringar kan genom att skära ut långa smala provbitar i MD och CD riktningen (200-300 mm långa 10mm breda) och sedan mäta längdändringen vid olika fuktutvidgningen beräknas. Först torkas proverna vid 105°C i 27 timmar tills allt förångningsbart vatten har torkat bort. Därefter förvaras proverna i 35% R.H i ca 3 veckor tills jämvikt inträffat, längden mäts och sedan placeras proverna i andra klimat och längdändringen mäts.

De klimat som är aktuella är 35, 65, 87 % R.H. och fuktutvidgningen mäts för ändringen 35-65, 65-87, 35-87 och tillbaks 87-65, 65-35, 87-35. De provkroppar som längdmättes har inte vägts på grund av att mätmetoden kräver att provbitarna monteras i en hållare och inte tas loss. Provkropparna ansågs vara i jämvikt då ingen längdförändring kunde mätas. Dessutom fanns en ungefärligt tidsuppskattning genom de mätningar som gjordes vid dragprovningarna.

På grund av den begränsade tid som detta arbete löper över samt att det skulle behövas en enorm mängd provbitar, har endast ett prov för varje material och fuktintervall provats. Men genom att jämföra mätningarna från de olika fuktintervallen fås ändå en bild av spridningen.

6.3 Mätutrustning

Provkropparna spänndes fast i ena änden i en hållare som består av en plåt av rostfritt stål samt en klämma (figur 2). En markering vid avståndet *L* från klämman görs med en bläckpenna på respektive prov samt en rits på stålplåten. När sedan provets längd förändras kan längdändringen ΔL mätas mellan de olika markeringarna. För att få provbitarna att ligga plant mot stålplåten läggs en glasskiva ovanpå proverna vid mättillfället. Längdändringen mäts sedan med hjälp av en lupp som har en gradering på 0.05 mm.



figur 2. Mätutrustning för fuktutvidgning.

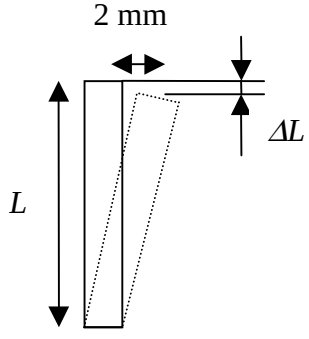
6.4 Måttnoggrannhet

För att undvika att proverna vrids och deformeras, samt för att få en god mätnoggrannhet görs de långa och smala.

De fel som kan uppstå är rena avläsningsfel samt fel i mätmetoden, Avläsningsfelen minimeras genom att samma avläsning görs flera gånger. Noggrannheten på luppen är 0.05 mm och den kalibreras mot en mätskala på ett skjutmått, 20 skaldelar på en mm. För att få så god noggrannhet som möjligt har provbitarna gjorts så långa som möjligt. Nackdelen är att ju längre provbiten är, desto större risk att den vrider eller böjer sig. Längden på provbitarna mäts med linjal med en noggrannhet på 1 mm. Om man antar att provet vrids 2 mm så blir mätfelet på en 250 mm lång provbit (figur 3).

$$\Delta L = 250 - \sqrt{250^2 - 2^2} = 0.008mm$$

att jämföra med mätnoggrannheten på 0.05 mm



Figur 3. Mätfel.

6.5 Resultat

I tabell 6 och 7 redovisas mätvärdena för fukt- expansion och kontraktion. För att förenkla beräkningarna har ett medelvärde på expansions och kontraktions koefficienterna beräknats. De värdena används då både expansion och kontraktion förekommer och visas i tabell 8. Fuktutvidgningen har antagits linjär mot fuktkvoten och värdena är relaterade till fuktkvoten i procent.

R.H (%)	$core_{MD}$	$core_{CD}$	$dekor_{MD}$	$dekor_{CD}$	$overlay_{MD}$	$overlay_{CD}$
35-65	6.3	10.9	8.4	10.5	7.1	12.4
65-87	3.3	7.9	10.3	13.9	13.5	27.8
35-87	2.8	8.2	14.8	20.9	8.6	20.0
medelvärde	4.1	9.0	11.2	15.1	9.7	20.1

Tabell 6. Fuktexpansionskoefficienter, β multiplicerat med 10^4

R.H (%)	$core_{MD}$	$core_{CD}$	$dekor_{MD}$	$dekor_{CD}$	$overlay_{MD}$	$overlay_{CD}$
65-35	4.2	12.5	10.4	14.6	9.8	19.6
87-65	3.5	5.2	(833)	(1200)	(390)	(733)
87-35	2.8	7.4	18.9	26.8	14.3	30.5
medelvärde	3.5	8.3	14.7	20.7	12.1	25.1

Tabell 7. Fuktkontraktionskoefficienter, β multiplicerat med 10^4. Värden inom parantes är felaktiga.

$core_{MD}$	$core_{CD}$	$dekor_{MD}$	$dekor_{CD}$	$overlay_{MD}$	$overlay_{CD}$
3.8	8.7	12.6	17.4	10.7	22.1

Tabell 8. Fuktutvidgningskoefficienternas medelvärde, β multiplicerat med 10^4

R.H (%)	Core abs (%)	Core des (%)	Dekor abs (%)	Dekor des (%)	Overlay abs (%)	Overlay des (%)
35	3.7	4.3	4.0	5.5	3.1	5.5
65	5.2	6.2	5.2	6.5	4.7	6.5
87	7.5	9.2	6.4	7.1	6.5	7.3

Tabell 9. Jämviktsvärden för fuktkvot vid absorption (abs) och desorption (des).

6.6 Analys av resultaten

Fuktutvidgningskoefficienterna varierar inom ett stort intervall. De stora kontraktionskoefficienterna för dekor och overlay vid 87-65 % är med all sannolikhet felaktiga. Om provet först går upp till 87 % och sen placeras i 65 % klimat har det enligt sorptionskurvan (se tabell 9) nästintill samma fuktkvot och borde därför inte krympa särskilt mycket. Den uppmätta längdändringen beror antagligen på att fuktigheten avvikit från 65 %. Dessa mätvärden har inte beaktats vid medelvärdesberäkningarna. Övriga mätvärden verkar ligga inom mätnoggrannheten. Dessa värden kan vara riktmärken för fortsatta mätningar.

7. Beräkningar

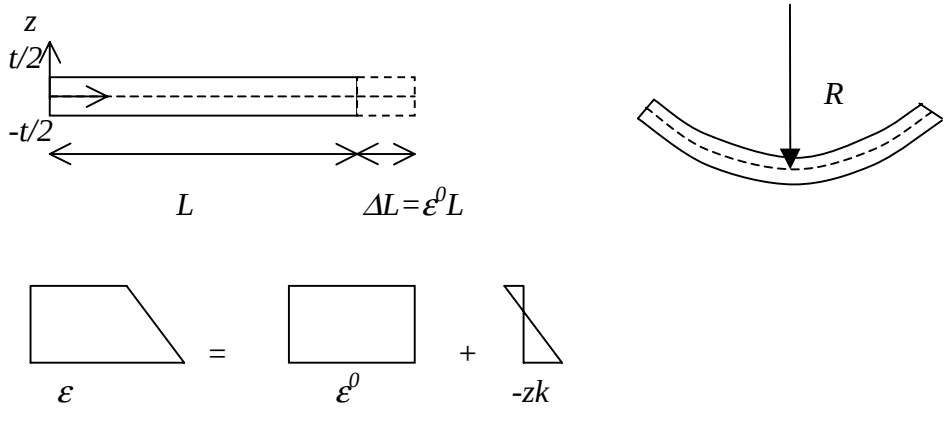
Teorin i detta avsnitt baseras på [10] och [11]. Först studeras beräkning enligt balkteori, sedan enligt platteori.

7.1 Balkteori

Golvet har approximerats med balkar vilket ger förenklade beräkningar. Tvärs golvplankans längsriktning kan man tänka sig att ett segment skärs ut och behandlas som en balk. I tjockleksriktningen, z, har golvet delats upp i ett antal tunna lager och inom varje lager anses fuktigheten och de mekaniska egenskaperna vara konstanta.

Följande antages:

- Fuktigheten är konstant genom varje lager.
- Varje lager följer Hooke's lag.
- Varje lager har en specifik elasticitetsmodul i balkens längsriktning.
- Endast små töjningar och deformationer förekommer.
- Varje lager binder perfekt mot de andra, ingen glidning mellan lagerna förekommer.
- Ingen kraft i tjockleksriktningen, $N_z=0$.
- Lagerna är tunna och skjuvtöjningar är försummade d.v.s. en linje vinkelrätt mot mittplanet är fortfarande vinkelrätt efter deformation.
- Inverkan av eventuell kraft i tvärriktningen har försummats.



Figur 4. Definition av koordinatsystem, deformationer och krökningar.

