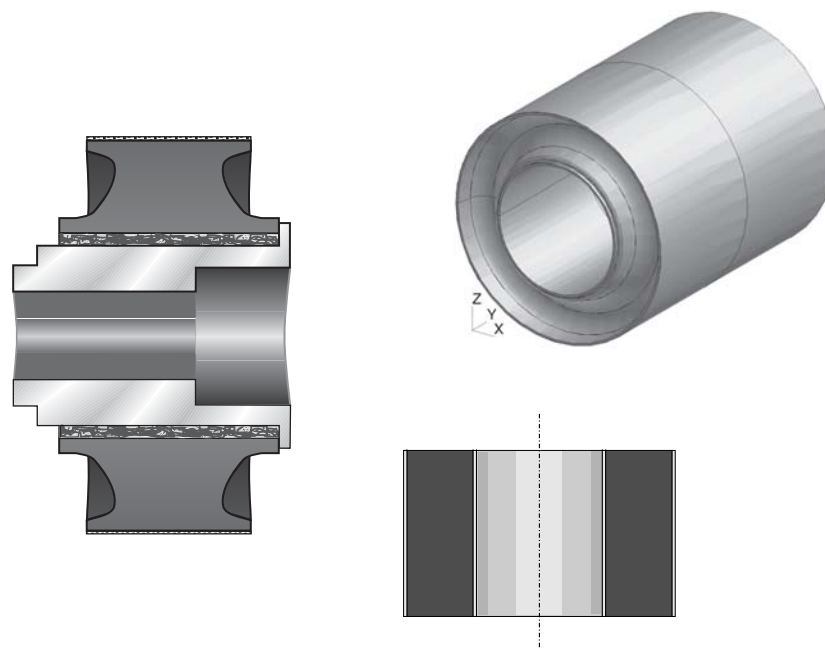




LUND
UNIVERSITY



ANALYS AV NÅGRA AXIALSYMMETRISKA GUMMIKOMPONENTER

Rapport inom NUTEK-VAMP

PER-ERIK AUSTRELL och MARTIN JÖNSSON

Department
of
Mechanics
and
Materials

Structural Mechanics

Department of Mechanics and Materials
Structural Mechanics

ISRN LUTVDG/TVSM--99/7129--SE (1-42)
ISSN 0281-6679

ANALYS AV NÅGRA AXIALSYMMETRISKA GUMMIKOMPONENTER

Rapport inom VAMP,
NUTEKs verkstadstekniska materialprogram

Copyright © 1999 by Structural Mechanics, LTH, Sweden.
Printed by Universitetsstryckeriet, Lund, Sweden.

For information, address:
Division of Structural Mechanics, LTH, Lund University, Box 118, SE-221 00 Lund, Sweden.
Homepage: <http://www.byggmek.lth.se>

Förord

Den här skriften är en sammanfattning av de arbeten främst i form av finita elementanalyser som genomförts av Byggnadsmekanik vid LTH under andra delen av NUTEK-VAMP 8 projektet 'Metodik för utveckling av gummikomponenter'.

Bakgrunden till de här presenterade analyserna är praktiska problem som de deltagande företagen har identifierat i den dagliga verksamheten.

Texten är uppdelad i tre avsnitt som beskriver olika typer av analyser med den gemensamma nämnaren att de alla behandlar axialsymmetriska komponenter.

Det första behandlar en bussning som ingår i ett drivsystem för tåg som tillverkas av ADtranz och arbetet inriktas på en spänningsberäkning för att identifiera riskabla punkter i komponenten med hänsyn till utmattning.

Det andra är också relaterat till utmattning i en analys av en torsionsbussning som används av Hägglunds Vehicle i en bandvagn. Syftet är att ta fram en ny design av torsionsbussningen för att undvika veckbildning som uppkommer i ett radiellt kompressionssteg som genomförs för att minska dragspänningarna i komponenten och därmed minska risken för utmattning.

Det tredje är av mer allmän karaktär men är kopplat till en undersökning av en isolator till förarhytten i en hjullastare som tillverkas av Volvo. Gummielementet har studerats i projektet med avseende på högfrequensegenskaper för att undvika ljud och vibrationer. Men elementet utsätts också för lågfrekvent belastning med stora amplituder. Arbetet behandlar olinjära dynamiska egenskaper hos gummimaterial vid låga frekvenser och stora amplituder. Specifikt studeras ett hylselement av enkel geometri.

Skriften kan ses som några tillämpningsexempel i anslutning till den mer allmänna beskrivning som gavs i sammanställningen 'Survey of design methods and material characteristics in rubber engineering' [2].

Per-Erik Austrell i maj 1999

Innehåll

1	Spänningsberäkning med hänsyn till utmattning	1
1.1	ADtranz komponent	1
1.2	Materialsamband	2
1.2.1	Hårdhetsmätningar	2
1.2.2	Dragprov	3
1.3	Enkel uppskattning av komponentens styvhet	3
1.4	Axisymmetrisk finit elementanalys	4
1.4.1	Komponentens styvhet	5
1.4.2	Spänningstillståndet	6
1.5	Slutsatser	7
2	Analys av torsionsbussning i syfte att undvika veckbildning	9
2.1	Hägglunds torsionsbussning	9
2.2	Materialsamband	10
2.3	Axisymmetrisk analys	10
2.3.1	Ursprungsgeometri	10
2.3.2	Rekommenderad utformning	12
2.3.3	Andra utformningar	14
2.3.4	Elementstorlekens påverkan	17
2.4	Slutsatser	18
3	Dynamisk styvhet och dämpning i lågfrekvensområdet	19
3.1	Experimentella observationer	19
3.2	Dynamiska materialegenskaper - endimensionella modeller	21
3.2.1	Viskoelastisk materialmodell	22
3.2.2	Elastoplastisk materialmodell	23
3.2.3	Viskoplastisk materialmodell	24
3.3	Finit elementmodellering av amplitudberoende	26
3.3.1	Viskoplastisk materialmodell för finita element-simuleringar	26
3.3.2	Axiell skjuvbelastning	27
3.3.3	Axiell dragbelastning	28
3.3.4	Radiell belastning	28
3.3.5	Torsionsbelastning	29
3.4	Slutsatser	29
A	Spänningstillstånd	32
A.1	Huvudspänningar	32
A.2	Plant spänningstillstånd	32
A.3	Axialsymmetriska spänningar	32

1 Spänningsberäkning med hänsyn till utmattning

Sammanfattning

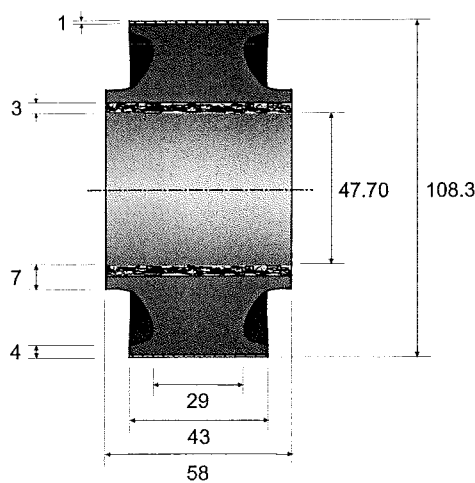
Redovisningen här ingår i delprojektet 'Faktorer som påverkar utmattningshållfasthet' [1]. Det beskriver en finit elementanalys av en cylindrisk bussning använd av Adtranz i kopplingen mellan drivaxeln och det drivna hjulet. Komponenten utsätts för axiell cyklisk belastning med en frekvens som överensstämmer med varvtalet för hjulet. Huvudsyftet med analysen är att bestämma spänningstillståndet i komponenten för att detektera riskabla områden ur utmattningssynpunkt.

En skjuvmodul och en olinjär elastisk materialmodell har tagits fram ur hårdhetsmätningar respektive dragprov genomförda av IFP. Komponentens styvhet uppskattades genom ett handräkningsuttryck baserat på skjuvmodulen. Den olinjära elastiska materialmodellen användes i en finit elementmodell för beräkning av axiella styvheten och huvudspänningar.

Spänningsberäkningen pekar ut en punkt på ytan av bussningen som är kritisk ur utmattningssynpunkt. Spänningen varierar där under en belastningscykel från maximal dragspänning på ytan till tryckspänning med en tendens till veckbildning. Kombinationen veckbildning och maximal dragspänning ger en stark anvisning för utmattningssprickor. Det visar sig också att sprickor uppträder i det aktuella området på verkliga komponenter som varit i drift.

1.1 ADtranz komponent

Bussningen är axialsymmetrisk med utformning och mått enligt figur 1. Det innersta skiktet i bussningen är armerat med ståltråd och det yttre skiktet är armerat med en textiltråd.



Figur 1: Snitt av bussningen. Textil- och metallarmering i yttre- resp. innerkant.

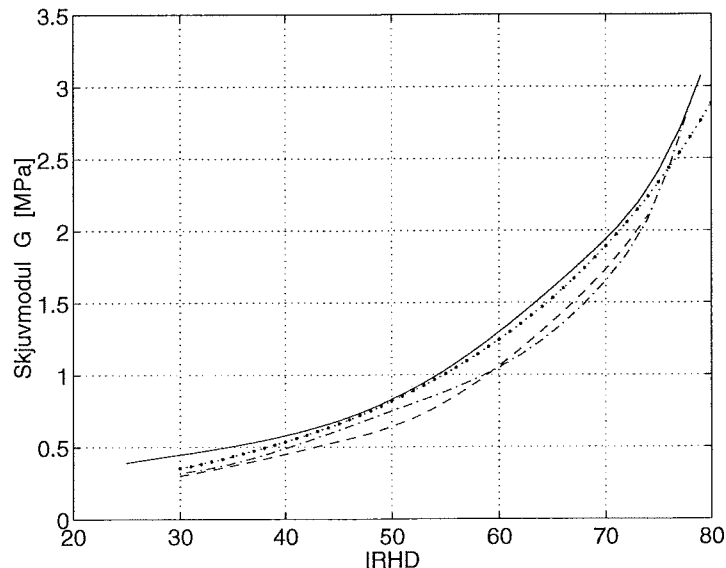
Bussningen passas in mellan en cylindrisk stålaxel med 0.8mm större diameter än bussningens innerdiameter och ett hål som har 2.7mm mindre diameter än bussningens ytterdiameter.

1.2 Materialsamband

Materialdata har tagits fram genom hårdhetsmätningar och dragprov genomförda av IFP. En skjuvmodul och en olinjär elastisk materialmodell togs fram ur hårdhetsmätningarna respektive dragproven.

1.2.1 Hårdhetsmätningar

Hårdhetsmätningarna på ytan och i det inre av (uppskurna) bussningar gav värden med viss spridning; $66 \pm 4 \text{ IRHD}$.



Figur 2: Uppskattning av skjuvmodulens ur hårdheten, Lindley: - - -, Freakley & Payne: - · -, Gent: —, exponentialfunktion \approx Gent: ····.

Hårdhetsmåttan kan översättas till skjuvmodul i figur 2 enligt tre olika kurvor tagna från olika källor. I figuren visas också en anpassad exponentialfunktion, som passades till en kurva given av Gent i 'Engineering with Rubber'. Passning ger ekvationen

$$G = G_0 \cdot e^{k \cdot \text{IRHD}}$$

där $G_0 = 0.10 \text{ MPa}$ och $k = 0.042$. Hårdhetsvärdena omräknade enligt Gent gav skjuvmodulen $G = 1.6 \pm 0.3 \text{ MPa}$, som används i avsnitt 1.3 för att uppskatta komponentens axialstyvhet.

1.2.2 Dragprov

Materialmodellen i finita elementanalysen är en treparametersmodell enligt Yeoh 1990. (Se även [2] för en beskrivning.) Parametrarna bestämdes genom dragprov utförda av IFP på provbitar tagna ur uppskurna använda bussningar. Provninngen gav materialdata svarande mot $E_{100\%} = 3.7 \pm 0.8$ [MPa], vilket gav parametrarna i Yeoh modellen

$$C_{10} = 1.0, C_{20} = -0.09, C_{30} = 0.036 \quad [\text{MPa}]$$

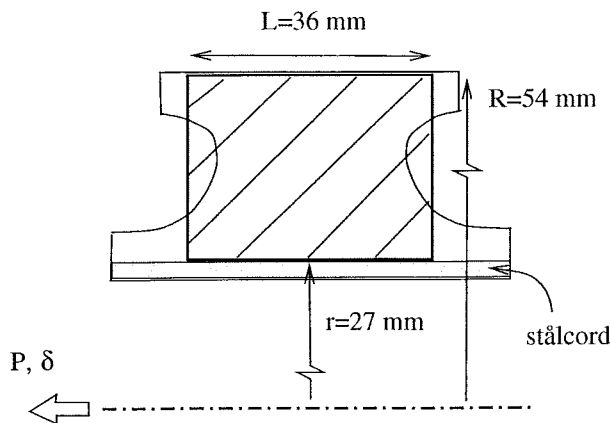
som är baserat på medelvärdet av elasticitetsmodulen enligt mätningarna. Materialparametrarna ovan används i samtliga finita elementmodeller.