Ett koordinatsystem placeras med origo i den geometriska mittpunkten på balken (figur 4).
Töjningen, ε, i en deformerad balk uttrycks som:

$$\varepsilon = \varepsilon^0 - z * k$$

där
ε är den totala krökningen
ε^0 är medelplanets töjning
z är koordinaten i höjdled
k är krökningen

$$k = \frac{1}{R}$$

R=krökningsradien
Hooke's lag ger

$$\sigma = \varepsilon * E$$
$$\sigma = \left(\varepsilon^0 - z * k\right) * E$$

Eftersom balken har en okänd utbredning i planet definieras krafterna per breddenhet:

N=membrankraften N/m (positivt då dragspänning uppstår)
M=membranmomentet Nm/m (positivt då det ger upphov till en tryckspänning i övre delen av balken).

Genom att integrera från undersidan till ovansidan fås

$$N = \int_{-t/2}^{t/2} \left(\varepsilon^0 - zk\right) E dz$$
$$N = \int_{-t/2}^{t/2} \varepsilon^0 E dz + \int_{-t/2}^{t/2} \left(-zkE\right) dz$$

eller förenklat

$$N = A\varepsilon^0 + Bk$$

$$A = \int_{-t/2}^{t/2} E dz$$

$$B = \int_{-t/2}^{t/2} (-zE) dz$$

På samma sätt fås

$$M = -\int_{-t/2}^{t/2} N z dz$$

$$M = -\int_{-t/2}^{t/2} (\varepsilon^0 - zk) z E dz$$

$$M = -\int_{-t/2}^{t/2} \varepsilon^0 z E dz + \int_{-t/2}^{t/2} (z^2 kE) dz$$

$$M = B\varepsilon^0 + Dk$$

$$D = \int_{-t/2}^{t/2} z^2 E dz$$

Eftersom balken är uppdelad i ett antal lager och egenskaperna genom ett lager är konstanta kan integralen ovan ersättas med en summation över balken. Då kan *A*, *B* och *D* beräknas som

$$A = \sum E_i t_i$$

$$B = -\sum E_i t_i z_i$$

$$D = \sum E_i \left(t_i z_i^2 + \frac{t^3}{12} \right)$$

där z_i är avståndet från medellinjen till mittpunkten på varje lamell.

7.2 Fuktpåverkan

Om varje lager kan deformeras fritt fås den fria töjningen p.g.a. fuktutvidgningen

$$\varepsilon_i^h = \beta_i \Delta u_i$$

Denna töjning är lika stor som den som uppkommer av den fria membrankraften

$$N_i = \varepsilon_i^h E_i$$

och det fria membranmomentet

$$M_i^h = -\varepsilon_i^h E_i t_i z_i$$

För hela balken summeras krafter och moment för samtliga lager, och då fås

$$N^h = \sum N_i^h$$
$$M^h = \sum M_i^h$$

För hela laminatet gäller enligt tidigare

$$N = A\varepsilon^0 + Bk$$
$$M = B\varepsilon^0 + Dk$$

vilket gäller även om N^h och M^h adderas till krafter och moment p.g.a. yttre belastning.
Om krafter och moment från både yttre krafter och fuktpåverkan superpositioneras fås:

$$N_{tot} = N + N^h$$
$$M_{tot} = M + M^h$$

N och M är de yttre krafter som appliceras på balken. Då A, B, D är bestämda av laminatet och N, M är kända kan ε^0 och k beräknas eller omvänt. När N_{tot}, M_{tot} är bestämda kan ε_{tot} och k_{tot} beräknas.

$$N_{tot} = A\varepsilon_{tot}^{0} + Bk_{tot}$$
$$M_{tot} = B\varepsilon_{tot}^{o} + Dk_{tot}$$
$$\sigma = (\varepsilon_{tot}^{0} + zk_{tot})E$$

genom att sätta in lämpliga randvillkor kan de önskvärda parametrarna beräknas

7.3 Platteori

Om tjockleken på golvet är mycket mindre än de övriga utbredningarna så kan plant spänningstillstånd antagas. Beräkningarna går till på samma sätt som balkteorin fast *A, B* och *D* matriserna kommer att vara 3×3 matriser och *N, M* 3×1. Samma antaganden som för balkteorin gäller förutom att de olika belastningsriktningarna är kopplade till varandra.

$N=A\varepsilon+Bk$ övergår i

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{xx} & A_{xy} & A_{xs} \\ A_{yx} & A_{yy} & A_{ys} \\ A_{sx} & A_{sy} & A_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{xx} & B_{xy} & B_{xs} \\ B_{yx} & B_{yy} & B_{ys} \\ B_{sx} & B_{sy} & B_{ssx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_s \end{bmatrix}$$

$M=B\varepsilon+Dk$ i

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{xx} & B_{xy} & B_{xs} \\ B_{yx} & B_{yy} & B_{ys} \\ B_{sx} & B_{sy} & B_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{xx} & D_{xy} & D_{xs} \\ D_{yx} & D_{yy} & D_{ys} \\ D_{sx} & D_{sy} & D_{ssx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_s \end{bmatrix}$$

där

$$A_{ij} = \int Q_{ij}\, dz$$
$$B_{ij} = \int Q_{ij}\, z dz$$
$$D_{ij} = \int Q_{ij}\, z^2 dz$$

och $Q=S^{-1}$

liksom tidigare är matrisen symmetrisk kring diagonalen.
De två ekvationssystemen kan skrivas ihop och då fås

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_s \\ M_x \\ M_y \\ M_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{xx} & A_{xy} & A_{xs} & B_{xx} & B_{xy} & B_{xx} \\ A_{yx} & A_{yy} & A_{ys} & B_{yx} & B_{yy} & B_{xx} \\ A_{sx} & A_{sy} & A_{ss} & B_{sx} & B_{sy} & B_{xx} \\ B_{xx} & B_{xy} & B_{xs} & D_{xx} & D_{xy} & D_{xs} \\ B_{yx} & B_{yy} & B_{ys} & D_{yx} & D_{yy} & D_{ys} \\ B_{sx} & B_{sy} & B_{ss} & D_{sx} & D_{sy} & D_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_s \\ k_x \\ k_y \\ k_s \end{bmatrix}$$

p.s.s. som tidigare beräknas fuktutvidgningarna och superposioneras och då fås

$$N_i = A_{ij}\left(\varepsilon_j^0 - \varepsilon_j^h\right) + B_{ij}\left(k_j^0 - k_j^h\right)$$
$$M_i = B_{ij}\left(\varepsilon_j^0 - \varepsilon_j^h\right) + D_{ij}\left(k_j^0 - k_j^h\right)$$

Plattan kommer att kunna krökas på tre olika sätt: krökning kring sina två huvudaxlar samt vridning, jämför att vrida ett papper åt två olika håll.

Beräkningsgång

- Beräkna A, B, D matriserna
- Beräkna den fria töjningen p.g.a. fukt för varje lamell $\varepsilon^h = \beta \Delta W$
- Beräkna de fria krafterna p.g.a. fukt för laminatet
- Inför randvillkor.
- Beräkna N_{tot} och M_{tot}
- Beräkna laminatets töjning och krökning
- Beräkna varje lamells töjning
- Beräkna spänningarna i varje lamell

7.4 Belastningsfall

Golvet består av ett laminat limmat på en spånplatta. Laminatet byggs upp av två lager core ett lager dekor och två lager overlay. Varje lager har en tjocklek på 0.17 mm. Spånplattan har en tjocklek på 36 * 0.17 mm ,dvs 6.12 mm. Detta ger totalt 41 lager och golvplankorna får en dimension på 1200×200×7 mm och antas ha en fuktighetsnivå på 50 % R.H. efter tillverkningen.

Golvet läggs sedan ut i ett rum med 50% R.H och limmas i kanterna så att rörelser längs golvplankan är noll d.v.s. töjningen i MD riktningen är noll. Golvplankans egenvikt antas vara så stor att krökningen i MD riktningen är försumbar. Vid utläggningen är golvet helt plant och har inga inre spänningar.

Eftersom inga mätningar har gjorts på spånplattan antages följande:

- Spånplattan har isotropa egenskaper och dessa varierar inte med fuktigheten.
- Fuktutvidgningen är linjär mot fuktigheten.

och har värden enligt tabell 10 [12].

E	3.5 Gpa
ν	0.3
fuktutvidgning	4.2e-5

Tabell 10. Spånskivans egnskaper.

Deformationer och spänningar i golvet beräknas för tre fall.

Fall 1 och 2. Jämvikt i golvet antas inträffa under årscykler med ett minimum på 35% R.H (fall 1) och ett maximum på 75% R.H (fall 2) allt vid 20°C. Enligt [13] är detta normalt inomhusklimat i ett boningshus sommar och vinter.

Fall 3. En vattenläcka gör att 100% R.H förekommer på undersidan av golvet och på ovansidan är luftfuktigheten 35%. Fuktfördelningen är linjär genom golvet.

7.5 Programmen

Programmen följer beräkningsgången för platt och balkteorin. Materialens egenskaper är de uppmätta som redovisats tidigare, för spånskivan har data hämtats från tabell 10.

Tre program har skrivits ett som behandlar platteorin och två enligt balkteorin, ett för längsled och ett för tvärsled på golvplankan.
Indata är en vektor bestående av vilka lager golvet består av, en vektor med lagernas fuktighet och en vektor med lagernas ursprungliga fuktighet. Utdata är krafter och moment, spänningar och deformationer samt data för att rita en plot av medelplanets deformation. Programmen finns i appendix B.

7.6 Resultat

I diagram 14-16 redovisas spänningarna i golvet som funktion av tjockleken 0 motsvarar översidan på golvet, streckade värden för balkteori och heldragna för platteori. Kurvorna är beräknade efter spänningen i medelpunkten på varje lager, vilket gör att kurvorna inte går ända ut till 0.

Diagram 17 visar medelplanets krökning tvärs golvets längdriktning för de tre olika belastningsfallen. Krökningen och töjningen längs golvet är som redovisats tidigare noll. Tabell 11 visar maximal deformation i höjdled (kupningen).

Belastningsfall	Balkteori	Platteori
1.	0.35	0.38
2.	1.25	1.4
3.	2.3	2.9

Tabell 11. Maximal deformation (kupning) för de olika belastningsfallen (mm).

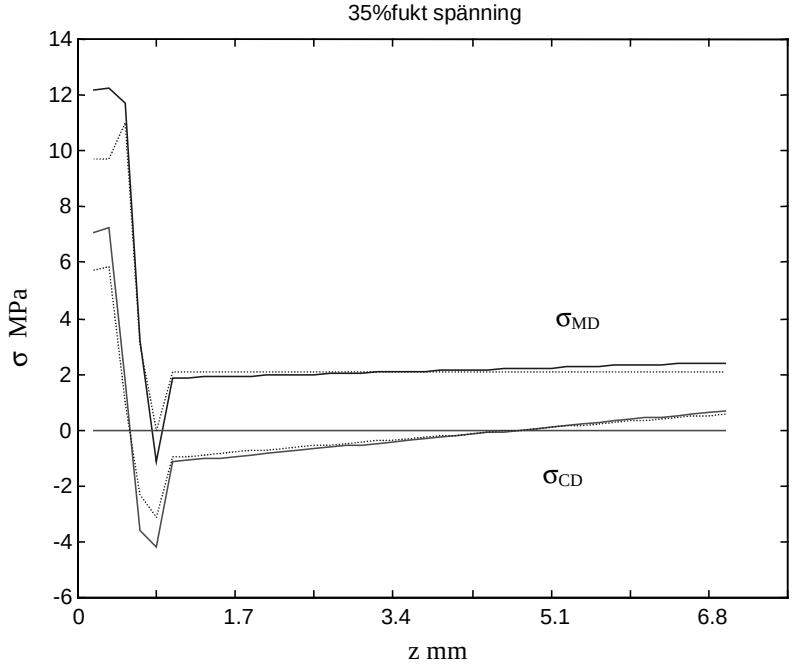


Diagram 14. Inre spänningar för fall 1.

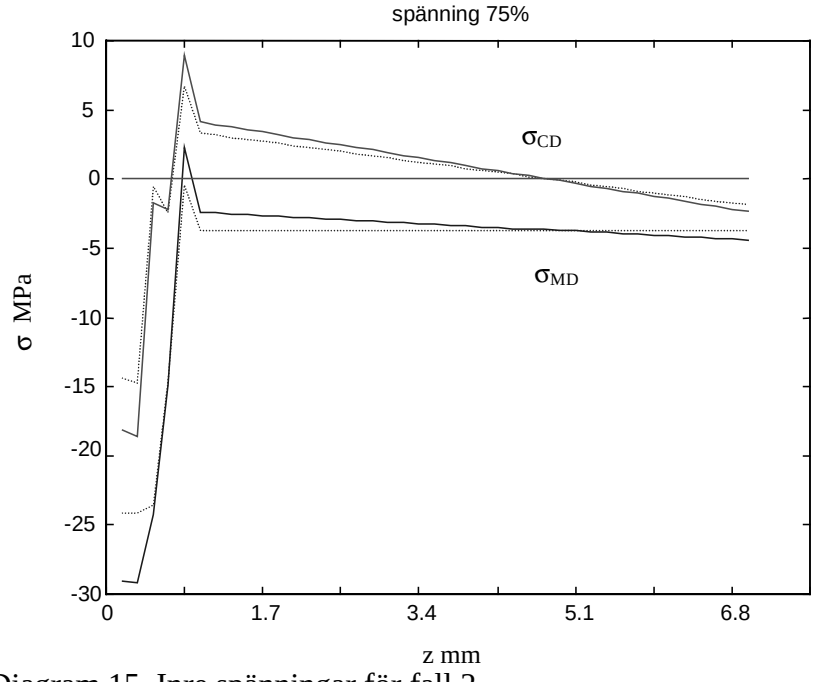


Diagram 15. Inre spänningar för fall 2.

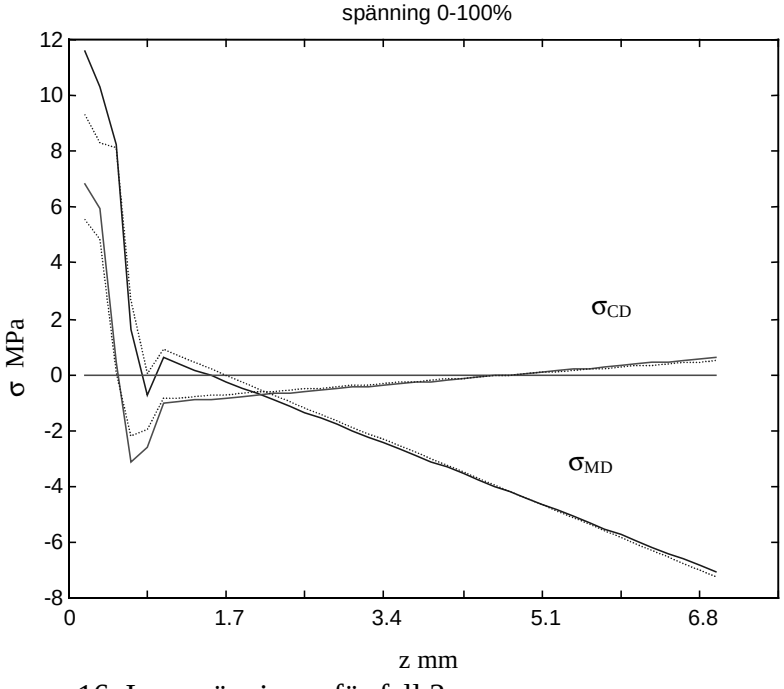


Diagram 16. Inre spänningar för fall 3.

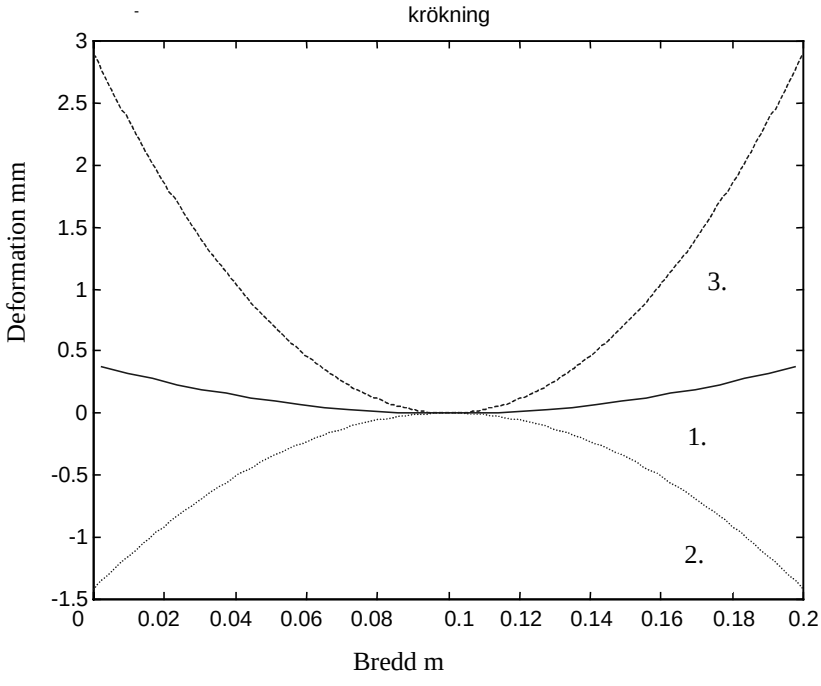


Diagram 17. Deformation av golvet

7.7 Analys och jämförelse av resultat

En jämförelse mellan balk och platteorin visar att de ger likartade spännings profiler men att balkteorin ger något lägre spänningar, speciellt vid toppvärden. Detta beror på att balkteorin ej tar hänsyn till att det finns en koppling mellan belastningar och deformationer i olika riktningar. Spänningarna är inte extrema utan verkar rimliga både till värde och tecken och maximal spänning uppstår i laminatet. En jämviktsberäkning visar att jämvikten är uppfylld.