Skjuvmodulen kan uppskattas ur Yeoh modellen genom sambandet $G = 2C_{10} = 2.0$ MPa. Skillnaden i styvhet jämfört med hårdhetsprovet kan förklaras med att provbitarna har åldrats olika mycket. Mätningarna visade att gummimaterialets styvhet var högre för använda komponenter.

1.3 Enkel uppskattning av komponentens styvhet

Bussningens axiella styvhet uppskattades med hjälp av ett handräkningsuttryck (se även [2]). I uttrycket ingår skjuvmodulen. Värdet på skjuvmodulen som bestämdes ur hårdhetsvärdena (enligt avsnitt 1.2.1) användes dvs. $G = 1.6 \pm 0.3$ MPa

Ett styvhetsuttryck för en förenklad komponent med en 'ekvivalent' tvärsnittsytta enligt figur 3 användes. Den axiella styvheten K i det linjära sambandet $P = K\delta$ bestämdes. P och δ är axiell kraft respektive förskjutning enligt figur 3. Belastning axiellt ger väsentligen skjuvning vilket medför att ett nästan linjärt samband kan förväntas.



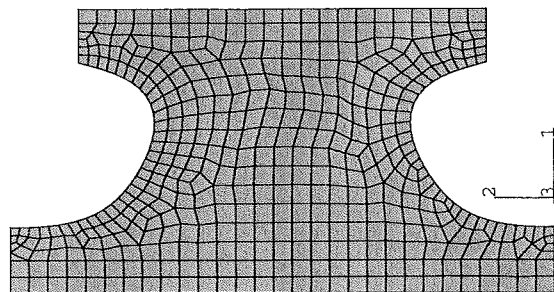
Figur 3: Snitt av bussningen och den uppskattade förenklade cylindriska komponenten med mått.

Styvheten för en axialbelastad ihållig cylinder ges tex av Lindley som

$$K = 2\pi GL / \ln(R/r) = 520 \pm 100 \text{ N/mm}$$

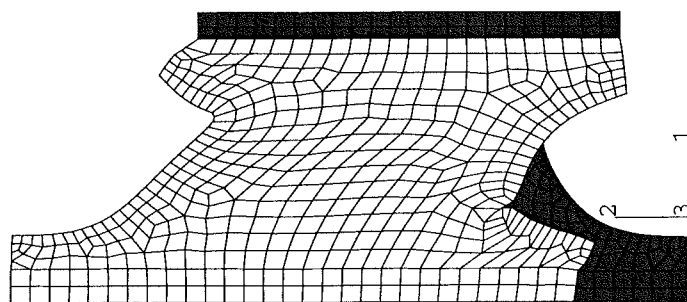
med mått enligt figur 1.3. Ett uttryck med en korrektion för $L < 2R$ ger ett något lägre värde $K = 470 \pm 90$ N/mm.

1.4 Axisymmetrisk finit elementanalys



Figur 4: *Axisymmetrisk elementindelning med 561 element.*

Beräkningsmodellen är uppbyggd av axialsymmetriska element enligt figur 4. Bussningen studeras i axisymmetrisk förskjutningsstyrd analys för ett lastfall i två steg. Vid analysen tas hänsyn till bussningens olika skikt. I det textil-arterade skiktet sätts styvheten till det dubbla jämfört med rena gummimaterialet och det stålarterade skiktet ges en styvhet som är 10 ggr den för det rena gummimaterialet. Analysen som genomfördes med hjälp av ABAQUS ger krafter, deformationer och spänningar som uppkommer genom radiell och axiell belastning.

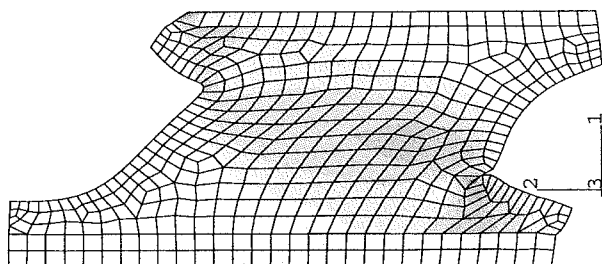


Figur 5: *Maximal deformation och odeformerad modell i bakgrunden.*

Det första beräkningssteget är en radiell kompression som motsvarar monteringen av bussningen. Den inre randen förskjuts radiellt utåt 0.42mm medan den yttre randen förskjuts radiellt innåt 2.7mm i monteringsfasen. I det andra steget överlagras en axiell förskjutning om maximalt 12.5mm på den radiella kompressionen.

Figur 4 visar elementindelningen för en modell med 561 element, figur 5 visar maximal deformation och figur 6 visar töjningsenergifördelningen. I töjningsenergiplotten indikerar mörkare områden hög energitäthet och därmed höga spänningar. Men eftersom töjningsenergin är ett skalärt mått kan man inte skilja olika spänningstillstånd åt. Töjningsenergifördelningen ger ett sammanvägt mått på belastningen.

Den inre delen av bussningen i den axiella deformationsriktningen (nedre vänstra delen i figur 5) får relativt låga belastningsnivåer på grund av förkom-

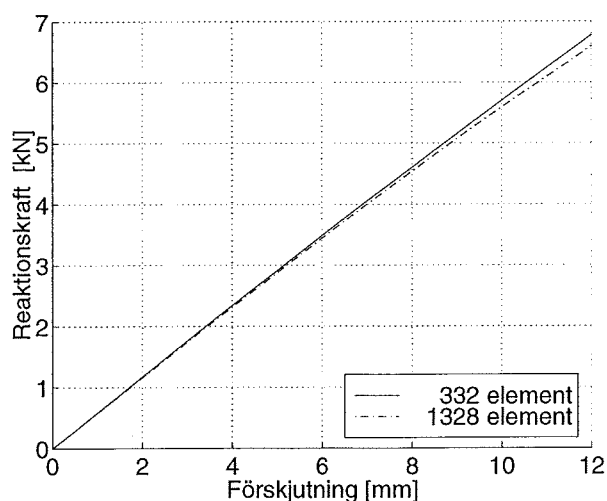


Figur 6: *Töjningsenergis fördelning.*

pressionen. Ovanpå förkompressionens trycktillstånd överlagras genom den axiella förskjutningen ett dragtillstånd. Förkompressionen reducerar därför den dragdominerade spänning som uppkommer genom den axiella deformationen, vilket också framgår av töjningsenergiplotten. Man kan också notera att det uppkommer ett veck på motstående sida.

1.4.1 Komponentens styvhet

Komponentens axiella styvhet bestämdes ur elementmodellen genom reaktionskraften och och förskjutningen i axiella riktningen enligt figur 7.



Figur 7: *Reaktionskraften som funktion av deformationen.*

För att få en uppfattning om hur många element som krävs för att uppnå rimlig noggrannhet undersöktes fyra modeller med olika antal element. I figur 7 visas axiella styvheten för den lägsta och den högsta elementtätheten.

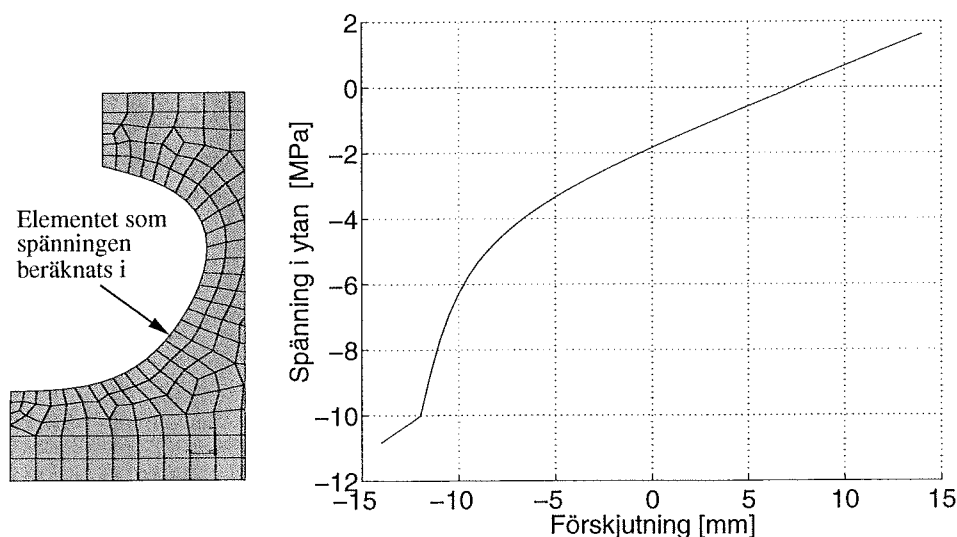
Figuren visar att styvhetsrelationen är nästan linjär vilket är väntat eftersom komponenten väsentligen utsätts för skjuvning. Den axiella styvhet blir $K = 560 \pm 110N/mm$, vilket är högre än vad handräkningen ger. Men materialparametrarna som ingår i finita elementmodellen är baserade på dragprov medan handräkningen baserades på hårdhetsdata.

1.4.2 Spänningstillståndet

FE-beräkningen ger möjligheter att bestämma huvudspänningarna i bussningen som är av intresse med hänsyn till sprickbildning i samband med utmattning. Vinkelrät mot den största huvudspänningen på fria ytan är risken störst för sprickinitiering.

Spänningen växlar från tryck till drag för varje varv som drivhjulet genomlöper. Det betyder att en punkt på ytan av komponenten vid varje cykel belastas med en spänning som varierar från tryckspänning till dragspänning. Vid maximal tryckspänning ser man dessutom tendens till veckbildning.

Spänningsberäkningen indikerar en punkt på ytan av bussningen som är kritisk ur utmattningssynpunkt. I den aktuella punkten uppkommer den största dragspänningen på den fria ytan av komponenten och i närheten av denna punkt visar beräkningarna en tendens till veckbildning när tillståndet övergår i tryck.



Figur 8: Spänningens variation i ytan av bussningen för det markerade elementet. Vid $\delta \approx -12\text{mm}$ kommer ytorna i kontakt i vecket.

I figur 8 nedan anges var den maximala dragspänningen på ytan inträffar. Spänningsdiagrammet i samma figur visar hur spänningen i den utpekade punkten varierar under en hel cykel med maximal axiell deformation $\delta = 14\text{mm}$. Spänningen som verkar parallellt med ytan växlar från en dragspänning $\sigma \approx 1.5\text{MPa}$ vid $\delta = 14\text{mm}$ till en tryckspänning $\sigma \approx 11\text{MPa}$ vid $\delta = -14\text{mm}$. Knycken på kurvan vid förskjutningen $\delta = -12\text{mm}$ uppkommer på grund av veckbildningen då ytorna kommer i kontakt med varandra. Förutom den visade spänningen förekommer i samma punkt också en överlagrad positiv ringspänning som är ungefär hälften så stor som den tangentiella spänningen redovisad i figuren.

1.5 Slutsatser

Eftersom materialdata och i viss mån geometridata är osäkra kan beräkningarna inte tolkas strikt kvantitativt. Det skall också påpekas att korrelationen mellan spänningskoncentrationer och den punkt där sprickan går inte är entydig pga mikrosprickor och imperfektioner som ger upphov till anvisningar för spricktillväxt.

Men beräkningarna visar tydligt ett område på ytan av bussningen som är kritiskt. Spänningen varierar där under en belastningscykel från maximal dragspänning på ytan till tryckspänning med en tendens till veckbildning. Växlande spänning från tryck till drag är ogynnsamt med hänsyn till utmattning eftersom den sk kristalliseringen bryts i materialet och resistensen mot utmattning minskar. Kombinationen veckbildning och maximal dragspänning ger en stark anvisning för utmattningssprickor. Det visar sig också att sprickor uppträder i det aktuella området på verkliga komponenter som varit i drift.

2 Analys av torsionsbussning i syfte att undvika veckbildning

Sammanfattning

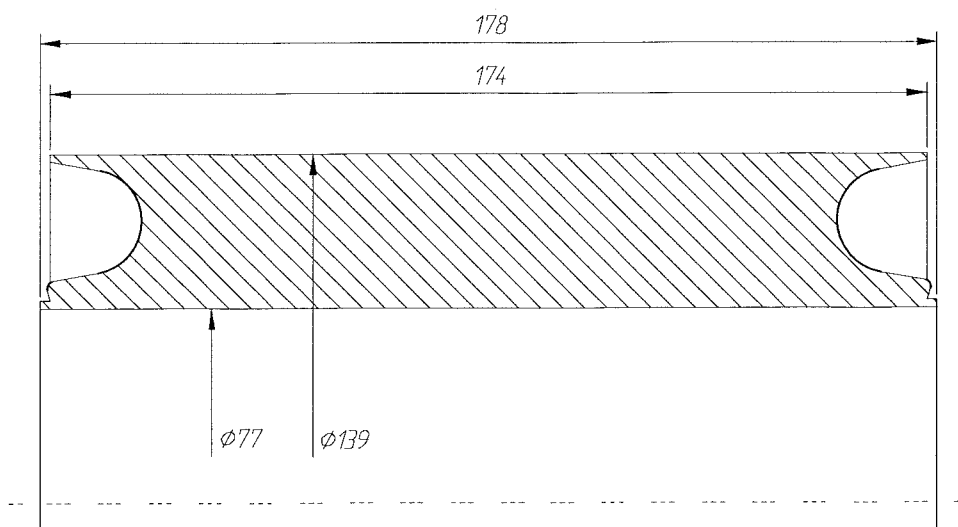
Rapporten ger en kort beskrivning av FE-analyser av en torsionsbussning använd av Hägglunds Vehicle i en bandvagn. Bussningen ges en förspänning genom kompression för att öka utmattningstidsviden. Förspänningen orsakar veckbildning som verkar ge anvisningar för sprickor som därmed kan påverka utmattningsegenskaperna. Man önskar därför minska veckbildningen med bibehållen förkompression, genom att modifiera bussningens utformning. Syftet med arbetet är alltså att undersöka hur en förändring av bussningens geometri påverkar veckbildningen vid kompression, med målet att helt få bort veckbildningen.

I analyserna används modeller av bussningen som är uppbyggda av axialsymmetriska element och belastningen är förskjutningsstyrd. Materialdata har bestämts med hjälp av gummimaterialets hårdhet som har utnyttjats för att kalibrera en materialmodell med tre parametrar.

Analyserna visar att veckbildningen kan minskas så att veckdjupet endast blir ca. en fjärdedel av den nuvarande komponentens veckdjup. Det verkar dock svårt att fullständigt eliminera veckbildningen. För att helt få bort vecken bör man undersöka om det är möjligt att minska förkompressionen.

2.1 Hägglunds torsionsbussning

Detaljen är en axialsymmetrisk bussning vars mått och utformning visas i figur 9 nedan. Bussningen förspänns genom att ytterröret pressas ihop så att radien minskar $3,5\text{mm}$. Efter kompressionen svarvas ytterröret till det önskade yttermåttet.



Figur 9: Snitt av gummidelen i befintlig bussning före kompression, med huvudmått.

2.2 Materialsamband

Gummimaterialets styvhet uppskattas med hjälp av hårdheten, som angivits till 54 *IRHD* av tillverkaren. Värdet motsvarar en skjuvmodul $G = 0.76\text{MPa}$, och används för att bestämma den första parametern C_{10} i materialmodellen (enligt Yeoh 1990). För att fastställa de två andra parametrarna görs en jämförelse med andra materialmodeller från tidigare utförda materialprover för 50 *IRHD* material. Jämförelsen görs för att bestämma de två andra parametrarnas storlek relativt den första parametern, för att därmed få ett rimligt materialbeteende. Exakta värden på materialparametrarna är dock inte kritiska för analyserna, eftersom syftet är att jämföra olika utformningar av bussningen relativt varandra med avseende på veckbildningstendensen. Materialparametrarna blir

$$C_{10} = 0.382, C_{20} = -0.042, C_{30} = 0.007 \quad [\text{MPa}].$$

Stålet är mycket styvare än gummit och antas därför vara helt stelt i analyserna.

2.3 Axisymmetrisk analys

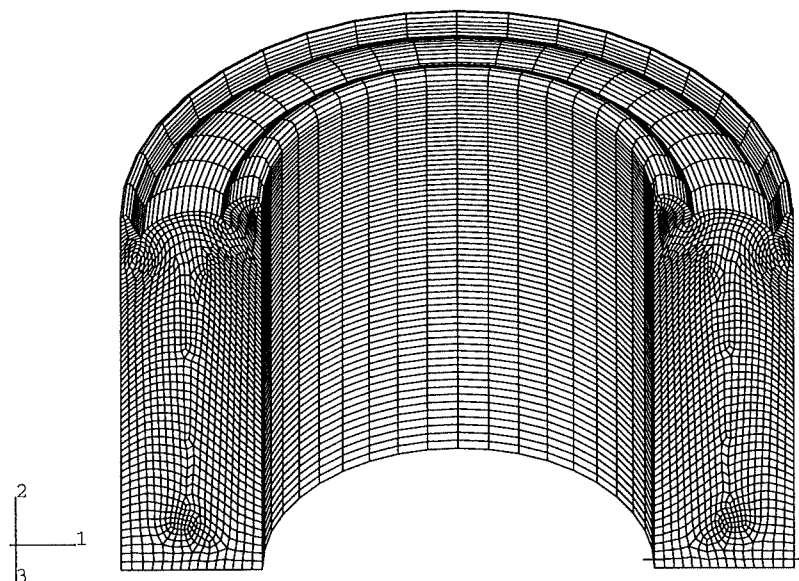
I analyserna som genomfördes med FE programmet ABAQUS användes axisymmetriska element för att modellera bussningen. Symmetri utnyttjas så att endast halva detaljen studeras.

Lasten som skapar förspänningen och veckbildningen är en radiell förskjutningsstyrd kompression som läggs på i ett beräkningssteg. Den inre randen är fixerad och den yttre randen förskjuts inåt 3.5mm .

Det visar sig att veckbildningen är beroende elementstorleken och därför har en jämn elementstorlek eftersträvat för att möjliggöra jämförelser mellan olika undersökta geometrier. I avsnitt 2.3.4 diskuteras detta närmare.

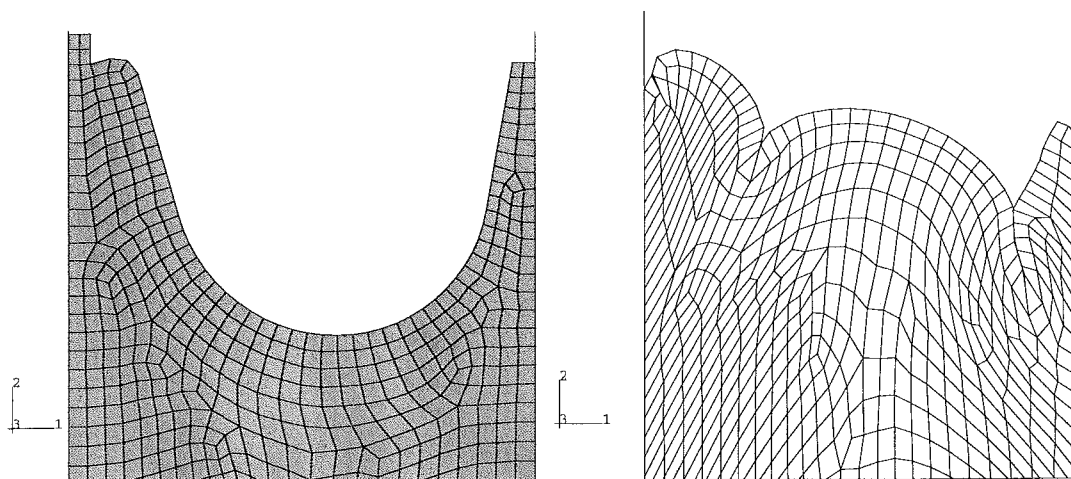
2.3.1 Ursprungsgeometri

Nedan visas hur den nuvarande bussningen ser ut efter maximal radiell kompression. Modellen är axialsymmetrisk och använder därför bara elementindelning av snittytan, som syns till vänster och höger i figur 10. Elementen i ringled har genererats genom postprocessering enbart för att åskådliggöra bussningens deformerade tillstånd på ett tydligare sätt.



Figur 10: Svept modell av bussningen vid full kompression, veckbildningen syns tydligt.

Figur 11 nedan visar elementindelningar av snittytan för den befintliga bussningen. I alla figurer visas endast elementen nära den fria ytan eftersom intresset är fokuserat på att studera vad som händer med ytan. Den vänstra figuren visar det odeformerade tillståndet. I den högra figuren presenteras fullt deformerat tillstånd och veckbildningen syns tydligt.



Figur 11: Snitt av befintlig detalj. Till vänster innan kompression och till höger vid full kompression $\Delta r = 3.50\text{mm}$.

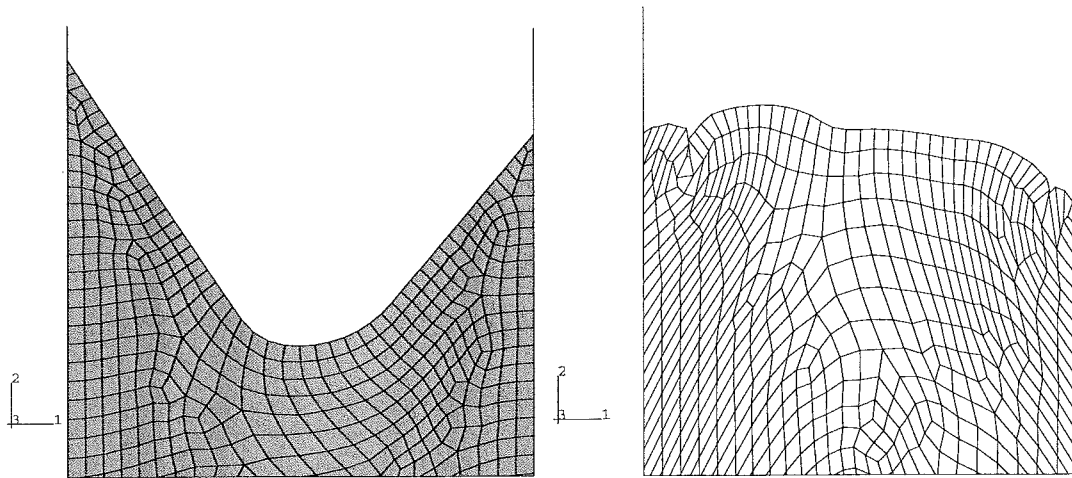
Vid full deformation uppkommer tre veck, det längst till höger (vid ytterröret) är cirka 7–8mm djupt. Elementdeformationen vid ytan av utbuktningen i mitten visar att bussningen där utsätts för dragspänningar, som inte är önskvärda med hänsyn till utmattning.

Modellen av den befintliga komponenten har jämförts med verkliga kompo-

nenter som deformerats i fyra olika steg, $\Delta r = 1.25, 2.25, 3.50$ och 4.50mm . De verkliga komponenterna fanns först att tillgå efter det att analyserna genomförts. Jämförelsen visar att FE-modellen överdriver veckbildningen något. Deformationsbilden på ytan av komponenten komprimerad 4.50mm överrenstämmer med FE-modellen som komprimerats 3.50mm .

2.3.2 Rekommenderad utformning

Ett flertal olika utformningar av ytan har studerats, i figur 12 visas det bästa förslaget.