Den maximala deformationen för balkteorin är något lägre och skillnaden ökar ju större värde deformationen har. Även detta beror på att ingen hänsyn tas till koppling mellan de olika riktningarna. Golvet kommer att deformeras på två olika håll vid sommar och vinterklimat Om man vill minimera avvikelsen från planet bör den ursprungliga fuktigheten ligga mellan just 35 och 75 %.

Det kan dock vara olämpligt att få en deformation där golvkanterna reser sig (75% och 100% fallen) eftersom de då kommer att slitas hårt och golvet ser fult ut. Om golvplankan har en krökning som motverkar fukt krökningen vid utläggningen kan detta elimineras.

Deformationen vid fallet med 35-100 % fuktighet är ungefär dubbelt så stor som 75 % fallet och sju gånger större än vid 35 %. Det är definitivt olämpligt att ha en så stor fuktighetsvariation i golvet. Det kan dock diskuteras om inte spånplattan och golvet kommer att absorbera vatten så att hela golvet blir mättat och då ge en annorlunda deformation.

8. Slutsatser och framtida behov

Styvhetsegenskaperna för speciellt core förändras med fuktinnehållet, för de två andra materialen är inte förändringen så stor. Skillnaden beror på olika fibermängder, fyllmedel samt om fibrerna är impregnerade med fenol eller melamin. Poissons tal är i stort sett konstant över fuktområdet. Detta stämmer med de resultat Adl-Zarrabi [2] redovisar för core. Styvheten minskade dock inte lika mycket vid ökad fuktnivå. Hänsyn får tas till att material från en annan tillverkningsomgång användes och att materialet hade en tjocklek på 5.4 mm.

Fuktutvidgningskoefficienterna är ungefär dubbelt så stora i CD riktningen mot MD riktningen. Dekor och overlay har mycket högre fuktutvidgning än core. Storleken på fuktutvidgnings koefficienterna för core stämmer med de av [2] redovisade. Samma hänsyn som tidigare får tas.

Fukten kan ge upphov till avsevärda deformationer i laminatgolv. Detta kan leda till att golvet blir fult och måste bytas ut. För att undvika detta bör fuktvariationen minimeras.

Ett antal lämpliga förändringar och undersökningar att göra i framtiden är

- Provningsmetoden för fuktutvidgningen bör ändrats och mätningen utföras från helt torrt material och fuktats, samt från helt fuktat material och torkas. Dessutom är en bättre och noggrannare mätmetod att föredra speciellt att man kan mäta vikten på proverna under mättiden.
- Bestämma variationen inom materialen.
- Studera var, hur och vid vilken spänning materialet plasticerar.
- Undersöka om egenskaperna varierar om proverna cyklas med fukt eller spänningar.
- Utmatningshållfasthet.
- Beräkningar på symmetriska laminat.
- Fler beräkningar på olika variationer på golvuppbyggnad och fuktbelastningar.
- Undersöka spånskivans egenskaper.
- En bättre töjningsgivare då det kunde hända att den nuvarande lossnade och mätningen fick göras om.
- En bättre metod att mäta tvärkontraktionen.

Litteraturförteckning

1. Från fiber till komposit-tillämpad materialteknik, kompendium institutionen för mekanisk teknologi och verktygsmaskiner LTH Lund 1997

2. Bijan Adl-Zarrabi, Hygro-elastic deformation of high pressure laminates-A macroscopic analysis, theoretical modeling and mesurements. Chalmers university of technology, department of building physics 1998.

3. Kristian Stålne. Tillverkningsprocess och fuktegenskaper för Pergogolv. Projektarbete i kursen Paper Converting. Byggnadsmekanik LTH 1999.

4. Bengt Sundström, enaxliga problem teknisk balkteori, KTH 1992

5. Bengt Sundström, Allmänna tillstånd och dimensioneringskriteria, KTH 1988

6. Formelsamling i hållfasthetslära, KTH 1990

7. Derek Hull, An introduktion to composite materials, Cambridge University press 1981.

8. Alan R. Jones, An experimental investigation of the in-plane elastic moduli of papper, tappi may 1968

9. Ekman Torgil. Numeriska metoder på dator och dosa. Studentliteratur Lund 1987.

10. Alternativ till chapter 6 i Hull, avdelningen för materialteknik LTH kurshäfte 1998

11. Mohamood Husein Datoo. Mechanics of fiberous composites, Elsevier applied science 1991.

12. Chow et al. Properties of hardboard made from acetylated aspen and southern pine. Wood and fiber science 1996

13. Lars-Erik Nevander, Bengt Elmarsson, Fukthandbok-Teori,dimensionering,konstruktion. Svensk byggtjänst 1981 Schmids tryckeri.

Core											
prov	0x (10^9)	0y (10^{10})	60x (10^9)	60y (10^{10})	-60x (10^9)	-60y (10^{10})	Vridning (°)	45x (10^9)	45y (10^{10})	90x (10^9)	90y (10^{10})
2.2%-1	15,46	5,039	11,1	4,213	11,54	5,135	5				
2.2%-2	15,13	5,204	11,12	4,465	11,61	5,077	1,2				
3.0%-3	15,47	4,551	10,92	3,877	11,41	3,785	-4,1				
3.1%-1	15,06	4,433	11,23	3,9	11,4	4,506	5,4				
3.2%-2	15,44	4,354	11,04	4,785	10,66	4,669	2,4				
3.3%-3	15,48	3,846	11,17	3,89	11,15	4,64	1,7				
3.7%-1	14,92	3,911	10,85	4,625	11,08	4,637	-1,3	9,872	4,058	10,1	3,774
3.7%-2	14,95	3,941	10,54	4,739	11,02	4,693	-2.6	11,51	4,331	9,719	4,038
3.7%-3	15	3,954	10,61	4,745	11,11	4,702	-2,7	9,992	3,72	9,621	4,696
5.1%-1	14,4	3,974	9,509	3,864	10,23	4,222	-3,3	11,13	3,765	9,632	3,801
5.2%-2	14,52	3,687	9,884	3,843	10,43	4,081	-3,3	10,9	4,342	8,821	3,916
5.2%-3	14,83	3,627	9,892	4,083	10,76	4,224	-7,5	10,49	4,027	9,286	4,035
7.4%-1	12,59	3,776	8,157	3,413	8,805	3,439	-5,5	9,203	3,235	7,6	3,279
7.4%-2	12,95	3,523	8,751	3,357	8,413	3,201	2	8,574	3,532	7,648	3,374
7.4%-3	12,78	3,859	8,151	3,455	8,55	3,427	-3,5	9,149	3,424	7,244	3,151
16.5%-1	10,38	2,999	6,665	2,822	6,894	2,926	-1,7	7,314	2,825	5,822	2,749
16.5%-2	10,2	2,805	6,912	2,769	6,716	2,755	-5,2	6,179	2,662	6,044	2,668
16.5%-3	10,37	2,989	6,961	2,769	6,868	2,889	2,1	7,069	2,494	5,893	2,935

Mätdata för core beräknade enligt minsta kvadratanpassning.

Dekor											
prov	0x (10^9)	0y (10^{10})	60x (10^9)	60y (10^{10})	-60x (10^9)	-60y (10^{10})	Vridning (°)	45x (10^9)	45y (10^{10})	90x (10^9)	90y (10^{10})
2.2%-1	14,68	4,674	12,54	5,148	13,84	4,821	-22,1				
2.2%-2	14,09	4,453	12,79	4,532	12,96	4,665	-2,7				
3.2%-3	12,95	4,504	12,72	4,819	12,36	4,199	-21,4				
3,3%-1	15,11	4,612	12,48	5,832	13,75	4,666	-25,3				
3,4%-2	15,08	5,722	12,31	5,517	13,19	4,723	-15,1				
3.5%-3	15,1	4,731	11,9	4,581	13,59	4,409	-19,3				
4%-1	15,03	4,557	13,32	4,835	13,67	4,204	-18,9	13,23	4,31	12,36	4,074
4%-2	14,94	4,602	13,29	4,894	13,78	4,239	-20,1	13,42	4,361	11,97	4,324
4%-3	14,91	4,46	13,7	4,571	13,33	4,553	6,1	13,54	4,492	11,88	4,236
5.1%-1	14,74	4,151	13,3	4,637	13,3	4,256	2,1	13,42	4,16	12,1	4,347
5.2%-2	15,05	4,141	13,26	4,538	13,67	4,239	-7,9	13,3	4,349	12	4,508
5,2%-3	15,1	4,101	13,69	4,584	13,67	4,103	4,5	13,2	4,294	11,8	4,528
6.3%-1	15,06	4,152	11,95	4,607	12,72	4,559	-5,9	12,72	4,307	11,93	4,358
6.4%-2	15,06	4,341	12,29	4,607	13,07	4,528	-8,3	12,48	4,327	11,78	3,953
6,4%-3	15,11	4,092	12,22	4,621	13,02	4,404	-6,8	12,26	4,31	12,36	4,074
7.5%-1	14,38	4,686	11,59	4,268	11,76	4,25	-1,9	11,81	4,207	8,869	4,118
7.5%-2	14,57	4,055	10,98	4,147	11,98	4,336	-8,3	12,26	4,146	9,459	4,099
7.5%-3	13,5	4,33	11,49	4,31	11,87	4,544	-19,0	11,51	4,267	8,895	3,969

Mätdata för dekor beräknade enligt minsta kvadratanpassning.

Overlay											
prov	0x (10^9)	0y (10^{10})	60x (10^9)	60y (10^{10})	-60x (10^9)	-60y (10^{10})	Vridning (°)	45x (10^9)	45y (10^{10})	90x (10^9)	90y (10^{10})
1.3%-1	12,73	4,415	6,199	3,818	10,86	4,531	-25,3				
1.3%-2	12,93	4,313	11,12	3,797	10,89	4,703	17,3				
2.0%-3	13,3	4,577	10,85	4,188	10,88	4,417	2,7				
2.1%-1	13,59	4,471	10,4	4,307	10,23	3,8	-4.5				
2,2%-2	14,01	4,152	10,63	4,059	10,08	3,322	-7,0				
2,4%-3	12,85	4,627	10,7	3,649	10,42	3,638	0,9				
3,0%-1	12,56	4,314	9,947	3,512	10,61	4,458	11,3	9,946	3,277	8,911	3,478
3.0%-2	12,48	4,498	10,36	3,612	10,53	4,555	13,5	10,1	3,243	9,112	3,474
3.0%-3	12,47	4,491	10,3	3,625	10,52	4,577	13,4	10,03	3,319	9,041	3,425
4.4%-1	13,14	3,721	9,927	3,162	9,157	3,322	8,9	10,38	3,337	8,883	3,735
4.7%-2	13,28	3,417	9,977	3,536	9,39	3,253	3,6	10,25	3,397	8,887	3,517
4.7%-3	12,66	3,517	9,691	3,434	9,721	3,394	-0,8	10,46	3,24	8,548	3,543
6.3%-1	12,46	3,382	9,427	3,069	9,359	3,233	3,4	9,822	2,814	7,62	3,553
6.4%-2	11,39	3,231	9,687	3,28	9,321	3,371	7,2	9,078	2,972	8,07	3,573
6.4%-3	11,13	3,293	9,611	3,338	9,291	3,346	0,2	9,455	2,878	8,365	3,299
7.7%-1	11,76	3,352	8,957	3,06	8,793	3,0596	1,8	8,309	2,834	7,176	2,724
7.7%-2	11,7	3,139	9,268	3,129	9,216	3,104	0,4	8,154	2,889	7,03	2,809
7.7%-3	12,25	3,107	8,462	2,982	9,053	2,976	-5,9	8,072	2,835	6,156	2,998

Mätdata för overlay beräknade enligt minsta kvadratanpassning.

Core 0/45/90							
fukt	Ex(10^9)	Ey(10^9)	G(10^9)	Ny1	Ny2	Ny3	Ny4
3.7%-1	14,92	10,1	3,97	0,395	0,382	0,258	0,268
3.7%-2	14,95	9,72	4,55	0,37	0,379	0,247	0,241
3.7%-3	15	9,62	3,92	0,32	0,379	0,243	0,205
5.1%-1	14,4	9,63	4,3	0,379	0,326	0,218	0,253
5.2%-2	14,52	8,82	4,36	0,371	0,394	0,239	0,225
5.2%-3	14,83	9,29	4,16	0,368	0,409	0,256	0,23
7.5%-1	12,59	7,6	3,58	0,384	0,334	0,201	0,232
7.6%-2	12,95	7,65	3,45	0,384	0,368	0,217	0,227
7.6%-3	12,78	7,24	3,61	0,406	0,331	0,188	0,23
16.5%-1	10,38	5,82	2,9	0,378	0,346	0,194	0,212
16.5%-2	10,2	6,04	2,51	0,382	0,364	0,216	0,227
16.5%-3	10,35	5,89	2,75	0,353	0,346	0,197	0,201

Styvhetsegenskaper för core enligt ortotropiantagandet.

Dekor 0/45/90							
fukt	Ex(10^9)	Ey(10^9)	G(10^9)	Ny1	Ny2	Ny3	Ny4
4.0%-1	15,03	12,36	4,85	0,33	0,33	0,275	0,275
4.0%-2	14,94	11,97	5,07	0,346	0,325	0,26	0,277
4.0%-3	14,91	11,87	5,1	0,352	0,324	0,258	0,28
5.1%-1	14,74	12,1	5,07	0,339	0,355	0,292	0,278
5.2%-2	15,05	12	5,09	0,353	0,364	0,29	0,281
5.2%-3	15,1	11,8	5,05	0,334	0,368	0,287	0,262
6.3%-1	15,06	11,93	4,91	0,346	0,363	0,287	0,274
6.4%-2	15,06	11,78	4,84	0,381	0,347	0,272	0,298
6.4%-3	15,11	12,36	4,77	0,371	0,37	0,302	0,304
7.5%-1	14,38	8,87	4,61	0,349	0,307	0,189	0,215
7.5%-2	14,57	9,46	4,73	0,353	0,357	0,233	0,231
7.5%-3	13,5	8,89	4,53	0,325	0,298	0,205	0,224

Styvhetsegenskaper för dekor enligt ortotropiantagandet.

Overlay 0/45/90							
fukt	Ex(10^9)	Ey(10^9)	G(10^9)	Ny1	Ny2	Ny3	Ny4
3.0%-1	12,56	8,91	3,82	0,361	0,291	0,207	0,256
3.0%-2	12,48	9,11	3,85	0,359	0,277	0,203	0,262
3.0%-3	12,47	9,04	3,85	0,364	0,278	0,201	0,264
4.4%-1	13,14	8,88	3,96	0,335	0,337	0,239	0,238
4.7%-2	13,28	8,89	3,94	0,378	0,389	0,26	0,253
4.7%-3	12,66	8,55	3,95	0,357	0,36	0,243	0,241
6.3%-1	12,46	7,62	3,64	0,351	0,368	0,225	0,214
6.4%-2	11,39	8,07	3,48	0,309	0,341	0,25	0,226
6.4%-3	11,13	8,36	3,56	0,337	0,338	0,254	0,254
7.7%-1	11,76	7,18	3,21	0,423	0,343	0,214	0,263
7.7%-2	11,7	7,03	3,18	0,417	0,373	0,224	0,25
7.7%-3	12,25	6,16	3,14	0,408	0,394	0,198	0,205

Styvhetsegenskaper för overlay enligt ortotropiantagandet.

Core0+/-60						
Fukt	Ex(10^9)	Ey(10^9)	G(10^9)	Ny1	Ny2	Vrid (°)
2.2%-1	15,46	10,65	4,81	0,307	0,211	5
2.2%-2	15,13	10,76	4,83	0,291	0,207	1,2
3.0%-3	15,47	10,82	4,48	0,34	0,238	-4,1
3.1%-1	15,06	10,65	4,7	0,34	0,24	5,4
3.2%-2	15,44	9,64	4,88	0,355	0,221	2,4
3.3%-3	15,48	9,89	4,88	0,403	0,257	-1,3
3.7%-1	14,92	9,56	4,96	0,382	0,245	-2,6
3.7%-2	14,95	9,35	4,94	0,379	0,237	-2,7
3.7%-3	15	9,43	4,97	0,379	0,238	-3,3
5.1%-1	14,4	8,88	4,34	0,362	0,224	-3,3
5.2%-2	14,52	9,02	4,46	0,394	0,245	-3,3
5.2%-3	14,83	8,97	4,64	0,409	0,247	-5,1
7.5%-1	12,59	7,85	3,64	0,334	0,208	-5,5
7.6%-2	12,95	7,89	3,67	0,368	0,224	1,6
7.6%-3	12,78	7,72	3,62	0,331	0,2	-3,5
16.5%-1	10,38	6,15	3	0,346	0,205	-1,7
16.5%-2	10,2	6,16	2,99	0,364	0,22	2,1
16.5%-3	10,37	6,32	3,01	0,346	0,212	-2,1

Styvhetsegenskaper för core enligt anisotropiantagandet.