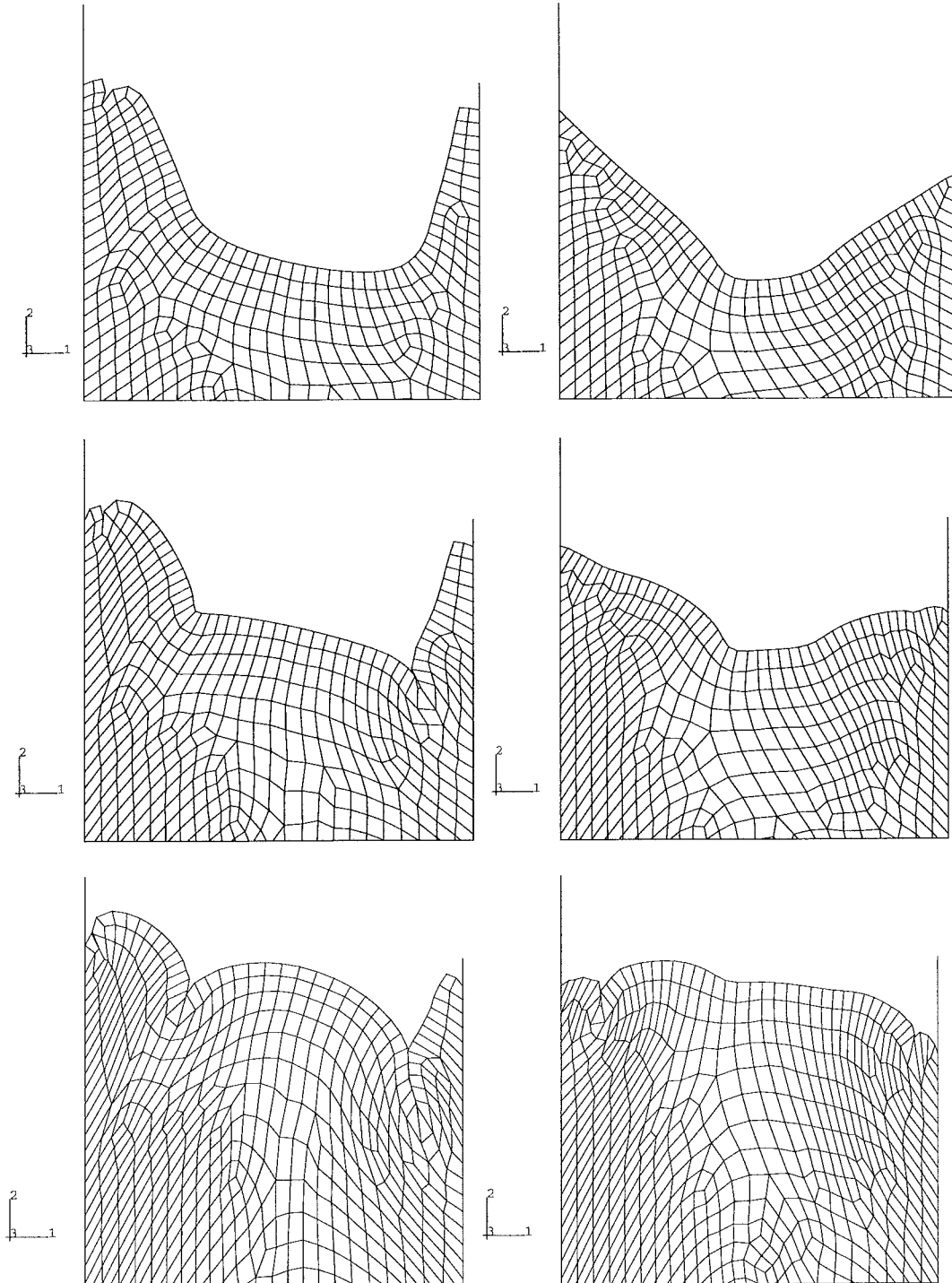
Figur 12: *Asymmetriskt förslag nummer 1. Till vänster innan kompression och till höger vid full kompression $\Delta r = 3.50\text{mm}$.*

Förslaget har raka kanter där gummit vid ytterröret slutar 5mm under motsvarande punkt på innerröret. I botten på ytan finns två olika radier för att skapa en jämn övergång. Två veck bildas, det vänstra är omkring 2mm djupt. Den föreslagna utformningen minskar alltså veckbildningen med $5-6\text{mm}$ jämfört med den nuvarande geometrin.

De olika kompressionsstegen:

Vid skapandet av förspänningen komprimeras ytterreringen. Komprimeringen sker i tre steg till $\Delta r = 1.25\text{mm}$, $\Delta r = 2.25\text{mm}$ och $\Delta r = 3.50\text{mm}$. I figur 13 visas deformationsbilder vid de olika kompressionsstegen för befintlig geometri och för det bästa förslaget, asymmetriskt förslag 1.

Om andra deformationssteg än i figur 13 redovisade kontrolleras visar det sig att vecket på asymmetriskt förslag 1 uppstår vid $\Delta r \approx 3.0\text{mm}$. För veckbildningen är det därför bra om en förspänningsnivå med $\Delta r = 3.0\text{mm}$ kan användas i stället för $\Delta r = 3.5\text{mm}$. Detta kräver att förspänningen blir tillräcklig vid denna kompressionsnivå.



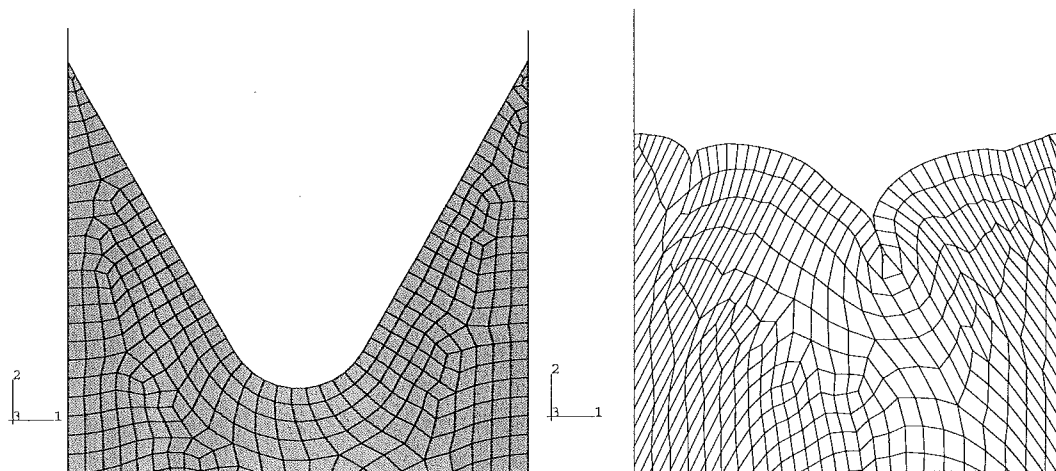
Figur 13: Alla kompressionsstegen visade för befintlig och föreslagen geometri.

2.3.3 Andra utformningar

Ett flertal olika utformningar på ytan har studerats, nedan visas sju förslag. Dessa åskådliggör hur olika modifieringar påverkar resultatet. Alla förslag är bättre än befintlig utformning.

Symmetriska förslag:

Första analyserades några olika förslag med ändytor som är symmetriska med avseende på en tänkt linje mitt i mellan rören.

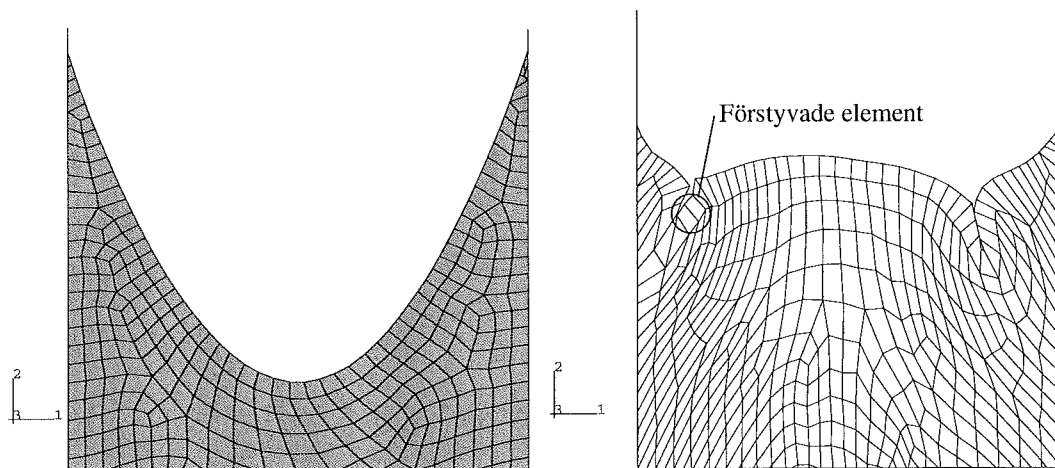


Figur 14: *Symmetriskt förslag nummer 1. Till vänster innan kompression och till höger vid full kompression $\Delta r = 3.28\text{mm}$.*

Ett symmetriskt förslag med helt raka kanter som avslutas men en radie visas i figur 14. Två veck bildas ett lite mindre till höger och ett större i mitten. Det större vecket är $3 - 3.5\text{mm}$ djupt. På grund av konvergens problem avbröts analysen vid $\Delta r = 3.28\text{mm}$. Uppskattningsvis bör veckdjupet öka till $3.5 - 4\text{mm}$ vid full deformation $\Delta r = 3.50\text{mm}$.

En modell med en halvelliptisk geometri, enligt figur 15 undersöktes. Analysen av utformningen krävde att materialparametrarnas storlek i två element ökades med 25% för att full kompression skulle kunna uppnås. De förstyvade elementen är markerade i figuren till höger. Modifikationen gör att djupet för vecket intill de förstyvade elementen är något osäkert. Det vänstra vecket blir uppskattningsvis 6mm djupt och det högra cirka $4 - 5\text{mm}$ djupt.

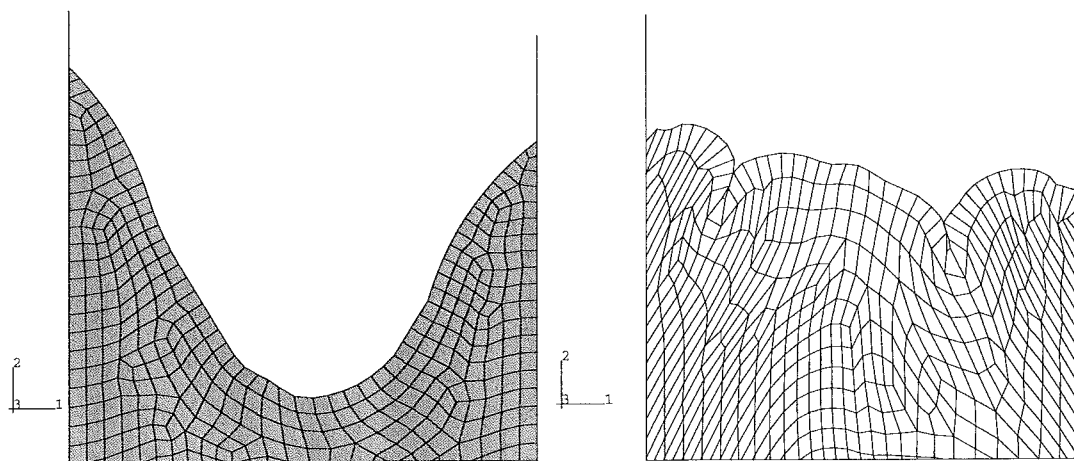
De symmetriska utformningarna resulterar i asymmetriska deformationer, vilket antyder att undersökningar av asymmetriska ursprungsgeometrier kan vara av värde. Flera olika asymmetriska geometrier studerades, nedan redovisas några.



Figur 15: *Symmetriskt förslag nummer 2. Till vänster innan kompression och till höger vid full kompression $\Delta r = 3.50\text{mm}$.*

Asymmetriska förslag:

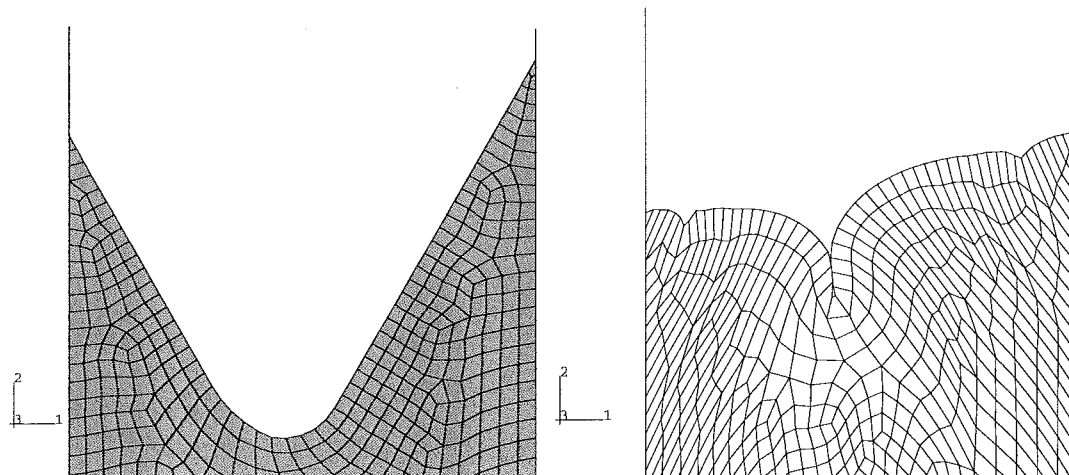
Fyra olika asymmetriska geometrier presenteras nedan tillsammans med resultaten från analyserna. En av analyserna divergerar innan full deformation uppnått. Men eftersom skillnaden är mycket liten bör det inte påverka slutresultatet nämnvärt.