Dekor 0+/-60						
Fukt	Ex(10^9)	Ey(10^9)	G(10^9)	Ny1	Ny2	Vrid (°)
2.2%-1	14,68	12,44	5,43	0,314	0,266	-22,1
2.2%-2	14,09	12,37	5,18	0,316	0,278	-2,7
3.2%-3	12,95	12,42	4,93	0,288	0,276	-21,4
3.3%-1	15,11	12,05	5,56	0,328	0,261	-25,3
3.4%-2	15,08	12,54	5,19	0,264	0,219	-15,1
3.5%-3	15,1	12,27	5,1	0,319	0,259	-19,3
4.0%-1	15,03	13,11	5,31	0,33	0,288	-18,9
4.0%-2	14,94	13,18	5,33	0,325	0,287	-20,1
4.0%-3	14,91	13	5,32	0,334	0,291	6,1
5.1%-1	14,74	12,54	5,34	0,355	0,302	2,1
5.2%-2	15,05	12,71	5,37	0,364	307	-7,9
5.2%-3	15,1	12,97	5,4	0,368	0,316	4,5
6.3%-1	15,06	11,23	5,22	0,363	0,271	-5,9
6.4%-2	15,06	11,82	5,24	0,347	0,272	-8,3
6.4%-3	15,11	11,53	5,27	0,37	0,282	-6,8
7.5%-1	14,38	11,34	4,72	0,307	0,242	-1,9
7.5%-2	14,57	10,56	4,82	0,357	0,26	-8,3
7.5%-3	13,5	11,03	4,78	0,312	0,255	-2

Styvhetsegenskaper för dekor enligt anisotropiantagandet.

Overlay 0+/-60						
Fukt	Ex(10^9)	Ey(10^9)	G(10^9)	Ny1	Ny2	Vrid (°)
1.3%-1	12,73	7,1	3,67	0,288	0,161	-25,3
1.3%-2	12,93	10,57	4,51	0,299	0,245	17,3
2.0%-3	13,31	10,44	4,5	0,291	0,228	2,7
2.1%-1	13,6	9,84	4,3	0,304	0,22	-4,5
2.2%-2	14,01	9,93	4,21	0,337	0,239	-7,9
2.4%-3	12,85	10,8	4,09	0,278	0,233	0,9
3.0%-1	12,56	9,97	4,19	0,291	0,231	11,3
3.0%-2	12,48	10,25	4,23	0,277	0,228	13,5
3.0%-3	12,47	10,19	4,24	0,278	0,227	13,4
4.4%-1	12,53	9,26	3,8	0,337	0,249	8,9
4.7%-2	13,14	8,92	4,03	0,385	0,261	3,7
4.7%-3	12,66	9,1	3,99	0,36	0,259	-0,8
6.3%-1	12,46	8,91	3,8	0,339	0,263	3,4
6.4%-2	11,39	8,99	3,86	0,341	0,278	7,2
6.4%-3	11,13	8,78	3,8	0,338	0,261	0,2
7.7%-1	11,76	8,51	3,58	0,343	0,254	1,8
7.7%-2	11,7	8,66	3,76	0,373	0,276	0,4
7.7%-3	12,25	8,18	3,58	0,379	0,263	-5,9

Styvhetsegenskaper för overlay enligt anisotropiantagandet.

Appendix B

```
Program för:
Beräkning enligt platteori
Beräkning enligt balkteori (plan balk)
Beräkning enligt balkteori (fri krökning)
Beräkningsprogram för anisotropi
Beräkningsprogram för ortotropi

% beräkning enligt platteori

function
[Ntot,Mtot,sigma,e,kr,X,Y,Z]=golv(lager,fukt,fuktnoll)

k=length(lager);
tjock=0;
t=0.17e-3;
p=0;
l=1.2;
b=.2;
A=zeros(3,3);
B=zeros(3,3);
D=zeros(3,3);
tjock=k*t;
z=-tjock/2;

for i=1:k;
   p=lager(i);

   % definera materialen

   material=[(17.0065e9-0.6064e9*fukt(i)+0.012e9*fukt(i)^2),
      (12.3342e9-0.7984e9*fukt(i)+0.0259e9*fukt(i)^2),
      (5.7047e9-0.314e9*fukt(i)+0.009e9*fukt(i)^2),
       0.377,0.246,3.81e-4,8.69e-4;

      (10.6524e9+1.8371e9*fukt(i)-0.1843e9*(fukt(i)^2)),
      (9.5406e9+1.5658e9*fukt(i)-0.1976e9*(fukt(i)^2)),(
      4.6253e9+0.3238e9*fukt(i)-0.0415e9*fukt(i)^2),
      0.345,0.275,12.56e-4,17.36e-4;

      (13.6134e9-0.2521e9*fukt(i)-0.0029e9*fukt(i)^2),
      (9.5697e9+0.1806e9*fukt(i)-0.0566e9*fukt(i)^2),
      (4.2839e9-0.0288e9*fukt(i)-0.0107e9*fukt(i)^2),
       0.384,0.233,10.66e-4,22.05e-4;

       3.5e9,3.5e9,1e9,0.3,0.3,4.2e-5,4.2e-5];

    % lagerets Q matris

Qi=[(material(p,1)/(1-material(p,4)*material(p,5))),
(material(p,4)*material(p,2)/(1-
material(p,4)*material(p,5))),0;
```

Appendix B

```
(material(p,4)*material(p,2)/(1-material(p,4)*material(p,5))),
   (material(p,2)/(1-material(p,4)*material(p,5))),0;

   0,0,material(p,3)];

   % beräkna A,B,D matriser

   A=A+Qi*t;
   B=B-(Qi*(z+t/2)*t);
   D=D+(Qi*(t*(z+t/2)^2+(t^3)/12));

   %beräkna fria töjningen pga fukt

   epsi(1,i)=material(p,6)*(fukt(i)-fuktnoll(i));
   epsi(2,i)=material(p,7)*(fukt(i)-fuktnoll(i));
   epsi(3,i)=0;

   %beräkna fria krafterna pga fukt

   N(:,i)=Qi*epsi(:,i)*t;
   M(:,i)=-Qi*epsi(:,i)*t*(z+t/2);
   z=z+t;
end

%beräkna laminatets fria krafter

Ntot=sum(N,2);
Mtot=sum(M,2);

%beräkna deformationer

hygrobel=[Ntot;Mtot];
styv=[A,B;B,D];
hygrodef=inv(styv)*hygrobel;

ainv=inv(styv);
mekbel=zeros(6,1);
mekbel(4,1)=((ainv(1,1)*(-hygrodef(4,1))/ainv(4,1))+
hygrodef(1,1))/((ainv(4,4)*ainv(1,1)/ainv(4,1))-ainv(4,1));
mekbel(1,1)=((-hygrodef(1,1))-
ainv(4,1)*mekbel(4,1))/ainv(1,1);

def=inv(styv)*(hygrobel+mekbel);
e=[def(1);def(2);def(3)];
kr=[def(4);def(5);def(6)];

% beräkna spänningen

   z=-tjock/2;
   for i=1:k;
```

```
      p=lager(i);
     material=[(17.0065e9-0.6064e9*fukt(i)+0.012e9*fukt(i)^2),
    (12.3342e9-0.7984e9*fukt(i)+0.0259e9*fukt(i)^2),
    (5.7047e9-0.314e9*fukt(i)+0.009e9*fukt(i)^2),
     0.377,0.246,3.81e-4,8.69e-4;

    (10.6524e9+1.8371e9*fukt(i)-0.1843e9*(fukt(i)^2)),
         (9.5406e9+1.5658e9*fukt(i)-0.1976e9*(fukt(i)^2)),
         (4.6253e9+0.3238e9*fukt(i)-0.0415e9*fukt(i)^2),
          0.345,0.275,12.56e-4,17.36e-4;

         (13.6134e9-0.2521e9*fukt(i)-0.0029e9*fukt(i)^2),
         (9.5697e9+0.1806e9*fukt(i)-0.0566e9*fukt(i)^2),
         (4.2839e9-0.0288e9*fukt(i)-0.0107e9*fukt(i)^2),
          0.384,0.233,10.66e-4,22.05e-4;

          3.5e9,3.5e9,1e9,0.3,0.3,4.2e-5,4.2e-5];

       Qi=[(material(p,1)/(1-material(p,4)*material(p,5))),
(material(p,4)*material(p,2)/(1-material(p,4)*material(p,5))),
0;

(material(p,4)*material(p,2)/(1-material(p,4)*material(p,5))),
          (material(p,2)/(1-material(p,4)*material(p,5))),0;

         0,0,material(p,3)];
      toj=e-epsi(:,i)-(z+t/2)*kr;
   sigma(:,i)=Qi*toj;
   z=z+t;
end;

% beräkna medelplanets deformation

Rtva=1/kr(2,1);
t=0;
p=0;
ta0=round(b*(1+def(2))*1800/(2*Rtva));
if ta0<0;
   ta0=-ta0;
end;
t=1;
X(1,1)=0;
p=0;
   for i=-ta0:ta0;
      p=p+1;
      ta=i/1800;
            Z(p,t)=-((Rtva*(1-cos(ta))));
            Y(1,p)=Rtva*sin(ta);
   end;
```

Appendix B

```
% balkböjning K=0

function [N,M,sigma,fritoj]=balk(lager,fukt,fuktnoll);
A=0;
B=0;
D=0;
k=length(lager);
tjock=0;
t=0.17e-3;
tjock=k*t;
z=-tjock/2;

%beräkning av friatöjningen, kraften, moment samt A, B, D

for i=1:k;
   p=lager(i);
 material=[(17.0065e9-0.6064e9*fukt(i)+0.012e9*fukt(i)^2),
    (12.3342e9-0.7984e9*fukt(i)+0.0259e9*fukt(i)^2),
    (5.7047e9-0.314e9*fukt(i)+0.009e9*fukt(i)^2),
     0.377,0.246,3.81e-4,8.69e-4;

    (10.6524e9+1.8371e9*fukt(i)-0.1843e9*(fukt(i)^2)),
         (9.5406e9+1.5658e9*fukt(i)-0.1976e9*(fukt(i)^2)),
         (4.6253e9+0.3238e9*fukt(i)-0.0415e9*fukt(i)^2),
          0.345,0.275,12.56e-4,17.36e-4;

         (13.6134e9-0.2521e9*fukt(i)-0.0029e9*fukt(i)^2),
         (9.5697e9+0.1806e9*fukt(i)-0.0566e9*fukt(i)^2),
         (4.2839e9-0.0288e9*fukt(i)-0.0107e9*fukt(i)^2),
          0.384,0.233,10.66e-4,22.05e-4;

          3.5e9,3.5e9,1e9,0.3,0.3,4.2e-5,4.2e-5];

   fritoj(i)=material(p,6)*(fuk(i)-fuktnoll(i));
   N(i)=material(p,1)*fritoj(i)*t;
   M(i)=N(i)*(z+t/2);
   A=A+material(p,1)*t;
   B=B-material(p,1)*t*(z+t/2);
   D=D+material(p,1)*t*((z+t/2)^2+t^3/12);
   z=z+t;
end;
Ntot=sum(N);
Mtot=sum(M);

bel=[Ntot;Mtot];
styv=[A,B;B,D];
hygrodef=inv(styv)*bel;
mekdef=-hygrodef;

% beräkna spänningar
```

Appendix B

```
for i=1:k;
   p=lager(i);
   sigma(i)=(-fritoj(i))*material(p,1);
end;
```

Appendix B

```
% beräkning av krökning
function [Ntot,Mtot,def,sigma,X,Y,Z]=
balkkrok(lager,fukt,fuktnoll);

b=0.2;
A=0;
B=0;
D=0;
t=0.17e-3;
k=length(lager);
tjock=k*t;
z=-tjock/2;
% beräkning av A, B, D samt fria spänningar och krafter

for i=1:k;
   material=[(17.0065e9-0.6064e9*fukt(i)+0.012e9*fukt(i)^2),
(12.3342e9-0.7984e9*fukt(i)+0.0259e9*fukt(i)^2),
(5.7047e9-0.314e9*fukt(i)+0.009e9*fukt(i)^2),
0.377,0.246,3.81e-4,8.69e-4,0.17e-3;

(10.6524e9+1.8371e9*fukt(i)-0.1843e9*fukt(i)^2),
(9.5406e9+1.5658e9*fukt(i)-0.1976e9*fukt(i)^2),
(4.6253e9+0.3238e9*fukt(i)-0.0415e9*fukt(i)^2),
0.345,0.275,12.56e-4,17.36e-4;

(13.6134e9-0.2521e9*fukt(i)-0.0029e9*fukt(i)^2),
(9.5697e9+0.1806e9*fukt(i)-0.0566e9*fukt(i)^2),
(4.2839e9-0.0288e9*fukt(i)-0.0107e9*fukt(i)^2),
0.384,0.233,10.66e-4,22.05e-4;

3.5e9,3.5e9,1e9,0.3,0.2,4.2e-5,4.2e-5];

   fritoj(i)=material(lager(i),7)*(fukt(i)-fuktnoll(i));
   N(i)=material(lager(i),2)*fritoj(i)*t;
   M(i)=-N(i)*(z+t/2);
   A=A+material(lager(i),2)*t;
   B=B-material(lager(i),2)*t*(z+t/2);
   D=D+material(lager(i),2)*t*((z+t/2)^2+(t^3)/12);
   z=z+t;
end;
Ntot=sum(N);
Mtot=sum(M);

% beräkna deformationer

bel=[Ntot;Mtot];
styv=[A,B;B,D];
def=inv(styv)*bel;

% beräkna spänningar
```

Appendix B

```
z=-tjock/2;
for i=1:k;
   material=[(17.0065e9-0.6064e9*fukt(i)+0.012e9*fukt(i)^2),
(12.3342e9-0.7984e9*fukt(i)+0.0259e9*fukt(i)^2),
(5.7047e9-0.314e9*fukt(i)+0.009e9*fukt(i)^2),
0.377,0.246,3.81e-4,8.69e-4;

(10.6524e9+1.8371e9*fukt(i)-0.1843e9*fukt(i)^2),
(9.5406e9+1.5658e9*fukt(i)-0.1976e9*fukt(i)^2),
(4.6253e9+0.3238e9*fukt(i)-0.0415e9*fukt(i)^2),
0.345,0.275,12.56e-4,17.36e-4;

(13.6134e9-0.2521e9*fukt(i)-0.0029e9*fukt(i)^2),
(9.5697e9+0.1806e9*fukt(i)-0.0566e9*fukt(i)^2),
(4.2839e9-0.0288e9*fukt(i)-0.0107e9*fukt(i)^2),
0.384,0.233,10.66e-4,22.05e-4;

3.5e9,3.5e9,1e9,0.3,0.3,4.2e-5,4.2e-5];

   toj=def(1,1)-(z+t/2)*def(2,1)-fritoj(i);
   sigma(i)=toj*material(lager(i),2);
   z=z+t;
end;

% beräkna krökningen

Rtva=1/def(2);
t=0;
p=0;
ta0=round(b*(1+def(1))*1800/(2*Rtva));
if ta0<0;
   ta0=-ta0;
end;
%beräkning
   t=1;
   X(1,1)=0;
   p=0;
   for i=-ta0:ta0;
      p=p+1;
      ta=i/1800;
            Z(p,t)=-((Rtva*(1-cos(ta))));
            Y(1,p)=Rtva*sin(ta);
   end;
```