Figur 16: *Asymmetriskt förslag nummer 2. Till vänster innan kompression och till höger vid full kompression $\Delta r = 3.50\text{mm}$.*

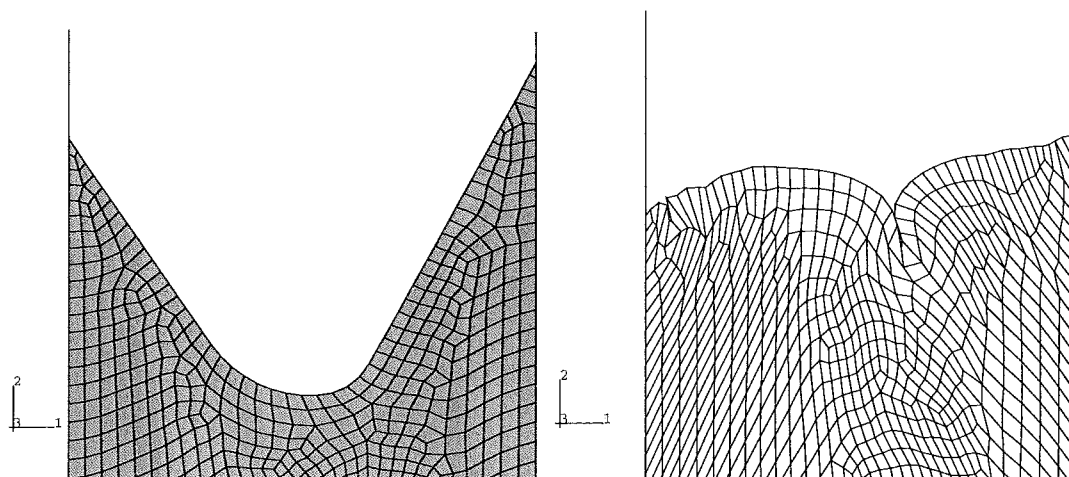
I figur 16 visas ett förslag med konvexa kanter och en utbuktning i botten på urgröpningen som är skapad för att ta bort ett veck. Detta lyckas men tyvärr resulterade andra ändringarna i att vecken flyttas in mot mitten. Djupet för övriga veck ökade också. Gummit vid ytterröret pressas ut så mycket att det väller ut över infästningspunkten. Strategin att skapa konvexa ytor vid rören rekommenderas därför inte.

Ett par olika modeller med asymmetri där gummit vid innerröret slutar 5mm under motsvarande punkt på ytterröret studeras, för att få insikt om hur asymmetrin påverkar veckbildningen.



Figur 17: *Asymmetriskt förslag nummer 3. Till vänster innan kompression och till höger vid full kompression $\Delta r = 3.50\text{mm}$.*

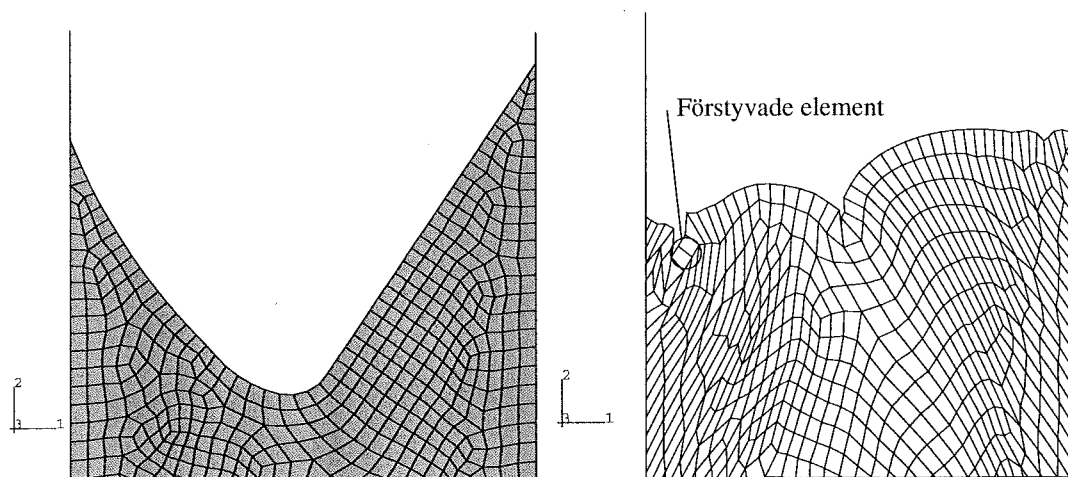
Förslag 3, enligt figur 17, har även detta raka kanter och två radier i botten. Spåret ligger förskjutet lite mot innerröret. Mellan gummiytan och rören är vinkeln 30° . Endast ett veck uppstår vid full deformation, djupet är 4 – 5mm.



Figur 18: *Asymmetriskt förslag nummer 4. Till vänster innan kompression och till höger vid full kompression $\Delta r = 3.50\text{mm}$.*

Figur 18 visar förslag 4, som är spegelvänd version av förslag 1, som har raka kanter och två radier i botten. Den lägsta punkten i botten på fördjupningen ligger förskjutet lite mot ytterröret. Två veck bildas, ett litet till vänster och ett djupare nära mitten. Det djupare är ungefär 4.0mm djupt. En jämförelse av förslag 1 och 4 visar att den asymmetriska utformningen enligt förslag 1 ger väsentligt mindre veckbildning.

För att undersöka hur en konkav yta vid rören påverkar veckbildningen modifieras förslag 4 enligt figur 19. Tyvärr uppstår konvergensproblem vid analysen och två element måste förstyvas. Elementen förstyvas obetydligt med materialparametrar som endast är 0.5% större än för resten av modellen. Elementen är markerade i figuren nedan. Trots elementförstyvningen konvergerar analysen inte fullt ut men de resterande 0.12mm bör inte påverka resultatet nämnvärt.



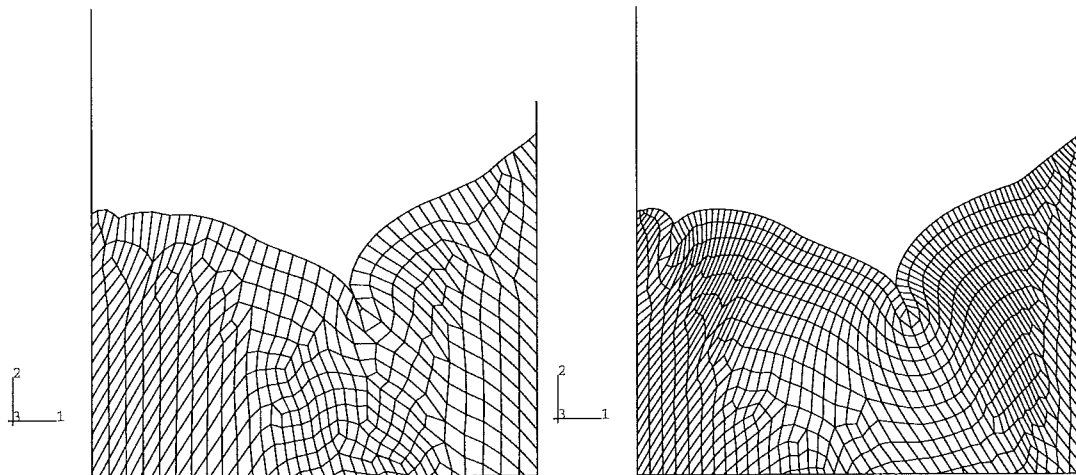
Figur 19: *Asymmetriskt förslag nummer 5. Till vänster innan kompression och till höger vid full kompression $\Delta r = 3.38\text{mm}$.*

Veckbildningen liknar den för förslag 4 med skillnaden att vecket närmast innerröret är störst. Djupet kan uppskattningsvis bli mellan 2.5mm och 4.5mm. Men uppskattningen är något osäker på grund av att de förstyvade elementen ändrar veckbildningens karaktär.

2.3.4 Elementstorlekens påverkan

Under arbetets gång har några olika elementstorlekar provats. Analyserna visar att resultatet påverkas ganska mycket av elementstorleken, figur 20 visas två olika elementstorlekar på samma geometri vid samma förskjutning.

Veckbildningen blir mer betydande när elementens kantlängd halveras men beteendet blir mindre realistiskt på grund av det alltför mjuka uppträdandet. Det uppstår ett nytt veck vid innerröret när ett finare elementnät används. Till detta veck finns endast antydningar på den grövre modellen. En viss skillnad finns också i djup, 2.5mm för den grövre och 3.0mm för den finare modellen. Veckets placering påverkas inte i denna analys.



Figur 20: *Asymmetriskt förslag nummer 4, till höger en finare elementindelning. Förskjutningen är $\Delta r = 2.68\text{mm}$.*

2.4 Slutsatser

Det asymmetriska förslaget 1 är bäst, två små veck uppstår och det djupaste är omkring 2mm en förbättring med $5 - 6\text{mm}$. En ganska jämn mittyta med tryckspänningar gör att risken för sprickbildning minskar.

Från förslagen, redovisade ovan och övriga analyser, kan några slutsatser dras:

- Veckbildningstendensen är känslig för små geometriändringar. Generellt minskar veckbildningen om man kan åstadkomma jämna geometri övergångar.
- Ett djupt V-format spår ger endast ett större veck, ofta mittemellan rören.
- Konvexa gummiytor i anslutningen till rören resulterar i att gummit väller runt fästningspunkterna vid röret. Gummit blir här hårt belastat och en spricka kan troligtvis uppstå mellan gummi och rör.
- Symmetriska fördjupningar ger överlag djupare veck eftersom belastningen och axisymmertin ger ett icke symmetriskt deformationstillstånd med avseende på mittlinjen mellan inner- och ytterrör.
- En liten vinkel mellan gummiyta och röret, enligt symmetriskt förslag 2 och asymmetriskt förslag 5, gör att ett veck bildas redan i ett tidigt skede av deformationsförloppet. Vecket uppstår på den sidan där den mindre vinkeln finns.

Avslutningsvis skall återigen påpekas att en jämförelse med verkliga komponenter i olika stadier av kompression visar att FE-modellen överdriver veckbildningen något. En viss viskös relaxation finns också i den verkliga komponenten men inte i FE-modellen.

3 Dynamisk styvhet och dämpning i lågfrekvensområdet

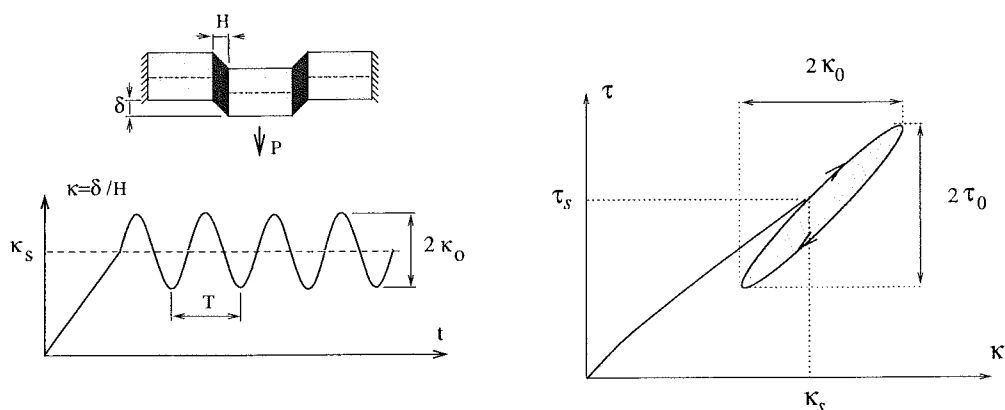
Sammanfattning

Det här redovisade arbetet behandlar gummimaterials dynamiska egenskaper och modeller för beskrivning av dessa egenskaper. Speciellt betonas dynamisk modul och dämpning och deras beroende på belastningsamplituden vid stationär cyklisk belastning. En finit elementanalys för stora deformationer med en materialbeskrivning som kombinerar olinjärt elastiska egenskaper med hastighetsoberoende dämpning har genomförts för en cylindrisk komponent.

Arbetet är ingår i delprojektet 'Gummiisolatorers ljud och vibrationsegenskaper' som också inkluderar arbetena [4] och [5].

3.1 Experimentella observationer

Det här avsnittet behandlar dynamiska materialegenskaper vid stationär cyklisk belastning. Speciellt diskuteras dynamiska modulens och dämpningens beroende på frekvens, temperatur och framförallt amplitud. Se även [2] och [4] för ytterligare beskrivning av materialegenskaper.