Appendix B

```
function [ortobas,fel,vrid,E,Eorto,Cett,skillnad]=
anisotropialla(a,b,c,d,e,f,area,langd)


fel=zeros(7,1);
E=zeros(5,1);


% vinkelmatrisen

m=pi/3;
n=-pi/3;
vink=[(sin(m)^4),(sin(2*m)^2),(4*sin(m)*cos(m)^3),
(4*sin(m)^3*cos(m));
(0.25*sin(2*m)^2),(-sin(2*m)^2),(-sin(2*m)*cos(2*m)),
(sin(2*m)*cos(2*m));
(sin(n)^4),(sin(2*n)^2),(4*sin(n)*cos(n)^3),
(4*sin(n)^3*cos(n));
(0.25*sin(2*n)^2),(-sin(2*n)^2),(-sin(2*n)*cos(2*n)),
(sin(2*n)*cos(2*n))]

% Bestämning av styvheter med minsta kvadrat metoden

   [r,t]=size(a);
   G=ones(r,2);
   G(:,2)=a(:,2)/(1.04*langd);
   konst=inv(G'*G)*G'*a(:,1)/area(1);
   Cnoll(1)=konst(1,1);
   Cett(1)=konst(2,1);

   for i=1:r;
      skillnad(i,1)=(a(i,1)/(area(1)))-
((Cett(1,1)*a(i,2)/(1.04*25))+Cnoll(1));
   end;

[r,t]=size(b);
   G=ones(r,2);
   G(:,2)=b(:,2)/(1.04*langd);
   konst=inv(G'*G)*G'*b(:,1)/area(2);
   Cnoll(2)=konst(1,1);
   Cett(2)=konst(2,1);
   for i=1:r;
      skillnad(i,2)=(b(i,1)/(area(2)))-
((Cett(2)*b(i,2)/(1.04*25))+Cnoll(2));
   end;

[r,t]=size(c);
   G=ones(r,2);
   G(:,2)=c(:,2)/(1.04*langd);
   konst=inv(G'*G)*G'*c(:,1)/area(3);
   Cnoll(3)=konst(1,1);
```

```
   Cett(3)=konst(2,1);
   for i=1:r;
      skillnad(i,3)=(c(i,1)/(area(3)))-
((Cett(3)*c(i,2)/(1.04*25))+Cnoll(3));
   end;

[r,t]=size(d);
   G=ones(r,2);
   G(:,2)=d(:,2)/(1.04*langd);
   konst=inv(G'*G)*G'*d(:,1)/area(4);
   Cnoll(4)=konst(1,1);
   Cett(4)=konst(2,1);
   for i=1:r;
      skillnad(i,4)=(d(i,1)/(area(4)))-
((Cett(4)*d(i,2)/(1.04*25))+Cnoll(4));
   end;

   [r,t]=size(e);
   G=ones(r,2);
   G(:,2)=e(:,2)/(1.04*langd);
   konst=inv(G'*G)*G'*e(:,1)/area(5);
   Cnoll(5)=konst(1,1);
   Cett(5)=konst(2,1);
   for i=1:r;
      skillnad(i,5)=(e(i,1)/(area(5)))-
((Cett(5)*e(i,2)/(1.04*25))+Cnoll(5));
   end;

   [r,t]=size(f);
   G=ones(r,2);
   G(:,2)=f(:,2)/(1.04*langd);
   konst=inv(G'*G)*G'*f(:,1)/area(6);
   Cnoll(6)=konst(1,1);
   Cett(6)=konst(2,1);
for i=1:r;
      skillnad(i,6)=(f(i,1)/(area(6)))-
((Cett(6)*f(i,2)/(1.04*25))+Cnoll(6));
   end;
   for i=2:7;
      fel(i,1)=max(abs(skillnad(:,i-1)));
   end;

% Dragning i 0-riktningen

A(1,1)=1/Cett(1);
A(1,2)=1/Cett(2);

% bestämning av vridna styvheter

ha=1/Cett(3);
hb=1/Cett(4);
```

```
hc=1/Cett(5);
hd=1/Cett(6);
H=zeros(4,1);
Htva=[(ha-(A(1,1)*cos(m)^4)-(0.5*A(1,2)*sin(2*m)^2));
   (hb-0.25*A(1,1)*sin(2*m)^2-A(1,2)*(cos(m)^4+sin(m)^4));
   (hc-A(1,1)*cos(n)^4-0.5*A(1,2)*sin(2*n)^2);
   (hd-0.25*A(1,1)*sin(2*n)^2-A(1,2)*(cos(n)^4+sin(n)^4))];
H=inv(vink)*Htva;

% Beräkning av A matrisen

A(1,3)=H(3,1);
A(1,4)=H(1,1);
A(1,5)=H(4,1);
A(1,6)=H(2,1);

vrid=0;
S=[A(1,1);A(1,3);A(1,2);A(1,6);A(1,5);A(1,4)]
ortobas(:,1)=S;
fel(1)=S(2,1)^2+S(5,1)^2;

% ej vridna mekaniska egenskaper

E(1,1)=1/ortobas(1,1);
   E(2,1)=1/ortobas(6,1);
   E(3,1)=1/(4*ortobas(4,1));
   E(4,1)=-ortobas(3,1)/ortobas(1,1);
   E(5,1)=-ortobas(3,1)/ortobas(6,1);

% vridning av bas

for gra=-900:900;
   v=gra*pi/1800;
   a=cos(v);
   b=sin(v);
   M=[a^4,4*b*a^3,0.5*sin(2*v)^2,sin(2*v)^2,4*b^3*a,b^4;
   (-b*a^3),(a^4)-(3*a^2*b^2),0.25*sin(4*v),
0.5*sin(4*v),(3*a^2*b^2)-(b^4),b^3*a;
   0.25*sin(2*v)^2,(-0.5*sin(4*v)),a^4+b^4,
(-sin(2*v)^2),0.5*sin(4*v),0.25*sin(2*v)^2;
   0.25*sin(2*v)^2,(-0.5*sin(4*v)),
(0.5*sin(2*v)^2),cos(2*v)^2,0.5*sin(4*v),0.25*sin(2*v)^2;
  (-b^3*a),3*a^2*b^2-b^4,(-0.25*sin(4*v)),(-0.5*sin(4*v)),
a^4-3*b^2*a^2,b*a^3;
   b^4,(-4*b^3*a),0.5*sin(2*v)^2,sin(2*v)^2,(-4*b*a^3),a^4];
vridbas=M*S;

% bestäm om felet är mindre

   if (vridbas(2,1)^2+vridbas(5,1)^2)<fel;
      fel(1,1)=(vridbas(2,1)^2+vridbas(5,1)^2);
```

```
      ortobas=vridbas;
      vrid=v*180/pi;
   end
end

% bestämning av de mekaniska egenskaperna efter vridning

   Eorto(1,1)=1/ortobas(1,1);
   Eorto(2,1)=1/ortobas(6,1);
   Eorto(3,1)=1/(4*ortobas(4,1));
   Eorto(4,1)=-ortobas(3,1)/ortobas(1,1);
   Eorto(5,1)=-ortobas(3,1)/ortobas(6,1);
```

Appendix B

```
%program för orotropiberäkningar

function [E,Cett,skillnad]=ortotropi(a,b,c,d,e,f,area,langd);
fel=zeros(7,1);
E=zeros(7,1);
[r,t]=size(a);
   G=ones(r,2);
   G(:,2)=a(:,2)/(1.04*langd);
   konst=inv(G'*G)*G'*a(:,1)/area(1);
   Cnoll(1)=konst(1,1);
   Cett(1)=konst(2,1);

   for i=1:r;
      skillnad(i,1)=(a(i,1)/(area(1)))-
((Cett(1,1)*a(i,2)/(1.04*25))+Cnoll(1));
   end;

[r,t]=size(b);
   G=ones(r,2);
   G(:,2)=b(:,2)/(1.04*langd);
   konst=inv(G'*G)*G'*b(:,1)/area(2);
   Cnoll(2)=konst(1,1);
   Cett(2)=konst(2,1);
   for i=1:r;
      skillnad(i,2)=(b(i,1)/(area(2)))-
((Cett(2)*b(i,2)/(1.04*25))+Cnoll(2));
   end;

[r,t]=size(c);
   G=ones(r,2);
   G(:,2)=c(:,2)/(1.04*langd);
   konst=inv(G'*G)*G'*c(:,1)/area(3);
   Cnoll(3)=konst(1,1);
   Cett(3)=konst(2,1);
   for i=1:r;
      skillnad(i,3)=(c(i,1)/(area(3)))-
((Cett(3)*c(i,2)/(1.04*25))+Cnoll(3));
   end;

[r,t]=size(d);
   G=ones(r,2);
   G(:,2)=d(:,2)/(1.04*langd);
   konst=inv(G'*G)*G'*d(:,1)/area(4);
   Cnoll(4)=konst(1,1);
   Cett(4)=konst(2,1);
   for i=1:r;
      skillnad(i,4)=(d(i,1)/(area(4)))-
((Cett(4)*d(i,2)/(1.04*25))+Cnoll(4));
   end;

   [r,t]=size(e);
```

Appendix B

```
   G=ones(r,2);
   G(:,2)=e(:,2)/(1.04*langd);
   konst=inv(G'*G)*G'*e(:,1)/area(5);
   Cnoll(5)=konst(1,1);
   Cett(5)=konst(2,1);
   for i=1:r;
      skillnad(i,5)=(e(i,1)/(area(5)))-
((Cett(5)*e(i,2)/(1.04*25))+Cnoll(5));
   end;

   [r,t]=size(f);
   G=ones(r,2);
   G(:,2)=f(:,2)/(1.04*langd);
   konst=inv(G'*G)*G'*f(:,1)/area(6);
   Cnoll(6)=konst(1,1);
   Cett(6)=konst(2,1);
for i=1:r;
      skillnad(i,6)=(f(i,1)/(area(6)))-
((Cett(6)*f(i,2)/(1.04*25))+Cnoll(6));
   end;
   for i=2:7;
      fel(i,1)=max(abs(skillnad(:,i-1)));
   end;


E(1)=Cett(1);
E(2)=Cett(5);
E(3)=0.5*Cett(3)*Cett(4)/(Cett(4)-Cett(3));
E(4)=-Cett(1)/Cett(6);
E(5)=-Cett(1)/Cett(2);
E(6)=-Cett(5)/Cett(2);
E(7)=-Cett(5)/Cett(6);
```