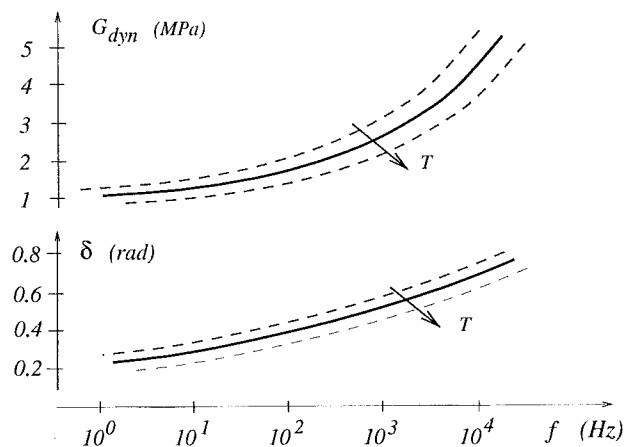
Figur 21: 'Double shear' provkropp för test i enkel skjuvning, harmonisk töjningshistoria och hysteresiskurvor med spännings- och töjningsamplituder angivna.

Dynamisk provning i enkel skjuvning (figur 21) vid små amplituder för ofyllda gummimaterial ger linjärt dynamiskt beteende som karakteriseras av att sinusformad excitation ger sinusformad respons. Responsen är dock fasförskjuten fasvinkeln δ , vilket ger en elliptisk spännings-töjningskurva enligt figur 21.

För att beskriva dynamiska materialegenskaper är det användbart att studera dynamiska skjuvmodulen och fasvinkeln δ . Dynamiska skjuvmodulen

$$G_{dyn} = \tau_0 / \kappa_0,$$

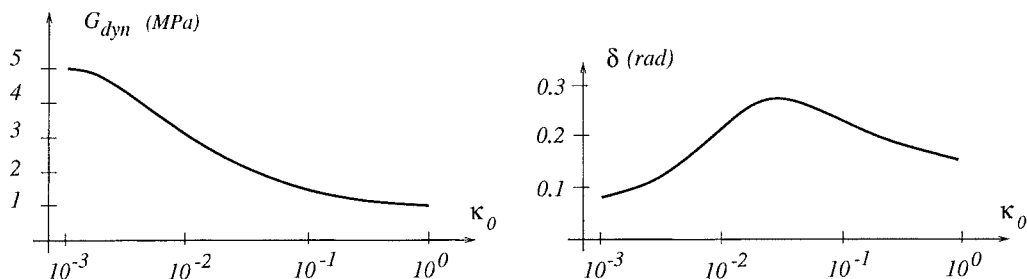
definieras som skjuvspänningsamplituden τ_0 delat med skjuvtöjningsamplituden κ_0 . Fasvinkeln δ dvs. fasförskjutningen mellan spänning och töjning är ett mått på materialdämpningen.



Figur 22: Dynamiska skjuvmodulens och fasvinkelns frekvensberoende för ett ordinärt naturgummi med fyllmedel. Temperaturens inverkan visas också.

Den elliptiska hystereskurvan är associerad med omvandling av energi. Vid cyklisk belastning av gummi material är det därför alltid en del av energin som omvandlas till värme. Den inneslutna ytan mellan pålastnings- och avlastningskurvorna motsvarar den energi som omvandlas till värme. Vid fria vibrationer medför detta en minskande amplitud med tiden och man säger därför att materialet uppvisar dämpning.

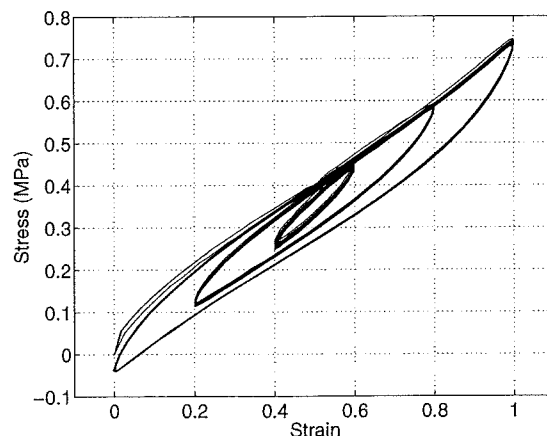
De dynamiska egenskaperna för gummi material är beroende av både temperatur och frekvens, vilket visar sig i den dynamiska modulen och fasvinkeln. En ökning av frekvensen har en hårdnande effekt och en ökning av temperaturen har en mjukande effekt enligt figur 22.



Figur 23: Amplitudberoende dynamisk skjuvmodul och fasvinkel för ett ordinärt naturgummi med kimröksfyllning.

Fyllmedel i gummi blandningen ökar dämpningen och ger upphov till olinjäriteter i det dynamiska beteendet som visar sig i en distorsion av hysteresloopen och som en minskning av den dynamiska skjuvmodulen då amplituden ökar (se även [2] och [4]). Den dynamiska olinjäritet som amplitudberoendet innebär, orsakas av

fyllmedelsstrukturens nedbrytning och återformning. Den dynamiska modulens och fasvinkelns beroende av töjningsamplituden visas principiellt i figur 23 med typiska värden för ett kimröksfyllt material av hårdhet ca. 60 IRHD. Den dynamiska modulen är alltså starkt beroende av töjningsamplituden vid måttliga till stora töjningar. För små amplituder under ca 0.1 % (inom platån enligt figur 23) då ingen nämnvärd nedbrytning och återformning av fyllmedelsstrukturen sker, är beteendet dock linjärt dynamiskt även för fyllda material.



Figur 24: *Kvasi-statiskt test i skjuvning med harmonisk belastning vid 0.05 Hz med ökande amplitud.*

För högfyllda material och stora amplituder vid låga frekvenser avviker hysteresiskurvan väsentligt från den elliptiska formen i figur 21. I figur 24 visas resultatet av ett skjuvprov med förskjutningsstyrning enligt figur 21 med succesivt ökande amplitud vid konstant frekvens $f = 0.05 \text{ Hz}$. Vid denna låga frekvens är materialets viskösa spänningsbidrag obetydligt. Den dämpning som visar sig i skillnaden mellan pålastnings- och avlastningskurvorna är väsentligen av töjningshastighetsoberoende karaktär. Observera också att hysteresiskurvor- nas lutning minskar med ökande amplitud. Dvs dynamiska modulen minskar med ökande amplitud. Man kan också notera att kurvorna har spetsiga ändar trots att töjningen är sinusformad.

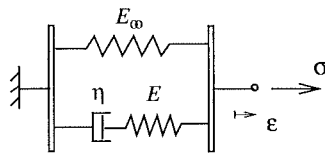
En materialmodell för finita elementsimuleringar som beskrivs i avsnitt 3.3 anpassas till skjuvprovet enligt figur 24.

3.2 Dynamiska materialegenskaper - endimensionella modeller

Ett illustrativt sätt att beskriva och tolka gummimaterials beteende är att använda endimensionella modeller som kan beskrivas med mekaniskt analoga system av linjära fjädrar och dämparelement. Sådana modeller är direkt användbara som modeller av gummelement i tex fordonsdynamiska simuleringar. De är också användbara för att ge en allmän förståelse för materialbeteende.

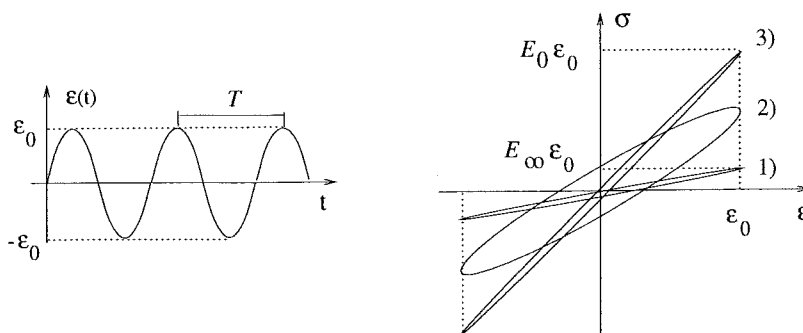
I det följande behandlas en viskoelastisk och en elastoplastisk modell. Dessa kombineras genom parallellkoppling till en viskoplastisk modell som uppvisar ett principiellt korrekt frekvens- och amplitudberoende vid jämförelse med experimentella resultat för kimröksfyllda gummimaterial. En fem-parameters viskoplastisk materialmodell används för att illustrera dynamiska modulens och dämpningens frekvens- och amplitudberoende (behandlas också i [2]).

3.2.1 Viskoelastisk materialmodell



Figur 25: Mekanisk analogi som illustrerar en viskoelastisk materialmodell, den sk. Zener-modellen.

Den enklaste viskoelastiska solidmodellen som uppvisar ett rimligt fysikaliskt beteende ges av en fjäder parallellkopplad med ett Maxwellelement enligt figur 25. Detta är den sk 'Standard Linear Solid' modellen, även kallad Zenermodellen. Den består av två fjädrar, med elasticitetsmodulerna E och E_∞ , och en viskös dämpare med dämpningsfaktorn η . Modellen är användbar för att beskriva de frekvensberoende egenskaperna hos gummimaterial. Den ger ett kvalitativt riktigt dynamiskt beteende avseende den dynamiska modulen och dämpningen. Dynamiska modulen ökar med frekvensen och dämpningen har en topp där dynamiska modulen ökar som mest. Men modellen inkluderar inte amplitudberoende, eftersom den är linjärt dynamisk. Den dynamiska modulen och dämpningen är därmed enbart beroende av frekvensen.



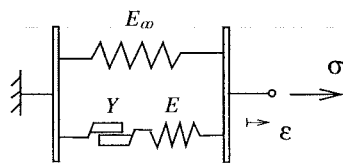
Figur 26: Harmonisk excitation av en viskoelastisk modell och hysteresiskurvor för ökande frekvens från 1) till 3).

Modellens egenskaper vid ökande frekvens visas i figur 26, som visar hysteresiskurvor vid harmonisk sinuslast vid tre olika frekvenser. Frekvensen ökar från 1) som anger låg frekvens till 3) som anger hög frekvens. Mycket låg och mycket hög frekvens resulterar i en nästan elastisk dynamisk modul. Dvs dämpningen

är nästan noll, vilket också illustreras i figuren genom de smala hysteresiskurvorna med nästan sammanfallande på- och avlastningskurvor. Gränsvärdet för dynamiska modulen då frekvensen går mot noll ges av $E_{dyn} \approx E_\infty$. (Beteckningen E_∞ syftar på relaxationsmodulen vid tiden $t = \infty$, vilket motsvarar en frekvens som går mot noll.) Gränsvärdet vid hög frekvens ges av $E_{dyn} = E_0 = E_\infty + E$.

Den dynamiska modulen ökar från E_∞ till E_0 med ökad frekvens. Maximal dämpning inträffar för frekvensen 2) där den elliptiska hysteresiskurvan har maximalt avstånd mellan pålastnings- och avlastningskurvorna.

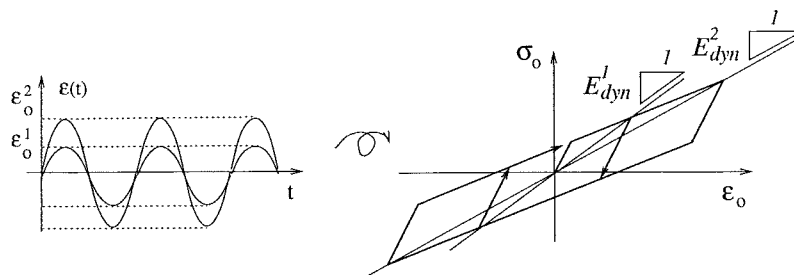
3.2.2 Elastoplastisk materialmodell



Figur 27: Mekanisk analogi som illustrerar en enkel elastoplastisk materialmodell som ger en amplitudberoende dynamisk modul.

Förutom den viskösa typen av dämpning som beskrevs i föregående avsnitt, förekommer också en töjningshastighetsberoende dämpning i gumminmaterial med fyllmedel. En enkel modell som uppvisar dämpning som är oberoende av töjningshastigheten fås genom att den viskösa dämparen i Zener-modellen ovan byts mot ett friktionselement enligt figur 27. Spänningen i elementet är begränsad till $\sigma_f = \pm Y$ vid glidning mellan ytorna i elementet som illustreras symboliskt i figuren. Spänningen begränsas alltså till det givna värdet oavsett hastigheten som ytorna glider mot varandra.

Modellen i figuren, med två linjära fjädrar med elasticitetsmodulerna E och E_∞ , är en mekanisk analogi för ett elastoplastiskt material. Spänningen i modellen är oberoende av töjningshastigheten.



Figur 28: Periodisk excitation av en elastoplastisk modell och hysteresiskurvor för ökande amplitud.

Då modellen utsätts för cyklisk belastning, som gör att gränsspänningen i friktionselementet uppnås, ger friktionselementet en skillnad i på- och avlastningskurvorna och hysteresiskurvan får formen av en parallelogram enligt figur 28. Alla

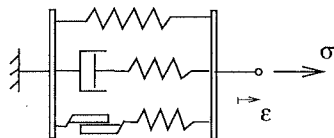
typer av periodiska belastningar med en viss amplitud ϵ_0 ger samma respons i spännings-töjningsdiagrammet oberoende av kurvform och belastningshastighet.

Friktionselementet ger en olinjäritet, som syns i den parallelogramformade hysteresiskurvan som också resulterar i ett amplitudberoende för den dynamiska modulen. Det framgår tydligt i figur 28 att dynamiska modulen minskar med ökande amplitud. Man kan också notera att formen på hysteresiskurvorna med de spetsiga ändarna visar likheter med de experimentella kurvorna i figur 24.

3.2.3 Viskoplastisk materialmodell

Dämpningen i fyllda gummimaterial orsakas av två olika mekanismer på materialnivå, som ger upphov till viskös- respektive friktionsdämpning. Omlagringar i polymernätverket vid periodisk last ger upphov till ett motstånd som är av viskös karaktär. Friktionsdämpningen kan härledas till fyllmedelsstrukturen och den nedbrytning och återformning som förekommer vid periodisk belastning. De spänningar som uppkommer i ett gummimaterial med fyllmedel består därför av en dominerande del som är elastisk, men också av en del som är viskös och en del som är av friktionstyp.

En kombination av de viskoelastiska och de elastoplastiska modellerna ovan, genom parallellkoppling ger en materialmodell som adderar spänningar av elastisk, viskös och friktionstyp. En enkel modell av denna viskoplastiska typ visas i figur 29. Modellen simulerar fyllda gummimaterials amplitud- och frekvensberoende på ett fysikaliskt korrekt sätt.

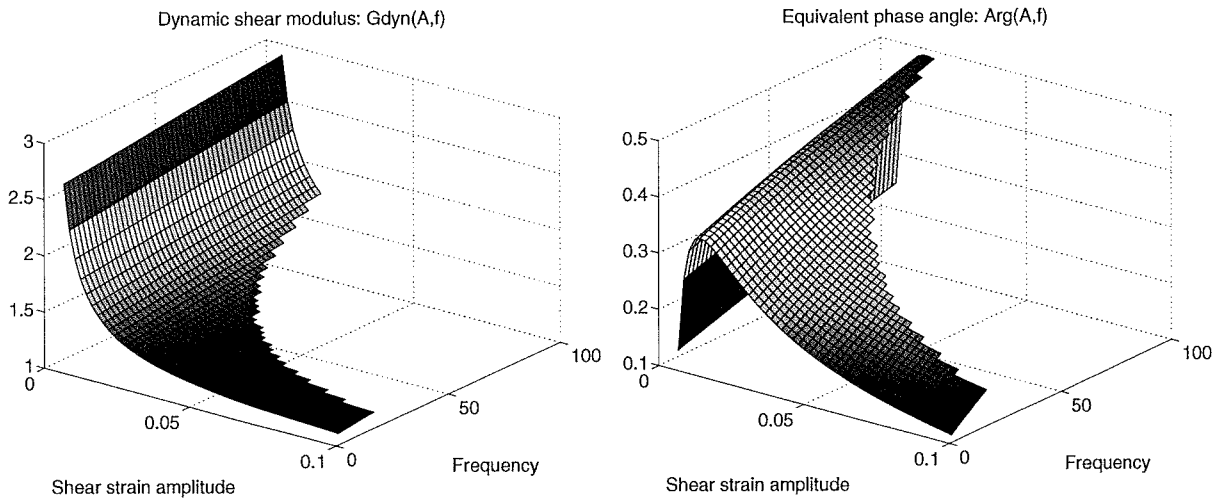


Figur 29: Mekanisk analogi som illustrerar en enkel viskoplastisk materialmodell som ger kombinerat frekvens- och amplitudberoende för dynamisk modul och dämpning.

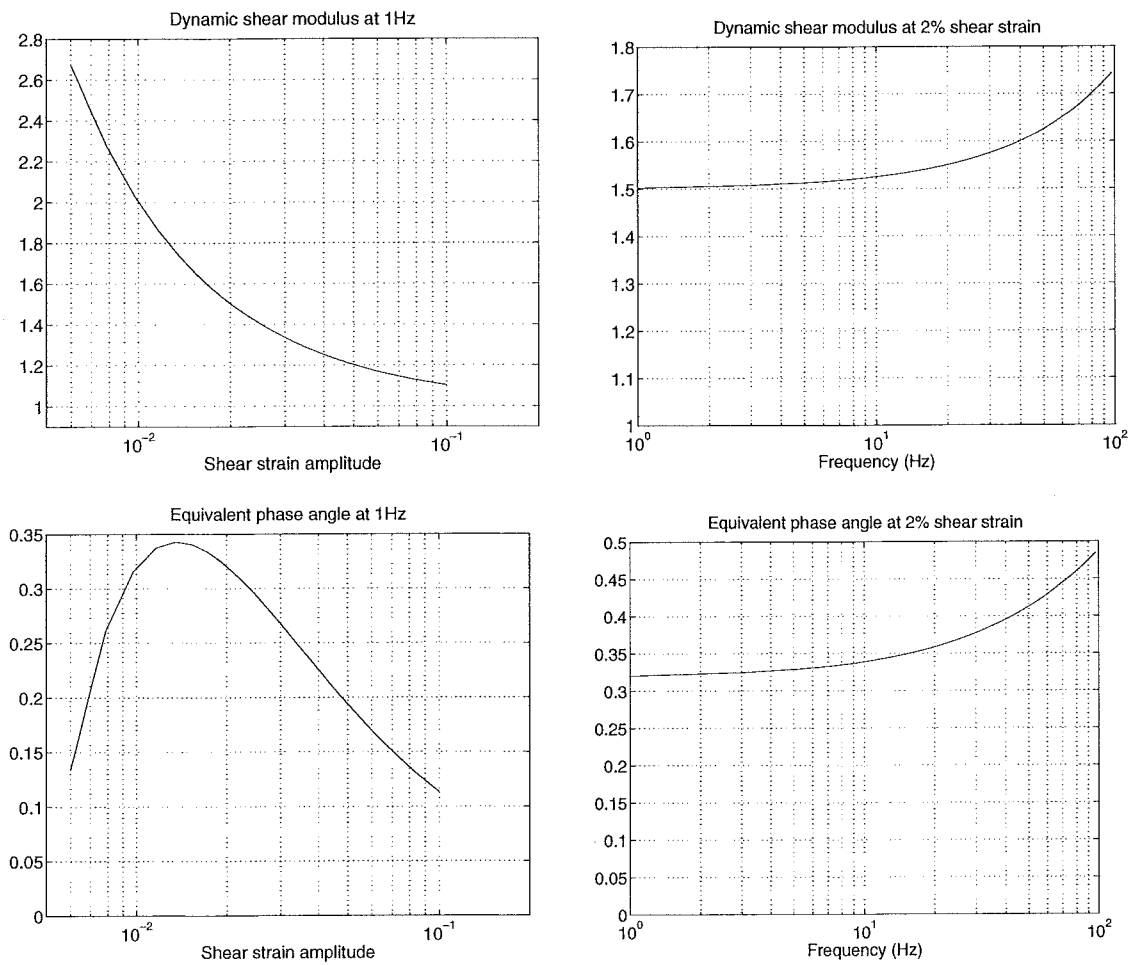
Det kombinerade frekvens- och amplitudberoendet för den dynamiska modulen och fasvinkeln för materialmodell enligt figur 29 illustreras i figur 30. Fasvinkeln är direkt kopplad till dämpning och därmed till hysteresen genom att en stor fasvinkeln motsvarar en stor skillnad mellan på- och avlastningskurvorna. I figuren har värden på modul och fasvinkel för frekvenser och amplituder som tillsammans ger en effektutveckling som överstiger ett gränsvärde tagits bort.

Frekvensberoendet vid en given amplitud och amplitudberoendet för en given frekvens illustreras i figur 31. Modellens kvalitativa och kvantitativa beteende stämmer väl överens med de experimentella kurvorna i figur 22 och figur 23.

Den här analyserade endimensionella modellen enligt figur 29 kan generaliseras genom att flera viskösa- och friktionselement parallellkopplas. Modellen kan då fås att ge en bättre kvantitativ överensstämmelse med experiment. I avsnitt 3.3 generaliseras modellen också till fleraxliga spänningstillstånd för användning i simuleringar med finita elementmetoden.



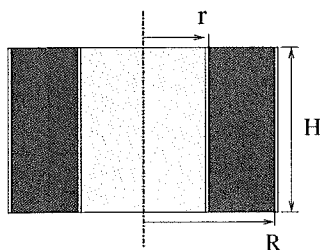
Figur 30: *Endimensionell viskoplastisk materialmodell. Dynamisk modul och fasvinkel som funktion av amplitud och frekvens.*



Figur 31: *Endimensionell viskoplastisk materialmodell enligt ovan vid en given frekvens respektive amplitud.*

3.3 Finit elementmodellering av amplitudberoende

En cylindrisk komponent enligt figur 32 har studerats med avseende på höga frekvenser och små amplituder i [5].



Figur 32: Analyserad cylindrisk komponent.

Men komponenten påverkas också av stora amplituder vid låga frekvenser. En finit elementanalys av komponenten enligt figuren med en materialbeskrivning som kombinerar olinjärt elastiska egenskaper med töjningshastighetsberoende dämpning har genomförts. I beräkningarna har måtten $r = 20\text{mm}$, $R = 40\text{mm}$ och $H = 50\text{mm}$ använts.

3.3.1 Viskoplastisk materialmodell för finita element-simuleringar

Materialmodeller i finita elementkoder för analys av gummikomponenter är antingen hyperelastiska (olinjärt elastiska) eller viskoelastiska. Hyperelastiska modeller är definitionsmässigt oberoende av belastningshastigheten och inkluderar ingen dämpning. Viskoelasticitet erbjuder ett sätt att i beräkningarna ta med tids- och frekvensberoende egenskaper. Jämförelse med experiment enligt den tidigare framställningen visar dock att material med fyllmedel inte kan beskrivas korrekt enbart av viskoelastisk teori. Dynamiska styvhetens och dämpningens (fasvinkeln) amplitudberoende är ett exempel på en sådan materialegenskap. Det krävs enligt den tidigare diskussionen en materialmodell som inkluderar töjningshastighetsberoende för att korrekt beskriva materialdämpningen för gummi-material med fyllmedel.

Materialmodellen som används här är en generalisering av den endimensionella viskoplastiska modellen som diskuterades i föregående avsnitt. Här ges en översiktlig beskrivning. Materialmodellen beskrivs mer ingående i [3] sidan 173-183.

Grundidén för en direkt generalisering till fleraxliga spänningstillstånd är att addera elastiska, plastiska och viskösa spänningar i tensorform. Totala spänningstensor σ ges då av summan

$$\sigma = \sigma^e + \sigma^{ep} + \sigma^{ve}$$

där spänningsbidragen ges av en hyperelastisk, en elasto-plastisk respektive en viskoelastisk materialmodell. Den hyperelastiska delen modelleras här med Yeoh modellen som använts tidigare i rapporten.

Det elastoplastiska spänningsbidraget till den totala spänningen ges i sin tur av en summa

$$\sigma^{ep} = \sum_{j=1}^M \sigma_j^{ep}$$

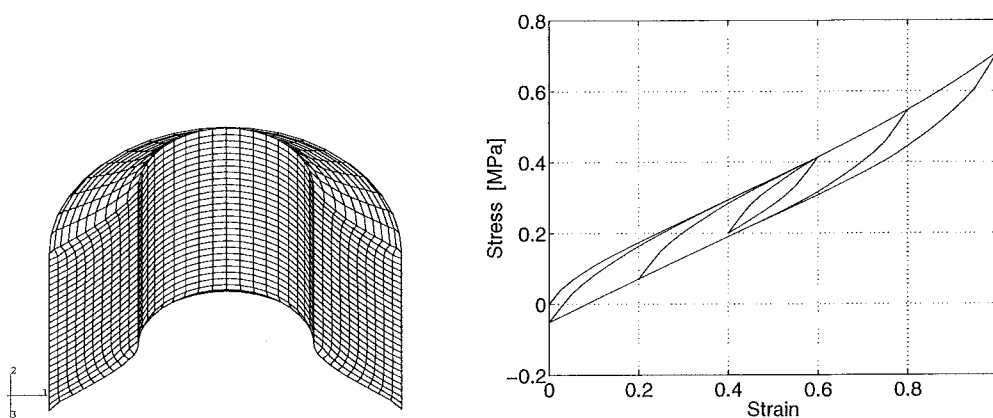
där termerna i summan ges av en ideal von Mises plasticitsmodell utan hårdnande, anpassad för stora töjningar. I den aktuella modellen används tre termer i summan ovan.

Det viskoelastiska spänningsbidraget till den totala spänningen ges också av en summa enligt

$$\sigma^{ve} = \sum_{k=1}^N \sigma_k^{ve}$$

där termerna i summan ges av en viskohyperelastisk materialmodell som hanterar stora töjningar. Materialmodellen som används i finita elementanalysen har anpassats till de kvasistatiska testresultaten enligt figur 24. Den belastningshastighet som användes (svarande mot 0.05 Hz) är så låg att det viskösa bidraget till spänningen kan anses vara försummbart. I den här använda materialmodellen ingår därför bara hyperelastiska och elastoplastiska spänningsbidrag.

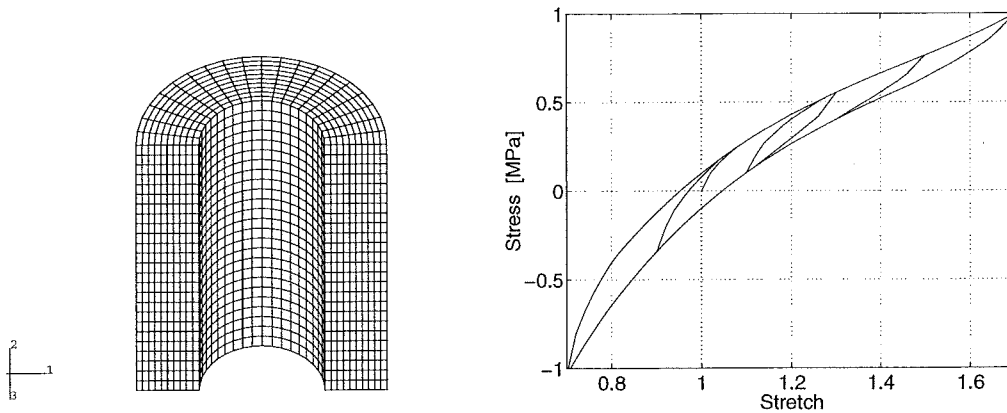
3.3.2 Axiell skjuvbelastning



Figur 33: *Amplitudberoende dynamisk styvhet. FE-analys av cylindrisk komponent i axiell cyklisk skjuvbelastning.*

Figur 33 visar axiell skjuvning av den cylindriska komponenten. Belastningsfallet är deformationsstyrd cyklisk belastning med succesivt ökande amplitud. Spänningstillståndet avviker mycket lite från ideal enkel skjuvning. Spänningen τ i diagrammet är en medelskjuvspänning beräknad som axiella kraften P från finita elementberäkningen dividerad med en cylindrisk yta med radien $(r + R)/2$, vilket ger $\tau = P/(\pi(r + R)H)$. Av diagrammet framgår att den dynamiska modulen minskar med ökande töjningsamplitud. Man kan också observera att formen på hysteresiskurvorna och spänningsnivåerna överensstämmer mycket väl med testresultaten enligt figur 24 som användes i passningen av materialmodellen.

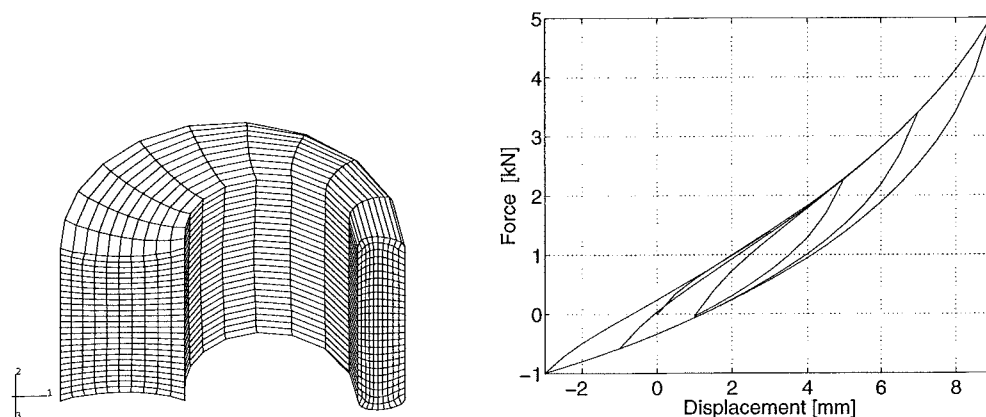
3.3.3 Axiell dragbelastning



Figur 34: *Amplitudberoende dynamisk styvhet. Analys av cylindrisk komponent i ideal axiell cyklisk drag/tryckbelastning.*

Figur 34 visar axiell belastning av den cylindriska komponenten i ett homogent spänningstillstånd. Belastningsfallet är inte förenligt med komponentens utformning med ett inre och ett yttre metallrör vulkat på cylinderns mantelytor. Men belastningsfallet visar materialmodellens beteende vid ren drag- och tryckbelastning. Belastningen är cykliskt deformationsstyrd med succesivt ökande amplitud. Spänningen σ (lika i alla element) i diagrammet är beräknad som axiella kraften P från finita elementberäkningen dividerad med ursprunglig cylindrisk yta med arean $A = \pi(R^2 - r^2)$. Av diagrammet framgår hur det olinjära elastiska spänningsbidraget påverkar hysteresiskurvorna vid olika amplituder.

3.3.4 Radiell belastning

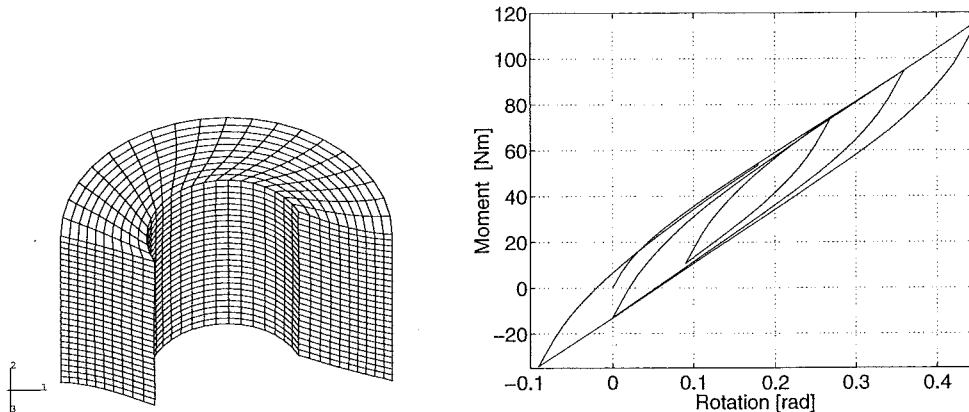


Figur 35: *Amplitudberoende dynamisk styvhet. Analys av cylindrisk komponent i radiell cyklisk belastning.*

Figur 35 visar radiell belastning av komponenten. Belastningen är även här deformationsstyrd och cyklisk, med succesivt ökande amplitud. I diagrammet

presenteras kraften P hämtad ur finita elementanalysen direkt som funktion av förskjutningen, eftersom det inte är meningsfullt att presentera en specifik spänning i detta starkt inhomogena spänningstillstånd. Diagrammet visar även här hur det olinjära elastiska bidraget påverkar hysteresiskurvorna.

3.3.5 Torsionsbelastning



Figur 36: *Amplitudberoende dynamisk styvhet. Analys av cylindrisk komponent utsatt för cyklisk torsion.*

Figur 36 visar axiell vridbelastning av komponenten. Belastningen är som tidigare deformationsstyrd och cyklisk, med succesivt ökande vridning. I diagrammet presenteras momentet M_v hämtad ur finita elementanalysen direkt som funktion av vridningen i radianer. Hysteresiskurvorna visar principiella likheter med de i figur 33, eftersom vridning väsentligen är ett tillstånd av skjuvning.

3.4 Slutsatser

Här gavs en beskrivning av hur gummimaterials dynamiska egenskaper kan modelleras med endimensionella modeller och i samband med finit elementanalys. Speciellt diskuterades stationär cyklisk belastning och de viktiga storheterna dynamisk modul och fasvinkel och deras beroende av frekvens och amplitud. Modellerna som beskrivits fungerar dock för godtycklig dynamisk belastning och kan även användas för att analysera kryp- och relaxationsfenomen och andra fall av transient dynamisk belastning.

En cylindrisk komponent analyserades för olika belastningsfall i långsam cyklisk belastning med en materialmodell som kombinerar viskös dämpning med friktionsdämpning. Genom att introducera friktionsdämpning kan dynamiska moduls och fasvinkels amplitudberoende modelleras.

Referenser

- [1] ALBIHN P., (1999), *Faktorer som påverkar utmattningshållfasthet*, NUTEK-VAMP report, IFP, Gothenburg, Sweden.
- [2] AUSTRELL P.-E. ET. AL. , (1998), *Survey of design methods and material characteristics in rubber engineering*, NUTEK-VAMP report, Division of Structural Mechanics, Lund, Sweden.
- [3] AUSTRELL P.-E. , (1997), *Modeling of Elasticity and Damping for Filled Elastomers*, Thesis, Report TVSM-1009, Lund Institute of Technology, Division of Structural Mechanics, Lund, Sweden.
- [4] ERIKSSON P. , (1999), *Use of the WLF-technique to calculate the mechanical properties of rubber materials at acoustic frequencies*, NUTEK-VAMP report, IPT (Polymerteknologi), KTH, Stockholm, Sweden.
- [5] KARI L., (1999), *Dynamic and static measurement of wheel loader vibration isolators*, NUTEK-VAMP report, MWL/Farkostteknik, KTH, Stockholm, Sweden.

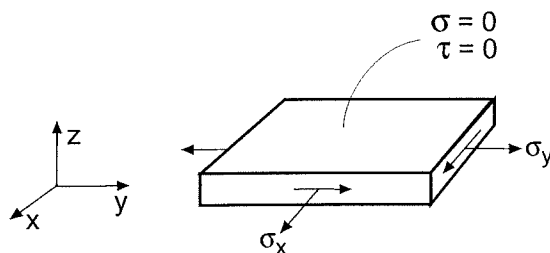
A Spänningstillstånd

A.1 Huvudspänningar

I varje punkt i en belastad kropp kan man alltid hitta tre vinkelräta normalriktningar till ytor som har egenskapen att skjuvspänningarna på ytorna försvinner. Normalspänningarna som verkar på dessa ytor kallas för huvudspänningar. Uttryckt på ett annat sätt: Man kan alltid orientera en liten kub runt en godtycklig punkt i en belastad kropp så att skjuvspänningarna på kubens begränsningsytor försvinner.

A.2 Plant spänningstillstånd

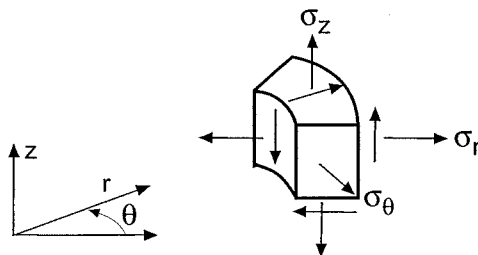
På obelastade delar av ytan till en belastad kropp verkar inga spänningar dvs både skjuvspänningen och normalspänningen är noll. Definitionsmässigt är då normalriktningen till den fria ytan en huvudriktning (då den är skjuvspänningsfri) och motsvarande huvudspänning är lika med noll. Ett tillstånd med en huvudspänning noll kallas plant spänningstillstånd. Figur 37 visar de möjliga spänningsskomponenterna i detta tillstånd.



Figur 37: *Plant spänningstillstånd på en fri yta.*

A.3 Axialsymmetriska spänningar

Vid ett allmänt axialsymmetriskt spänningstillstånd uppkommer inga skjuvspänningar på den yta som har sin normal i ringled, enligt figur 38. Det betyder att ringspänningen σ_θ alltid är en huvudspänning.



Figur 38: *Allmänt axialsymmetriskt spänningstillstånd.*

Vid fria ytan till bussningen enligt avsnitt 1 är två huvudriktningar givna, nämligen normalriktningen till ytan och ringledsriktningen. Därmed är också den tredje riktningen given som tangentialriktningen till ytan eftersom huvudriktningarna är vinkelräta mot varandra. Huvudriktningarna är alltså normalriktningen till fria ytan, tangentialriktningen till fria ytan (i r-z planet) och ringledsriktningen (θ riktningen).

Sammantaget får man då att vid ytan av bussningen i axialsymmetrisk belastning (enligt avsnitt 1) är en liten kub orienterad med ena sidoytan parallell med fria ytan i ett plant spänningstillstånd som dessutom är ett huvudspänningstillstånd.